



Analyse der Zerfälle $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ und $\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ mit den Daten des NA48/2-Experiments

Frederik Orlando Kaster

24. Mai 2007

Diplomarbeit Johannes Gutenberg-Universität Mainz,
Institut f. Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	11
2	Theoretische Beschreibung des doppelten Dalitz-Zerfalls	13
2.1	Das π^0 -Meson	13
2.2	Die Zerfälle $\pi_{\gamma\gamma}^0$ und π_{SD}^0	15
2.2.1	Lagrangedichte des $\pi^0\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$ -Vertex	15
2.2.2	Der Zwei-Photonen-Zerfall $\pi_{\gamma\gamma}^0$	16
2.2.3	Der einfache Dalitzzerfall π_{SD}^0	17
2.3	Der doppelte Dalitzzerfall π_{DD}^0	18
2.3.1	Kinematik des doppelten Dalitzzerfalls	18
2.3.2	Differenzielle Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls	19
2.3.3	Strahlungskorrekturen zur Ordnung α^3	22
2.4	Der elektromagnetische Formfaktor des π^0 -Mesons	24
3	Bisherige experimentelle Ergebnisse	27
3.1	Bisherige Untersuchungen des doppelten Dalitzzerfalls des π^0 -Mesons . . .	27
3.1.1	Die Ergebnisse von Samios <i>et al.</i> (1962)	27
3.1.2	Die Ergebnisse von Toale (2004)	28
3.2	Bisherige Messungen des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons	29
3.3	Doppelte Dalitzzerfälle des K_L -Mesons	30
4	Aufbau des NA48/2-Experiments	33
4.1	Übersicht	33
4.2	Beschleuniger, Strahlführung und Zerfallsregion	34
4.3	Das Magnetspektrometer	36
4.4	Das elektromagnetische Kalorimeter	38
4.5	Weitere Detektor-Elemente	40
4.6	Das Triggersystem	41
4.7	Ereignisrekonstruktion und Datenformat	44
5	Die Monte-Carlo-Simulation des NA48/2-Experiments	47
5.1	Simulation der Zerfälle	47
5.2	Simulation des Detektors	49

6	Selektion der untersuchten Zerfallskanäle	51
6.1	Analysestrategie	51
6.2	Vorfilterung der Daten	51
6.3	Selektion des Normierungskanals $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$	53
6.3.1	Auswahl der drei Pionenspuren	53
6.3.2	Weitere Qualitätsschnitte	53
6.3.3	Bestimmung der $K_{3\pi}$ -Akzeptanz mit der Monte-Carlo-Simulation	58
6.4	Selektion des einfachen Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{SD}^0$	62
6.4.1	Auswahl der Teilchenkombinationen	63
6.4.2	Weitere Qualitätsschnitte	66
6.5	Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$	73
6.5.1	Auswahl der Teilchenkombinationen	73
6.5.2	Weitere Qualitätsschnitte	80
7	Messung der Verzweigungsverhältnisse $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ und $\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$	93
7.1	Triggereffizienz des Stufe 1- und Stufe 2-Triggers	93
7.2	Abschätzung des Untergrunds	98
7.3	Systematische Effekte	99
7.3.1	Einfluss von Kaonladung, Achromatpolarität und Spektrometerpolarität	99
7.3.2	Weitere systematische Effekte	100
7.4	Ergebnisse	102
8	Messung des CP-verletzenden Mischungswinkels ζ und des π^0-Formfaktors	105
8.1	Verteilung der kinematischen Variablen – Vergleich Daten / MC	105
8.2	Bestimmung von ζ durch Anpassung der DD-Winkelverteilung	109
8.3	Bestimmung des Formfaktors durch Anpassung der Photonmassen-Verteilung	114
8.3.1	Doppelter Dalitzzerfall	114
8.3.2	Einfacher Dalitzzerfall	117
9	Zusammenfassung und Diskussion	121
A	Selektion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD\gamma}^0$	125
B	Weitere Vergleiche zwischen Daten und MC-Simulation	139
C	Einfluss von Spektrometerpolung und Achromatpolung auf SD- und 3π-Verteilungen	147
D	Systematische Schnittvariationen	157

Abbildungsverzeichnis

2.1	$SU(3)$ -Multipllett der pseudoskalaren Mesonen	14
2.2	Feynman-Diagramm des einfachen Dalitzzerfalls	17
2.3	Feynman-Diagramme des doppelten Dalitzzerfalls	18
2.4	Feynman-Diagramme des radiativen doppelten Dalitzzerfalls (Auswahl)	22
2.5	Feynman-Diagramme für Strahlungskorrekturen des doppelten Dalitzzerfalls (Auswahl)	23
4.1	NA48/2-Detektor (Übersicht)	34
4.2	Strahlführung	35
4.3	Zerfallsregion innerhalb des Vakuumtanks	36
4.4	Magnetspektrometer	37
4.5	Quadrant des elektromagnetischen Kalorimeters	38
4.6	Zelle des elektromagnetischen Kalorimeters	39
4.7	Geladenes Hodoskop	40
4.8	Triggersystem	42
6.1	Minimaler Spurabstand in DCH1 (3π)	54
6.2	Minimaler Spurabstand in DCH4 (3π)	55
6.3	Abstand COG - Strahlachse (3π)	56
6.4	Maximale Abweichung Spurzeit - mittlere Spurzeit (3π)	58
6.5	Kaonimpuls (3π)	59
6.6	Kaonmasse (3π)	60
6.7	z -Komponente des Vertex (3π)	61
6.8	Clusterverteilung in transversaler Kalorimeterebene	64
6.9	Minimaler Spurabstand in DCH1 (SD)	67
6.10	Minimaler Spurabstand in DCH4 (SD)	68
6.11	Abstand des Photons zum Strahl in DCH1 (SD)	69
6.12	Abstand COG - Strahlachse (SD)	70
6.13	Photon-Pion-Abstand (SD)	71
6.14	Maximale Abweichung Spurzeit - mittlere Spurzeit (SD)	73
6.15	Abweichung Photonzeit - mittlere Spurzeit (SD)	74
6.16	Kaonimpuls (SD)	75
6.17	Pionmasse (SD)	76
6.18	Fehlende Pionmasse (SD)	77
6.19	Kaonmasse (SD)	78

6.20	z -Komponente des Vertex (SD)	79
6.21	Minimaler Spurabstand in DCH1 (DD)	81
6.22	Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD)	82
6.23	Abstand COG - Strahlachse (DD)	83
6.24	Maximale Abweichung Spurzeit - mittlere Spurzeit (DD)	84
6.25	Kaonimpuls (DD)	86
6.26	Pionmasse (DD)	87
6.27	Fehlende Pionmasse (DD)	88
6.28	Kaonmasse (DD)	89
6.29	z -Komponente des Vertex (DD)	90
6.30	Standardabweichung der Vertexpositionen (DD)	91
7.1	(a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5-8 zusammen).	95
7.2	(a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5 zusammen).	96
7.3	(a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5-8 zusammen).	97
7.4	Modellierung des DD-Untergrunds	98
7.5	Modellierung des SD-Untergrunds	100
7.6	DD-Verzweigungsverhältnis (Super-Sample)	103
7.7	SD-Verzweigungsverhältnis (Super-Sample)	104
8.1	ϕ -Verteilung (DD): Vergleich Daten / MC	106
8.2	Überlagerte x_{12} - und x_{34} -Verteilung (DD): Vergleich Daten / MC	107
8.3	x -Verteilung (SD): Vergleich Daten / MC	108
8.4	DD-Akzeptanz in Abhängigkeit von ϕ	109
8.5	DD-Akzeptanz in Abhängigkeit von x_{12} bzw. x_{34}	110
8.6	SD-Akzeptanz in Abhängigkeit von x	110
8.7	ϕ : Vergleich Daten – umgewichtetes MC ($\zeta = 3.2 \times 10^{-3}$)	112
8.8	ϕ : Vergleich Daten – umgewichtetes MC	113
8.9	ζ in Abhängigkeit vom Super-Sample	114
8.10	Photonmassenquadrate x_{12} & x_{34} : Vergleich Daten – umgewichtetes MC ($a = -0.035$)	115
8.11	Formfaktorsteigung a in Abhängigkeit vom Super-Sample (DD)	116
8.12	Photonmassenquadrat x : Vergleich Daten – umgewichtetes MC ($a = +0.074$)	118
8.13	Formfaktorsteigung a in Abhängigkeit vom Super-Sample (SD)	119
A.1	Minimaler Spurabstand in DCH1 (DD γ)	126
A.2	Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD γ)	127
A.3	Abstand COG - Strahlachse (DD γ)	128
A.4	Maximale Abweichung Spurzeit - mittlere Spurzeit (DD γ)	129
A.5	Abweichung Photonzeit - mittlere Spurzeit (DD γ)	129
A.6	Kaonimpuls (DD γ)	131

A.7	Pionmasse ($DD\gamma$)	132
A.8	Fehlende Pionmasse ($DD\gamma$)	133
A.9	Kaonmasse ($DD\gamma$)	134
A.10	z -Komponente des Zerfallsvertex ($DD\gamma$)	135
A.11	Standardabweichung der Vertexpositionen ($DD\gamma$)	136
A.12	Photonenergiespektrum ($DD\gamma$)	138
B.1	Räumliche Spurverteilung in DCH1 (3π)	140
B.2	Räumliche Spurverteilung in DCH1 (SD)	141
B.3	Räumliche Spurverteilung in DCH1 (DD)	142
B.4	Räumliche Spurverteilung in DCH4 (3π)	143
B.5	Räumliche Spurverteilung in DCH4 (SD)	144
B.6	Räumliche Spurverteilung in DCH4 (DD)	145
B.7	Räumliche Clusterverteilung im LKr (SD)	146
C.1	Einfluss der Achromatpolung auf 3π -Verteilungen - I	148
C.2	Einfluss der Achromatpolung auf 3π -Verteilungen - II	149
C.3	Einfluss der Spektrometerpolung auf 3π -Verteilungen - I	150
C.4	Einfluss der Spektrometerpolung auf 3π -Verteilungen - II	151
C.5	Einfluss der Achromatpolung auf SD-Verteilungen - I	152
C.6	Einfluss der Achromatpolung auf SD-Verteilungen - II	153
C.7	Einfluss der Spektrometerpolung auf SD-Verteilungen - I	154
C.8	Einfluss der Spektrometerpolung auf SD-Verteilungen - II	155

Tabellenverzeichnis

2.1	Theoretische Zerfallsbreiten des doppelten Dalitzzerfalls	24
3.1	Messungen des elektromagnetischen π^0 -Formfaktors	30
4.1	Wichtige Triggerbits	44
6.1	$K_{3\pi}$ -Selektionsschnitte (Übersicht)	62
6.2	Effizienzen der $K_{3\pi}$ -Qualitätsschnitte	63
6.3	SD-Selektionsschnitte (Übersicht)	74
6.4	Effizienzen der SD-Qualitätsschnitte	80
6.5	Verbleibende DD-Spurkombinationen nach allen Qualitätsschnitten	84
6.6	DD-Selektionsschnitte (Übersicht)	92
6.7	Effizienzen der DD-Qualitätsschnitte	92
7.1	Anzahl der selektierten Ereignisse pro Super-Sample (Daten) mit Untergrund aus Massen-Seitenbändern (siehe Abschnitt 7.2).	94
7.2	Stufe 1- und Stufe 2-Triggereffizienzen	94
7.3	Beiträge zum simulierten Untergrund.	99
7.4	Verzweigungsverhältnisse in Abhängigkeit von Kaonladung, Achromatpolarität und Spektrometerpolarität	101
7.5	Schnittvariationen mit signifikanter Abweichung des DD- oder SD-Verzweigungsverhältnisses.	102
7.6	Beiträge zu den Fehlern der Verzweigungsverhältnisse.	102
A.1	DD γ -Selektionsschnitte (Übersicht)	137
A.2	Effizienzen der DD γ -Qualitätsschnitte	137
D.1	Systematische Schnittvariationen	158
D.2	Systematische Schnittvariationen II	159

1 Einleitung

Als doppelten Dalitzzerfall bezeichnet man den Zerfall eines ungeladenen Mesons in zwei virtuelle Photonen, die intern jeweils in ein Lepton-Antilepton-Paar konvertieren. Derartige Zerfälle wurden sowohl beim π^0 -Meson ($\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ [SPP⁺62], [Toa04]) als auch beim K_L -Meson ($K_L \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ [AHAA⁺01], [LMB⁺05], $K_L \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ [AHAA⁺03]) nachgewiesen. Sie sind zweifach von Bedeutung: erstens erlauben sie es, die Struktur des $\pi^0\gamma^*\gamma^*$ -Vertex zu untersuchen und den elektromagnetischen Formfaktor des π^0 -Mesons zu messen. Zweitens ermöglichen sie einen Test der CP -Erhaltung beim elektromagnetischen Zerfall ungeladener Mesonen in zwei Photonen: Wie zuerst 1950 von Bernstein festgestellt [BM60], bestehen sowohl bei CP -Erhaltung als auch bei CP -Verletzung jeweils charakteristische Korrelationen zwischen den Polarisierungen der gebildeten Photonen; diese sind nicht direkt messbar, können aber indirekt aus Winkelkorrelationen zwischen den Leptonpaaren erschlossen werden.

Historisch war zunächst der umgekehrte Weg von Bedeutung: so konnte Samios 1962 aus den Winkelkorrelationen des Zerfalls $\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ zum ersten Mal direkt die Parität des π^0 -Mesons bestimmen (unter Annahme von CP -Erhaltung am Vertex); außerdem maß er das Verzweigungsverhältnis mit 10 % Genauigkeit (146 analysierte Ereignisse). 2004 untersuchte Toale den selben Zerfall erneut anhand der Daten des KTeV-Experiments am FNAL und mit wesentlich verbesserter Statistik (30511 beobachtete Zerfälle); neben der genaueren Bestimmung des Verzweigungsverhältnisses bestimmte er (unter der Annahme eines rein pseudoskalaren Pions) Obergrenzen für CP - und CPT -Erhaltung am Vertex; weitere Ergebnisse seiner Analyse waren die Steigung des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons und das Verzweigungsverhältnis des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-\gamma$, bei dem ein zusätzliches Photon am Vertex entsteht.

Ziel dieser Arbeit ist die Verbesserung der Messungen von Samios und Toale mit den Daten des NA48/2-Experiments am CERN, insbesondere die fünf folgenden Punkte:

1. Messung des Verzweigungsverhältnisses $\mathcal{BR}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-)$ des strahlungsfreien doppelten Dalitzzerfalls,
2. Messung des Verzweigungsverhältnisses $\mathcal{BR}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-\gamma)$ des radiativen doppelten Dalitzzerfalls,
3. Messung des Verzweigungsverhältnisses $\mathcal{BR}(\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma)$ des einfachen Dalitzzerfalls, bei dem nur ein Photon intern konvertiert,
4. Untersuchung der Struktur des $\pi^0\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$ -Vertex und Messung des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons,

1 Einleitung

5. Suche nach CP - und CPT -Verletzung beim doppelten Dalitzzerfall.

Die Diplomarbeit gliedert sich wie folgt:

- In Kapitel 2 wird die Theorie zum doppelten Dalitzzerfall des π^0 -Mesons erläutert: insbesondere werden die quantenelektrodynamischen Vorhersagen der differentiellen Zerfallsbreite sowohl des strahlungsfreien wie auch des radiativen doppelten Dalitzzerfalls angegeben und es wird das halbphänomenologische DIP-Modell des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons vorgestellt.
- Kapitel 3 bietet eine Übersicht sowohl über die bisherigen experimentellen Ergebnisse zum doppelten Dalitzzerfalls des π^0 -Mesons wie auch über die konkurrierenden indirekten Messungen des elektromagnetischen Formfaktors; außerdem werden die Untersuchungen zu den doppelten Dalitzzerfällen des K_L -Mesons kurz zusammengefasst.
- In Kapitel 4 wird das NA48/2-Experiment beschrieben, bei dem die verwendeten Daten gewonnen wurden: insbesondere die Teile des Detektionssystems, welche für diese Analyse besonders wichtig sind, sowie das Trigger- und Datennahmesystem.
- Sowohl für die Messung von Verzweungsverhältnissen als auch für die Überprüfung theoretischer Vorhersagen und die Anpassung freier theoretischer Parameter ist eine präzise Simulation der untersuchten Zerfälle und ihres Nachweises im Detektor erforderlich; das hierzu verwendete Monte-Carlo-Programm wird in Kapitel 5 dargestellt.
- In Kapitel 6 wird die Selektion der untersuchten Zerfallskanäle und des Normierungskanals $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ beschrieben.

In den folgenden beiden Kapiteln werden die Ergebnisse der Analyse dargestellt sowie die systematischen Unsicherheiten diskutiert:

- in Kapitel 7 werden die gemessenen Verzweungsverhältnisse vorgestellt,
- in Kapitel 8 wird durch Anpassung der gemessenen differentiellen Zerfallsbreiten an die theoretischen Erwartungen sowohl die CP -Erhaltung am $\pi^0 \gamma^* \gamma^*$ -Vertex überprüft als auch der elektromagnetische Formfaktor des π^0 -Mesons gemessen.
- In Kapitel 9 wird die gesamte Analyse zusammengefasst und ihre Bedeutung kritisch gewürdigt.

2 Theoretische Beschreibung des doppelten Dalitz-Zerfalls

2.1 Das π^0 -Meson

Mesonen sind gebundene Quark-Antiquark-Systeme mit ganzzahligem Spin (Bosonen). Im Grundzustand ohne Gesamtbahndrehimpuls ($L = 0$) kann der Gesamtdrehimpuls die Quantenzahlen $J = 1$ (*Vektormesonen*) oder $J = 0$ (*pseudoskalare Mesonen*) annehmen. Die jeweils neun möglichen pseudoskalaren und Vektormesonen aus den leichten Flavours u , d und s bilden näherungsweise ein $SU(3)$ -symmetrisches Multipllett, das sich in ein Oktett und ein Singulett untergliedert (siehe Abb. 2.1).

Das π^0 -Meson

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)$$

ist mit einer Masse von etwa 135 MeV ^{1 2} das leichteste Hadron und zerfällt ausschließlich unter der elektromagnetischen Wechselwirkung in zwei Photonen (mit einer mittleren Lebensdauer von 8.4×10^{-17} s).

Diese beiden Photonen sind mit etwa 98.8 % Wahrscheinlichkeit [Y⁺06] reell ($\pi_{\gamma\gamma}^0$); in den übrigen Fällen ist mindestens ein Photon virtuell (liegt also außerhalb der Massenschale $m_\gamma = 0$) und konvertiert in ein Elektron-Positron-Paar. Diese Zerfälle werden nach ihrem Erstentdecker R. Dalitz [Dal51] als *Dalitz-Zerfälle* bezeichnet: im Falle eines einzigen virtuellen Photons spricht man vom einfachen Dalitz-Zerfall π_{SD}^0 (siehe Abb. 2.2), der mit etwa 1.2 % Wahrscheinlichkeit auftritt [Y⁺06], im Falle zweier virtueller Photonen vom doppelten Dalitz-Zerfall π_{DD}^0 . Letzterer ist eine quantenmechanische Überlagerung von zwei Möglichkeiten für die Paarung je eines Elektrons und eines Positrons zu einem Photon (siehe Abb. 2.3(a) und 2.3(b)).

Sehr selten bildet das entstehende Elektron-Positron-Paar ein Positronium-Atom (mit einer Wahrscheinlichkeit von 2×10^{-9} [ACK⁺90]), oder beide Photonen wandeln sich über einen intermediären Zustand zu einem einzigen Elektron-Positron-Paar um (mit einer Wahrscheinlichkeit von 6×10^{-8} [AHAA⁺99]). Weitere Zerfälle des π^0 -Mesons konnten bislang nicht nachgewiesen werden.

¹In dieser Arbeit wird stets die Konvention $c = 1$ verwendet.

²Alle experimentellen Messwerte sind (wenn nicht ausdrücklich anders angegeben) Weltmittelwerte aus dem *Review of Particle Physics 2006* [Y⁺06].

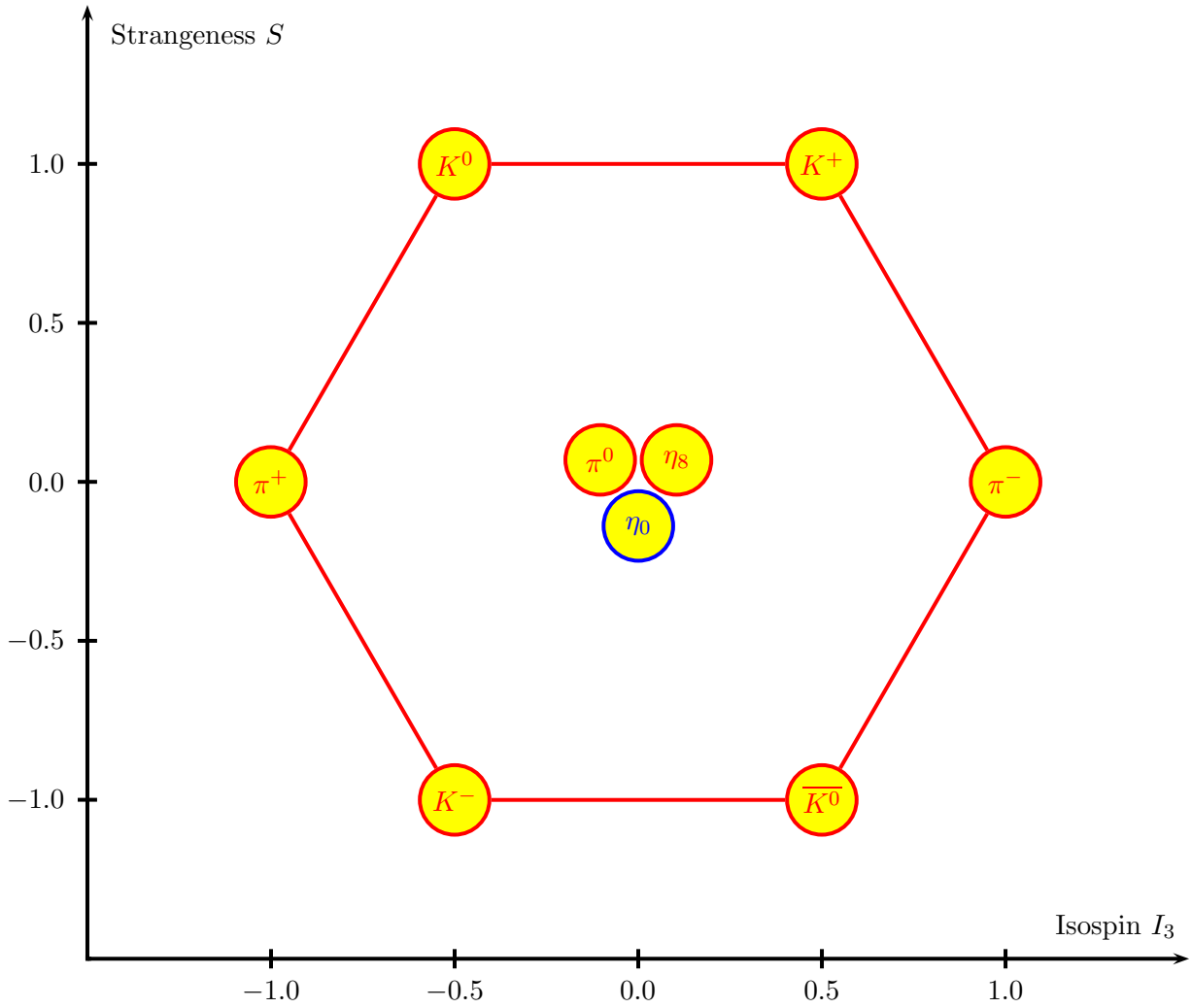


Abbildung 2.1: $SU(3)$ -Multiplett der pseudoskalaren Mesonen aus leichten Quarks, klassifiziert nach Isospinkomponente I_3 und Strangeness S : η_0 bildet ein Singulett (blau), die übrigen Mesonen ein Oktett (rot).

2.2 Die Zerfälle $\pi_{\gamma\gamma}^0$ und π_{SD}^0

2.2.1 Lagrangedichte des $\pi^0\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$ -Vertex

Die folgende Beschreibung der π^0 -Zerfälle folgt weitgehend dem Übersichtsartikel von A. R. Barker *et al.* [BHTE03]. Die allgemeinste Form für die elektromagnetische Kopplung zwischen einem π^0 -Meson mit der Masse $M = 134.9766(06)$ MeV und zwei Photonen mit den Viererimpulsen k_1 und k_2 ist gegeben durch die Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = -\frac{4i\tilde{g}f(k_1^2/M^2, k_2^2/M^2)}{M} \left[\cos(\zeta)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} + \sin(\zeta)e^{i\delta}(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \right] \partial^\mu A^\nu \partial^\rho A^\sigma \Phi, \quad (2.1)$$

wobei $f(k_1^2/M^2, k_2^2/M^2)$ der elektromagnetische Formfaktor des π^0 -Mesons ist (siehe Abschnitt 2.4); es sei $f(0, 0) = 1$. Der Faktor $\tilde{g}$ beschreibt die Kopplungsstärke zwischen π^0 -Meson und elektromagnetischem Feld (zu ζ, δ s.u.).

Für A^ν und Φ sind die Feldoperatoren des elektromagnetischen Feldes bzw. des reellen Klein-Gordon-Feldes einzusetzen ([Mag05], S. 51 u. 96):

$$A^\nu(x) = (2\pi)^{-3} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2|\mathbf{k}|}} \sum_{r=\pm 1} \left(\epsilon_r^\nu(\mathbf{k}) a_{r\mathbf{k}} e^{-ikx} + \epsilon_r^{*\nu}(\mathbf{k}) a_{r\mathbf{k}}^\dagger e^{ikx} \right)_{k^0=|\mathbf{k}|}, \quad (2.2)$$

$$\Phi(x) = (2\pi)^{-3} \int \frac{d^3p}{\sqrt{2E_{\mathbf{p}}}} \left(a_{\mathbf{p}} e^{-ipx} + a_{\mathbf{p}}^\dagger e^{ipx} \right)_{p^0=E_{\mathbf{p}}} \quad \text{mit } E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}. \quad (2.3)$$

Hierbei wurde eine mögliche Verletzung der CP - oder CPT -Symmetrie zugelassen (ausgedrückt durch die Variablen ζ und δ , s.u.): Das Feld Φ des π^0 -Mesons werde als Pseudoskalar angenommen. Im Fall reiner CP -Erhaltung ist $\mathcal{L}$ ein Skalar, so dass die Kopplung am $\pi^0\gamma\gamma$ -Vertex durch eine pseudoskalare quadratische Form in den Feldern der beiden Photonen beschrieben wird:

$$\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\mu A^\nu \partial^\rho A^\sigma = \frac{1}{4} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \xrightarrow{P} -\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}. \quad (2.4)$$

Im Fall maximaler CP -Verletzung ist $\mathcal{L}$ ein Pseudoskalar, und die Kopplung am Vertex wird durch eine skalare quadratische Form angegeben:

$$(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \partial^\mu A^\nu \partial^\rho A^\sigma = \frac{1}{4} (g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} = \mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2 \xrightarrow{P} \mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2 \quad (2.5)$$

Der Mischungswinkel ζ gibt das Ausmaß der Mischung zwischen CP -erhaltender und CP -verletzender Kopplung an, die komplexe Phase δ das Ausmaß der CPT -Verletzung am $\pi^0\gamma\gamma$ -Vertex. Für CP - und CPT -Erhaltung gilt $\zeta = 0$ bzw. $\delta = 0$ oder π . Es wäre zwar denkbar, dass für skalare und pseudoskalare Kopplung jeweils ein unterschiedlicher Formfaktor existiert, der Einfachheit halber werden diese beiden Formfaktoren aber im Folgenden als identisch angenommen.

2.2.2 Der Zwei-Photonen-Zerfall $\pi_{\gamma\gamma}^0$

Im Falle zweier reeller Photonen ($k_1^2 = k_2^2 = 0$) mit Helizitäten r_1 und r_2 lautet das Matrixelement des $\pi^0\gamma\gamma$ -Vertex in niedrigster Ordnung:

$$\mathcal{M}_{r_1 r_2} = \frac{2\tilde{g}}{M} [\cos(\zeta)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} + \sin(\zeta)e^{i\delta}(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho})] k_1^\mu \epsilon_{r_1}^{*\nu} k_2^\rho \epsilon_{r_2}^{*\sigma}, \quad (2.6)$$

Hierbei betragen die Polarisationsvektoren für ein Photon mit positiver ($r_i = +1$) und negativer ($r_i = -1$) Helizität bzw. für ein longitudinales Photon ($r_i = 0$):

$$\epsilon_+(\pm\hat{\mathbf{z}}) = (0, 1, \pm i, 0)/\sqrt{2}, \quad (2.7)$$

$$\epsilon_-(\pm\hat{\mathbf{z}}) = (0, 1, \mp i, 0)/\sqrt{2}, \quad (2.8)$$

$$\epsilon_0(\pm\hat{\mathbf{z}}) = (k, 0, 0, \pm E)/\sqrt{k^2}. \quad (2.9)$$

Longitudinale Polarisation tritt dabei nur bei den später betrachteten massiven (virtuellen) Photonen auf (siehe Abschnitt 2.3.2), nicht aber bei den hier betrachteten reellen Photonen.

Wegen der Drehimpulserhaltung müssen beide Photonen dieselbe Helizität haben, und die Matrixelemente der beiden möglichen Endzustände betragen

$$\mathcal{M}_{++} = -M\tilde{g}(\sin(\zeta)e^{i\delta} - i\cos(\zeta)), \quad (2.10)$$

$$\mathcal{M}_{--} = -M\tilde{g}(\sin(\zeta)e^{i\delta} + i\cos(\zeta)), \quad (2.11)$$

entsprechend den Zerfallsbreiten

$$\Gamma_{++} = \frac{M\tilde{g}^2}{32\pi}(1 - 2\sin(\zeta)\cos(\zeta)\sin(\delta)), \quad (2.12)$$

$$\Gamma_{--} = \frac{M\tilde{g}^2}{32\pi}(1 + 2\sin(\zeta)\cos(\zeta)\sin(\delta)); \quad (2.13)$$

nur im Falle gleichzeitiger CP - und CPT -Verletzung hängt die Zerfallsbreite von der Helizität der beiden Photonen ab.

Die totale Zerfallsbreite beträgt

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{M\tilde{g}^2}{16\pi}, \quad (2.14)$$

woraus

$$\tilde{g} = \sqrt{\frac{16\pi\Gamma_{\gamma\gamma}}{M}} = (1.70 \pm 0.06) \times 10^{-3} \quad (2.15)$$

folgt; die Unsicherheit ist vor allem durch die Messunsicherheit der π^0 -Lebensdauer bedingt.

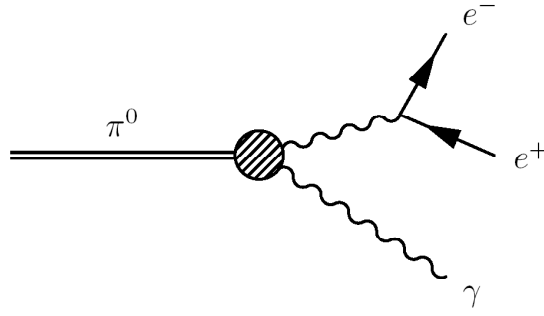


Abbildung 2.2: Feynman-Diagramm des einfachen Dalitzzerfalls [Toa04].

2.2.3 Der einfache Dalitzzerfall π_{SD}^0

Beim einfachen Dalitzzerfall (siehe Abb. 2.2) liegt ein Photon außerhalb der Massenschale und konvertiert intern in ein Elektron-Positron-Paar; dadurch ist es möglich, den elektromagnetischen Formfaktor des π^0 -Mesons zu messen. Der Endzustand kann durch die beiden kinematischen Variablen

$$x := \frac{(p_+ + p_-)^2}{M^2} \quad (p_+/p_- \text{ 4-Impuls des Positrons/Elektrons})$$

und

$$y := \frac{2P \cdot (p_+ - p_-)}{(1-x)M^2} \quad (P \text{ 4-Impuls des } \pi^0\text{-Mesons})$$

beschrieben werden, die den Ungleichungen

$$\eta^2 := \frac{4m^2}{M^2} = 5.7730 \times 10^{-5} \leq x \leq 1, \quad (2.16)$$

$$|y| \leq 1 - x \quad (2.17)$$

genügen ($m = 510.998918(44)$ MeV bezeichnet die Elektronenmasse [MT05]). Wenn

$$p_{\pm}^* = (E_{\pm}^*, \mathbf{p}_{\pm}^*)$$

der 4-Impuls des Positrons bzw. Elektrons im π^0 -Ruhesystem ist, dann gilt

$$y = \frac{E_+^* - E_-^*}{|\mathbf{p}_+^* + \mathbf{p}_-^*|} = \frac{E_+^* - E_-^*}{M - (E_+^* + E_-^*)}. \quad (2.18)$$

Bezogen auf diese beiden Phasenraumvariablen lautet die differenzielle Zerfallsbreite [MS72]

$$\frac{1}{\Gamma_{\gamma\gamma}} \frac{d^2\Gamma}{dx dy} = \frac{\alpha}{4\pi} |f(0, x)|^2 \frac{(1-x)^3}{x} \left(1 + y^2 + \frac{\eta^2}{x} \right) (1 + \delta(x, y)), \quad (2.19)$$

wobei $\delta(x, y)$ der radiative Korrekturterm in führender Ordnung ist. Inklusive radiativer Korrekturen lautet die theoretische Vorhersage der totalen Zerfallsbreite [MS72]

$$\frac{\Gamma_{SD}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = 1.196 \times 10^{-2} \quad \text{Exp.: } (1.213 \pm 0.033) \times 10^{-2} \text{ [Y+06]}. \quad (2.20)$$

2.3 Der doppelte Dalitzzerfall π_{DD}^0

2.3.1 Kinematik des doppelten Dalitzzerfalls

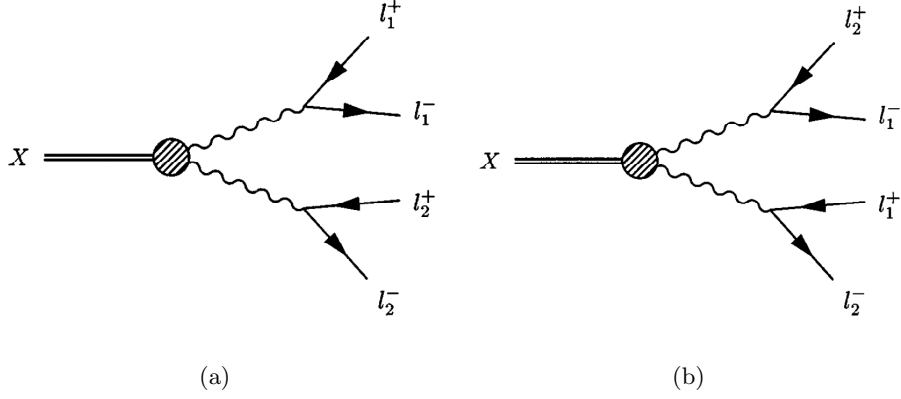


Abbildung 2.3: Zwei Paarungsmöglichkeiten für den doppelten Dalitzzerfall; $X = \pi^0$ [BHTE03].

Beim doppelten Dalitzzerfall π_{DD}^0 sind beide Photonen virtuell und konvertieren in ein Elektron-Positron-Paar, dadurch gibt es zwei Möglichkeiten für die Elektron-Positron-Paarung, die miteinander interferieren (Abb. 2.3(a) und 2.3(b)). $\mathcal{M}_1$ und $\mathcal{M}_2$ bezeichnen die zugehörigen Matrixelemente (siehe Abschnitt 2.3.2).

Der Endzustand des Zerfalls lässt sich durch fünf kinematische Variablen vollständig beschreiben (12 Impulskomponenten für die Zerfallsprodukte minus 4 einschränkende Bedingungen für die 4-Impulserhaltung minus 3 Eulerwinkel, da der Zerfall rotationsinvariant ist. Bezeichnet man die 4-Impulse der Elektronen 1 und 2 mit p_1 und p_3 sowie der Positronen 1 und 2 mit p_2 und p_4 sowie $p_{12} := p_1 + p_2$ etc., so lautet eine mögliche Wahl der Variablen mit Paarung entsprechend Diagramm 2.3(a):

$$x_{12} := \frac{p_{12}^2}{M^2}, \quad (2.21)$$

$$x_{34} := \frac{p_{34}^2}{M^2}, \quad (2.22)$$

$$y_{12} := \frac{2p_{34} \cdot (p_1 - p_2)}{M^2 \lambda_{12,34}}, \quad (2.23)$$

$$y_{34} := \frac{2p_{12} \cdot (p_3 - p_4)}{M^2 \lambda_{12,34}}, \quad (2.24)$$

$$\phi := \arcsin \left(\frac{16 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} p_1^\mu p_2^\nu p_3^\rho p_4^\sigma}{M^4 \lambda_{12,34} w_{12,34} \sqrt{(\lambda_{12}^2 - y_{12}^2)(\lambda_{34}^2 - y_{34}^2)}} \right), \quad (2.25)$$

wobei

$$w_{ij} := 2\sqrt{x_i x_j}, \quad (2.26)$$

$$\lambda_{ij} := \sqrt{(1 - x_i - x_j)^2 - w_{ij}^2}. \quad (2.27)$$

Im Folgenden wird kurz w für $w_{12,34} := 2\sqrt{x_{12}x_{34}}$, z für $z_{12,34} := 1 - x_{12} - x_{34}$ und λ für $\lambda_{12,34} := \sqrt{z^2 - w^2}$ gesetzt.

Die Größen x_{12} , x_{34} und ϕ lassen sich außerdem unmittelbar anschaulich deuten: x_{12} und x_{34} sind die Massen der beiden virtuellen Photonen im Diagramm 2.3(a) (normiert auf die π^0 -Ruhemasse). ϕ ist der Winkel zwischen den Polarisationen der beiden virtuellen Photonen oder analog der Winkel zwischen den beiden e^+e^- -Ebenen, gemessen im Ruhesystem des π^0 -Mesons.

Die kinematischen Variablen erfüllen die Ungleichungen

$$\eta^2 \leq x_{12} = \frac{2m^2 + 2p_1 \cdot p_2}{M^2} = \frac{4m^2 + 4\mathbf{p}_1^{*2}}{M^2} \leq 1, \quad (2.28)$$

$$\eta^2 \leq x_{34} \leq 1, \quad (2.29)$$

$$\sqrt{x_{12}} + \sqrt{x_{34}} \leq 1, \quad (2.30)$$

$$|y_{12}| \leq \lambda_{12}, \quad (2.31)$$

$$|y_{34}| \leq \lambda_{34}, \quad (2.32)$$

$$0 \leq \phi \leq \pi, \quad (2.33)$$

wobei $\mathbf{p}_1^*$ der 3-Impulsvektor des Elektrons im Schwerpunktssystem von Teilchen 1 und Teilchen 2 ist.

Das Phasenraumelement in diesen fünf Variablen lautet [BHTE03]

$$d^5\Phi = \frac{M^4}{2^{16}\pi^6} \lambda \, dx_{12} \, dx_{34} \, dy_{12} \, dy_{34} \, d\phi. \quad (2.34)$$

Bei Berücksichtigung des Austauschgraphen aus Abb. 2.3(b) sind ferner die Austauschvariablen x_{14} , x_{23} , y_{14} , y_{23} und ψ erforderlich, die sich analog zu Gl. 2.21 – 2.25 aus den Vierervektoren der Elektronen bestimmen lassen, indem man die Ersetzung $p_2 \leftrightarrow p_4$ vornimmt.

2.3.2 Differenzielle Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls

Die differenzielle Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls zur niedrigsten Ordnung ($\mathcal{O}(\alpha^2)$, also auf Baumniveau) ist gegeben durch:

$$d^5\Gamma = \frac{1}{2M} \sum_{r_1, r_2} |\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2|^2 d^5\Phi, \quad (2.35)$$

wobei über die Helizitäten der beiden virtuellen Photonen summiert wird.

Das Betragsquadrat des Matrixelements

$$|\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2|^2 = |\mathcal{M}_1|^2 + |\mathcal{M}_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2) \quad (2.36)$$

2 Theoretische Beschreibung des doppelten Dalitz-Zerfalls

setzt sich aus einem direkten Beitrag $|\mathcal{M}_1|^2$ entsprechend Diagramm 2.3(a), einem indirekten Beitrag $|\mathcal{M}_2|^2$ entsprechend Diagramm 2.3(b) und einem Interferenzterm $2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2)$ zwischen diesen beiden Diagrammen zusammen.

Das direkte Matrixelement beträgt

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 = \sum_{r_1 r_2} \frac{2\tilde{g}f(x_{12}, x_{34})}{M} & [\cos(\zeta)\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} + \sin(\zeta)e^{i\delta}(g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho})] \\ & \times p_{12}^\mu \Pi^{\nu\alpha}(p_{12}) \Gamma_\alpha(k_1, k_2) p_{34}^\rho \Pi^{\sigma\beta}(p_{34}) \Gamma_\beta(k_3, k_4), \end{aligned} \quad (2.37)$$

mit dem Photonpropagator (Summe über Helizitäten r , diesmal auch longitudinale Polarisation $r = 0$ möglich)

$$\Pi^{\mu\nu}(k) = \frac{i}{k^2} \sum_r (\epsilon_r^{*\mu} \epsilon_r^\nu - \hat{k}^\mu \hat{k}^\nu) \quad (2.38)$$

und dem fermionischen Strom (Summe über Spins s, t)

$$\Gamma^\mu(q, p) = -ie \sum_{st} \bar{u}_s(q) \gamma^\mu v_t(p). \quad (2.39)$$

Nach Ausführung der Summationen ist [BHTE03]

$$\begin{aligned} \sum_{r_1 r_2} |\mathcal{M}_1|^2 = \frac{2^8 \pi^2 \alpha^2 \tilde{g}^2 |f(x_{12}, x_{34})|^2}{M^2 w^4} & \times (A \sin^2(\phi) + B \cos^2(\phi) \\ & + C \sin(\phi) \cos(\phi) + D \sin(\phi) + E \cos(\phi) + F) \end{aligned} \quad (2.40)$$

mit

$$\begin{aligned} A = w^2 & \left\{ \cos^2(\zeta) \lambda^2 [1 + (1 - \lambda_{12}^2 + y_{12}^2)(1 - \lambda_{34}^2 + y_{34}^2)] \right. \\ & \left. + \sin^2(\zeta) z^2 (2 - \lambda_{12}^2 - \lambda_{34}^2 + y_{12}^2 + y_{34}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} B = w^2 & \left\{ \sin^2(\zeta) z^2 [1 + (1 - \lambda_{12}^2 + y_{12}^2)(1 - \lambda_{34}^2 + y_{34}^2)] \right. \\ & \left. + \cos^2(\zeta) \lambda^2 (2 - \lambda_{12}^2 - \lambda_{34}^2 + y_{12}^2 + y_{34}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$C = \lambda z w^2 \sin(2\zeta) \cos(\delta) (\lambda_{12}^2 - y_{12}^2) (\lambda_{34}^2 - y_{34}^2), \quad (2.43)$$

$$D = \lambda w^3 \sin(2\zeta) \cos(\delta) y_{12} y_{34} \sqrt{(\lambda_{12}^2 - y_{12}^2)(\lambda_{34}^2 - y_{34}^2)}, \quad (2.44)$$

$$E = 2 \sin^2(\zeta) z w^3 y_{12} y_{34} \sqrt{(\lambda_{12}^2 - y_{12}^2)(\lambda_{34}^2 - y_{34}^2)}, \quad (2.45)$$

$$F = \sin^2(\zeta) w^4 (1 - y_{12}^2)(1 - y_{34}^2). \quad (2.46)$$

Durch Integration über die Phasenraumvariablen x_{12} , x_{34} , y_{12} und y_{34} erhält man den direkten Beitrag zur Winkelverteilung der beiden Elektron-Positron-Paare (unter Vernachlässigung des Formfaktors): Er enthält einen konstanten Term, einen CP -erhaltenden $\cos(2\phi)$ -Term und einen CP -verletzenden $\sin(2\phi)$ -Term:

$$\frac{1}{\Gamma_{\gamma\gamma}} \frac{d\Gamma_1}{d\phi} = \frac{\alpha^2}{12\pi^3} R(1 + \kappa_1 \cos(2\phi) + \kappa_2 \sin(2\phi)) \quad (2.47)$$

mit

$$R = \left(\frac{I_1}{2} + I_4 \right) \cos^2(\zeta) + \left(\frac{I_2}{2} + I_5 + I_6 \right) \sin^2(\zeta), \quad (2.48)$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{2R} (I_2 \sin^2(\zeta) - I_1 \cos^2(\zeta)), \quad (2.49)$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{2R} I_3 \sin(\zeta) \cos(\zeta) \cos(\delta) \quad (2.50)$$

und den numerischen Integralen (berechnet für einen flachen Formfaktor $f = 1$)

$$I_1 = 7.229, \quad I_2 = 7.284, \quad I_3 = 14.509, \quad I_4 = 15.600, \quad I_5 = 16.684, \quad I_6 = 0.056. \quad (2.51)$$

Der Austauschterm $|\mathcal{M}_2|^2$ geht aus $|\mathcal{M}_1|^2$ durch Vertauschung der 4-Impulse $p_2 \leftrightarrow p_4$ hervor: dies entspricht der Variablentransformation

$$(x_{12}, x_{34}, y_{12}, y_{34}, \phi) \rightarrow (x_{14}, x_{23}, y_{14}, y_{23}, \psi),$$

wobei ψ der Winkel zwischen den gemeinsamen Ebenen durch p_1 und p_4 bzw. p_2 und p_3 im Ruhesystem des π^0 -Mesons ist.

Der Interferenzterm lautet

$$2\text{Re}(\mathcal{M}_1^* \mathcal{M}_2) = \frac{8\pi^2 \alpha^2 \tilde{g}^2}{M^2 x_{12} x_{34} x_{14} x_{23}} f(x_{12}, x_{34}) f(x_{14}, x_{23}) \times (A \cos^2(\zeta) + B \sin(2\zeta) + C \sin^2(\zeta)) \quad (2.52)$$

mit

$$A = \lambda^2 \left\{ 2\Xi^2 + 8\eta^4 + \Xi[8\eta^2 - z(y_{12} + y_{34})^2] - w^2(1 + y_{12}y_{34})(2 - y_{12}^2 - y_{34}^2) + 4\eta^2(y_{12} + y_{34})(x_{12}y_{12} + x_{34}y_{34}) \right\}, \quad (2.53)$$

$$B = -2\lambda[\eta^2(x_{12} + x_{34} - x_{14} - x_{23}) + 4(x_{12}x_{34} - x_{14}x_{23})]\Xi \tan(\phi), \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} C = & w^2(3z^2 - 2w^2)y_{12}^2y_{34}^2 - 2w^2(z^2 - w^2)(y_{12}^2 + y_{34}^2) + w^2(z^2 - 2w^2) \\ & - \Xi^3 z - \Xi^2[6\eta^2 z - w^2 - (2z^2 + w^2)y_{12}y_{34}] + w^2 z^2(y_{12}^3 y_{34}^3 - y_{12}y_{34}) \\ & - \Xi[z(z^2 - 2w^2) + z(z^2 + 2w^2)y_{12}^2 y_{34}^2 + 2z^3 y_{12}y_{34} - 2\eta^2(z^2 + w^2)(1 + 3y_{12}y_{34}) + 8\eta^4 z] \\ & - 2\eta^2[3w^2 z y_{12}^2 y_{34}^2 - 2(z^2 - z^3 - w^2)y_{12}y_{34} + 2z(z^2 - 3w^2/2) - 2(z^2 + w^2)] \\ & - 8\eta^4[z(1 - z) - w^2 y_{12}y_{34}], \end{aligned} \quad (2.55)$$

wobei

$$\Xi = w_{12,34} \sqrt{(\lambda_{12}^2 - y_{12}^2)(\lambda_{34}^2 - y_{34}^2)} \cos(\phi).$$

Man beachte, dass bei Berücksichtigung des Austausch- und des Interferenzterms die Integration über die Phasenraumvariablen wie in (2.47) nicht mehr analytisch möglich ist; diese muss statt dessen numerisch oder über Monte-Carlo-Simulationen ausgeführt

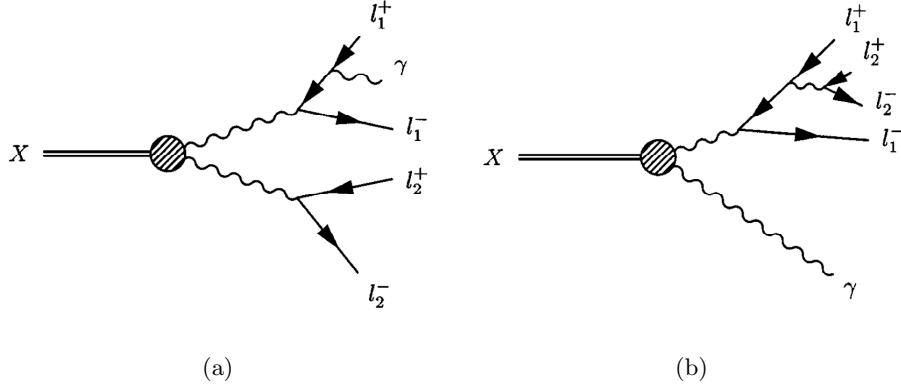


Abbildung 2.4: Zwei der acht möglichen Diagramme für den radiativen doppelten Dalitzzerfall [BHTE03].

werden. Insbesondere hat die vollständige Winkelverteilung nicht mehr die Gestalt von Gleichung (2.47) und ist nicht mehr π -periodisch, d.h.

$$\frac{d\Gamma}{d\phi}(0) \neq \frac{d\Gamma}{d\phi}(\pi)$$

Die totale Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls auf Baumniveau hat die Gestalt

$$\Gamma^{(Baum)} = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_{12} = 2\Gamma + \Gamma_{12}. \quad (2.56)$$

Unter Annahme einer rein pseudoskalaren (CP -erhaltenden) Kopplung mit flachem Formfaktor ($f = 1$) ist

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = \frac{2\alpha^2}{3\pi^2} R = 1.728 \times 10^{-5} \quad (2.57)$$

und

$$\frac{\Gamma_{12}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = -0.036 \times 10^{-5}, \quad (2.58)$$

entsprechend einer totalen Zerfallsbreite von

$$\frac{\Gamma^{(Baum)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = 3.421 \times 10^{-5} \quad \text{Exp.: } (3.18 \pm 0.30) \times 10^{-5} \text{ [Y+06]}. \quad (2.59)$$

2.3.3 Strahlungskorrekturen zur Ordnung α^3

Zur Ordnung α^3 des doppelten Dalitzzerfalls tragen zwei Arten von Prozessen bei: Zum einen *radiative Dalitzzerfälle*, bei denen ein zusätzliches Photon emittiert wird (siehe Abb. 2.4(a) und 2.4(b)), zum anderen Interferenzterme zwischen den Baumdigrammen aus Abb. 2.3(a) und 2.3(b) und 1-Schleifendiagrammen (siehe z.B. Abb. 2.5(a) -

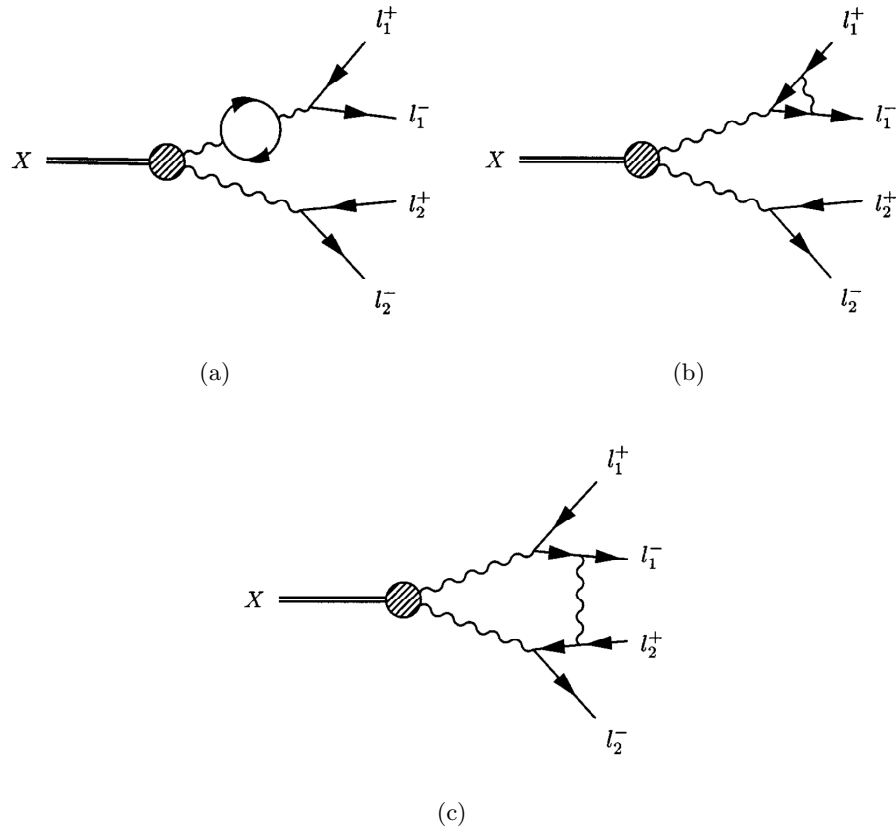


Abbildung 2.5: Feynman-Diagramme für Strahlungskorrekturen des doppelten Dalitzzerfalls: Beispiele für je ein (a) Vakuumpolarisations-, (b) Vertexkorrektur- und (c) 5-Punkt-Diagramm [BHTE03].

2.5(c)). Es existieren insgesamt 8 Diagramme für den radiativen doppelten Dalitzzerfall (Abb. 2.4(a) und 2.4(b) sowie jeweils drei weitere Möglichkeiten für die Kombination von Positronen und Elektronen), je 4 Diagramme für Vakuumpolarisation und Vertexkorrektur und 8 5-Punktdiagramme (Abb. 2.5(a), 2.5(b), 2.5(c) mit Kombinationen), so dass die explizite Berechnung sehr rechenintensiv und numerisch anfällig gegenüber Rundungsfehlern wäre (für die explizite Angabe der Korrekturterme siehe [BHTE03]). Daher wurde für die näherungsweise Simulation der reellen Strahlungskorrekturen das Programm PHOTOS [GW06] verwendet (siehe Kapitel 5.1); virtuelle Korrekturen werden hierdurch jedoch nicht berücksichtigt.

Bei der Berechnung der differentiellen Zerfallsbreite des radiativen doppelten Dalitzzerfalls treten Infrarotdivergenzen auf, die sich gegen Divergenzen der Schleifendiagramme kürzen. Wie in der Quantenfeldtheorie üblich, können sie durch Einführung einer willkürlichen Abschneidewellenzahl umgangen werden: Barker *et al.* berechneten numerisch die Zerfallsbreite $\Gamma_{4e(\gamma)}(x_{4e} > 0.95)$ des doppelten Dalitzzerfalls inklusive weicher

2 Theoretische Beschreibung des doppelten Dalitz-Zerfalls

reeller Photonen mit

$$x_{4e} := \frac{(p_1 + p_2 + p_3 + p_4)^2}{M^2} = 1 - \frac{2E_\gamma^*}{M} > 0.95 \Leftrightarrow E_\gamma^* < 3.374 \text{ MeV} \quad (2.60)$$

(E_γ^* : Photonenenergie im π^0 -Ruhesystem) sowie die Zerfallsbreite $\Gamma_{4e\gamma}(x_{4e} < 0.95)$ für den radiativen doppelten Dalitzzerfall mit harten Photonen ($E_\gamma^* > 3.374 \text{ MeV}$) und die summierte Zerfallsbreite $\Gamma_{4e(\gamma)}$ für radiativen und strahlungsfreien doppelten Dalitzzerfall (siehe Tab. 2.1).

Tabelle 2.1: Theoretische Vorhersagen für die Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls [BHTE03]

Ohne emittierte Photonen:	$\Gamma_{4e}^{(Baum)}/\Gamma_{\gamma\gamma}$	$(3.421 \pm 0.004) \times 10^{-5}$
Harte reelle Photonen:	$\Gamma_{4e\gamma}(x_{4e} < 0.95)/\Gamma_{\gamma\gamma}$	$(2.055 \pm 0.001) \times 10^{-6}$
Weiche Photonen und virtuelle Korrekturen:	$\Gamma_{4e(\gamma)}(x_{4e} > 0.95)/\Gamma_{\gamma\gamma}$	$(3.331 \pm 0.004) \times 10^{-5}$
Summe:	$\Gamma_{4e(\gamma)}/\Gamma_{\gamma\gamma}$	$(3.536 \pm 0.004) \times 10^{-5}$

2.4 Der elektromagnetische Formfaktor des π^0 -Mesons

Der elektromagnetische Formfaktor

$$f(x_1, x_2) := f\left(\frac{k_1^2}{M^2}, \frac{k_2^2}{M^2}\right) \quad \text{mit } k_{1,2} = 4\text{-Impulse der emittierten Photonen}$$

beschreibt die Abweichung der π^0 -Struktur von der eines Punktteilchens [Lan85]. Er unterscheidet sich wesentlich vom elektromagnetischen Formfaktor geladener Hadronen (wie dem des Protons oder des $\pi^\pm$ -Mesons), welcher die elektrostatische Ladungsverteilung im Inneren des Hadrons angibt und der z.B. durch Elektronenstreuung gemessen werden kann: dieser beschreibt die Kopplung zwischen dem Hadron und einem virtuellen Photon, das mit dem zweiten elektromagnetisch wechselwirkenden Teilchen ausgetauscht wird. Für neutrale Hadronen X mit positiver C -Parität (z.B. $X = \pi^0, \eta$, oder K_2) ist eine elektromagnetische Wechselwirkung mit geladenen Teilchen durch Austausch eines virtuellen Photons aus Gründen der C -Erhaltung nicht möglich, da das Photon negative C -Parität hat.³ Hier beschreibt der Formfaktor die Struktur des Übergangsvortex $X\gamma^{(*)}\gamma^{(*)}$, d.h. den Zerfall des Hadrons X in zwei (reelle oder virtuelle) Photonen, oder umgekehrt die Erzeugung von X aus zwei virtuellen Photonen (etwa bei Elektron-Positron-Kollisionen, siehe Abschnitt 3.2).

Eine einfache Möglichkeit zur theoretischen Abschätzung des elektromagnetischen Formfaktors sind sog. *Vektordominanz-Modelle* [Lan85]: hierbei koppeln beide Photonen

³Hierbei bezieht sich „neutral“ nicht nur auf die elektrische Ladung, sondern auf alle additiven Quantenzahlen, z.B. auch auf Strangeness oder Isospin. Das Neutron oder das K^0 -Meson sind nach dieser Definition nicht neutral.

2.4 Der elektromagnetische Formfaktor des π^0 -Mesons

mit der hadronischen Materie vor allem durch Umwandlung in ein virtuelles Vektormeson (also ein Meson, für das ebenso wie für ein Photon $J^{PC} = 1^{--}$ gilt). Im einfachsten Vektordominanzmodell ist der Formfaktor die Summe der Propagatoren der einzelnen Vektormesonen, gewichtet mit geeigneten Kopplungskonstanten:

$$f(x_1, x_2) = \sum_{V=\rho, \omega, \phi, \dots} g_V \left(\frac{m_V^2}{m_V^2 - k_1^2 - i\Gamma_V m_V} + \frac{m_V^2}{m_V^2 - k_2^2 - i\Gamma_V m_V} \right) \quad (2.61)$$

$$\approx \sum_{V=\rho, \omega, \phi, \dots} g_V \left(\frac{1}{1 - x_1 \cdot M^2/m_V^2} + \frac{1}{1 - x_2 \cdot M^2/m_V^2} \right) \quad (2.62)$$

mit der Normierung

$$\sum_{V=\rho, \omega, \phi, \dots} g_V = 1.$$

Da die Masse der virtuellen Photonen durch $k_i^2 \leq M^2$ beschränkt sind, liegen sie weit unterhalb der Massennähe m_V^2 : daher kann man sich auf den Beitrag des ρ -Mesons als des leichtesten Vektormesons (mit $m_\rho = (775.5 \pm 0.4)$ MeV [Y⁺06]) beschränken (d.h. $g_\rho = 1$ und $g_V = 0$ für $V \neq \rho$). Somit erwartet man in diesem Modell näherungsweise

$$f(x_1, x_2) \approx \frac{1}{1 - x_1/\xi} + \frac{1}{1 - x_2/\xi} \simeq 1 + \frac{x_1 + x_2}{\xi} = 1 + 0.032(x_1 + x_2) \quad \text{für } x_i \rightarrow 0 \quad (2.63)$$

mit

$$\xi := \frac{m_\rho^2}{M^2} = 33.010 \pm 0.034.$$

1998 veröffentlichten D'Ambrosio, Isidori und Portolés eine modellunabhängige phänomenologische Beschreibung des elektromagnetischen Formfaktors neutraler Mesonen bei niedrigen Impulsüberträgen am Beispiel des K_L -Mesons (DIP-Modell) [DIP98]:

$$f_{DIP}(x_1, x_2) = 1 - \alpha_{DIP} \left(\frac{x_1}{\xi - x_1} + \frac{x_2}{\xi - x_2} \right) + \beta_{DIP} \frac{x_1 x_2}{(\xi - x_1)(\xi - x_2)} \quad (2.64)$$

Es ist anzumerken, dass Gl. (2.64) nur eine Näherung für den Grenzfall $x_i \rightarrow 0$ ist; daher muss keineswegs eine Bedingung wie $\lim_{x \rightarrow \infty} f_{DIP} = 0$ gelten, durch welche die Parameter α_{DIP} und β_{DIP} voneinander abhängig würden: sie müssen bei Parameteranpassungen unabhängig variiert werden. Für große Impulsüberträge ($k^2 \geq 1 \text{ GeV}^2$) ist zu erwarten, dass α_{DIP} und β_{DIP} nicht mehr konstant sind: $\alpha_{DIP} = \alpha_{DIP}(x)$, $\beta_{DIP} = \beta_{DIP}(x)$.

Da für die virtuellen Photonen aus dem doppelten Dalitzzerfall des π^0 -Mesons $k_i^2 \ll m_\rho^2$ oder $x_i \ll \xi$ gilt, dominiert der Term mit α_{DIP} , und der Formfaktor ist näherungsweise linear:

$$f(x_1, x_2) = 1 - \frac{\alpha_{DIP}}{\xi} (x_1 + x_2) + \mathcal{O}(x^4) := 1 + a(x_1 + x_2) + \mathcal{O}(x^4) \quad (2.65)$$

mit der Steigung

$$a := -\frac{\alpha_{DIP}}{\xi} = -0.032 \alpha_{DIP}.$$

2 Theoretische Beschreibung des doppelten Dalitz-Zerfalls

In dieser Form wird er im Folgenden verwendet werden, so dass nur der Parameter α_{DIP} gemessen werden kann; für den Parameter β_{DIP} ist der Formfaktor im zugänglichen Bereiche der Impulsüberträge nicht sensitiv. Nach dem einfachen Modell (2.63) würde man $\alpha_{DIP} = -1$ erwarten.

3 Bisherige experimentelle Ergebnisse

3.1 Bisherige Untersuchungen des doppelten Dalitzzerfalls des π^0 -Mesons

Der doppelte Dalitzzerfall $\pi^0 \rightarrow e^-e^+e^-e^+$ wurde bislang zweimal experimentell untersucht: 1962 von N.P. Samios *et al.* am Nevis Cyclotron Laboratory der Columbia University (146 analysierte Ereignisse) [SPP⁺62], und 2004 von P.A. Toale am Fermi National Accelerator Laboratory anhand der Daten des KTeV-Experiments (30511 analysierte Ereignisse) [Toa04].

3.1.1 Die Ergebnisse von Samios et al. (1962)

Samios *et al.* [SPP⁺62] verwendeten für ihr Experiment π^0 -Mesonen aus der Reaktion $\pi^-(p,n)\pi^0$: Hierbei wurden negative Pionen im Zyklotron erzeugt und in einer Wasserstoff-Blasenkammer abgebremst; die entstehenden neutralen Pionen hatten einen einheitlichen Impuls von 27.5 MeV, da die Ausgangsprodukte der Reaktion im Laborsystem ruhten. Von den 206 beobachteten doppelten Dalitz-Zerfallsereignissen waren nur 146 für die Analyse brauchbar (bei den übrigen waren nicht alle Spurimpulse der Zerfallsprodukte messbar, oder die Öffnungswinkel waren zu klein). Mit Hilfe einer direkten Messung des Flusses der π^- -Mesonen berechneten sie das Verzweigungsverhältnis des doppelten Dalitzzerfalls zu

$$\frac{\Gamma_{4e}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = (3.18 \pm 0.30) \times 10^{-5} \quad \text{oder} \quad \mathcal{BR}(\pi_{DD}) = (3.14 \pm 0.30) \times 10^{-5} \quad (3.1)$$

(dabei bezeichne $\mathcal{BR}$ stets das Verzweigungsverhältnis eines Zerfallskanals normiert auf die totale Zerfallsbreite).

Zur Messung der π^0 -Parität verwendeten sie eine stark vereinfachte theoretische Analyse, die nur auf dem Diagramm aus Abb. 2.3(a) bzw. der differentiellen Zerfallsbreite $d\Gamma_1/d\phi$ gemäß Gl. (2.40) basierte. Da zu dieser Zeit die π^0 -Parität nur indirekt bekannt war, nutzten sie diese Verteilung unter Annahme von CP - und CPT -Erhaltung am $\pi^0\gamma^*\gamma^*$ -Vertex zur Messung dieser Parität: die theoretischen Berechnungen sind dabei dieselben wie in Kap. 2.3.2, wobei ein pseudoskalaras Pion mit Parität -1 dem Wert $\zeta = 0$ und ein skalares Pion mit Parität +1 dem Wert $\zeta = \pi/2$ entspricht. Die theoretische Zerfallsbreite hat bei dieser vereinfachten Betrachtung die Gestalt

$$\frac{d\Gamma_1}{d\phi} \propto 1 + \kappa_1 \cos(2\phi) \quad (3.2)$$

3 Bisherige experimentelle Ergebnisse

mit $\kappa_1 = -0.188$ für ein pseudoskalaras Pion und $\kappa_1 = +0.179$ für ein skalares Pion. Der experimentelle Messwert betrug

$$\kappa_1 = -0.12 \pm 0.15, \quad (3.3)$$

was um 2 Standardabweichungen von der Hypothese eines skalaren Pions abweicht. Durch einen Likelihood-Verhältnis-Test mit Berücksichtigung aller Phasenraumvariablen, d.h. für die Phasenraumverteilung

$$\frac{d^5\Gamma_1}{d^5\Phi},$$

konnte die Hypothese eines skalaren Pions schließlich mit einem Likelihood-Verhältnis von 1/1535 (entsprechend 3.3 Standardabweichungen) ausgeschlossen werden.

3.1.2 Die Ergebnisse von Toale (2004)

Toale (KTeV-Experiment, [Toa04]) verwendete π^0 -Mesonen aus dem Zerfall $K_L \rightarrow 3\pi^0$ und bestimmte das Verzweungsverhältnis des doppelten Dalitzzerfalls durch Vergleich des Signalkanals $K_L \rightarrow \pi_{DD}^0 \pi_{\gamma\gamma}^0 \pi_{\gamma\gamma}^0$ mit dem Normierungskanal $K_L \rightarrow \pi_{SD}^0 \pi_{SD}^0 \pi_{\gamma\gamma}^0$. Diese Analyse basierte auf 30511 selektierten doppelten Dalitzzerfällen. Mit Einführung einer Abschneideenergie für harte Bremsstrahlungsphotonen

$$x_{4e} > 0.90 \Leftrightarrow E_\gamma^* < 6.7 \text{ MeV} \quad (\gamma\text{-Energie im } \pi^0\text{-Ruhesystem})$$

ergab sich ein Verzweungsverhältnis (normiert auf den $\gamma\gamma$ -Zerfall) von

$$\frac{\Gamma_{DD}(x_{4e} > 0.9)}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = (3.299 \pm 0.021_{st} \pm 0.030_{sy} \pm 0.179_{norm}) \times 10^{-5}, \quad (3.4)$$

bzw. bei Normierung auf die totale Zerfallsbreite von

$$\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0, x_{4e} > 0.9) = \frac{\Gamma_{4e(\gamma)}(x_{4e} > 0.9)}{\Gamma_{tot}} = (3.259 \pm 0.020_{st} \pm 0.030_{sy} \pm 0.174_{norm}). \quad (3.5)$$

Die Unsicherheit wird hauptsächlich von der des Normierungskanals bestimmt, da das Verzweungsverhältnis des einfachen Dalitzzerfalls nur auf etwa 3 % genau bekannt ist und überdies quadratisch in die Berechnung von $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ eingeht. Mit der theoretischen Vorhersage

$$\frac{\Gamma_{4e(\gamma)}(x_{4e} > 0.9)}{\Gamma_{4e(\gamma)}} = 94.202\%$$

folgt für die totale Zerfallsbreite des doppelten Dalitzzerfalls (einschließlich des radiativen doppelten Dalitzzerfalls)

$$\frac{\Gamma_{4e(\gamma)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = (3.502 \pm 0.194) \times 10^{-5} \quad \text{Theorie: } (3.536 \pm 0.004) \times 10^{-5} \text{ [BHTE03]}. \quad (3.6)$$

3.2 Bisherige Messungen des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons

Außerdem wurden 317 radiative doppelte Dalitzzerfälle mit $x_{4e} < 0.9$ (d.h. $E_\gamma^* > 6.7$ MeV) nachgewiesen, entsprechend einem Verzweigungsverhältnis von

$$\mathcal{BR}(\pi_{DD\gamma}^0, x_{4e} < 0.9) = (1.66 \pm 0.09_{st} \pm 0.25_{sy}) \times 10^{-6} \quad (3.7)$$

bzw.

$$\frac{\Gamma(\pi_{DD\gamma}^0, x_{4e} < 0.9)}{\Gamma(\pi_{DD}^0, x_{4e} > 0.9)} = (5.04 \pm 0.28_{st} \pm 0.76_{sy}) \times 10^{-2} \quad \text{Theorie: } 6.17 \times 10^{-2}. \quad (3.8)$$

Mit Hilfe einer Maximum-Likelihood-Anpassung an die experimentelle Phasenraumverteilung $d^5\Gamma/d^5\Phi$ konnte eine Obergrenze für den Parameter ζ auf 90 %-Konfidenzniveau bestimmt werden: Wenn eine mögliche CPT -Verletzung zugelassen wurde (d.h. auch der Parameter δ bei der Anpassung frei variiert wurde), ergab sich eine Obergrenze von $|\zeta| < 0.20$, bei Forderung von CPT -Erhaltung ($\delta = 0$) dagegen von $|\zeta| < 0.03$. Mit der gleichen Methode ließ sich ebenfalls der Parameter α_{DIP} aus Gl. (2.65) bzw. die Steigung a des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons ermitteln (siehe Abschnitt 3.2).

Diese Ergebnisse wurden bisher (April 2007) nur als Dissertation publiziert, so dass der Messwert (3.1) von Samios bislang der einzige von der Particle Data Group akzeptierte Wert für das Verzweigungsverhältnis des doppelten Dalitzzerfalls ist [Y⁺06].

3.2 Bisherige Messungen des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons

Es existieren verschiedene Messungen des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons (siehe Tab. 3.1), der dabei immer linear parametrisiert wurde:

$$f(x_1, x_2) = 1 + a(x_1 + x_2) + \mathcal{O}(x^2). \quad (3.9)$$

Im DIP-Modell (Gl. 2.64) ist

$$a = -\frac{\alpha_{DIP}}{\xi} = -0.032 \alpha_{DIP}, \quad (3.10)$$

der Parameter β_{DIP} konnte hingegen im experimentell zugänglichen Bereich für x bisher nicht bestimmt werden.

Für die Messung der Steigung a gibt es zwei Möglichkeiten: Messung der differentiellen Zerfallsbreite des einfachen (oder doppelten) Dalitzzerfalls (z.B. [FBB⁺89], [FGS⁺92], [DWB⁺92]) oder Messung des Wirkungsquerschnitts bei der Erzeugung $\gamma^*\gamma^* \rightarrow \pi^0$, wobei die virtuellen Photonen bei e^+e^- -Kollisionen emittiert werden (bisher nur von der CELLO-Kollaboration am DESY untersucht [BCF⁺91]). In Tabelle 3.1 sind die neueren Messwerte (ab 1989) zusammengestellt; wie man sieht, liefert die zweite Methode die derzeit genauesten Ergebnisse und bestimmt auch den gegenwärtigen Weltmittelwert von [Y⁺06]

$$a = 0.032 \pm 0.004 \Leftrightarrow \alpha_{DIP} = -1.0 \pm 0.13, \quad (3.11)$$

3 Bisherige experimentelle Ergebnisse

in guter Übereinstimmung mit (2.63).

Ein Vergleich beider Messverfahren erlaubt es, die in Gl. 3.9 postulierte Linearität über einen größeren Bereich der 4-Impulsübertragsquadrate x zu überprüfen, da beim Pionenzerfall $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ der zeitartige Bereich der 4-Impulsüberträge (d.i. $x > 0$), bei der resonanten Pionenbildung $e^+e^- \rightarrow \pi^0 e^+e^-$ hingegen der raumartige Bereich ($x < 0$) vermessen wird. Aufgrund der hohen Ungenauigkeiten der ersten Methode lässt sich zur Zeit keine klare Aussage über die Konsistenz zwischen beiden Verfahren treffen.

Tabelle 3.1: Bisherige Messwerte für die Steigung a des elektromagnetischen Formfaktors des π^0 -Mesons.

Physikalischer Prozess	a	Referenz
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	-0.11 ± 0.09	[FBB ⁺ 89]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$	0.0326 ± 0.0037	[BCF ⁺ 91]
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	0.026 ± 0.054	[FGS ⁺ 92]
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$	0.025 ± 0.030	[DWB ⁺ 92]
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-e^+e^-(\gamma)$	-0.040 ± 0.040	[Toa04]

3.3 Doppelte Dalitzzerfälle des K_L -Mesons

Doppelte Dalitzzerfälle konnten neben dem π^0 -Meson bislang nur für das langlebige neutrale Kaon

$$K_L = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(K_2 + \epsilon K_1)$$

nachgewiesen werden: speziell erlaubte die Analyse der Winkelkorrelationen zwischen den Elektron-Positron-Paaren beim Zerfall $K_L \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ die direkte Messung der CP -Parität der dominanten Komponente K_2 zu $CP = -1$ (NA31-Experiment, [BBC⁺95]). Neuere Messungen dieses Zerfalls mit verbesserter Statistik (NA48 mit 200 Ereignissen [LMB⁺05] bzw. KTeV mit 441 Ereignissen [AHAA⁺01]) erlaubten die Bestimmung des Verzweungsverhältnisses zu

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow e^+e^-e^+e^-)}{\Gamma(K_L \rightarrow \gamma\gamma)} = (6.50 \pm 0.39) \times 10^{-5} \quad \text{Theorie: } 6.22 \times 10^{-5} \quad [\text{BHTE03}]. \quad (3.12)$$

Innerhalb der Messgenauigkeit ergab sich kein Hinweis auf direkte CP -Verletzung.

Der gemischte doppelte Dalitzzerfall $K_L \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-$ ist theoretisch besonders interessant, da der Austauschgraph aus Abb. 2.3(b) nicht auftritt und somit die differenzielle Zerfallsbreite die einfache Form (2.47) annimmt, was die Anpassung von Parametern wesentlich erleichtert. Es wurden von der KTeV-Kollaboration 132 Ereignisse (mit einer radiativen Abschneideenergie äquivalent zu $x_{ee\mu\mu} > 0.95$) beobachtet [AHAA⁺03], entsprechend einem Verzweungsverhältnis von

$$\frac{\Gamma(K_L \rightarrow e^+e^-\mu^+\mu^-)}{\Gamma(K_L \rightarrow \gamma\gamma)} = (4.91 \pm 0.49) \times 10^{-6} \quad \text{Theorie: } 2.77 \times 10^{-6} \quad [\text{BHTE03}], \quad (3.13)$$

3.3 Doppelte Dalitzzerfälle des K_L -Mesons

und die Steigung des elektromagnetischen Formfaktors des K_L -Mesons konnte gemessen werden:

$$\alpha_{DIP} = -1.59 \pm 0.37. \quad (3.14)$$

Auch bei diesem Zerfallsmodus wurde keine direkte CP -Verletzung nachgewiesen. Der dritte mögliche doppelte Dalitzzerfall des K_L -Mesons, $K_L \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$, wurde noch nicht beobachtet.

3 Bisherige experimentelle Ergebnisse

4 Aufbau des NA48/2-Experiments

Die für diese Analyse verwendeten Daten stammen aus dem NA48/2-Experiment, das 2003 und 2004 am CERN durchgeführt wurde. NA48/2 ist das bisher dritte einer Serie von Experimenten im nördlichen Areal des CERN (der 48. Experimentserie in diesem Areal), bei denen jeweils bestimmte Zerfälle von K -Mesonen untersucht wurden:

- Das Ziel des ursprünglichen NA48-Experimentes (1997-2001) war die Messung der direkten CP -Verletzung im Zerfall $K_L \rightarrow 2\pi$ und die Bestimmung des Parameters $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$.
- Bei der ersten Erweiterung NA48/1 (2002) wurden seltene K_S -Zerfälle sowie Zerfälle von Hyperonen untersucht, insbesondere wurden zum ersten Mal die Zerfälle $K_S \rightarrow \pi^0 e^- e^+$ und $K_S \rightarrow \pi^0 \mu^- \mu^+$ beobachtet.
- Bei dem NA48/2-Experiment (2003-2004) wurden im Gegensatz zu den ersten beiden Experimenten die Zerfälle geladener K -Mesonen betrachtet: wichtige Ergebnisse waren hierbei u.a. die Messung der direkten CP -Verletzung in den Zerfällen $K^\pm \rightarrow 3\pi$ oder mehrere Tests der chiralen Störungstheorie.
- Für etwa 2010 ist eine dritte Erweiterung NA48/3 geplant, bei der vor allem der seltene Zerfall $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ untersucht werden soll. Hierdurch erwartet man das CKM-Matrixelement V_{td} mit 10 % Genauigkeit messen zu können, was einen sensitiven Test des Standardmodells der Teilchenphysik ermöglicht.

Nach einer knappen Übersicht über den experimentellen Aufbau von NA48/2 (Unterkapitel 4.1) werden die für diese Analyse wichtigen Bestandteile ausführlicher dargestellt (Unterkapitel 4.2-4.7).

4.1 Übersicht

NA48/2 war ein Festtarget-Experiment, bei dem geladene Kaonen durch Einfall eines hochenergetischen Protonenstrahls auf ein Berylliumtarget erzeugt wurden. Ein Achromatensystem trennte die geladenen K -Mesonen von ungeladenen Kaonen und anderen am Target produzierten Teilchen, ein zweites Achromatensystem (das Kaonenstrahl-Spektrometer KABES) ermöglichte eine präzise Messung des Kaonenimpulses. Daran schlossen sich die Zerfallsregion und der Detektor an.

Der NA48/2-Detektor bestand aus (siehe Abb. 4.1):

- einem Magnetspektrometer zur Messung der Impulse geladener Teilchen,

4 Aufbau des NA48/2-Experiments

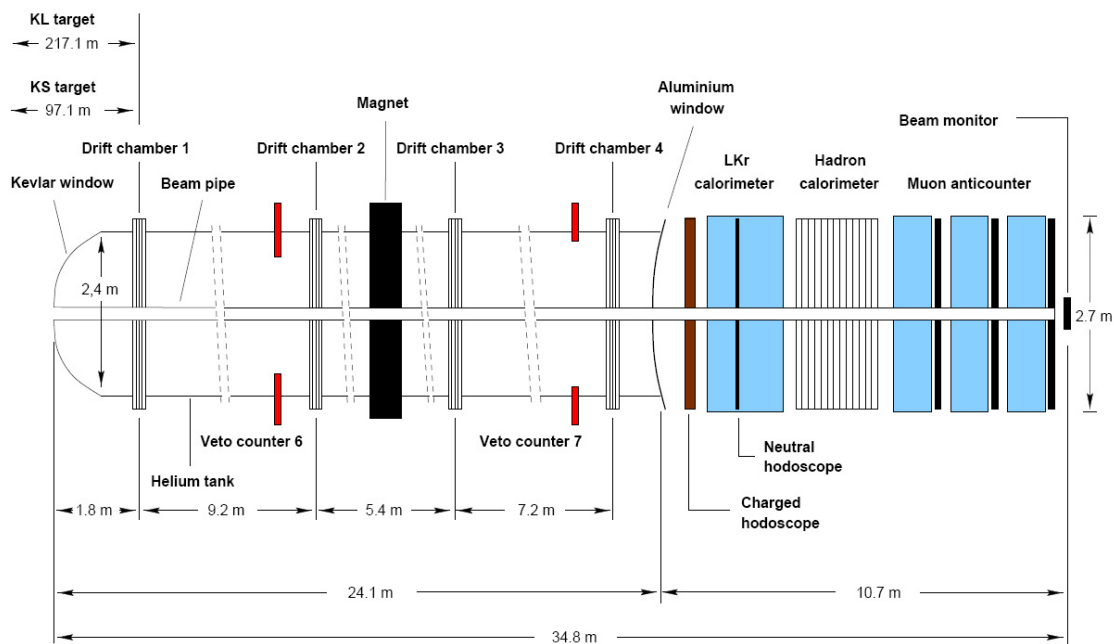


Abbildung 4.1: Übersicht über den NA48/2-Detektor [LMB⁺01].

- einem elektromagnetischen Kalorimeter zur Messung der Energie leichter elektromagnetisch wechselwirkender Teilchen (Elektronen und Photonen),
- einem hadronischen Kalorimeter zur Messung der Energie geladener Hadronen,
- zwei Hodoskopen zur präzisen Zeitmessung,
- zwei Vetosystemen zum Nachweis von Myonen und transversal emittierten Photonen und
- einem Strahlmonitor zur Kontrolle der Strahlposition.

Da die Zahl der registrierten Ereignisse viel zu umfangreich für die Analyse war, selektierte ein zweistufiges Hardware-Triggersystem anhand grober Kriterien die interessanten Ereignisse heraus (siehe Abschnitt 4.6). Als dritte Stufe stand außerdem ein Software-Trigger zur Verfügung, der aber während des NA48/2-Experiments nicht zur Datenreduktion verwendet wurde. Eine PC-Farm besorgte die Ereignisrekonstruktion aus den Rohdaten und die Speicherung in einem kompakten Datenformat.

4.2 Beschleuniger, Strahlführung und Zerfallsregion

Zur Erzeugung der geladenen Kaonen wurden Protonen im Super-Protonen-Synchrotron (SPS) des CERN auf einen Impuls von 400 GeV beschleunigt und auf ein 40 cm langes

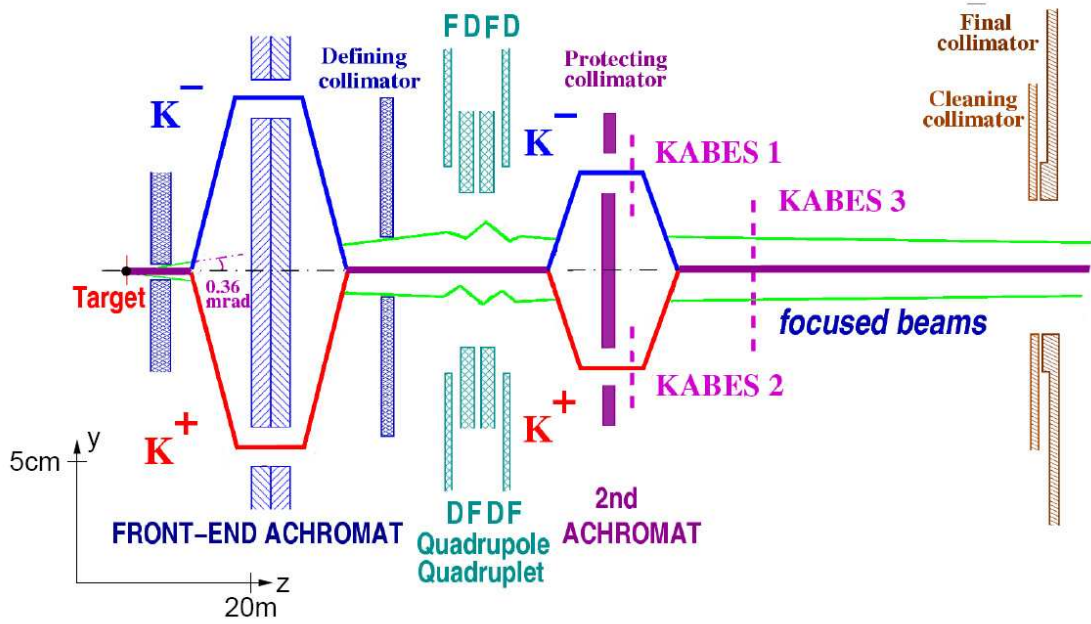


Abbildung 4.2: Strahlführung des NA48/2-Experiments [Ger06].

Berylliumtarget (siehe Abb. 4.2) geleitet; dies fand in Pulsen mit einer mittleren Dauer von 4.8 s und einer Periode von 16.8 s statt. Je Puls wurden 2.2×10^6 K^+ -Mesonen und 1.3×10^6 K^- -Mesonen sowie weitere geladene und neutrale Teilchen (u.a. Pionen, Myonen, neutrale Kaonen) erzeugt.

Ein Achromatensystem aus zwei gegenläufig gepolten Dipolmagneten und einem Kollimator trennte positive und negative Kaonen von neutralen und anderen geladenen Teilchen und erlaubte die Selektion eines Impulsintervalls von $(60 \pm 2.3)\text{GeV}$. Durch einen wassergekühlten Kupferkollimator und ein Quadrupolmagnetensystem wurde der Strahl auf einen Öffnungswinkel von 0.36 mrad begrenzt und fokussiert, so dass die Spuren der positiven und negativen Kaonen innerhalb des Zerfallsvolumens überlappen. Ein zweites Achromatensystem ermöglichte die Messung von Ladung und Impuls der Kaonen im Kaonenstrahl-Spektrometer KABES, das sechs Zeitprojektionskammern zum Nachweis geladener Spuren enthielt. Beide Achromatenmagnete wurden wöchentlich umgepol, damit keine systematischen Effekte aufgrund der unterschiedlichen Flugbahn von K^+ - und K^- -Mesonen auftraten; dies war wichtig für die Suche nach CP -verletzenden Asymmetrien in den Zerfällen $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ und $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$.

Zwei abschließende Kollimatoren bildeten die vordere Begrenzung der Zerfallsregion: diese war 114 Meter lang und befand sich in einem evakuierten Stahltank mit einem Innendruck von unter 10^{-4} mbar, so dass dort keine nennenswerten Wechselwirkungen von Kaonen mit Materie auftraten (siehe Abb. 4.3). Dieser Vakuumtank setzte sich in eine ebenfalls evakuierte Aluminiumröhre von 152 mm Durchmesser fort, die den Detektor mittig durchzog und diejenigen Kaonen aufnahm, die nicht in der Zerfallsregion

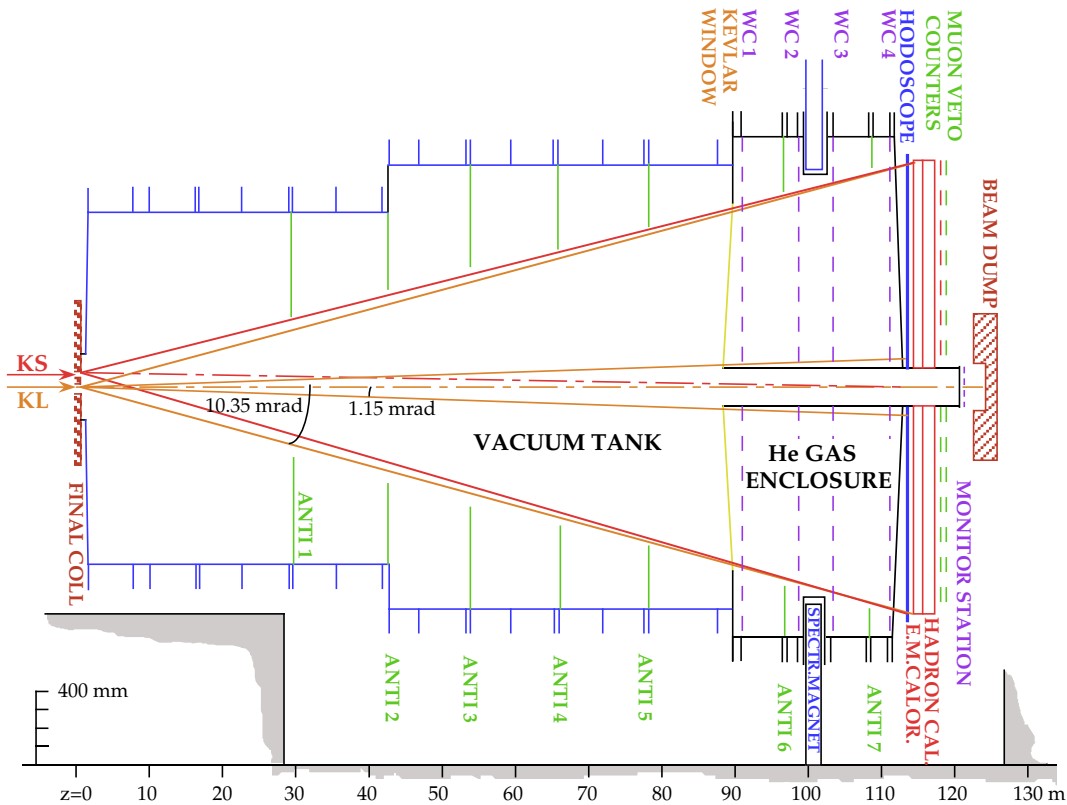


Abbildung 4.3: Zerfallsregion innerhalb des Vakuumtanks [DGGöJ]. Die durchgehenden Linien bezeichnen die Ausdehnung während der Experimente NA48 und NA48/1, für das NA48/2-Experiment wurde er um 24 m nach vorne erweitert (gestrichelte Linien).

zerfallen waren. Ein Kevlarfenster trennte den Vakuumtank vom Detektor.

4.3 Das Magnetspektrometer

Zur Messung der Impulse geladener Teilchen wurde ein Magnetspektrometer verwendet: es bestand aus einem Dipolmagneten (0.37 T Vertikalfeld) und jeweils zwei Driftkammern vor und hinter dem Magneten in einem 24 Meter langen Tank, der mit Helium unter Atmosphärendruck gefüllt war (siehe Abb. 4.4). Geladene Teilchen erhielten beim Durchlaufen des Magnetfelds einen Transversalimpulsübertrag von ± 121 MeV (je nach Vorzeichen der Ladung) in x -Richtung. Ebenso wie die Achromatenmagnete wurde auch der Dipolmagnet des Spektrometers regelmäßig (in diesem Falle täglich) umgepolt, um im zeitlichen Mittel gleiche Bedingungen für positiv und negativ geladene Teilchen zu

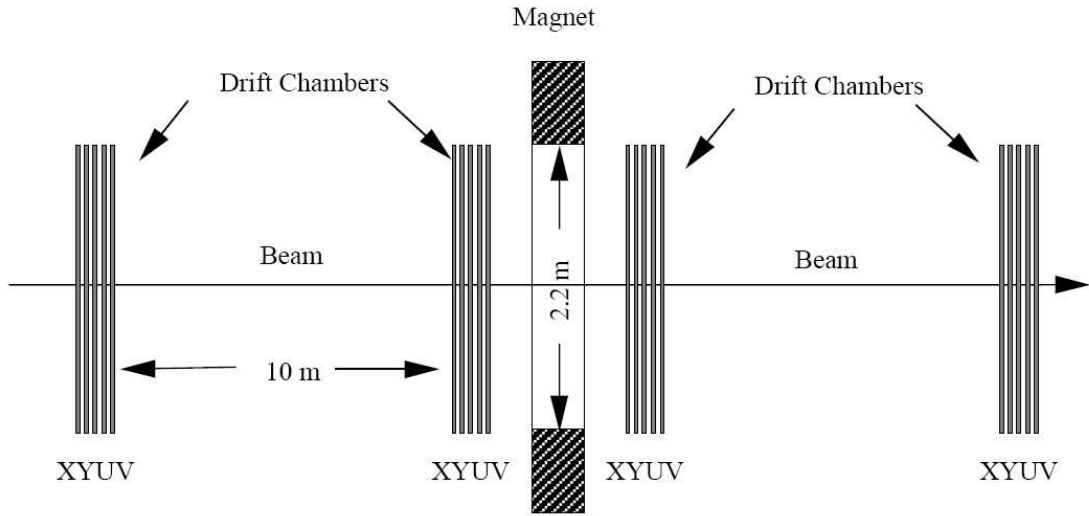


Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau des Magnetspektrometers (in der Mitte Dipolmagnet) [Pic03].

schaffen. Aus den Durchstoßpunkten der Teilchentrajektorie in den ersten beiden Driftkammern sowie der vierten Driftkammer wurde der Ablenkungswinkel im Magnetfeld berechnet; dieser ist umgekehrt proportional zum Teilchenimpuls. Aus den Durchstoßpunkten in den ersten beiden Driftkammern ergab sich ferner die Flugrichtung des Teilchens vor der Ablenkung im Magnetfeld und somit die z -Position seines Erzeugungsvertex (unter der Annahme, dass das Teilchen auf der z -Achse erzeugt wurde).

Jede Driftkammer umfasste acht Drahtebenen aus je 32 parallelen geerdeten Wolfram-Signaldrähten; jede dieser Ebenen war beidseitig von ebenfalls parallel gespannten Titan-Kupfer-Potenzialdrähten umgeben, die gegenüber den Signaldrähten ein negatives Potenzial von -2250 V aufwiesen. Je zwei dieser Ebenen bildeten eine *Ansicht* mit gleicher Richtung der Drähte: in der X -, Y -, U - und V -Ansicht verlaufen die Drähte unter einem Winkel von respektive 0° , 90° , 45° und 135° zur x -Achse. Jede Ansicht umfasste zwei gestaffelte Drahtebenen (zur Vermeidung von Links-Rechts-Mehrdeutigkeiten), die durch eine Mylarfolie von den übrigen Ansichten getrennt waren; die Mylarfolien lagen auf einem Potenzial von -1450 V.

Die Driftkammern waren mit einem Argon-Ethan-Gasgemisch gefüllt: durchlaufende geladene Teilchen ionisierten die Gasatome und erzeugten freie Elektronen, die sich im elektrischen Feld mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit auf die Signaldrähte bewegten; durch Messung der Driftzeiten in den beiden Ebenen war eine Ortsauflösung von $150 \mu\text{m}$ deutlich unterhalb des Drahtabstands möglich. So wurde eine Impulsauflösung von

$$\frac{\sigma_p}{p} = 1.02\% \oplus 0.044\% \cdot p[\text{GeV}] \quad (4.1)$$

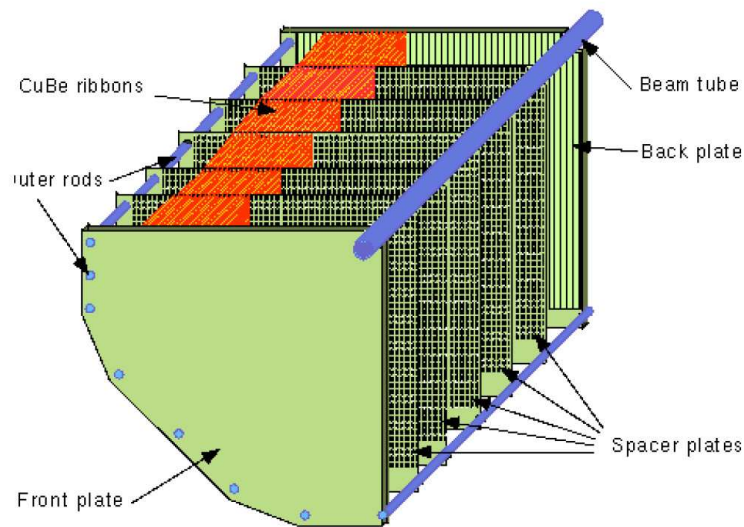


Abbildung 4.5: Ein Quadrant des elektromagnetischen Kalorimeters [NK98].

erreicht; der erste Term ist durch Coulombstreuung, der zweite durch die nichtverschwindende Ortsauflösung bedingt. In dieser Analyse wurde das Magnetspektrometer zur Bestimmung der Viererimpulse aller geladener Teilchen benutzt.

4.4 Das elektromagnetische Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter [B⁺96] bestand aus einem Turm mit oktagonalem Querschnitt (siehe Abb. 4.5), der mit flüssigem Krypton gefüllt war und durch longitudinal verlaufende bandförmige Kupfer-Beryllium-Elektroden in 13248 Zellen von $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ unterteilt wurde (siehe Abb. 4.6 für ein Detail). Jede Zelle umfasste eine zentrale Anode und zwei Kathoden als seitliche Begrenzung, wobei die Anode gegenüber den Kathoden auf einem Potenzial von 3 kV lag. Die Gesamttiefe betrug 120 cm (entsprechend 27 Strahlungslängen); das aktive Volumen ca. 7 m^3 . Die Elektroden wurden durch fünf Abstandshalterplatten zickzackförmig verspannt: dies erhöhte die mechanische Stabilität und verringerte die Abhängigkeit des Anodensignals von der Schauerverposition. Das Kalorimeter befand sich in einem Kryostaten bei einer Temperatur von 117 K; wegen der starken Temperaturabhängigkeit der Elektronen-Driftgeschwindigkeit wurden die Temperaturschwankungen auf $\pm 0.3\text{ K}$ beschränkt.

Geladene Teilchen oberhalb einer *kritischen Energie* von 21.5 MeV geben ihre Energie zunächst durch kaskadenartige Paarbildung und Bremsstrahlung an elektromagnetische Schauer ab; unterhalb der kritischen Energie wechselwirken die Schauerteilchen vor allem durch Stöße mit den Kryptonatomen und ionisieren diese: die Anzahl der so gebildeten Elektron-Ion-Paare ist proportional zur Energie des ursprünglichen geladenen Teilchens. Die Elektrodenspannungen werden so gewählt, dass das Kalorimeter als Ionisations-

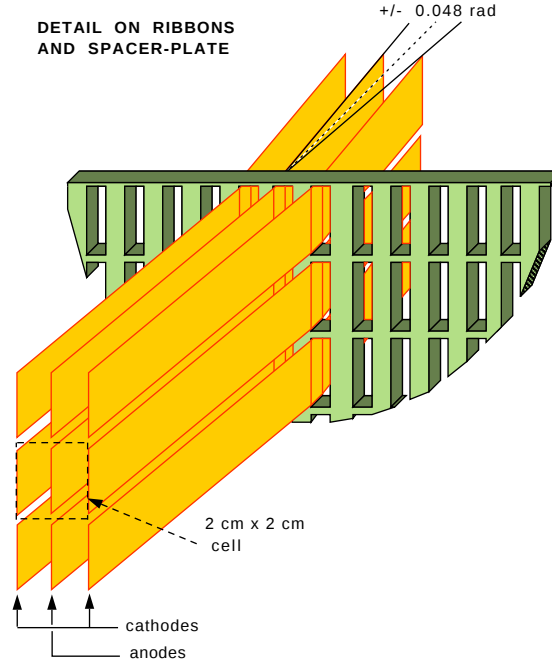


Abbildung 4.6: Eine Zelle des elektromagnetischen Kalorimeters [NK98].

kammer arbeitet: d.h. alle Elektronen werden vor der Rekombination auf den Anoden gesammelt, die Beschleunigungsspannungen reichen aber nicht zur Erzeugung von Sekundärionisation aus. Daher ist das Anodensignal ebenfalls proportional zur Energie des einfallenden Teilchens.

Die Energieauflösung betrug

$$\frac{\sigma_E}{E} = \left(\frac{3.2}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus \frac{9}{E[\text{GeV}]} \oplus 0.42 \right) \%, \quad (4.2)$$

mit einem statistischen Term, einem Term für das Rauschen der Elektronik und einem konstanten Term für Nichtlinearität und Kalibrationsunsicherheit. Für $E = 20 \text{ GeV}$ ergibt sich eine Auflösung von 1 %. Die Ortsauflösung in den beiden Transversalrichtungen war

$$\sigma_x = \left(\frac{4.2}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus 0.6 \right) \text{ mm}, \quad \sigma_y = \left(\frac{4.2}{\sqrt{E[\text{GeV}]}} \oplus 0.6 \right) \text{ mm} \quad (4.3)$$

hierbei entspricht der erste Term dem statistischen Fehler und der zweite Term dem Effekt der nichtverschwindenden Zellgröße. In dieser Analyse wurde das elektromagnetische Kalorimeter zur Detektion von Photonen verwendet.

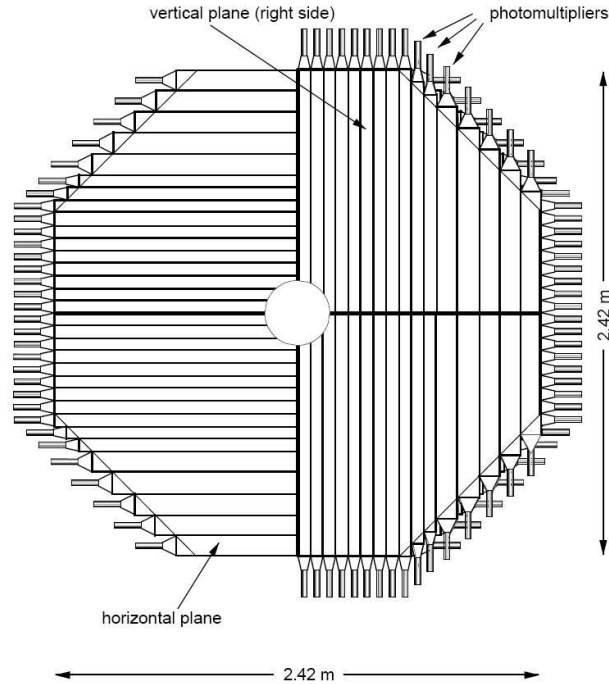


Abbildung 4.7: Geladenes Hodoskop (linke Seite horizontale Ebene der Photomultiplier, rechte Seite vertikale Ebene) [NKoJ].

4.5 Weitere Detektor-Elemente

Die folgenden Detektorelemente wurden für diese Analyse nicht oder nur zur Triggerung verwendet:

Das geladene Hodoskop (siehe Abb. 4.7) war aufgrund seiner hohen Effizienz und seines schnellen Antwortverhaltens wesentlich an der Stufe 1-Triggerung beteiligt (siehe Kap. 4.6). Es bestand aus jeweils 64 horizontalen und vertikalen Plastiksintillatorstäben in zwei Ebenen, die durch Fotovervielfacher ausgelesen wurden.

Ebenfalls zur Stufe 1-Triggerung sowie zur präzisen Zeitmessung der Kalorimetersignale diente das neutrale Hodoskop, ein System aus 256 Bündeln von Szintillatorfasern (jeweils innerhalb einer Faser-Röhre) senkrecht zur Strahlachse, die von 32 Fotovervielfachern ausgelesen wurden. Die Röhren befanden sich im Inneren des elektromagnetischen Kalorimeters in einer Tiefe von 9,5 Strahlungslängen, wo der Schauer eines hochenergetischen Photons (25 GeV) sein Maximum erreichte. Die Existenz zweier unabhängiger Hodoskope für die Triggerung ermöglicht eine einfache Bestimmung der Stufe 1-Triggerereffizienz (siehe Abschnitt 7.1). Die Zeitauflösung beider Hodoskope betrug je etwa 300 ps.

Ein hadronisches Kalorimeter an der Rückseite des elektromagnetischen Kalorimeters ermöglichte die Energiemessung geladener und neutraler Hadronen. Es umfasste zwei Module aus abwechselnd jeweils 24 dünnen Eisenplatten und 24 Szintillatorplatten zum Nachweis der Schauer, die von durchgehenden Hadronen in den Eisenplatten erzeugt

wurden. Die Energieauflösung betrug 14 % für ein Hadron von 25 GeV.

Ein Myon-Vetosystem diente zur Unterscheidung zwischen Myonen und geladenen Pionen: beide Teilchenarten erzeugen eine geladene Spur im Spektrometer und geben meist nur einen geringen Teil ihrer Energie im elektromagnetischen Kalorimeter ab. Es bestand aus abwechselnd drei sehr dicken Eisenplatten (von 80 cm Dicke) und drei Szintillationsdetektoren; nur Myonen können die Eisenplatten durchdringen und ein Signal in den Szintillatoren hervorrufen, da sie nicht der starken Wechselwirkung unterliegen.

Zum Nachweis transversal emittierter Photonen außerhalb des Akzeptanzbereiches des elektromagnetischen Kalorimeters war der Detektor von einem Photon-Vetosystem aus sieben ringförmigen Photonen-Antizählern umgeben. Dieser Nachweis war insbesondere bei dem ursprünglichen NA48-Experiment wichtig für die Unterscheidung der Zerfälle $K_L \rightarrow 3\pi^0$ und $K_L \rightarrow 2\pi^0$, weswegen das System auch als AKL (Anti- K_L) bezeichnet wird. Jeder Ring enthielt zwei Taschen aus jeweils einer 35 mm dicken Eisenschicht, in der die eintreffenden Photonen in Elektron-Positron-Paare konvertierten, sowie Szintillationsdetektoren zum Nachweis der erzeugten geladenen Teilchen.

Der Detektor wurde von einem Strahlmonitor aus 2×64 Szintillatoren abgeschlossen: dieser erlaubte sowohl die Bestimmung der Strahlintensität als auch die Messung der Strahlposition mit einer Genauigkeit von 0.1 mm.

4.6 Das Triggersystem

Das Triggersystem umfasste drei Stufen (siehe Abb. 4.8): Die erste Stufe war ein reiner Hardware-Trigger, die zweite bestand sowohl aus Hardware als auch aus Software, die dritte war ein reiner Software-Trigger. Beim NA48/2-Experiment dienten die ersten beiden Triggerstufen zur Reduktion der Datenrate um jeweils einen Faktor 10 (von 1 MHz über 100 kHz auf 10 kHz), während der Stufe 3-Trigger nicht zur Datenreduktion, sondern zur Konversion der Rohdaten ins COMPACT-Format (s.u.) verwendet wurde.

Die erste Triggerstufe wurde von einem *geladenen Stufe 1-Trigger* (L1C), einem *neutralen Stufe 2-Trigger* (L2N) sowie einem *Stufe 1-Trigger-Supervisor* (L1TS) gebildet. Der geladene Stufe 1-Trigger las das magnetische Spektrometer, die beiden Vetosysteme und das geladene Hodoskop aus, synchronisierte und kombinierte die Signale und leitete sie an den Stufe 1-Trigger-Supervisor weiter. Einige der Eingangssignale sind für die weitere Analyse besonders relevant:

- **Q₁**: mindestens eine Koinzidenz zwischen einem horizontalen und einem vertikalen Fotovervielfacher in einem Quadranten des geladenen Hodoskops
- **Q₂**: mindestens zwei Koinzidenzen dieser Art
- **AKL**: mindestens ein Signal in den Taschen 2-7 des AKL
- **T_N⁰**: mindestens eine Koinzidenz zwischen zwei Quadranten des neutralen Hodoskops

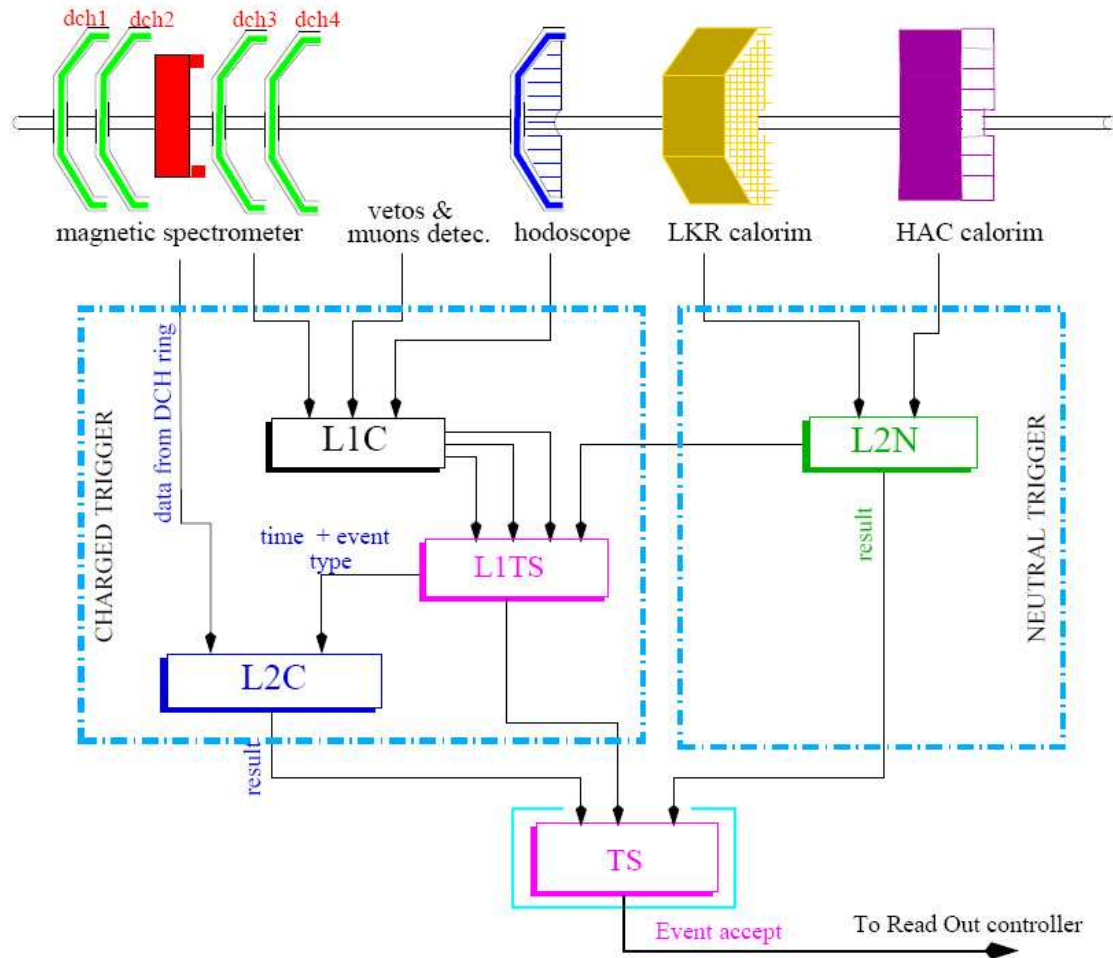


Abbildung 4.8: Vereinfachtes Schema des Triggersystems [Cle04].

Die kombinierten Signale $Q_2 \cdot \overline{AKL}$ („+“ für „und“, „ $\overline{}$ “ für „nicht“) und $Q_1/100$ („/“ für Herunterskalierung, hier um den Faktor 100) dienen als Eingangssignale für den geladenen Stufe 2-Trigger und als Kontrolltrigger zur Messung der Stufe 2-Triggereffizienz; T_N^0 als Kontrolltrigger zur Messung der Stufe 1-Triggereffizienz.

Der Stufe 1-Trigger-Supervisor kombinierte und synchronisierte die Signale aus geladenem Stufe 1- und neutralem Stufe 2-Trigger und sandte ein getaktetes 3 Bit-Ausgangssignal an die Massbox (einen Teil des geladenen Stufe 2-Triggers), dabei ist im Folgenden vor allem Bit 2 für die Triggerung von Ereignissen mit mindestens 3 Spuren von Belang:

$$\text{Bit 2} = (Q_2 \cdot \overline{AKL} + Q_1/100 + \text{random}) \cdot (Q_1 + Q_2) \quad (4.4)$$

(„+“ für „oder“, „random“ zufälliger Kontrolltrigger). Abgesehen von einigen herunterskalierten Kontrollbedingungen akzeptierte der Stufe 1-Trigger ein Ereignis also im Wesentlichen dann, wenn es zwei Koinzidenzen zwischen den beiden Ebenen des geladenen Hodoskops gab (Q_2) und keine Photonen außerhalb des Akzeptanzbereichs des Detektors im Photonen-Antizähler gefunden wurden ($\overline{AKL}$). In die beiden anderen Ausgangsbits flossen auch Informationen aus den Kalorimetern ein, wie z.B. die Anzahl lokaler Schau-ermaxima im elektromagnetischen Kalorimeter.

Die zweite Triggerstufe bestand aus einem *geladenen Stufe 2-Trigger* (L2C), dem *neutralen Stufe 2-Trigger* sowie einem *Stufe 2-Trigger-Supervisor* (TS): der geladene Trigger erhielt seinen Eingang aus dem Magnetspektrometer und dem Stufe 1-Trigger-Supervisor, der neutrale aus den beiden Hodoskopen. Der Supervisor kombinierte die Informationen aus diesen beiden Triggern und traf die Entscheidung über die Speicherung des Ereignisses.

Das Ereignis von der Massbox wurde akzeptiert, wenn eine der drei folgenden Bedingungen erfüllt war:

- **2VTX**: mindestens 2 kompatible Vertizes aus Spuren, die aus den Driftkammern 1 und 2 rekonstruiert wurden, sowie mindestens ein Durchstoßpunkt in Driftkammer 4,
- **1VTX**: $m_{\pi\pi} < 390$ MeV (invariante Masse von zwei Spuren eines realen Vertex, unter der Annahme, dass beide Spuren von einem π^0 -Meson hervorgerufen wurden) und nicht 2VTX,
- **1TRK-P**: Bit 0 oder 2 des Stufe 1-Triggers, $m_{fake} < 475$ MeV (Trigger zur Unterdrückung von $K \rightarrow 2\pi$ -Zerfällen gegenüber $K \rightarrow 3\pi$ -Zerfällen)

Um die Triggereffizienz bestimmen zu können, wurde außerdem ein herunterskalierter Anteil aller schon auf Stufe 1 getriggerten Ereignisse gespeichert (für die also schwächere Bedingungen galten als für die auch auf Stufe 2 getriggerten Ereignisse).

In Tab. 4.1 sind die für diese Analyse wichtigen Triggerbits zusammengefasst. Die Bits MB-2VTX, MB-1VTX und MB-1TRK-P stammten aus dem Stufe 2-Trigger, während die Bits C-PRE und N-MBIAS aus dem Stufe 1-Trigger stammten und im Stufe 2-Trigger nur herunterskaliert wurden.

Tabelle 4.1: Wichtige Triggerbits mit den jeweils verwendeten Detektorelementen und dem Skalierungsfaktor D (DCH Driftkammern, CHOD/NHOD geladenes/neutrales Hodoskop, AKL/MUV Photonen-/Myonenveto-zähler).

Name	Bitwertigkeit	Beschreibung	D	Detektorelemente
MB-2VTX	1_{hex}	2VTX-Bit des L2C	1	DCH, CHOD, AKL, MUV
MB-1VTX	2_{hex}	1VTX-Bit des L2C	1	DCH, CHOD, AKL, MUV
C-PRE	8_{hex}	$Q_2 \cdot \overline{AKL} + Q_1/100$	100	CHOD, AKL, MUV
MB-1TRK-P	10_{hex}	1TRK-P-Bit des L2C	1	DCH, CHOD, AKL, MUV
N-MBIAS	200_{hex}	T_N^0	200	NHOD

4.7 Ereignisrekonstruktion und Datenformat

Eine *Online-PC-Farm* aus 24 PCs erledigte die Datenaufzeichnung. Hiervon waren 14 Rechner als *Subdetektor-PCs* mit der Auslese der einzelnen Detektorelemente beschäftigt: acht für das elektromagnetische Kalorimeter wegen dessen hoher Datenrate sowie jeweils einer für die übrigen Subdetektoren. Neun *Eventbuilding-PCs* bildeten den Stufe 3-Trigger: sie dekodierten die Datenströme der Subdetektoren, rekonstruierten die physikalisch relevanten Größen der Ereignisse (z.B. geladene Spuren oder Vertizes) und speicherten sie im COMPACT-Datenformat (Näheres s.u.). Zu jedem Zeitpunkt waren dabei acht der Eventbuilding-PCs in Betrieb, während der neunte als Reserve bereitgehalten wurde und pausierte. Ein Kontroll-PC überwachte den ordnungsgemäßen Betrieb der Rechner und wählte zyklisch den pausierenden Eventbuilding-PC aus. Über eine schnelle Ethernet-Verbindung wurden die derart vorbearbeiteten Daten zur zentralen Datennahmeeinheit gesendet und auf Bandlaufwerken gespeichert.

Die Datennahme erstreckte sich über ca. 50 Tage im Jahr 2003 und 60 Tage im Jahr 2004, an denen insgesamt 7×10^{10} $K^\pm$ -Zerfälle aufgezeichnet wurden. Folgende Gliederungseinheiten der Daten sind im Folgenden relevant: Alle Ereignisse, die zu einem Puls des Protonenstrahls gehören, bilden einen *Burst*. Ein *Run* bezeichnet einen kontinuierlichen mehrstündigen Abschnitt der Datennahme, während dessen die experimentellen Einstellungen konstant gehalten wurden; er umfasst typischerweise einige tausend Bursts. Zu einem *Super-Sample* schließlich werden mehrere Runs mit unterschiedlichen Magnetpolaritäten des Spektrometers und des Achromatensystems zusammengefasst, so dass innerhalb eines Super-Samples im Mittel die gleichen Bedingungen für positive und negative K -Mesonen herrschen. Es gibt insgesamt 9 Super-Samples (SS0 - SS3 aus dem Jahr 2003, SS4 - SS8 aus dem Jahr 2004) mit einem Umfang von 13 Runs (SS3) bis 278 Runs (SS0).

Die folgenden drei Begriffe des COMPACT-Datenformats sind für die weitere Analyse wichtig:

Eine *Spur* bezeichnet eine angepasste Trajektorie eines geladenen Teilchens, die aus den Durchstoßpunkten in den Driftkammern bestimmt wurde: Zwei zusammenhängende Treffer in beiden Ebenen einer Driftkammer-Ansicht wurden zu *Driftkammer-Clustern* zusammengefasst, zwei Driftkammer-Cluster in einander entsprechenden Ansichten der

ersten beiden Driftkammern zu *Segmenten* verbunden. Zwei Segmente in unterschiedlichen Ansichten wurden zu Spürhälften verbunden, welche die Flugrichtung der geladenen Teilchen vor der Ablenkung im Magnetfeld wiedergeben. Sie wurden mit *Raumpunkten*, d.h. Assoziationen zusammenhängender Driftkammer-Cluster in mehreren Ansichten der vierten Driftkammer, zu vollständigen Spuren ergänzt. Um akzeptiert zu werden, mussten die Spuren verschiedene Gütekriterien erfüllen, wie z.B. eine maximale Streuung der Driftzeiten. Durch einen Kalman-Filter-Algorithmus wurden für jede Spur Position und Steigung in einer virtuellen Ebene vor der ersten Driftkammer sowie der Impuls geschätzt, dabei wurden zur Verbesserung der Anpassung auch die Treffer der Spuren in der dritten Driftkammer mitberücksichtigt. In Kontrollläufen mit Myonenstrahlen und ausgeschaltetem Magnetfeld wurde die korrekte Ausrichtung der Driftkammern überprüft und gegebenenfalls korrigiert.

Ein *LKr-Cluster*, im Folgenden kurz als *Cluster* bezeichnet, bezeichnet die Energieverteilung in 19×19 Zellen des elektromagnetischen Kalorimeters um ein lokales Maximum der Energieabgabe; es entspricht einem räumlich ausgedehnten Schauer, der von einem geladenen Teilchen im Kalorimeter erzeugt wird. Für jedes Cluster wurden u.a. Position (als gewichtetes Mittel der Zellpositionen), Zeit (ebenso), Gesamtenergie und Schauerbreite berechnet. Im Falle einer Überlappung zweier Cluster war mit Hilfe der Monte-Carlo-Simulation des Detektors (siehe Kap. 5) eine Gewichtungsroutine erstellt worden, welche die Aufteilung der Gesamtenergie auf die beiden Einzelcluster kontrollierte.

Ein *Vertex* bezeichnet einen gemeinsamen Ursprungspunkt zweier oder mehrerer Spuren, der ebenfalls mit Hilfe eines Kalman-Filter-Algorithmus aus den Spurpositionen und -steigungen an der ersten Driftkammer geschätzt wurde.

5 Die Monte-Carlo-Simulation des NA48/2-Experiments

Aufgrund der Komplexität der physikalischen Prozesse beim Nachweis eines Zerfalls im NA48/2-Detektor kann die Nachweiseffizienz nicht analytisch berechnet werden, sondern muss mit einer Rechnersimulation bestimmt werden: da sowohl der Zerfall als auch viele der Wechselwirkungsprozesse, die zum Nachweis führen, stochastisch ablaufen und mit Hilfe von Pseudozufallszahlen simuliert werden, spricht man von einer *Monte-Carlo-Simulation*. Sie ist notwendig sowohl für die Messung von Verzweigungsverhältnissen als auch für die Anpassung theoretischer Parameter an experimentelle Variablenverteilungen, da die Detektorakzeptanz verschiedener Zerfallstypen (wie Signal- und Normierungskanal) unterschiedlich sein kann und außerdem von den interessierenden Variablen abhängen kann.

5.1 Simulation der Zerfälle

Zur Simulation des NA48-Detektors wurde das Programm `cmc006` entwickelt; es basiert auf der Programmbibliothek `GEANT` [CER93], die allgemein das Verhalten von Teilchen in Materie simuliert. K^+ - und K^- -Mesonen wurden mit einem Impuls von $(60 \pm 3)\text{GeV}/c$ erzeugt, und ihre Trajektorie bis zur Zerfallsregion wurde berechnet. Um Monte-Carlo-Simulation und Experiment einander möglichst anzugleichen, war bei dieser Analyse die Anzahl der für einen Run generierten $K^\pm$ -Mesonen proportional zur Anzahl der in den experimentellen Daten dieses Runs selektierten $K^\pm$ -Zerfälle (mit der Selektionsroutine aus Abschnitt 6.3).

Die Anzahl der Kaonen im Strahl nahm entlang der Flugstrecke exponentiell ab; somit betrug die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall der Kaonen nach der Strecke z :

$$P(z) = \frac{1}{\gamma c \tau} e^{-\frac{z}{\gamma c \tau}} \quad \text{mit } \gamma = E_K/m_K, \tau = 12.4 \text{ ns} \quad (5.1)$$

Je Programmlauf wurde nur ein bestimmter Kaonzerfall generiert (z.B. $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$) mit nur einem bestimmten Zerfallsmodus eventueller instabiler Tochterteilchen (in diesem Fall z.B. $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$). Die kinematischen Variablen der Tochterteilchen (siehe als Beispiel Kap. 2.3.1) wurden zunächst mit einer flachen Verteilung erzeugt und dann mit der differentiellen Zerfallsbreite gewichtet. Der Kaonenimpuls am Target wurde auf ein Intervall von 50 – 70 GeV eingeschränkt, die z -Komponente des Zerfallsvertex auf ein Intervall von -22 – 90 Meter entsprechend der tatsächlichen Zerfallsregion zwischen Kaonenstrahl-Spektrometer und Kevlar-Fenster (mit Nullpunkt am abschließenden Kollimator, siehe Abb. 4.3). Bei der Selektion der Ereignisse (siehe Kap. 6) wurden ähnliche,

aber etwas strengere Selektionskriterien für Kaonenimpuls und Position des Vertex gefordert, so dass die Ergebnisse durch diese Einschränkungen nicht verfälscht werden.

Bei der vorliegenden Analyse wurden zwei Signalkanäle ($K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD}^0$ und $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{SD}^0$) selektiert und jeweils mit dem Normierungskanal $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ (kurz: $K_{3\pi}$ -Zerfall) verglichen (siehe Abschnitt 6.1). Für den doppelten Dalitzzerfall des π^0 -Mesons wurde die differenzielle Zerfallsbreite (2.35) verwendet (mit Strahlungskorrekturen durch das PHOTOS-Paket: s.u.), für den einfachen Dalitzzerfall (2.19) mit störungstheoretischen Strahlungskorrekturen in führender Ordnung. Als Formfaktor des π^0 -Mesons wurde

$$f(k_1^2, k_2^2) = 1 + \frac{a}{M^2}(k_1^2 + k_2^2) \quad (5.2)$$

mit $a = -\alpha_{DIP}/\xi = 0.032$ angenommen (entsprechend [BCF⁺91]).

Für den 3π -Zerfall wurde das Matrixelement gemäß der Weinberg-Parametrisierung ([Y⁺06], S. 660)

$$|M(s_1, s_3)|^2 = 1 + g \cdot \frac{s_3 - s_0}{m_\pi^2} + h \left(\frac{s_3 - s_0}{m_\pi^2} \right)^2 + k \left(\frac{s_2 - s_1}{m_\pi^2} \right)^2 \quad (5.3)$$

mit

$$s_i = (P_K - P_i)^2, \quad s_0 = \frac{1}{3} (m_K^2 + 3m_\pi^2) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 s_i \quad (5.4)$$

und den experimentell gemessenen Parametern $g = -0.2154$, $h = 0.012$ und $k = -0.0101$ verwendet (P_K 4-Impuls des $K^\pm$ -Mesons, P_1 und P_2 4-Impulse der beiden $\pi^\pm$ -Mesonen, P_3 4-Impuls des $\pi^\mp$ -Mesons). $m_\pi = 139.57018(35)$ MeV und $m_K = 493.677(16)$ MeV bezeichnen die Massen der $\pi^\pm$ - bzw. $K^\pm$ -Mesonen [Y⁺06].

Die elektrische Abstoßung oder Anziehung (Coulomb-Wechselwirkung) zwischen den geladenen Pionen im Endzustand wurde durch einen Gewichtungsfaktor

$$P_{ij} = \frac{\kappa_{ij}}{e^{\kappa_{ij}} - 1} \quad \text{mit} \quad \kappa_{ij} = \frac{2\pi q_i q_j}{\beta_{ij}} \quad (5.5)$$

berücksichtigt ($q_i = \pm e$ Ladung des Pions Nr. i , β_{ij} relative Geschwindigkeit im Kaon-Ruhsystem). Für große Werte von β_{ij} ist $P_{ij} \approx 1$, so dass die Coulomb-Wechselwirkung zwischen 2 Elektronen bzw. Positronen oder einem Elektron und einem Pion vernachlässigt werden kann.

Der radiative doppelte Dalitzzerfall $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^- \gamma$ (siehe Abb. 2.4(a) und 2.4(b)) wurde durch das Programmpaket PHOTOS simuliert [GW06]: In der Leading-Log-Näherung faktorisiert das Matrixelement $\mathcal{M}^{(QED)}$ mit quantenelektrodynamischen Korrekturen:

$$\mathcal{M}^{(QED)} \approx (1 + \delta) \mathcal{M}^{(Baum)}, \quad (5.6)$$

wobei der Korrekturfaktor δ nur von den 4-Impulsen der Teilchen im Endzustand abhängt. δ kann durch Umsortierung der dominanten Terme in verschiedenen Ordnungen der Störungsentwicklung berechnet werden (sog. Exponenzierung). Nach Erzeugung eines $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ -Ereignisses ohne Strahlungskorrekturen (durch den cmc006-Generator)

erzeugte der PHOTOS-Generator auf diese Weise eine variable Anzahl reeller Bremsstrahlungsfotonen und passt die 4-Impulse der übrigen geladenen Teilchen entsprechend an (aus technischen Gründen wurde die Anzahl erzeugter Photonen auf maximal 4 beschränkt). Virtuelle Strahlungskorrekturen (wie Vertexkorrektur, Vakuumpolarisation oder Fünfpunkt-Diagramme) werden durch PHOTOS nicht beschrieben. Strahlungskorrekturen für den $K_{3\pi}$ -Zerfall wurden ebenfalls mit PHOTOS berechnet, während für den einfachen Dalitzzerfall die exakten quantenelektrodynamischen Korrekturen in führender Ordnung der Störungsentwicklung verwendet wurden.

5.2 Simulation des Detektors

Die Trajektorien der generierten Zerfallsprodukte innerhalb des Detektors wurden berechnet, und die Wechselwirkung mit den verschiedenen Detektorelementen wurde simuliert: neben der Erzeugung von Signalen wurden hierbei auch weitere Effekte berücksichtigt, wie zum Beispiel die Erzeugung sekundärer Teilchen (etwa Bildung von e^+e^- -Paaren am Kevlar-Fenster aus Photonen oder die Abstrahlung von Bremsstrahlung durch geladene Teilchen in den Driftkammern), Streuung mit dem Helium zwischen den Driftkammern oder der Zerfall geladener Pionen (mit einer typischen mittleren Zerfallslänge von $\gamma c\tau \approx 100$ m), wobei nur der Hauptzerfallsmodus $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ berücksichtigt wurde. Die meisten Wechselwirkungseffekte mit Materie wurden unter Verwendung des GEANT-Pakets detailliert simuliert, mit Ausnahme der elektromagnetischen oder hadronischen Schauer in den beiden Kalorimetern: da hier die Berechnung jedes einzelnen Schauers aufgrund der großen Zahl erzeugter Sekundärteilchen zu rechenaufwändig gewesen wäre, wurde jeweils ein zufälliger Schauer aus einer im Voraus simulierten Schauerbibliothek ausgewählt.

Die weitere Rekonstruktion erfolgte ebenso wie bei den Daten; neben der simulierten Detektorantwort (im COMPACT-Format) wurden außerdem für jedes Ereignis die wahren Werte der 4-Impulse aller generierten Teilchen und die Position des Zerfallsvertex gespeichert, so dass ein Test der Rekonstruktionsroutine möglich war.

6 Selektion der untersuchten Zerfallskanäle

6.1 Analysestrategie

Wichtigstes Ziel der Analyse war die Selektion des doppelten Dalitzzerfalls zur Messung des Verzweigungsverhältnisses und zur Bestimmung des elektromagnetischen Formfaktors und des Mischungswinkels zwischen CP -erhaltender und CP -verletzender Wechselwirkungskomponente. Hierzu wurden π^0 -Mesonen aus dem Zerfall geladener Kaonen in zwei Pionen (d.h. $K^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^\pm$) verwendet; dieser $K_{2\pi}$ -Zerfall ist mit einem Verzweigungsverhältnis von $(20.92 \pm 0.12)\%$ etwa zwölfmal häufiger als der Zerfall $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$, der alternativ als Quelle für die Pionen in Betracht gekommen wäre. Durch die Wahl eines definierten Erzeugungsmodus für die π^0 -Mesonen erhält man eine zusätzliche Bedingung für die 4-Impulse der Teilchen im Endzustand, die für die Selektion verwendet werden kann: es muss nicht nur die invariante Masse der vier Elektronen bzw. Positronen gleich der π^0 -Masse sein ($m_{4e} = M$), sondern auch die invariante Masse der vier Elektronen bzw. Positronen und des geladenen Pions zusammen die $K^\pm$ -Masse ergeben ($m_{4e\pi} = m_K$). Dies erlaubt eine sehr wirksame Untergrundunterdrückung (siehe Abschnitt 7.2).

Da das Verzweigungsverhältnis des einfachen Dalitzzerfalls bislang nur mit einer Genauigkeit von etwa 3 % bekannt ist (Gl. 2.20), wurde auch der Zerfall $K^\pm \rightarrow \pi_{SD}^0 \pi^\pm$ mit dem Ziel einer genaueren Messung dieses Verzweigungsverhältnisses untersucht; auch dieser Zerfall wurde zur Bestimmung des elektromagnetischen Formfaktors herangezogen. Außerdem wurde eine gesonderte Bestimmung des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi_{DD}^0 \gamma \pi^\pm$ versucht, die jedoch nicht erfolgreich abgeschlossen werden konnte (siehe Anhang A).

Da der Kaonfluss während des Experiments nicht direkt gemessen werden konnte, musste zur Berechnung des Verzweigungsverhältnisses die Anzahl der nachgewiesenen $\pi^\pm \pi^0$ mit der Anzahl der nachgewiesenen Ereignisse eines zweiten Zerfallskanals der $K^\pm$ -Mesonen verglichen werden. Hierzu wurde der $K_{3\pi}$ -Zerfall $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ verwendet: das Verzweigungsverhältnis dieses Zerfalls ist mit $(5.590 \pm 0.031)\%$ [Y⁺06] derart groß und präzise bekannt, dass der Beitrag zur Messunsicherheit des doppelten Dalitzzerfalls vernachlässigbar ist. Als weiterer Vorteil ist er einfach zu selektieren, da nur drei geladene Spuren auftreten und keine Photonen oder Neutrinos rekonstruiert werden müssen.

6.2 Vorfilterung der Daten

Zunächst wurden die Daten vorgefiltert, um die Dauer jeder einzelnen Analyse mit varierten Selektionskriterien zu verkürzen. Die Filterungskriterien wurden in der späteren

6 Selektion der untersuchten Zerfallskanäle

Analyse in gleicher oder strengerer Form wiederholt, so dass das Ergebnis hierdurch nicht verfälscht wurde. Folgende zwei Filterungskriterien wurden definiert:

- **Kriterium A:** mindestens drei vom COMPACT-Programm rekonstruierte Spuren sowie mindestens ein rekonstruierter Vertex (vgl. Abschnitt 4.7),
- **Kriterium B:** mindestens fünf rekonstruierte Spuren, von denen jeweils mindestens zwei die Ladung $+e$ und $-e$ tragen mussten.

Kriterium A umfasst alle interessierenden Ereignisse (doppelter und einfacher Dalitzzerfall sowie den 3π -Zerfall), Kriterium B speziell die doppelten Dalitzzerfälle. Bei der Filterung der Daten wurde gefordert, dass Kriterium A erfüllt sein musste: war außerdem Kriterium B erfüllt, wurden die Ereignisse immer in den gefilterten Datensatz aufgenommen. Ereignisse, die Kriterium B nicht erfüllten, wurden mit einem Faktor 100 herunterskaliert, indem sie nur mit 1 % Wahrscheinlichkeit in den gefilterten Datensatz aufgenommen wurden: dies diente zur Reduktion der Datenmenge aus einfachen Dalitz- und 3π -Zerfällen, die wesentlich häufiger als der doppelte Dalitzzerfall auftreten. Zur zufälligen Ereignisauswahl wurden Pseudozufallszahlen aus einem Tausworthe-Pseudozufallszahlengenerator [L'E96] mit variablem (aus der Systemzeit generierten) Startwert verwendet. Bei der späteren Analyse wurden alle einfachen Dalitzzerfälle und 3π -Zerfälle, die zufälligerweise auch Kriterium B erfüllten und somit ohne Herunterskalierung in den gefilterten Datensatz aufgenommen worden waren, der Konsistenz halber ebenfalls nur mit einer Wahrscheinlichkeit 1 % akzeptiert: somit wird im Mittel genau je ein Hunderstel der 3π -Zerfälle und einfachen Dalitzzerfälle aus den Daten analysiert. Bei der Filterung der Monte-Carlo-Ereignisse war diese Herunterskalierung nicht erforderlich: es wurden alle Ereignisse in den gefilterten Datensatz aufgenommen, die Kriterium A erfüllten.

Bei der Analyse wurden diejenigen Bursts nicht verwendet, bei denen eine Störung eines der folgenden Detektorsysteme auftraten:

- Driftkammern des Magnetspektrometers,
- Elektromagnetisches Flüssig-Krypton-Kalorimeter,
- Auslesesystem des geladenen Hodoskops (Pipeline-Memory Board; für die Triggerung wichtig),
- Taktgeber des Stufe 1-Triggers (Clock)
- Geladener Stufe 2-Trigger (Massbox)

Außerdem wurden keine Bursts mit weniger als 1000 rekonstruierten $K_{3\pi}$ -Zerfällen verwendet (sog. „bad physics“-Bursts): die Ursache war in der Regel eine niedrige Strahlintensität, jedoch konnten auch Störungen des Detektors oder des Triggers nicht ausgeschlossen werden, die zu einem verfälschten Ergebnis geführt hätten.

6.3 Selektion des Normierungskanals $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$

6.3.1 Auswahl der drei Pionenspuren

Zur Selektion der 3π -Zerfälle wurden alle Ereignisse verworfen, die nicht mindestens einen rekonstruierten *guten Vertex* und drei *gute Spuren* hatten. Ein *guter Vertex* bezeichne dabei im Folgenden einen Vertex, dessen sog. *CDA* höchstens 4 cm beträgt; *CDA* (für „closest distance of approach“) ist dabei der minimale paarweise Abstand zwischen den (meistens drei) Spuren, die vom Vertex ausgehen. Eine *gute Spur* bezeichne eine geladene Spur mit Ladung $\pm e$, deren Durchstoßpunkt in der ersten Driftkammer mindestens 12 cm von der Strahlachse entfernt ist.

Mit dem Magnetspektrometer wurden die Impulsbeträge dieser Spuren sowie ihre Richtungsvektoren am Ort der ersten und der vierten Driftkammer gemessen, wobei die ursprünglichen Messwerte allerdings aufgrund leichter Veränderungen des Messaufbaus während der Zeit der Datennahme korrigiert werden mussten (sog. α/β -Korrekturen):

$$p_{corr}^{(\alpha)} = p(1 + \alpha qp), \quad (6.1)$$

$$p_{corr}^{(\alpha\beta)} = p_{corr}^{(\alpha)}(1 + \beta p_{corr}^{(\alpha)}). \quad (6.2)$$

mit der Spurladung q (in Einheiten von e) und den Korrekturfaktoren α (entsprechend der leicht verschobenen Anordnung der vierten Driftkammer) und β (Kalibrierungsfaktor für die Energieskala). α und β wurden für jeden Burst einzeln berechnet; es waren typischerweise $\alpha \approx 10^{-4}$ und $\beta \approx 10^{-3}$. Mit diesen korrigierten Impulsen wurden die Energie und der 4-Impuls jeder guten geladenen Spur an der ersten Driftkammer unter der Annahme berechnet, dass sie von einem geladenen Pion der Masse m_π erzeugt wurde. Aufgrund eines Magnetfeldes in der Zerfallsregion (das sog. *Blue-Field*) ändert sich die Flugrichtung der Teilchen vom Zerfallsvertex zum Detektor, so dass sich diese gemessenen 4-Impulse von den ursprünglich generierten 4-Impulsen am Vertex unterscheiden; dieser Effekt wurde bei der Monte-Carlo-Simulation berücksichtigt.

Falls mehr als drei gute Spuren vorhanden waren, wurde die Kombination von drei Spuren mit den Viererimpulsen p_1 , p_2 und p_3 ausgewählt, deren invariante Masse

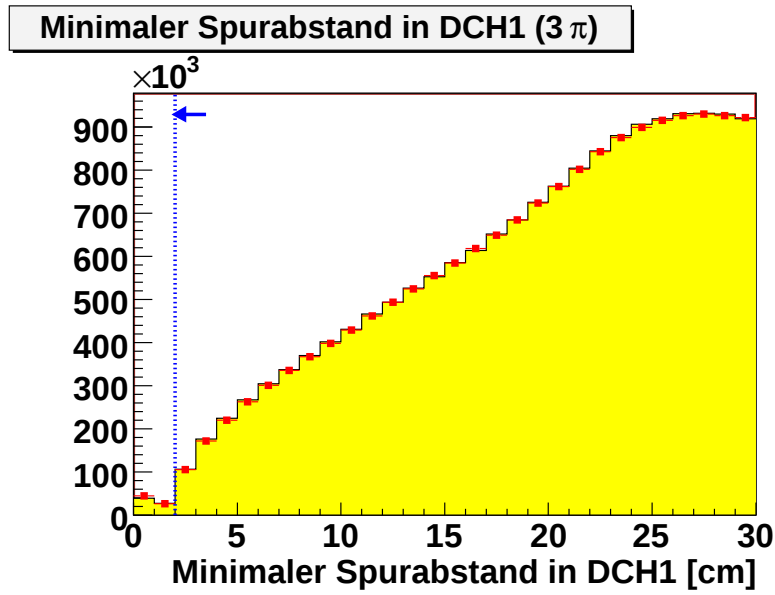
$$m_{3\pi} = \sqrt{(p_1 + p_2 + p_3)^2}$$

am nächsten an der Kaonmasse m_K lag. Die Gesamtladung der drei Spuren musste $\pm e$ betragen, und sie mussten von einem gemeinsamen guten Vertex ausgehen.

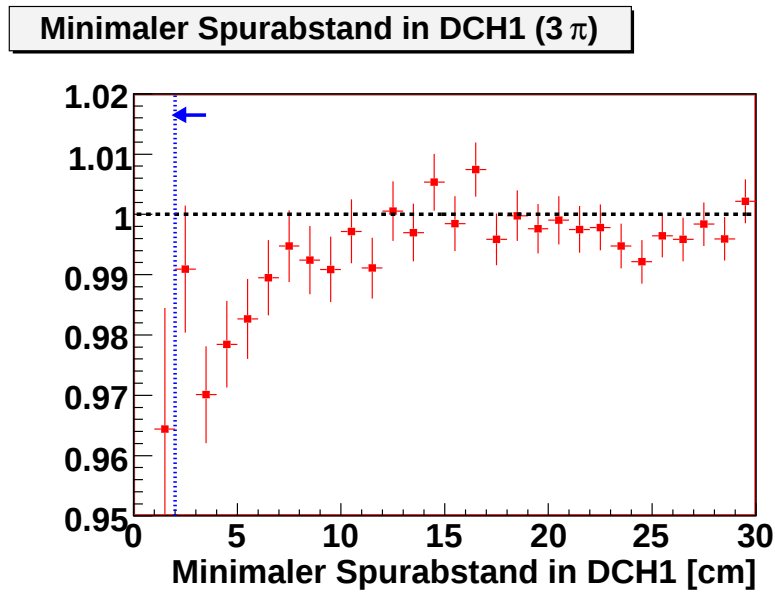
6.3.2 Weitere Qualitätsschnitte

Es wurden sieben weitere Qualitätsschnitte zur Selektion eines möglichst reinen Datensatzes an $K_{3\pi}$ -Zerfällen angewendet; in Abb. 6.1 - 6.7 sind die Verteilungen der entsprechenden Größen nach Anwendung der jeweils sechs anderen Schnitte angegeben:

- 1./2. **Spurabstand in DCH1/4:** Die Durchstoßpunkte der drei ausgewählten Spuren mussten sowohl in der ersten als auch in der vierten Driftkammer paarweise je mindestens 2 cm voneinander entfernt sein (siehe Abb. 6.1 und Abb. 6.2). Dies dient

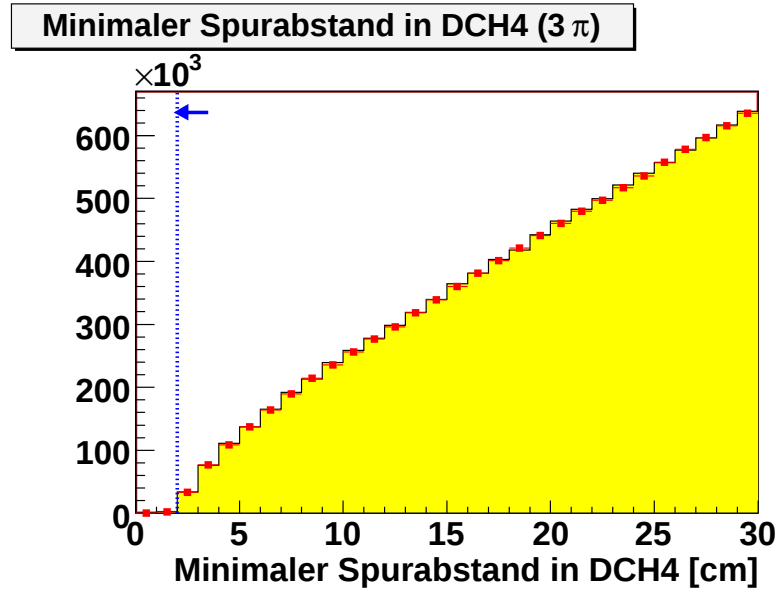


(a)

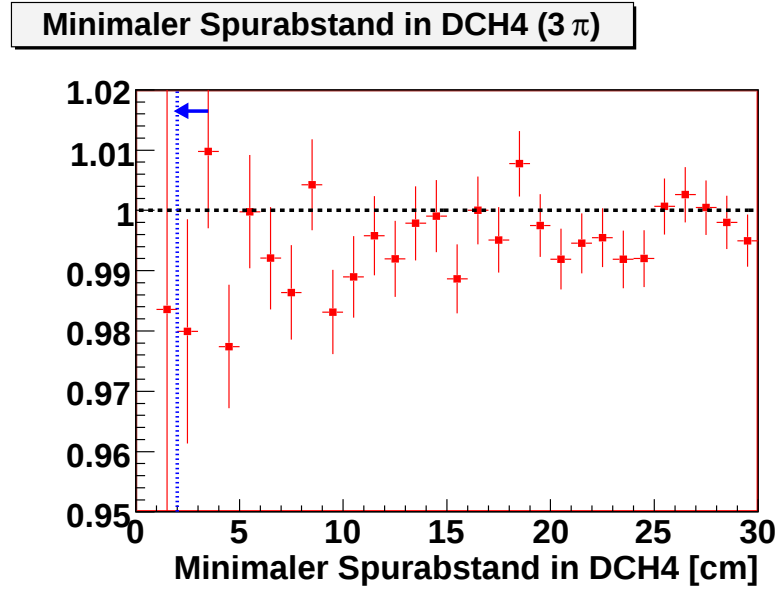


(b)

Abbildung 6.1: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der ersten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC. Der Pfeil markiert hier und im Folgenden den bei der Selektion ausgewählten Bereich.

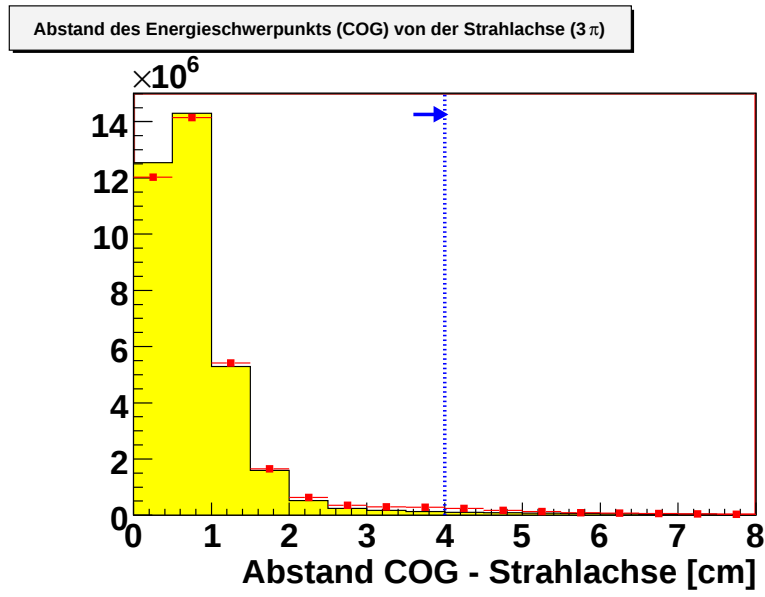


(a)

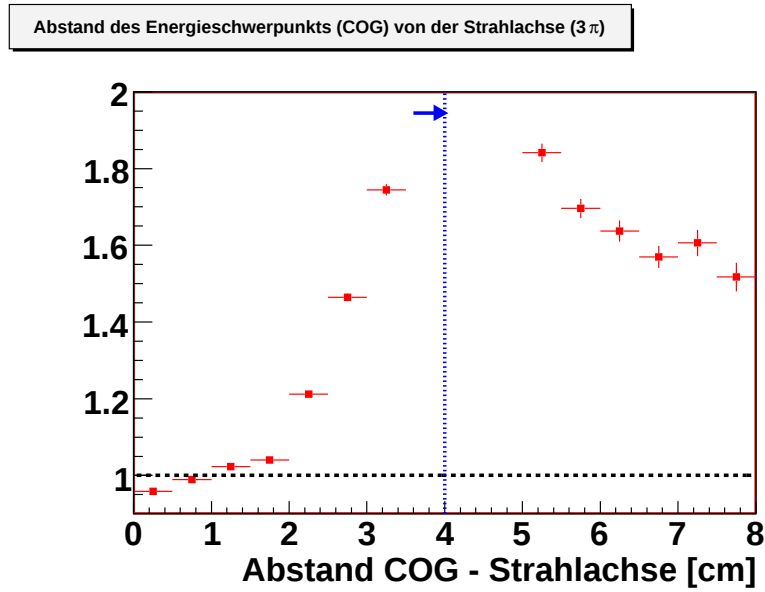


(b)

Abbildung 6.2: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der vierten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.



(a)



(b)

Abbildung 6.3: Verteilung des Abstandes $\sqrt{x_{COG}^2 + y_{COG}^2}$ des Energieschwerpunktes am Ort des elektromagnetischen Kalorimeters von der Strahlachse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

6.3 Selektion des Normierungskanals $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$

zur Unterdrückung sog. *Geisterspuren*: dies sind Spurartefakte, die von der Rekonstruktionsroutine durch eine falsche Kombination von Driftkammer-Clustern, welche eigentlich zu unterschiedlichen Spuren gehören, erzeugt werden. Dieser Schnitt ist vor allem für die Selektion der doppelten Dalitzzerfälle wichtig (vgl. Abschnitt 6.5), wurde der Konsistenz wegen aber auch für die übrigen Zerfallskanäle angewendet.

3. **COG**: Der Energieschwerpunkt (auch *COG* für „center of gravity“) am Ort des elektromagnetischen Kalorimeters durfte maximal 4 cm von der Strahlachse (d.h. der z -Achse) entfernt sein (siehe Abb. 6.3): dieser ist definiert als

$$\mathbf{r}_{COG} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 E_i x_i^{(LKr)}}{\sum_{i=1}^3 E_i}, \frac{\sum_{i=1}^3 E_i y_i^{(LKr)}}{\sum_{i=1}^3 E_i}, z_{LKr} \right), \quad (6.3)$$

wobei $x_i^{(LKr)}$ und $y_i^{(LKr)}$ die x - bzw. y -Komponenten des Durchstoßpunktes der extrapolierten Spur des i . Pions durch das elektromagnetische Kalorimeter mit der z -Komponente z_{LKr} bezeichnet. Da die Spuren im Magnetspektrometer abgelenkt werden, wurden für die Extrapolation die Spurrichtung und -position an der ersten Driftkammer verwendet. Da sich der Energieschwerpunkt der Zerfallsprodukte entlang der Flugrichtung des Kaons (also näherungsweise parallel zur z -Achse) ausbreitet, erwartet man $x_{COG} \approx 0$, $y_{COG} \approx 0$. Ein deutlich hiervon abweichender Wert würde bedeuten, dass es noch weitere Zerfallsprodukte des Kaons gibt, die nicht detektiert oder bei der Rekonstruktion des Zerfalls übersehen wurden.

4. **Spurzeiten**: Zur Unterdrückung zufälliger Koinzidenzen wurde gefordert, dass die Zeit keiner der drei Spuren (gemessen an den Driftkammern) mehr als 12 ns von der mittleren Spurzeit abweichen durfte (siehe Abb. 6.4). Dieser Schnitt wurde nur bei den Daten vorgenommen, da die zeitliche Streuung der Spuren bei der Monte-Carlo-Simulation nur unzureichend berücksichtigt wurde. Wie alle Schnitte auf Zeitverteilungen wurde dieser Schnitt so gewählt, dass er für die Signalereignisse möglichst vollständig effizient sein sollte: dies wurde in Anhang D durch Schnittvariation überprüft.
5. **Kaonimpuls**: Der Impulsbetrag des rekonstruierten Kaons musste zwischen 54 und 66 GeV liegen (siehe Abb. 6.5). Wie in Abschnitt 5.1 erwähnt, war der Impuls auch bei der Erzeugung der Monte-Carlo-Ereignisse auf dieses Intervall eingeschränkt worden.
6. **Kaonmasse**: Die invariante Masse der drei Pionen musste zwischen 484 MeV und 504 MeV liegen: dies entspricht beidseitig etwa 4 Standardabweichungen (siehe Abb. 6.6).
7. **Vertex-z**: Die z -Komponente des rekonstruierten Vertex (z_{Vtx}) musste zwischen -18 m und 80 m liegen (mit Lage der z -Achse entsprechend Abb. 4.3). Zur Vermeidung von Randeffekten wurde dieser Bereich etwas kleiner als die tatsächliche Zerfallsregion von -22 m bis 90 m gewählt, die auch bei der Monte-Carlo-Simulation

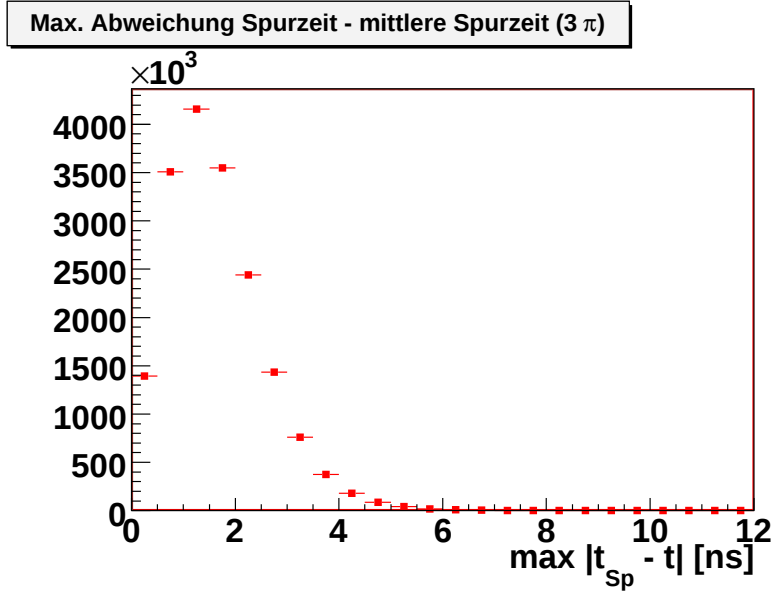


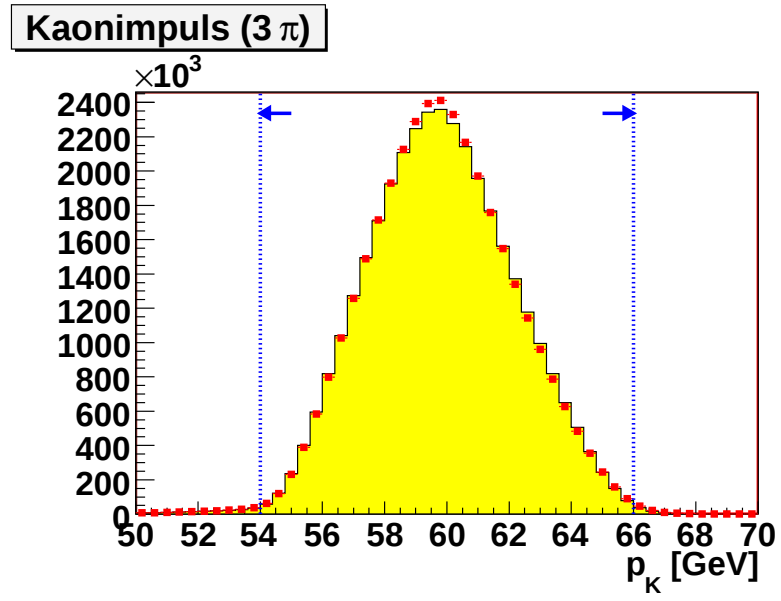
Abbildung 6.4: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung der drei Pionenspurzeiten von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

verwendet worden war (siehe Abschnitt 5.1). In Abb. 6.7 ist die Verteilung der Vertex- z -Komponenten der $K_{3\pi}$ -Zerfälle nach der Selektion dargestellt.

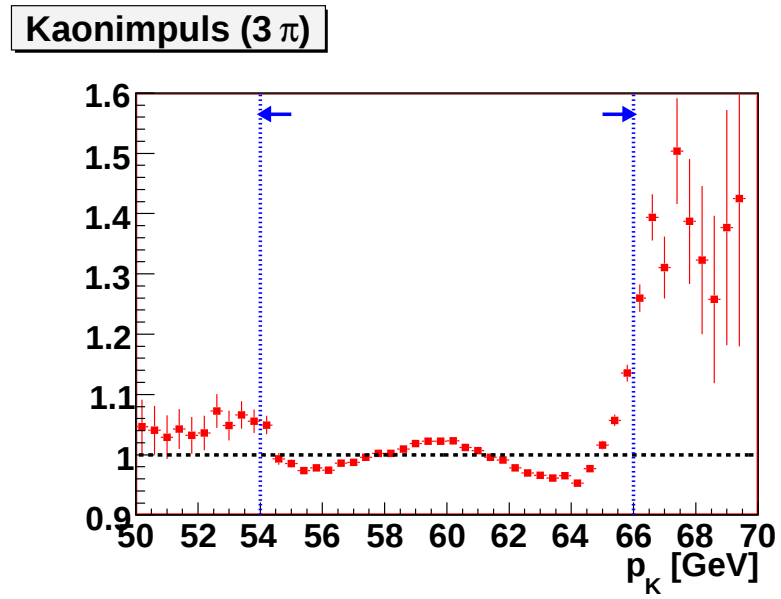
Um definierte Triggerbedingungen zu erhalten, wurden in den Daten außerdem nur die Ereignisse akzeptiert, welche auf der ersten Stufe den C-PRE-Trigger aktiviert hatten und auf der zweiten Stufe eines der drei Massbox-Bits gesetzt hatten (d.h. über den geladenen Stufe-2-Trigger ausgelöst worden waren). Dies ermöglichte die spätere Messung und Korrektur der Triggereffizienz beider Stufen (siehe Abschnitt 7.1). Da das ursprüngliche C-PRE-Triggerbit um den Faktor 100 herunterskaliert worden war, wurde der C-PRE-Trigger zwecks verbesserter Statistik stattdessen aus den Daten des Pipeline Memory Boards rekonstruiert: dazu wurde gefordert, dass im ersten Kanal eines der Taktzyklen (oder *Time-Slices*) 2 - 6 des Pipeline Memory Boards eines der Bits mit der Wertigkeit 1_{hex} oder 8_{hex} gesetzt war. Für die Massbox wurden die Triggerbits MB-2VTX, MB-1VTX und MB-1TRK-P (siehe Tab. 4.1) des gespeicherten Triggerwortes verwendet, da diese nicht herunterskaliert waren.

6.3.3 Bestimmung der $K_{3\pi}$ -Akzeptanz mit der Monte-Carlo-Simulation

Zur Messung von Verzweigungsverhältnissen muss die Akzeptanz sowohl des Signalkanals wie auch des Normierungskanals bekannt sein. Als *Akzeptanz* des Zerfallskanals wird im Folgenden das Verhältnis $A = N_A / N_{tot}^{[-22,90]}$ bezeichnet: dabei bezeichnet $N_{tot}^{[-22,90]}$ die Gesamtzahl der Zerfälle im Intervall $-22\text{m} \leq z_{Vtx} \leq 90\text{m}$ und N_A die Anzahl der akzeptierten Ereignisse nach allen Qualitätsschnitten. Die so definierte Akzeptanz kann



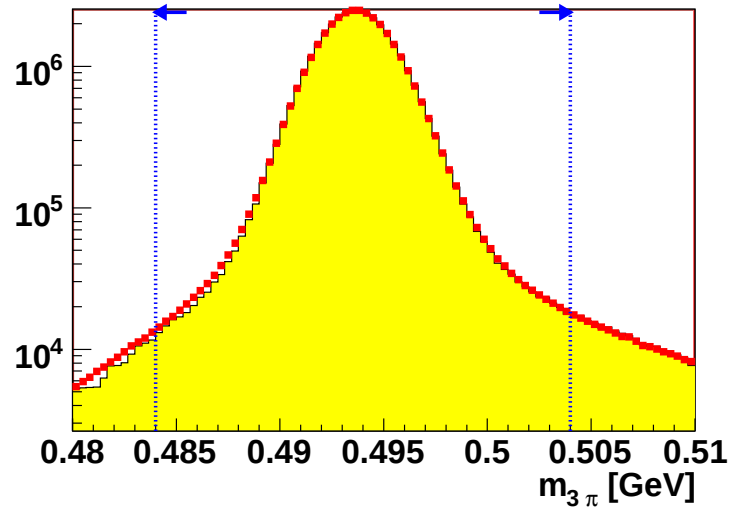
(a)



(b)

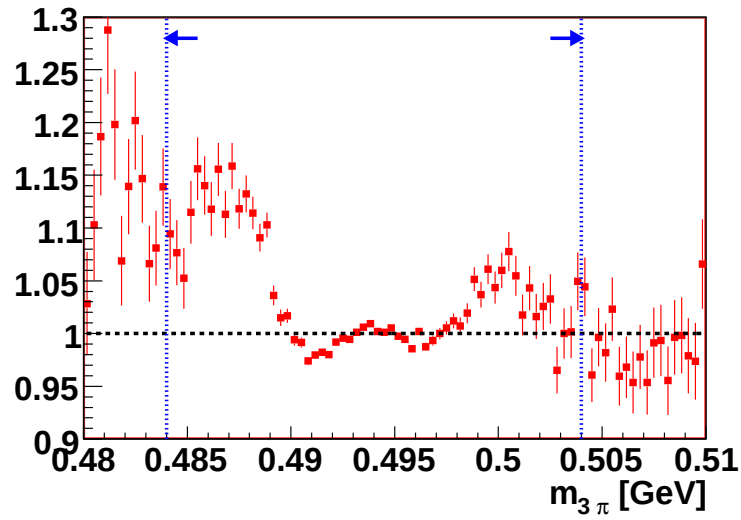
Abbildung 6.5: Verteilung des rekonstruierten Kaonimpulses: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

K-Masse (3π)



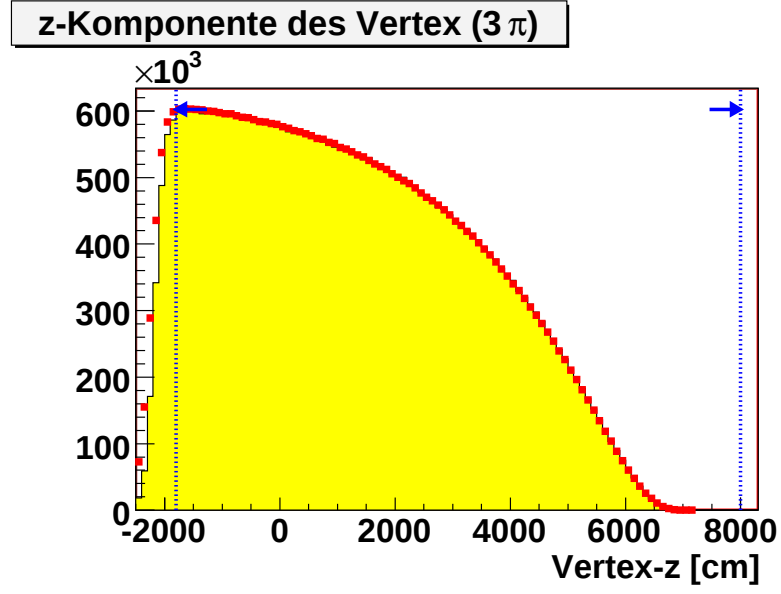
(a)

K-Masse (3π)

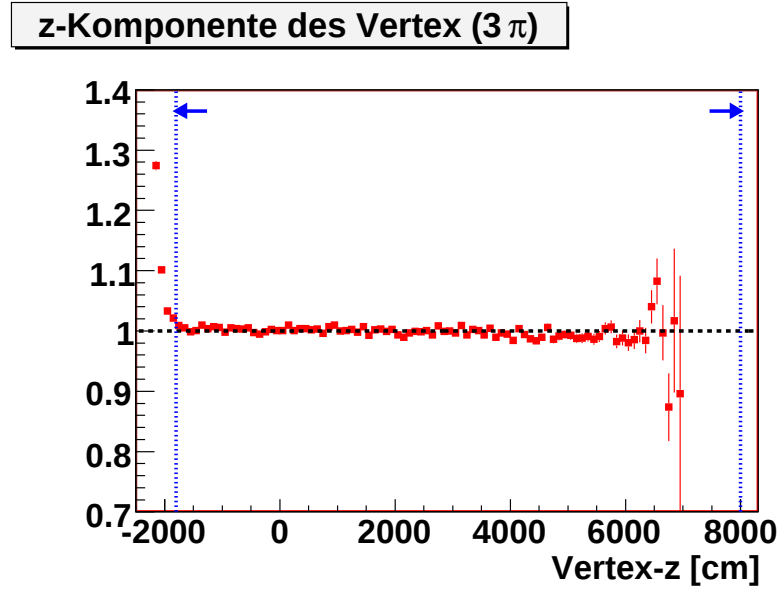


(b)

Abbildung 6.6: Verteilung der rekonstruierten Kaonmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.



(a)



(b)

Abbildung 6.7: Verteilung der z -Komponenten des Zerfallsvertex der $K_{3\pi}$ -Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) mit skalierten Monte-Carlo-Ereignissen (gelb), (b) Verhältnis von Daten zu skalierten Monte-Carlo-Ereignissen (blau).

Tabelle 6.1: $K_{3\pi}$ -Selektionsschnitte mit den jeweiligen Anteilen der übriggebliebenen Ereignisse (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

Total	100.00 %
Vorfilterung (Kriterium A)	50.63 %
≥ 3 gute Spuren mit Ladungen $+e, -e, \pm e$	41.60 %
Guter gemeinsamer Vertex	39.09 %
Spurabstand in DCH1/4 ≥ 2 cm	36.68 %
Abstand COG - Strahlachse ≤ 4 cm	34.61 %
Kaonimpuls zwischen 54 und 66 GeV	34.13 %
Kaonmasse zwischen 484 und 504 MeV	33.52 %
z_{Vtx} zwischen -18 und 80 m	31.49 %

aus den MC-simulierten Ereignissen bestimmt werden, da für diese die Gesamtzahl der ursprünglich generierten Ereignisse bekannt ist. Sie umfasst dann sowohl die geometrische Akzeptanz (also den Anteil der Ereignisse, bei denen alle Teilchenspuren den Detektor erreichen, die Nachweiseffizienz der verschiedenen Detektorkomponenten und die Effizienzen der verschiedenen Qualitätsschnitte. Lediglich die Triggereffizienz und die Effizienzen aller Qualitätsschnitte, die Zeitinformationen benutzen, können nicht aus der MC-Simulation ermittelt werden: sie werden gesondert bestimmt (Abschnitt 7.1) bzw. zu 100 % effizient abgeschätzt (Letzteres wurde dadurch überprüft, dass es bei Variation der Schnittgrenzen zu keinen Änderungen des Verzweungsverhältnisses kam, vgl. Anhang D).

Aus der Simulation von insgesamt 9.94 Millionen $K_{3\pi}$ -Zerfällen wurde die Akzeptanz zu

$$A_{3\pi} = (31.488 \pm 0.015)\% \quad (6.4)$$

bestimmt (in Tab. 6.1 ist für jeden Schritt der Selektion die Anzahl der ausgesonderten Ereignisse aufgelistet). Man beachte, dass die einzelnen Schnitte nicht statistisch unabhängig voneinander sind, so dass die dort angegebenen Zahlen stark von der Reihenfolge der Schnitte abhängen. In Tab. 6.2 ist die Effizienz der einzelnen Qualitätsschnitte jeweils nach Anwendung aller übrigen Schnitte angegeben.

Zum Test der Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation wurden neben den Schnittvariablen (vgl. Abb. 6.1 - 6.7) noch weitere (z.B. geometrische) Verteilungen verglichen, die in Anhang B aufgeführt sind.

6.4 Selektion des einfachen Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{SD}^0$

Die Selektion der einfachen Dalitzzerfälle ähnelt der der $K_{3\pi}$ -Zerfälle, da in beiden Fällen drei geladene Spuren auftreten. Die wesentlichen Unterschiede liegen im zusätzlichen Auftreten eines Photons, das als ungeladenes Teilchen keine Spur in den Driftkammern erzeugt, sondern mit dem elektromagnetischen Kalorimeter detektiert werden muss, und in der Rekonstruktion des π^0 -Mesons.

Tabelle 6.2: Effizienz der verschiedenen Qualitätsschnitte für $K_{3\pi}$ -Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

Spurabstand in DCH1	99.81 %
Spurabstand in DCH4	99.99 %
Energieschwerpunkt (COG)	98.60 %
Kaonimpuls	99.27 %
Kaonmasse	98.14 %
z -Position des Vertex	93.95 %

6.4.1 Auswahl der Teilchenkombinationen

Nach der Vorfilterung (mindestens 3 Spuren und ein Vertex) wurden alle Ereignisse verworfen, die über keinen Cluster verfügten. Wie bei den $K_{3\pi}$ -Ereignissen wurde gefordert, dass mindestens 3 gute Spuren mit Ladung $\pm e$ vorhanden sein mussten (davon mindestens je eine Spur mit positiver und negativer Ladung).

Außerdem musste mindestens ein *mögliches Photon* vorhanden sein, d.i. ein guter Cluster ohne assoziierte Spur im Magnetspektrometer. Ein *guter Cluster* ist ein Cluster im elektromagnetischen Kalorimeter mit folgenden Eigenschaften:

1. Clusterenergie ≥ 3 GeV: bei deutlich niedrigeren Energien erhält man einen Untergrund durch Fragmentierung hadronischer Schauer, außerdem existieren unterhalb von 3 GeV keine verlässlichen Korrekturen für die Nichtlinearität des Kalorimeters.
2. Abstand zur nächsten toten Zelle ≥ 2 cm: dies sind fehlerhafte Zellen des Kalorimeters, die nicht ausgelesen werden können.
3. Abstand zum nächsten Cluster ≥ 10 cm: so wird eine Überlappung von Clustern verhindert.
4. Abstand zur Strahlachse ≥ 15 cm, um Randeffekte nahe der Strahlröhre zu vermeiden; der Radius der Strahlröhre beträgt 8 cm (siehe Abb. 6.8).
5. *Oktagonschnitt*: Ebenfalls zur Vermeidung von Randeffekten wird der äußere Rand des Kalorimeters ausgespart (siehe Abb. 6.8). Die genauen Bedingungen für die Clusterkoordinaten x und y transversal zur Strahlachse lauten:

$$|x| < 113 \text{ cm}, \quad |y| < 113 \text{ cm}, \quad (6.5)$$

$$|x| + |y| < 159.8 \text{ cm}, \quad (6.6)$$

$$|x| < 63.2 \text{ cm oder } |y| < 84.7 \text{ cm}, \quad (6.7)$$

$$|x| < 95.7 \text{ cm oder } |y| < 52.2 \text{ cm}, \quad (6.8)$$

$$\sqrt{(x - 63.2 \text{ cm})^2 + (y - 95.7 \text{ cm})^2} < 11 \text{ cm}. \quad (6.9)$$

Die beim Zerfall des Kaons erzeugten π^0 -Mesonen sind kurzlebig ($\tau = 8.4 \times 10^{-17}$ s) und zerfallen nach einer mittleren Wegstrecke von $\gamma c \tau \approx 5 \text{ } \mu\text{m}$, also für die Zwecke

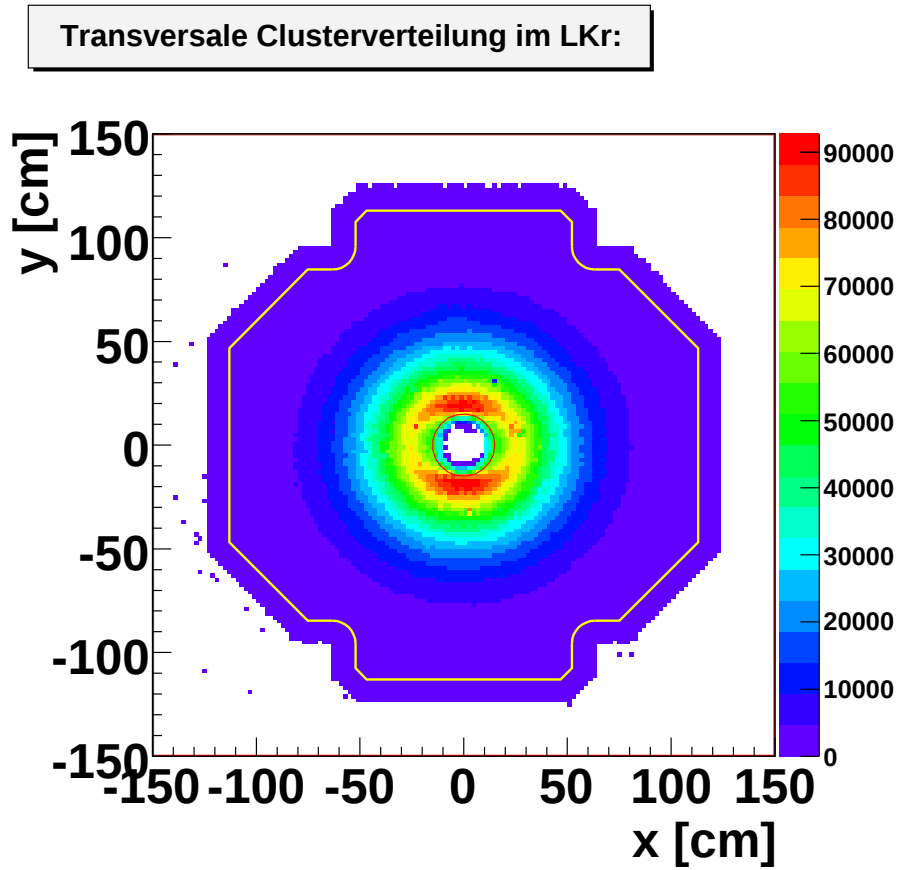


Abbildung 6.8: Clusterverteilung in der xy -Ebene des elektromagnetischen Kalorimeters (transversal zum Strahl) vor allen Schnitten (wie z.B. auf tote Zellen). Eingezeichnet sind der Oktagonschnitt (gelb) und der Schnitt auf den Abstand zur Strahlachse (rot).

6.4 Selektion des einfachen Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{SD}^0$

dieser Analyse instantan am Zerfallsvertex des $K^\pm$ -Mesons. Daher müssen die Spuren des geladenen Pions sowie des Elektrons und des Positrons aus dem einfachen Dalitzzerfall aus einem gemeinsamen Vertex stammen. Also wurde für jede mögliche Kombination aus drei Spuren mit Gesamtladung 1 überprüft, ob diese Spuren einen gemeinsamen guten Vertex hatten. In diesem Fall wurden je einer positiv und einer negativ geladenen Spur die Elektronenmasse und der dritten Spur die Masse eines geladenen Pions zugewiesen (jeweils gemäß Literaturwert); aus diesen Massen sowie den Impulsvektoren (mit α/β -Korrekturen) wurden die 4-Impulse der Teilchen berechnet.

Ferner wurden alle Kombinationen mit möglichen Photonen gebildet und die Flugrichtung des Photons wurde aus den Koordinaten von Vertex und Cluster bestimmt. Da das elektromagnetische Kalorimeter erst für Clusterenergien $E_{Cl} > 11$ GeV linear ist, wurde für niedrigere Clusterenergien eine Korrektur vorgenommen und die Photonenergie E_γ gemäß

$$E_\gamma = E_{Cl} \left(1 - 0.019 \cdot \delta \left(\frac{E_{Cl}}{\text{GeV}} \right) \right) \quad (6.10)$$

bestimmt mit

$$\delta(\epsilon) = -1.01009 + 0.219228\epsilon - 0.0161845\epsilon^2 + 4.17065 \times 10^{-4}\epsilon^3 \quad (\text{Parametrisierung 1}), \quad (6.11)$$

$$\delta(\epsilon) = -2.05335 + 0.547472\epsilon - 0.048985\epsilon^2 + 1.4965 \times 10^{-3}\epsilon^3 \quad (\text{Parametrisierung 2}). \quad (6.12)$$

Parametrisierung 1 korrigiert nur die wichtigste und am besten verstandene Ursache der Nichtlinearität des Kalorimeters, die bei der Kalorimeterauslese auftrat: Die Energie jedes Clusters wurde aus der zeitlichen Verteilung des Kalorimetersignals in zehn Zeitbins (sog. *Time-Slices*) bestimmt, indem durch parabolische Intrapolation des gemessenen (diskretisierten) Signalverlaufs die maximale Höhe des wahren (kontinuierlichen) Signalverlaufs abgeschätzt wurde. Zwecks Erhöhung der Datentransferrate wurden bei der Auslese des Kalorimeters je zwei Ereignisse zu einem sog. *Super-Event* zusammengefasst, wobei in jedem Super-Event nur 2×8 Time-Slices gespeichert wurden; dadurch verschlechterte sich die Rekonstruktion der maximalen Signalhöhe und somit der Clusterenergie. Demgegenüber beschreibt Parametrisierung 2 die gesamte Nichtlinearität (inklusive weiterer unbekannter Ursachen) durch Kalibrierung des Kalorimeters mit dem Zerfall $K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Bei einer Clusterenergie von 5 GeV beträgt die Korrektur +5.1 ‰ (Variante 1) oder +6.7 ‰ (Variante 2). Bei dieser Analyse wurde die erste Parametrisierung verwendet (siehe Abschnitt 7.3.2 zum Vergleich beider Varianten). Aus der Flugrichtung und der so gewonnenen Energie des Photons wurde der Photon-Impuls bestimmt, so dass nunmehr auch die 4-Impulse des π^0 -Mesons ($p_{ee\gamma}$) und des Kaons ($p_{\pi ee\gamma}$) rekonstruiert werden konnten. Bei verschiedenen möglichen Zuordnungen für die vier Teilchen Elektron, Positron, Pion und Photon wurde diejenige ausgewählt, welche den besten Wert für die Kaonmasse lieferte (d.h. das kleinste $|m_{ee\gamma\pi} - m_K|$): bei Ereignissen mit nur drei Spuren diente dies vor allem zur Identifikation des Pions.

6.4.2 Weitere Qualitätsschnitte

Es wurden zwölf weitere Qualitätsschnitte angewendet, von denen sieben die gleichen wie bei den $K_{3\pi}$ -Zerfällen waren:

- 1./2. **Spurabstand in DCH1/4:** Siehe oben. Dieser Schnitt war für die einfachen Dalitzzerfälle doppelt wichtig: erstens zur Unterdrückung von Geisterspuren, zweitens zur Unterdrückung von $\pi_{\gamma\gamma}^0$ -Zerfällen, bei denen ein reelles Photon durch Paarbildung in Materie in ein Elektron-Positron-Paar konvertiert. Damit alle Spuren detektiert werden, muss diese Konversion in der ersten Driftkammer oder am Kevlarfenster stattfinden, so dass die Spurpunkte des Elektrons und des Positrons an der ersten Driftkammer dicht beieinander liegen (vgl. Abb. 6.9 und 6.10). Man beachte, dass es unter den Daten wesentlich mehr Ereignisse mit einem Spurabstand von 0 in der ersten Driftkammer gibt als unter den Monte-Carlo-Ereignissen: dies lässt die Größe des Untergrunds erkennen, der mit diesem Schnitt entfernt wird.
3. **Flansch-Schnitt:** Das Kevlarfenster und die Driftkammern waren mit einem metallischen Flansch an der Strahlröhre befestigt, der in der GEANT-Simulation des Detektors nicht berücksichtigt war; insbesondere kann es zu einer Absorption von Photonen kommen, die diesen Flansch durchqueren. Um Diskrepanzen zwischen Daten und Simulation zu vermeiden, wurden nur Ereignisse akzeptiert, bei denen der Abstand r_γ zwischen dem Durchstoßpunkt der Photonspur in der ersten Driftkammer und der Strahlachse größer als der Flanschradius (d.i. 11 cm) war (vgl. Abb. 6.11). Die Photonspur wurde vom Vertex zum Cluster intrapoliert, wobei der Vertex für die Zwecke dieses Schnittes um 4 m detektorwärts verschoben wurde, d.h. die Koordinaten des Durchstoßpunktes betrugen

$$x_\gamma = x_{Cl} \cdot \frac{z_{DCH1} - (z_{Vtx} + 4 \text{ m})}{z_{LKr} - (z_{Vtx} + 4 \text{ m})}, \quad (6.13)$$

$$y_\gamma = y_{Cl} \cdot \frac{z_{DCH1} - (z_{Vtx} + 4 \text{ m})}{z_{LKr} - (z_{Vtx} + 4 \text{ m})} \quad (6.14)$$

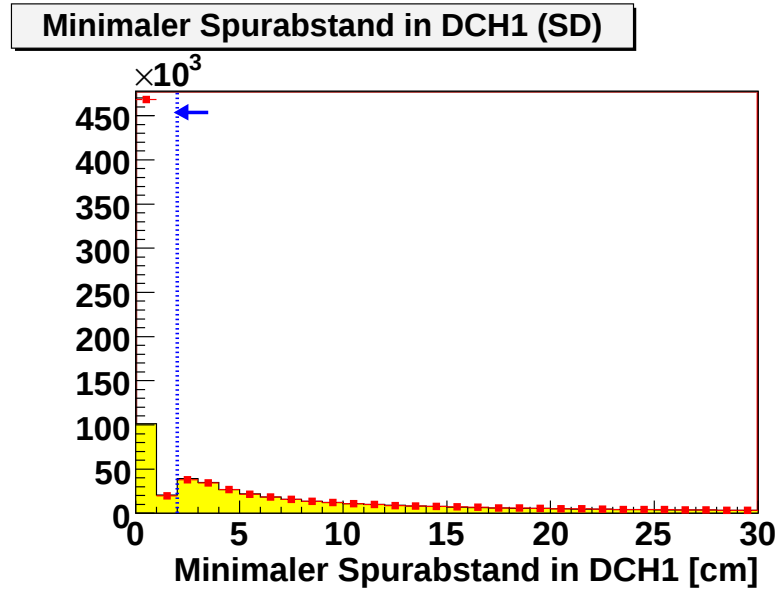
mit $r_\gamma = \sqrt{x_\gamma^2 + y_\gamma^2}$. Die Verschiebung berücksichtigt die endliche Vertexauflösung und verwendet die Vertexposition mit dem kleinsten r_γ , für die somit die meisten Ereignisse entfernt werden.

4. **COG:** Siehe oben (vgl. Abb. 6.12). Bei der Berechnung des Energieschwerpunkts wurde das Photon berücksichtigt, d.h. es ist

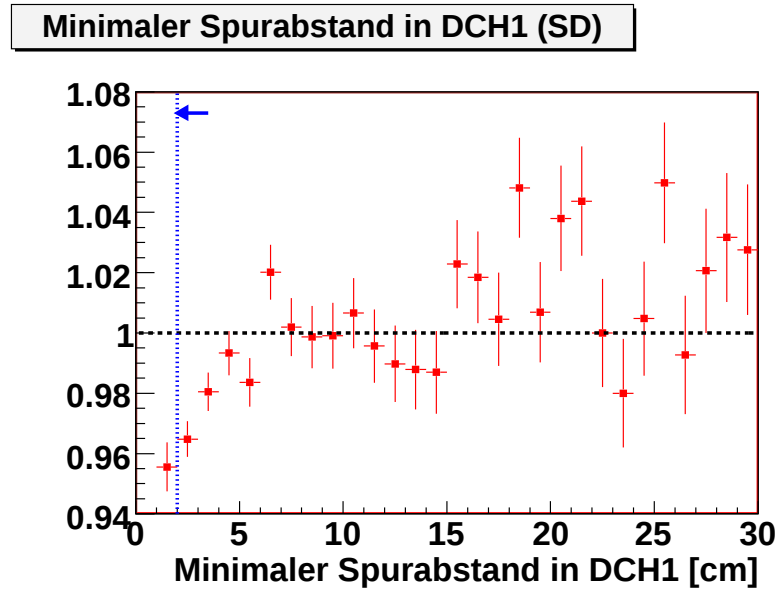
$$\mathbf{r}_{COG} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 E_i x_i^{(LKr)} + E_\gamma x_\gamma}{\sum_{i=1}^3 E_i + E_\gamma}, \frac{\sum_{i=1}^3 E_i y_i^{(LKr)} + E_\gamma y_\gamma}{\sum_{i=1}^3 E_i + E_\gamma}, z_{LKr} \right), \quad (6.15)$$

wobei x_γ und y_γ die transversalen Koordinaten des Photonclusters bezeichnen.

5. **Photon-Pion-Abstand:** Die Spur des geladenen $\pi^\pm$ -Mesons wurde ausgehend von der vierten Driftkammer bis zum elektromagnetischen Kalorimeter extrapoliert, und es wurde gefordert, dass der Abstand zwischen der Projektion der Pionspur auf das Kalorimeter und dem Photoncluster mindestens 25 cm betragen



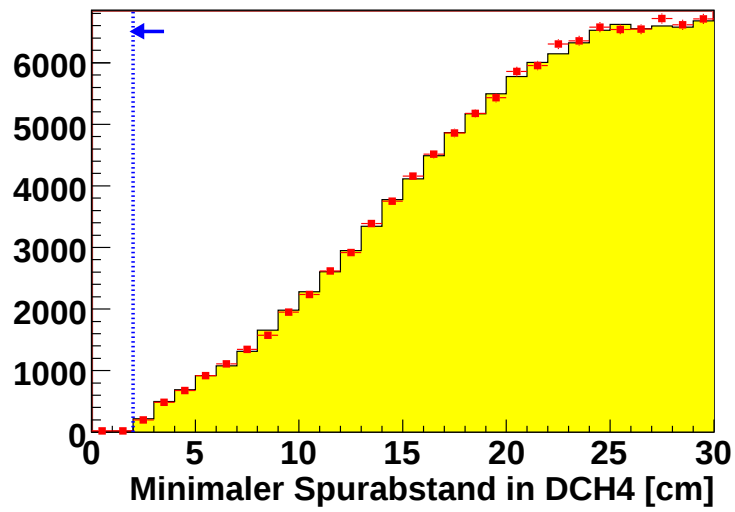
(a)



(b)

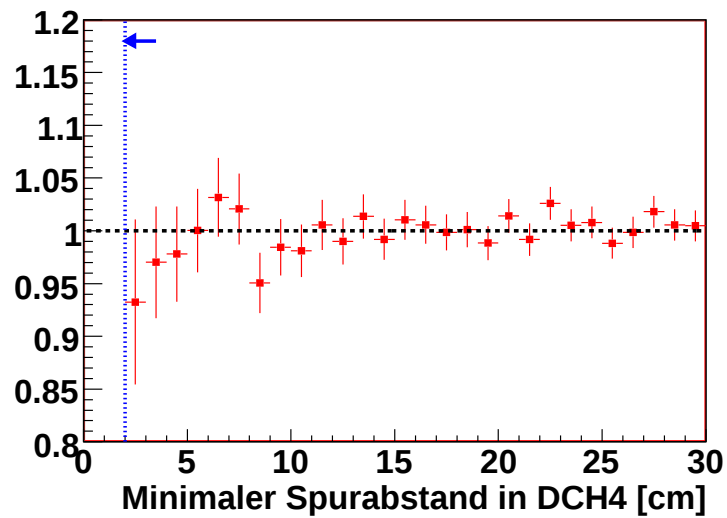
Abbildung 6.9: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der ersten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Minimaler Spurabstand in DCH4 (SD)



(a)

Minimaler Spurabstand in DCH4 (SD)

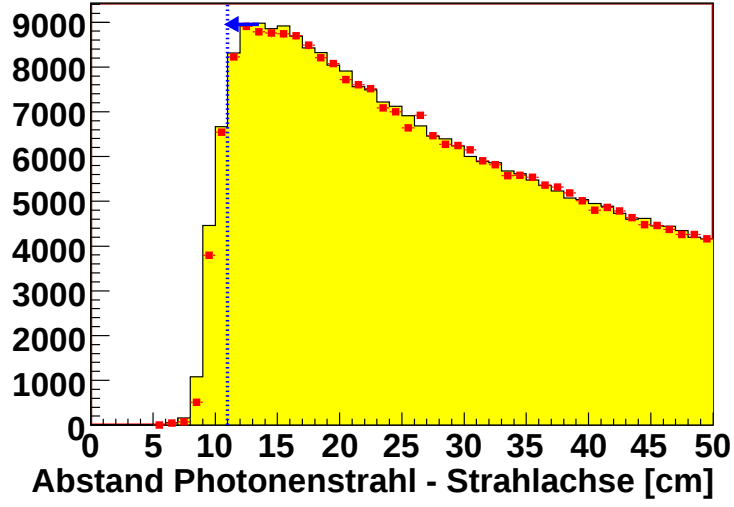


(b)

Abbildung 6.10: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der vierten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

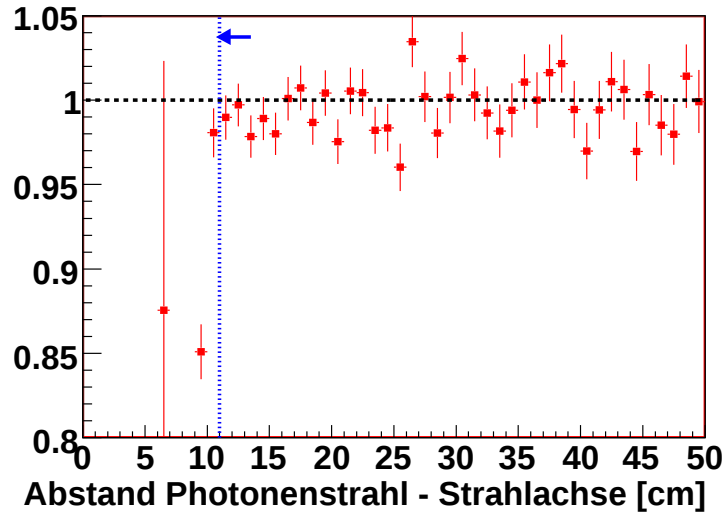
6.4 Selektion des einfachen Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{SD}^0$

Abstand des Photonenstrahls von der Strahlachse in DCH1 (SD)



(a)

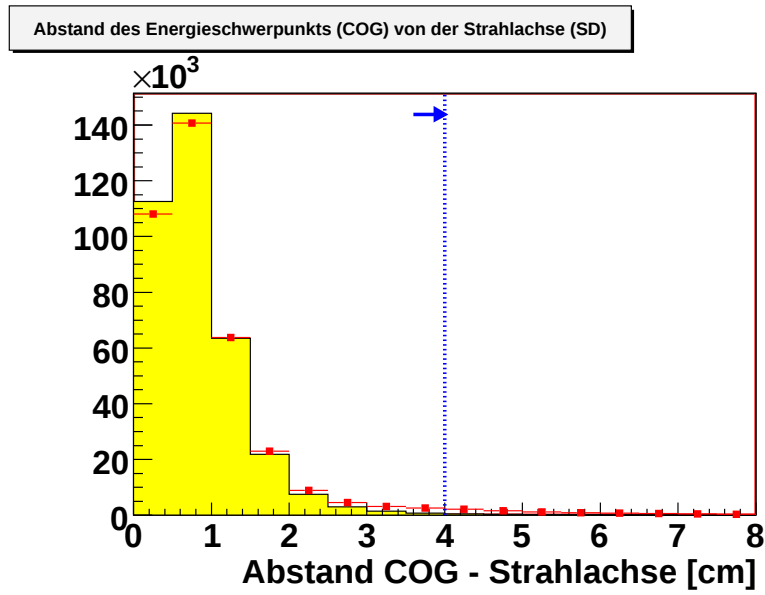
Abstand des Photonenstrahls von der Strahlachse in DCH1 (SD)



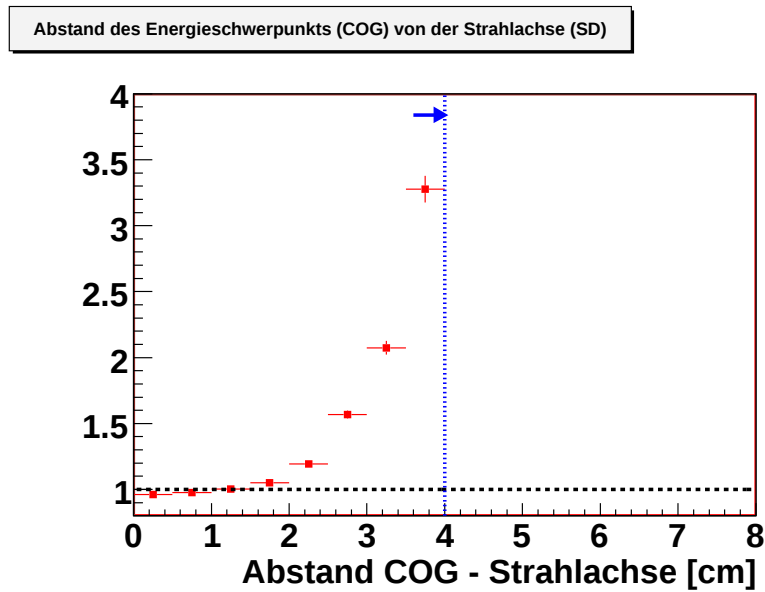
(b)

Abbildung 6.11: Verteilung des Abstandes r_γ der intrapolierten Photonspur zum Strahl an der Position der ersten Driftkammer: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC

6 Selektion der untersuchten Zerfallskanäle

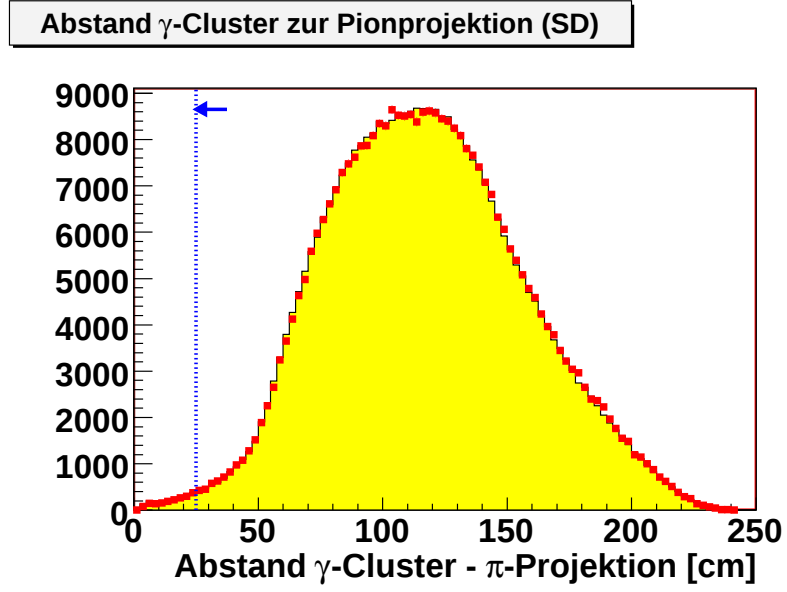


(a)

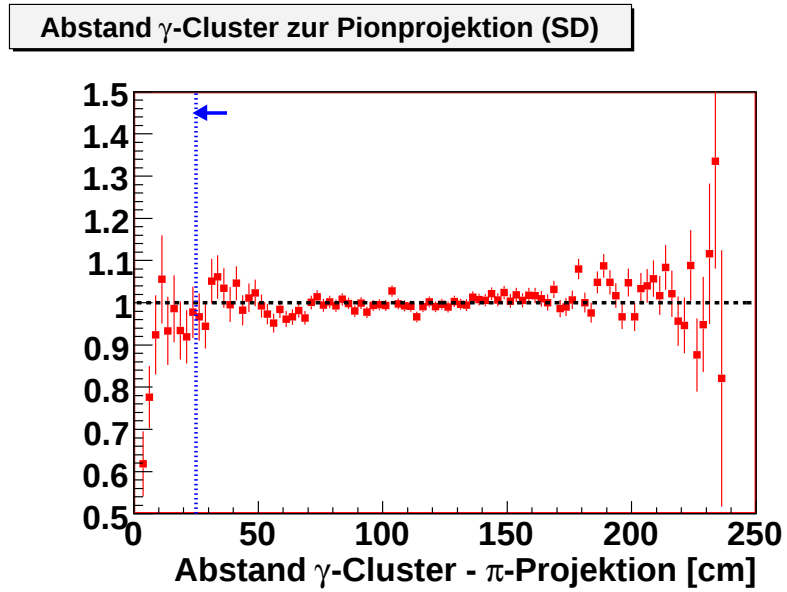


(b)

Abbildung 6.12: Verteilung des Abstandes $\sqrt{x_{COG}^2 + y_{COG}^2}$ des Energieschwerpunktes am Ort des elektromagnetischen Kalorimeters von der Strahlachse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.



(a)



(b)

Abbildung 6.13: Verteilung des Abstandes zwischen Photoncluster und Projektion der Pionspur auf das Kalorimeter: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC

6 Selektion der untersuchten Zerfallskanäle

musste (vgl. Abb. 6.13). Dies war erforderlich, da Pionen im Kalorimeter häufig sehr ausgedehnte Schauer bilden, die ohne diesen Schnitt die Messung der Photonenergie verfälschen könnten.

6. **Spurzeiten:** Siehe oben (vgl. Abb. 6.14).
7. **Zeit des Photons:** Die Zeit des Photonclusters (gemessen im Kalorimeter) durfte ebenfalls um maximal 12 ns von der mittleren Spurzeit (aus den Daten der Driftkammern) abweichen (vgl. Abb. 6.15). Auch dieser Schnitt wurde nur in den Daten vollzogen.
8. **Kaonimpuls:** Siehe oben (vgl. Abb. 6.16).
9. **Pionmasse:** Die invariante Masse des Elektrons, Positrons und Photons durfte um max. 15 MeV von der π^0 -Masse abweichen (entsprechend etwa fünf Standardabweichungen, vgl. Abb. 6.17). Man erkennt in Abb. 6.17(b) eine leichte Verschiebung der Verteilung zwischen Daten und MC-Ereignissen, bei den gewählten Schnittgrenzen ist jedoch kein Einfluss auf das Endergebnis zu erwarten (dies wurde später durch Variation der Schnittgrenzen überprüft, vgl. Anhang D).
10. **Fehlende π^0 -Masse:** Zur zusätzlichen Unterdrückung von Untergrund aus $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ -Zerfällen wurde der 4-Impuls des π^0 -Mesons noch auf eine zweite Weise rekonstruiert, nämlich als „fehlende Masse“ aus den 4-Impulsen des Kaons und des $\pi^\pm$ -Mesons. Für den theoretischen 4-Impuls $p_K^{(th)}$ des Kaons wurde angenommen, dass es sich mit einem Impuls von $|\mathbf{p}_K^{(th)}| = 60 \text{ GeV}$ entlang der z -Achse bewegt:

$$p_K^{(th)} = \left(\sqrt{m_K^2 + \mathbf{p}_K^{(th)2}}, 0, 0, |\mathbf{p}_K^{(th)}| \right). \quad (6.16)$$

Damit wurde die fehlende Pionmasse $m_\pi^{(miss)} := \sqrt{\left(p_K^{(th)} - p_\pi\right)^2}$ berechnet; während für $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ -Zerfälle $m_\pi^{(miss)} = M \approx 135 \text{ MeV}$ gilt, ist für $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \pi^0$ -Zerfälle

$$m_\pi^{(miss)} = 2\sqrt{M^2 + p^{*2}} \geq 2M \approx 270 \text{ MeV}, \quad (6.17)$$

wobei p^* der Impulsbetrag der beiden π^0 -Mesonen im $\pi^0 \pi^0$ -Ruhesystem ist. Zur Trennung der beiden Zerfallsmodi wurde

$$m_\pi^{(miss)} \leq 190 \text{ MeV} \quad (6.18)$$

gefordert (siehe Abb. 6.18).

11. **Kaonmasse:** Für die einfachen Dalitzzerfälle wurde ein asymmetrisches Intervall von 470 MeV bis 510 MeV um die wahre Kaonmasse von 493.7 MeV gewählt, da die Kaonmassenverteilung linksschief ist (vgl. Abb. 6.19): Ursache ist die Bildung weicher Photonen in radiativen Prozessen, die bei der Rekonstruktion verloren gehen und zu einem Verlust von invarianter Masse führen. Auch hier ist eine Verschiebung zwischen Daten und MC-Ereignissen erkennbar, die bei höheren Massen zu einem Abfall des Daten/MC-Verhältnisses führt.

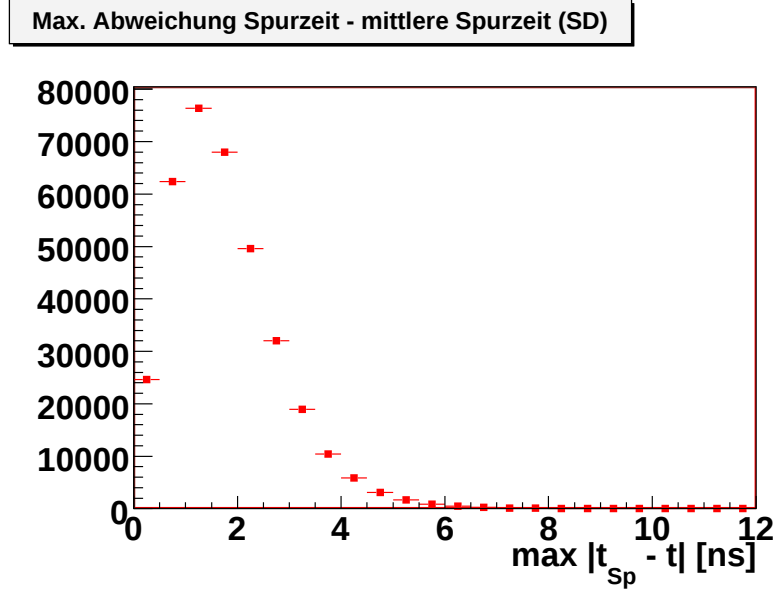


Abbildung 6.14: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung der drei Spuren ($e^+/e^-/\pi^\pm$) von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

12. **Vertex-z:** Siehe oben (vgl. Abb. 6.20).

In den Daten wurden ferner die selben Triggerbedingungen gefordert wie für die $K_{3\pi}$ -Zerfälle. Nach Analyse von 10.0 Mio. Ereignissen aus der Monte-Carlo-Simulation ergab sich die Akzeptanz zu

$$A_{SD} = (7.8645 \pm 0.0085)\% \quad (6.19)$$

(vgl. Tab. 6.3 und 6.4).

6.5 Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$

6.5.1 Auswahl der Teilchenkombinationen

Es wurden nur Ereignisse untersucht, welche die Kriterien A und B (gemäß Abschnitt 6.2) erfüllten: d.h. mindestens fünf rekonstruierte Spuren (von denen jeweils zwei die Ladung $+e$ und $-e$ haben mussten) und mindestens ein rekonstruierter Vertex. Wie bei den übrigen Zerfallskanälen wurden alle guten Spuren ausgewählt und die Impulsvektoren am Ort der ersten Driftkammer bestimmt (mit α/β -Korrekturen); es mussten mindestens je zwei gute Spuren mit Ladung $+e$ und $-e$ vorhanden sein. Darauf wurden alle 5-Spur-Kombinationen mit jeweils mindestens zwei möglichen Positronen (d.h. positiv geladenen Spuren) und möglichen Elektronen (d.h. negativ geladenen Spuren) betrachtet: den möglichen Positronen und Elektronen wurde die Elektronenmasse und der fünften Spur die Masse geladener Pionen zugewiesen, und es wurden die zugehörigen 4-Impulse berechnet.

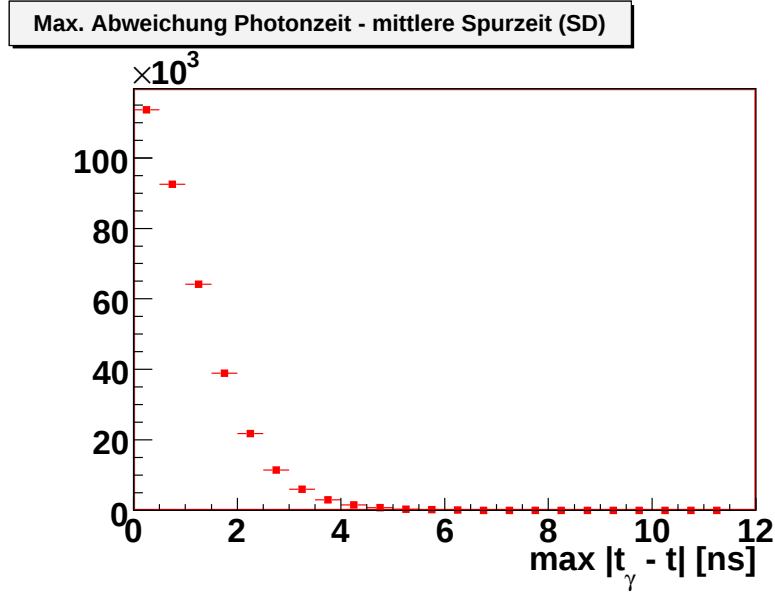


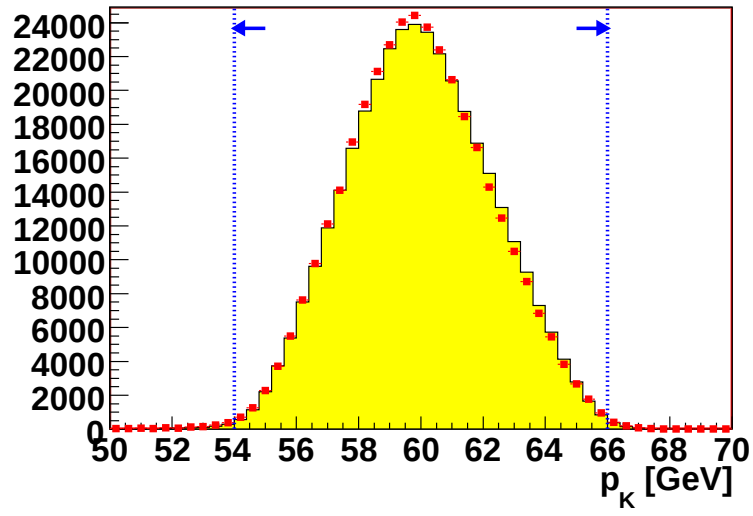
Abbildung 6.15: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung des Photonclusters von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

Tabelle 6.3: SD-Selektionsschnitte mit den jeweiligen Anteilen der übriggebliebenen Zerfälle (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

Total	100.00 %
Vorfilterung (Kriterium A)	33.49 %
≥ 1 Cluster	33.46 %
≥ 3 gute Spuren mit Ladungen $+e, -e, \pm e$	30.92 %
≥ 1 mögliches Photon	20.40 %
Guter gemeinsamer Vertex	16.74 %
Spurabstand in DCH1/4 ≥ 2 cm	10.14 %
Flansch-Schnitt	9.79 %
Abstand COG - Strahlachse ≤ 4 cm	8.56 %
Abstand γ -Cluster - Pionprojektion ≥ 25 cm	8.44 %
Kaonimpuls zwischen 54 und 66 GeV	8.34 %
Pionmasse zwischen 120 und 150 MeV	7.99 %
Fehlende Pionmasse ≤ 190 MeV	7.97 %
Kaonmasse zwischen 470 und 510 MeV	7.89 %
z_{Vtx} zwischen -18 und 80 m	7.86 %

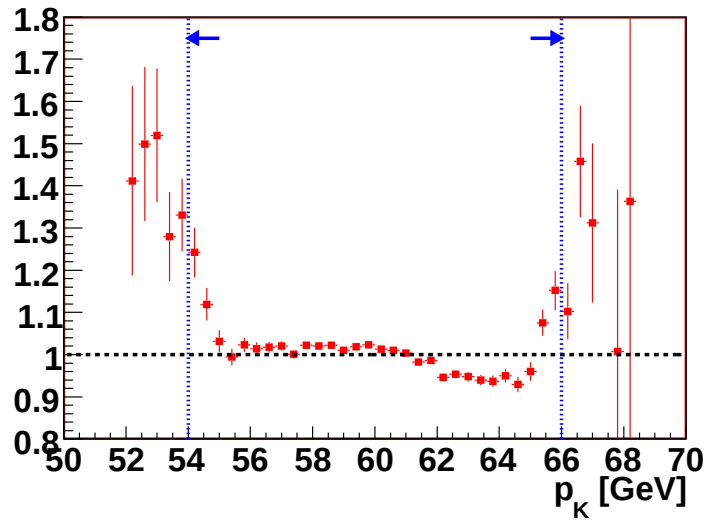
6.5 Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$

Kaonimpuls (SD)



(a)

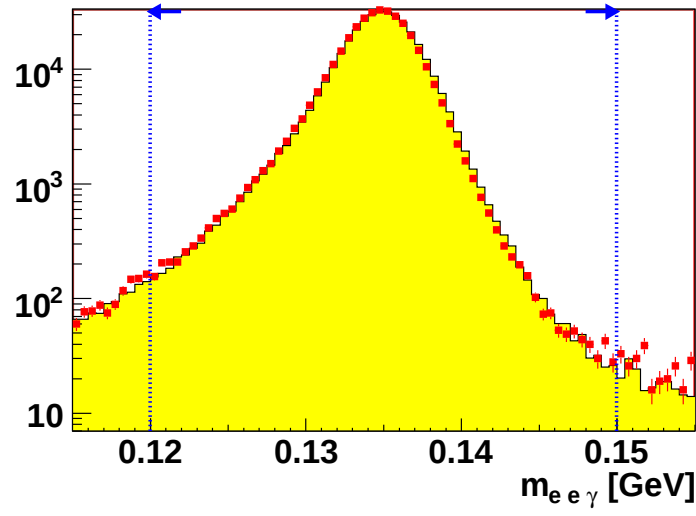
Kaonimpuls (SD)



(b)

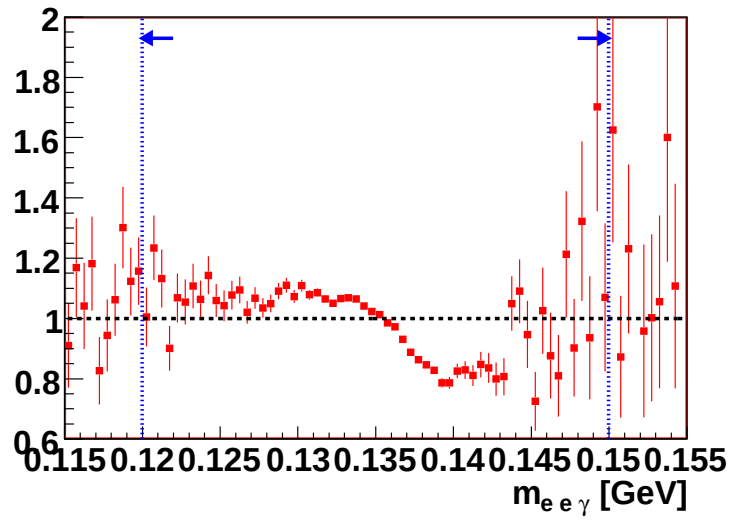
Abbildung 6.16: Verteilung des rekonstruierten Kaonimpulses: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Pionmasse (SD)



(a)

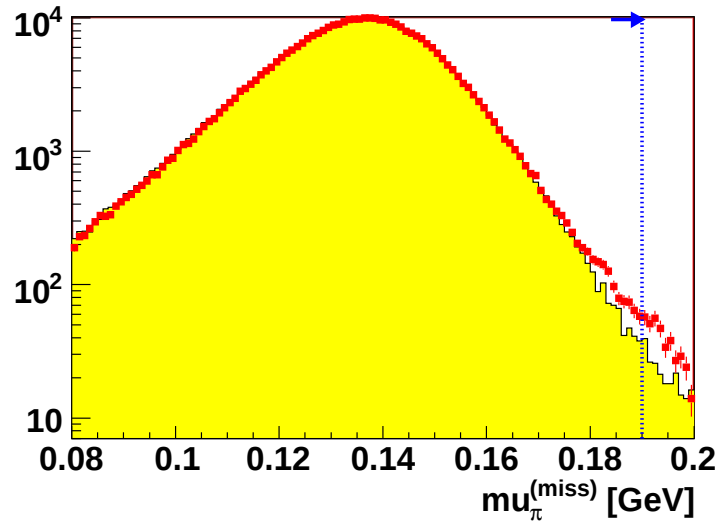
Pionmasse (SD)



(b)

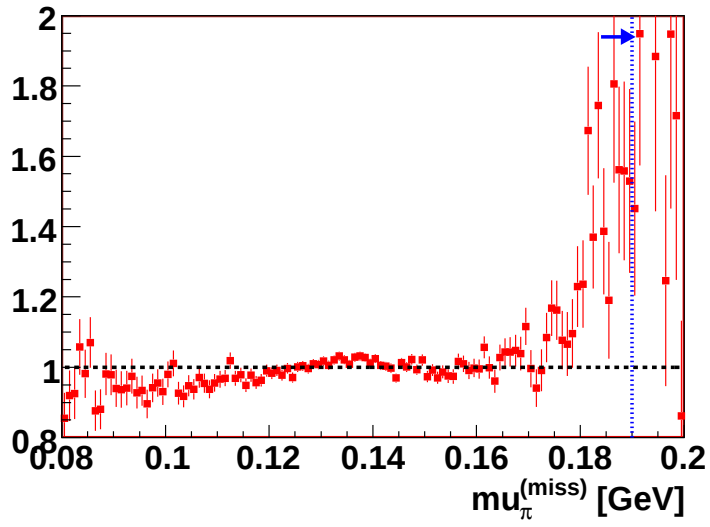
Abbildung 6.17: Verteilung der rekonstruierten Pionmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Fehlende Pionmasse (SD)



(a)

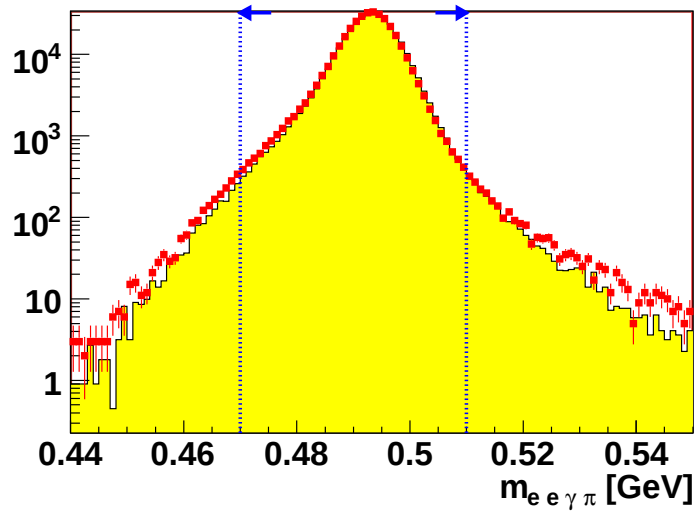
Fehlende Pionmasse (SD)



(b)

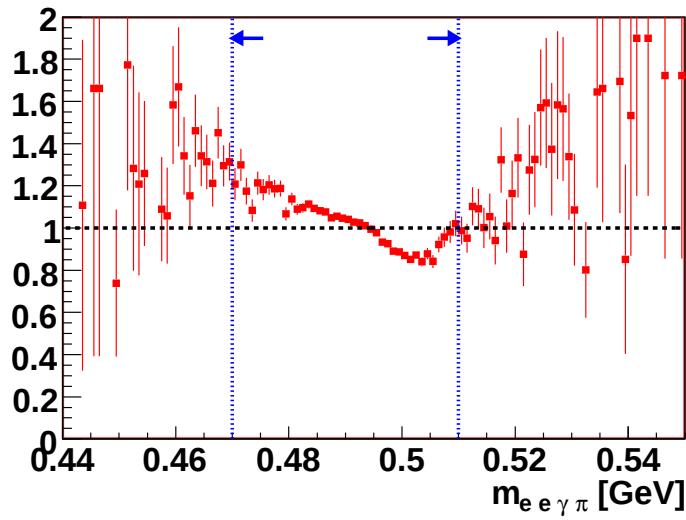
Abbildung 6.18: Verteilung der rekonstruierten Pionmasse als fehlende Masse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Kaonmasse (SD)



(a)

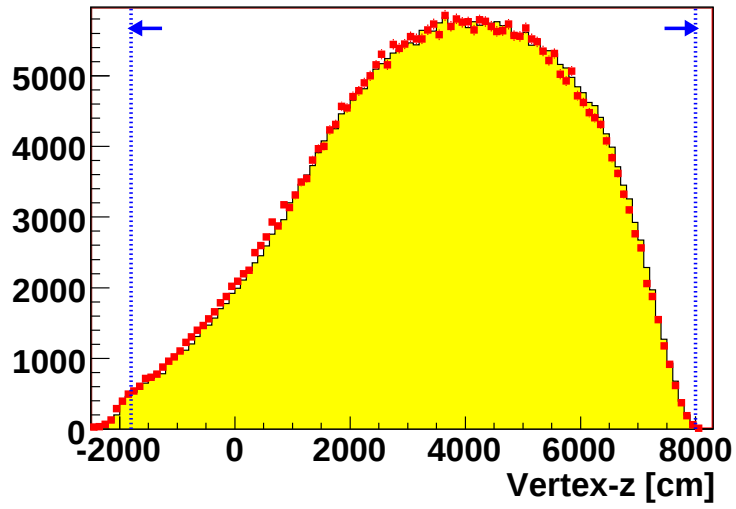
Kaonmasse (SD)



(b)

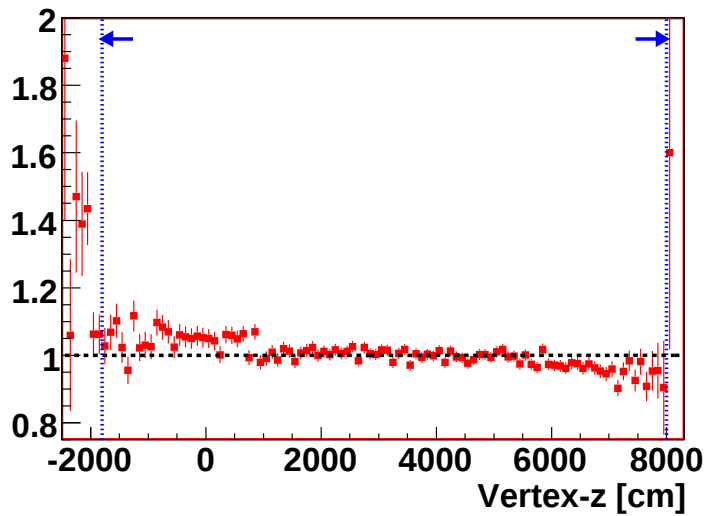
Abbildung 6.19: Verteilung der rekonstruierten Kaonmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

z-Koordinate des Vertex (SD)



(a)

z-Koordinate des Vertex (SD)



(b)

Abbildung 6.20: Verteilung der z -Komponenten des Zerfallsvertex der SD-Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC

Tabelle 6.4: Effizienz der verschiedenen Qualitätsschnitte für SD-Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

Spurabstand in DCH1	74.47 %
Spurabstand in DCH4	99.99 %
Flansch-Schnitt	96.61 %
z -Position des Vertex	99.64 %
Energieschwerpunkt (COG)	99.46 %
Abstand zwischen γ -Cluster und Pionprojektion	99.43 %
Kaonimpuls	99.61 %
π^0 -Masse	99.12 %
Fehlende π^0 -Masse	99.92 %
Kaonmasse	98.97 %
z -Position des Vertex	99.64 %

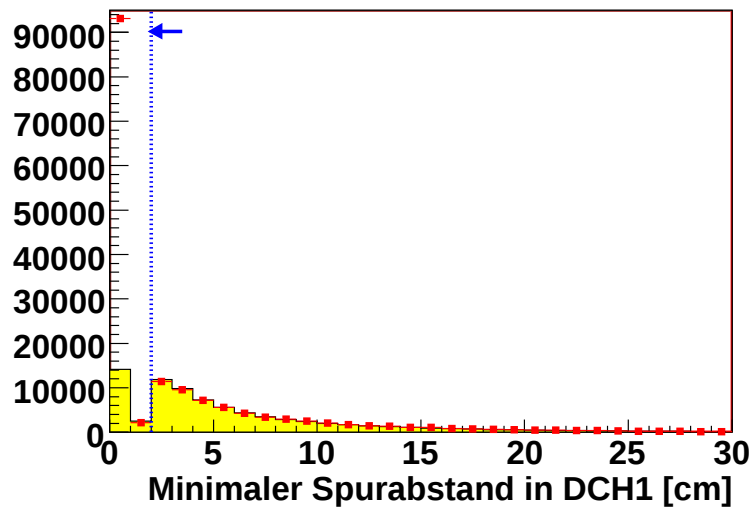
6.5.2 Weitere Qualitätsschnitte

Um eine möglichst hohe Statistik von doppelten Dalitzzerfällen zu erhalten, wurde im Gegensatz zu den einfachen Dalitzzerfällen und $K_{3\pi}$ -Zerfällen die Auswahl zwischen mehreren möglichen Kombinationen erst am Ende aller Qualitätsschnitte getroffen. Dies war erforderlich, da es aufgrund der großen Anzahl von Spuren viele Kombinationen mit ähnlichen Werten für die Kaonmasse gab; daher hätte es ansonsten vorkommen können, dass eine falsche Spurpaarung einen geringfügig besseren Wert für die Kaonmasse als die richtige Paarung ergeben hätte, aber später durch einen anderen Qualitätsschnitt ausgesondert worden wäre. Die im Folgenden angegebenen Schnitte wurden auf alle möglichen Spurkombinationen angewendet, die dadurch so lange sukzessive ausgesondert wurden, bis nur noch eine mögliche Kombination vorhanden war. In der Regel blieb nach Anwendung aller Schnitte nur eine einzige Kombination übrig (siehe Tab. 6.5); ansonsten wurde die Kombination mit dem besten Wert für die Kaonmasse ausgewählt (d.h. mit dem minimalen Wert für $|m_{Ae\pi} - m_K|$). In Abb. 6.21 - 6.30 ist jeweils die Anzahl der Ereignisse aufgetragen, bei denen nach Anwendung aller anderen Schnitte noch mindestens eine mögliche Kombination übrig blieb (mit dem Wert der letzten verbliebenen Kombination für die Schnittvariable). Hierdurch werden in diesen Darstellungen Werte im selektierten Bereich begünstigt: wenn ein Ereignis mindestens eine Spurkombination mit einem Wert im selektierten Bereich hat, wird es an dieser Stelle ins Histogramm eingetragen; so kommen gelegentlich Kanten an den Schnittgrenzen der Verteilungen zustande (vgl. Abb. 6.26).

Es wurden elf Qualitätsschnitte angewendet, von denen acht bereits oben erläutert wurden:

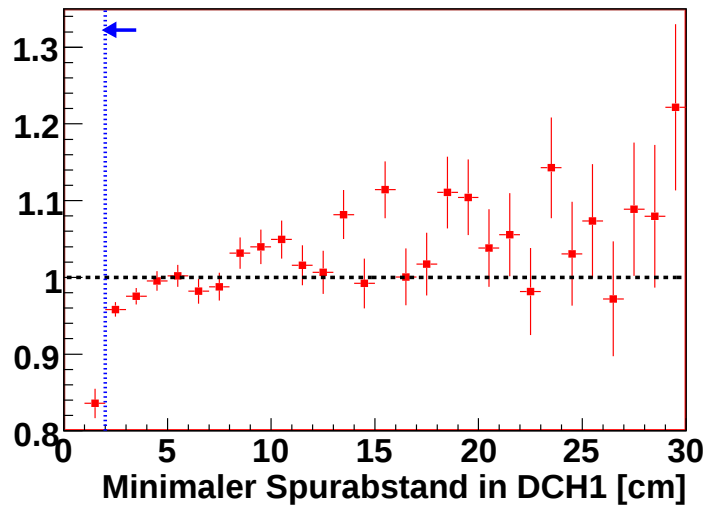
- 1./2. **Spurabstand in DCH1/4:** Siehe oben (vgl. Abb. 6.21 und 6.22). Ohne diesen Schnitt erhält man einen großen Untergrund aus einfachen Dalitzzerfällen, bei denen aus den Driftkammer-Clustern der Elektron- und Positronspur zwei zusätzliche virtuelle Geisterspuren erzeugt werden, wodurch ein doppelter Dalitzzerfall

Minimaler Spurabstand in DCH1 (DD)



(a)

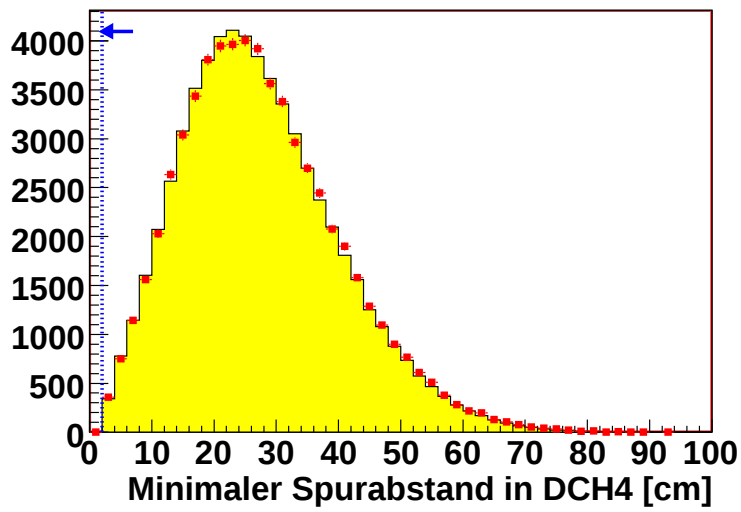
Minimaler Spurabstand in DCH1 (DD)



(b)

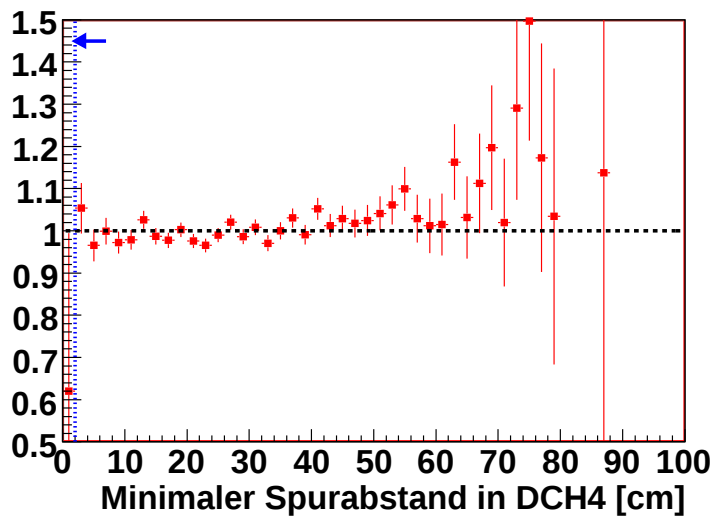
Abbildung 6.21: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der ersten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD)



(a)

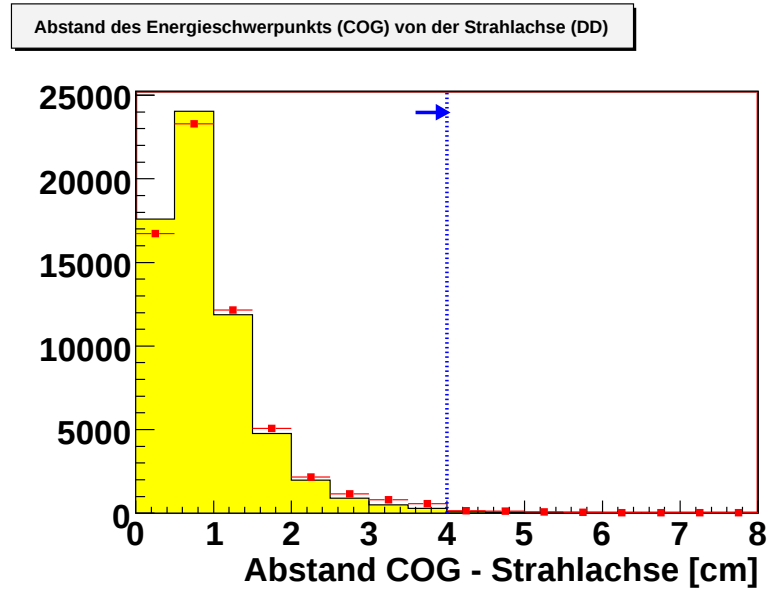
Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD)



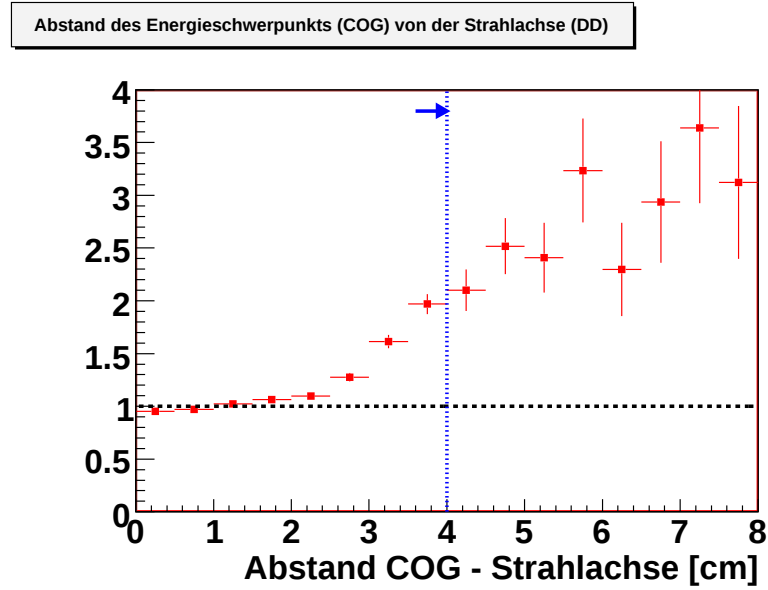
(b)

Abbildung 6.22: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der vierten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

6.5 Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$



(a)



(b)

Abbildung 6.23: Verteilung des Abstandes $\sqrt{x_{COG}^2 + y_{COG}^2}$ des Energieschwerpunktes am Ort des elektromagnetischen Kalorimeters von der Strahlachse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Tabelle 6.5: Anzahl der verbleibenden Spurkombinationen nach allen Qualitätsschnitten der DD-Selektion (MC von SS0-8).

1	417234	98.70 %
2	4690	1.11 %
3	585	0.14 %
4	181	0.04 %
≥ 5	38	0.01 %
Total	422728	100.00 %

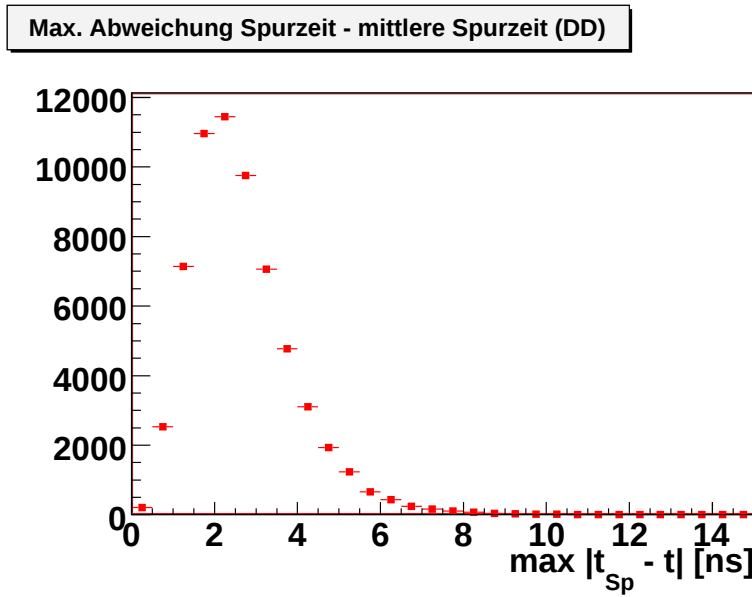


Abbildung 6.24: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung der fünf Spuren ($2e^+/2e^-/\pi^\pm$) von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

6.5 Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$

vorgetäuscht wird.

3. **COG**: Siehe oben (vgl. Abb. 6.23).
4. **Spurzeiten**: Da die Ereignisse im Gegensatz zu den $K_{3\pi}$ - und SD-Ereignissen aus fünf Spuren gebildet werden, ist zu erwarten, dass der Wert für die maximale Abweichung der Spurzeit höher liegt (vgl. Abb. 6.24). Es wurde daher gefordert, dass er maximal 15 ns betragen durfte.
5. **Kaonimpuls**: Siehe oben (vgl. Abb. 6.25).
6. π^0 -**Masse**: Siehe oben (vgl. Abb. 6.26).
7. **Fehlende π^0 -Masse**: Siehe oben (vgl. Abb. 6.27).
8. **Kaonmasse**: Siehe oben (vgl. Abb. 6.28).
9. **Existenz eines 5-Spur-Vertex**: Da das COMPACT-Programm nur Vertizes aus jeweils drei Spuren rekonstruiert, wurde gefordert, dass alle Kombinationen von drei der fünf Spuren des Ereignisses einen gemeinsamen Vertex haben mussten: wenn diese zehn Vertizes $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{10}$ alle existierten, wurden sie zu einem 5-Spurvertex an der Mittelpunkt-Position

$$\mathbf{r}_{Vtx} = \frac{1}{10} \sum_i \mathbf{r}_i$$

zusammengefasst.

10. **Vertex-z**: Wie bei den anderen betrachteten Zerfallskanälen musste die z -Komponente z_{Vtx} dieses Vertex zwischen -18 m und 80 m liegen (vgl. Abb. 6.29).
11. **Vertexstreuung**: Die Streuung der zehn Kombinationsvertizes

$$\sigma_{\mathbf{r}} = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_i (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{Vtx})^2} \quad (6.20)$$

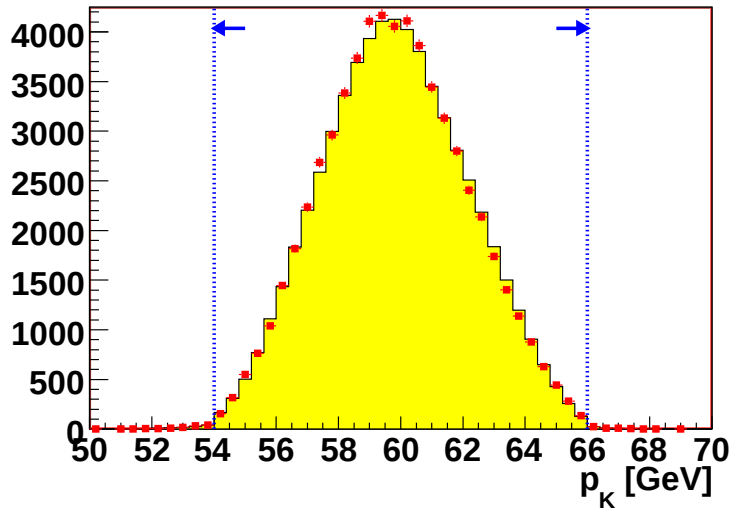
durfte maximal 9 m betragen (vgl. Abb. 6.30).

Die Triggerbedingungen waren dieselben wie bei der SD- und $K_{3\pi}$ -Selektion. Nach allen Qualitätsschnitten betrug die Akzeptanz (ermittelt aus 9.96 Mio. MC-Ereignissen)

$$A_{DD(\gamma)} = (4.2474 \pm 0.0064)\%$$

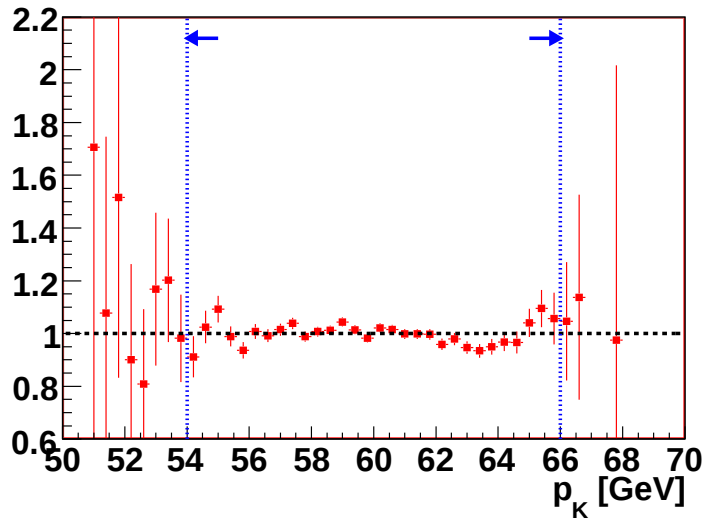
(siehe Tab. 6.6 und Tab. 6.7). Die MC-Ereignisse waren unter Verwendung des PHOTOS-Programms generiert worden, d.h. es handelt sich sowohl um radiative als auch um strahlungsfreie doppelte Dalitzzerfälle. Somit lässt sich mit Hilfe dieser Akzeptanz $A_{DD(\gamma)}$ und der Anzahl der gemessenen selektierten DD-Ereignisse das summierte Verzweigungsverhältnis des doppelten Dalitzzerfalls $\Gamma_{4e(\gamma)}/\Gamma_{tot}$ bestimmen.

Kaonimpuls (DD)



(a)

Kaonimpuls (DD)

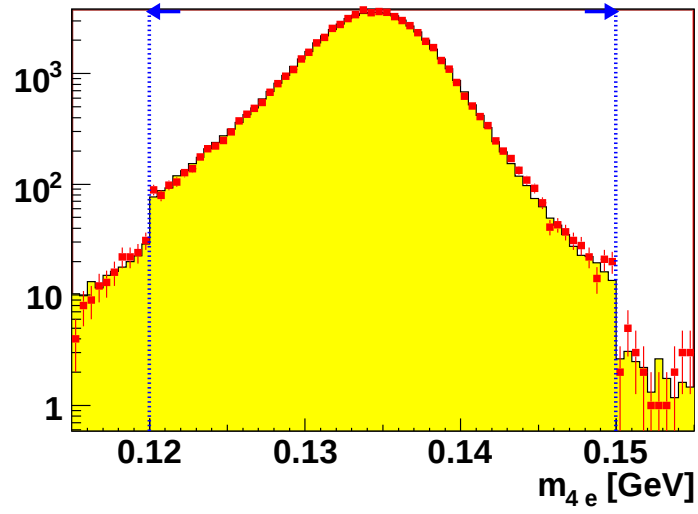


(b)

Abbildung 6.25: Verteilung des rekonstruierten Kaonimpulses: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

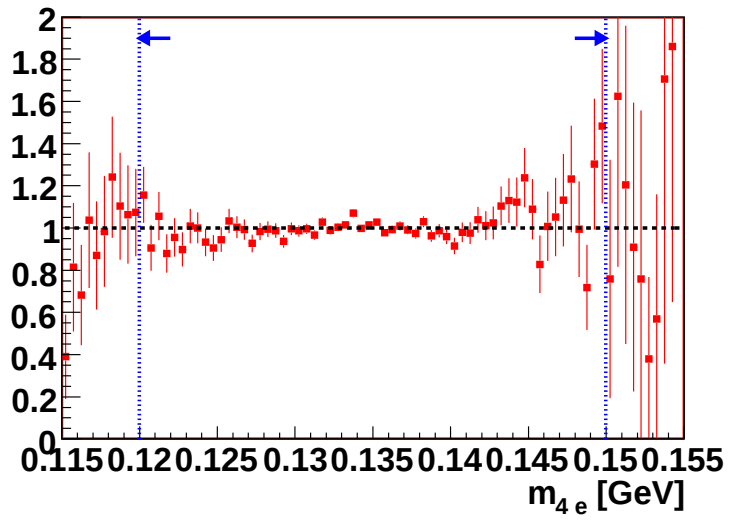
6.5 Selektion des doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD(\gamma)}^0$

Pionmasse (DD)



(a)

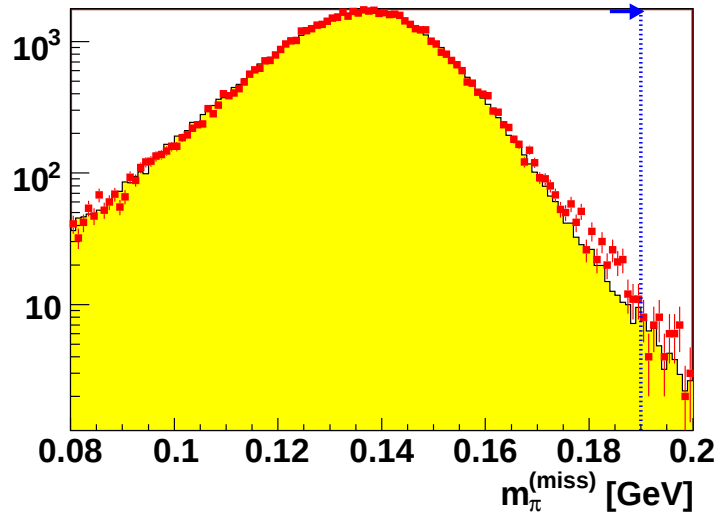
Pionmasse (DD)



(b)

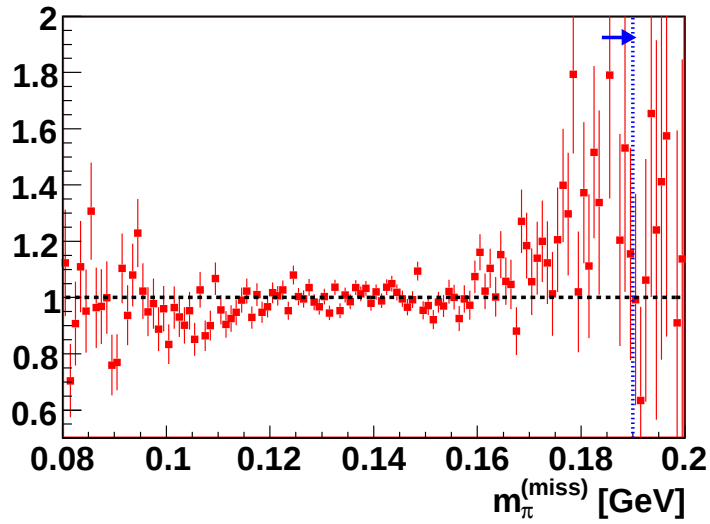
Abbildung 6.26: Verteilung der rekonstruierten Pionmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Fehlende Pionmasse (DD)



(a)

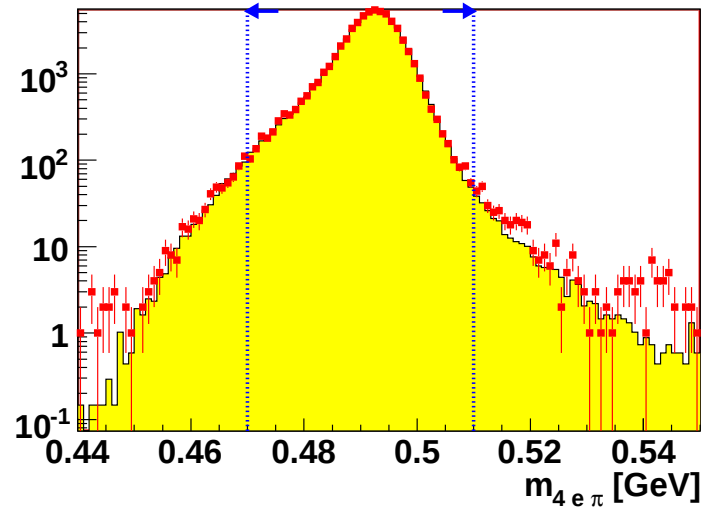
Fehlende Pionmasse (DD)



(b)

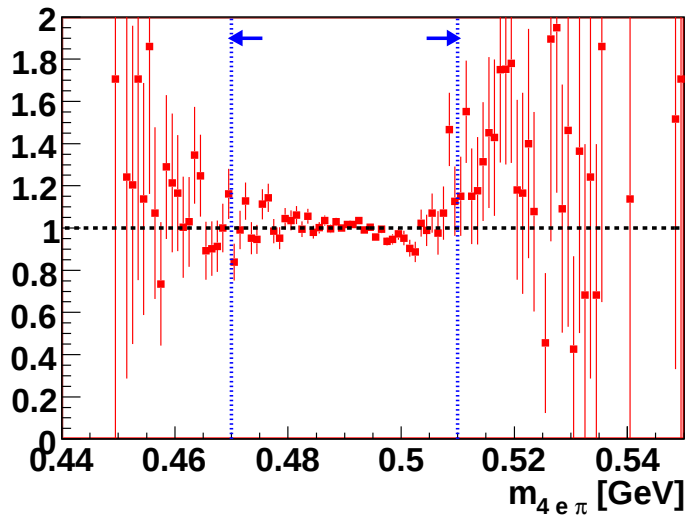
Abbildung 6.27: Verteilung der fehlenden Pionmasse $m_{\pi}^{(miss)}$: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Kaonmasse (DD)



(a)

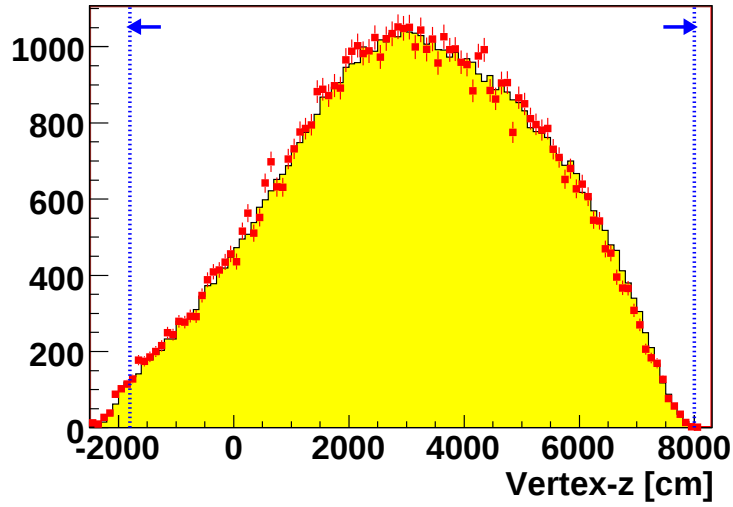
Kaonmasse (DD)



(b)

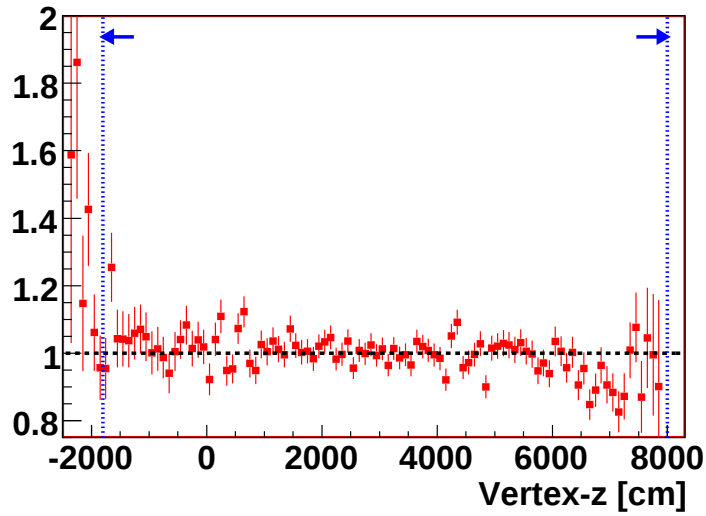
Abbildung 6.28: Verteilung der rekonstruierten Kaonmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

z-Koordinate des Vertex (DD)



(a)

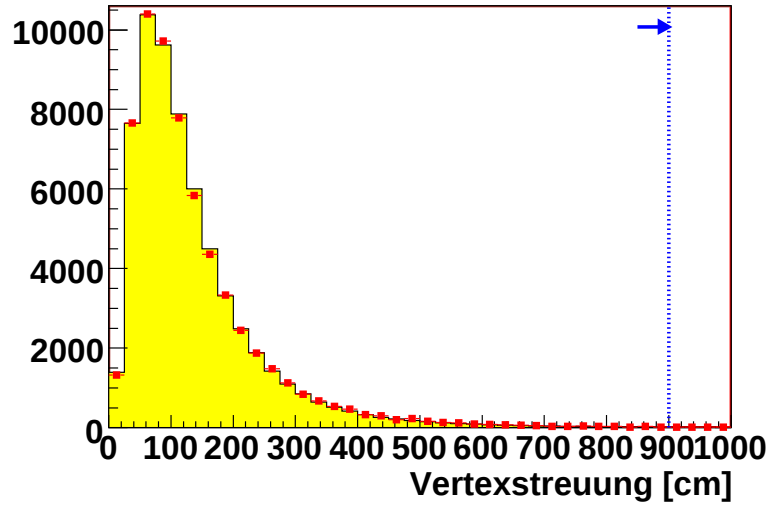
z-Koordinate des Vertex (DD)



(b)

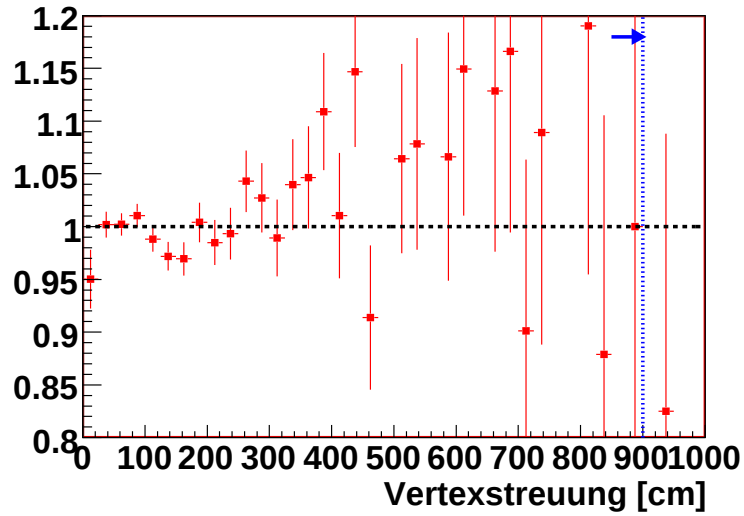
Abbildung 6.29: Verteilung der z -Komponenten des Zerfallsvertex der DD-Zerfälle: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Standardabweichung der Vertexpositionen (DD)



(a)

Standardabweichung der Vertexpositionen (DD)



(b)

Abbildung 6.30: Verteilung der Streuung σ_r der zehn Kombinationsvertizes: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Tabelle 6.6: DD-Selektionsschnitte mit den jeweiligen Anteilen der übriggebliebenen Ereignisse (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8). Dabei gilt ein Ereignis als „übrig geblieben“, wenn es noch mindestens eine erlaubte Spurkombination gibt, die alle vorangegangenen Schnitte überstanden hat.

Total	100.00 %
Vorfilterung (Kriterium A & B)	17.23 %
$\geq$ je 2 gute Spuren mit Ladungen $+e$ und $-e$	15.57 %
≥ 1 zusätzliche gute Spur ($\pi^\pm$)	14.88 %
Spurabstand in DCH1/4 ≥ 2 cm	5.34 %
Abstand COG - Strahlachse ≤ 4 cm	4.66 %
Kaonimpuls zwischen 54 und 66 GeV	4.58 %
Pionmasse zwischen 120 und 150 MeV	4.43 %
Fehlende Pionmasse ≤ 190 MeV	4.41 %
Kaonmasse zwischen 470 und 510 MeV	4.34 %
Gemeinsamer Vertex jeder 3-Spur-Kombination	4.28 %
z_{Vtx} zwischen -18 und 80 m	4.26 %
Vertexstreuung ≤ 9 m	4.25 %

Tabelle 6.7: Effizienz der verschiedenen Qualitätsschnitte für DD-Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

Spurabstand in DCH1	78.79 %
Spurabstand in DCH4	99.44 %
Energieschwerpunkt (COG)	99.57 %
Kaonimpuls	99.75 %
π^0 -Masse	99.49 %
Fehlende π^0 -Masse	99.90 %
Kaonmasse	98.63 %
z -Position des Vertex	99.45 %
Streuung der Vertizes	99.77 %

7 Messung der Verzweigungsverhältnisse $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ und $\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$

Aus den Gesamtdaten aller neun Super-Sample wurden etwa 58000 doppelte Dalitzzerfälle, 350000 einfache Dalitzzerfälle und 35 Mio. $K_{3\pi}$ -Zerfälle selektiert (siehe Tab. 7.1). Mit der aus der Monte-Carlo-Simulation bekannten $K_{3\pi}$ -Akzeptanz (siehe Gl. (6.4)) bestimmt sich der Gesamtfluss (d.i. die Anzahl der Kaonzerfälle im Zerfallsvolumen zwischen -22 und 90 m während der gesamten Datennahme) unter Vernachlässigung der Triggereffizienz zu

$$\Phi_K = \frac{100 \cdot 34647305}{\mathcal{A}_{3\pi} \cdot \mathcal{BR}(K_{3\pi})} = 1.968 \times 10^{11}, \quad (7.1)$$

d.h. es fanden insgesamt etwa 200 Milliarden Kaonzerfälle statt.

Für die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse konnten jedoch nicht alle Super-Samples verwendet werden: Zum einen zeigte Super-Sample 4 sporadische Ineffizienzen der dritten und vierten Driftkammer, die nicht hinreichend in der Monte-Carlo-Simulation beschrieben sind und die zum Verlust von Spuren führen konnten; dies äußerte sich nicht zwangsläufig in einem entsprechenden Abfall der Triggereffizienz, da nur die ersten beiden Driftkammern zur Triggerung durch die Massbox verwendet wurden. Daher wurde Super-Sample 4 in Übereinstimmung mit anderen NA48/2-Analysen für die Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse ausgeschlossen. Zum anderen wurde in den letzten drei Super-Samples das elektromagnetische Kalorimeter herunterskaliert ausgelesen (dies erfolgte zur Erhöhung der Datenrate für die $K_{3\pi}$ -Ereignisse, da das Kalorimeter der begrenzende Faktor für die Datenauslese war). Da diese Skalierung auf komplizierte Weise von den Triggerbedingungen abhing, ließ sich dieser Effekt bisher nicht korrigieren, so dass die Super-Samples 6-8 für die Bestimmung des SD-Verzweigungsverhältnisses ebenfalls ausgeschlossen wurden. Für den doppelten Dalitzzerfall ist diese Skalierung nicht relevant, da hier das Kalorimeter weder im Signal- noch im Normierungskanal für die Selektion verwendet wurde.

7.1 Triggereffizienz des Stufe 1- und Stufe 2-Triggers

Die Triggereffizienz wurde auf jeder Stufe durch Vergleich des zur Selektion verwendeten Triggerwortes mit einem Vergleichs-Triggerwort bestimmt: Wie in Kapitel 6 beschrieben, wurden bei der Selektion nur Ereignisse akzeptiert, die das rekonstruierte Triggerbit $C - \text{PRE}_{rek}$ (für den Stufe 1-Trigger) und eines der Massbox-Triggerbits (für den Stufe 2-Trigger) gesetzt hatten.

Die Stufe 1-Triggereffizienz wurde durch Vergleich der C-PRE-Bedingung mit der N-MBIAS-Bedingung ermittelt (siehe Tab. 4.1): da diese beiden Bedingungen aus unter-

7 Messung der Verzweungsverhältnisse $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ und $\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$

Tabelle 7.1: Anzahl der selektierten Ereignisse pro Super-Sample (Daten) mit Untergrund aus Massen-Seitenbändern (siehe Abschnitt 7.2).

	$3\pi / 100$	SD / 100 (Untergr.)	DD (Untergr.)
SS0	8542604	94156 (240)	14596 (44)
SS1	4286585	47171 (148)	7270 (22)
SS2	3593775	40006 (96)	6250 (15)
SS3	1651465	18384 (50)	2903 (7)
SS4	4236624	44746 (135)	6940 (15)
SS5	2666683	27698 (68)	4367 (16)
SS6	4178786	31904 (90)	6957 (27)
SS7	2406235	18620 (64)	4096 (8)
SS8	3084548	23631 (65)	5089 (21)
Total	34647305	346316 (965)	58468 (175)

Tabelle 7.2: Stufe 1- und Stufe 2-Triggereffizienzen

	Stufe 1-Effizienz	Stufe 2-Effizienz
DD (SS 0-3 & 5-8)	99.272(63) %	94.83(12) %
SD (SS 0-3 & 5)	99.457(20) %	99.107(20) %
$K_{3\pi}$ (SS 0-3 & 5-8)	99.5309(37) %	99.8139(8) %
$K_{3\pi}$ (SS 0-3 & 5)	99.6489(37) %	99.8738(8) %

schiedlichen Detektorkomponenten (geladenes Hodoskop und Vetoähler bzw. neutrales Hodoskop) errechnet wurden, können sie als statistisch unabhängig angesehen werden, so dass für die Stufe 1-Triggereffizienz ϵ_1 gilt:

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon(C - \text{PRE} \cdot N - \text{MBIAS})}{\epsilon(N - \text{MBIAS})} = \frac{N(C - \text{PRE} \cdot N - \text{MBIAS})}{N(N - \text{MBIAS})}, \quad (7.2)$$

wobei $N(N - \text{MBIAS})$ und $N(C - \text{PRE} \cdot N - \text{MBIAS})$ jeweils die Anzahl der selektierten Daten-Ereignisse bezeichne, für welche die entsprechende Bedingung erfüllt ist. Aufgrund der Herunterskalierung wurde ebenso wie die C-PRE-Bedingung auch die N-MBIAS-Bedingung aus den Daten des Pipeline Memory Boards rekonstruiert: dazu musste im siebenten Kanal eines der Taktzyklen 2 - 6 das Bit mit der Wertigkeit 20_{hex} gesetzt sein.

Da auf der ersten Triggerstufe die C-PRE-Bedingung gefordert wurde, entspricht die Stufe 2-Triggereffizienz ϵ_2 der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass eines der drei Massbox-Bits unter der Bedingung C-PRE gesetzt ist, d.h. es ist

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon(C - \text{PRE} \cdot (\text{MB} - 2\text{VTX} + \text{MB} - 1\text{VTX} + \text{MB} - 1\text{TRK} - \text{P}))}{\epsilon(C - \text{PRE})} \quad (7.3)$$

$$= \frac{N(C - \text{PRE} \cdot (\text{MB} - 2\text{VTX} + \text{MB} - 1\text{VTX} + \text{MB} - 1\text{TRK} - \text{P}))}{N(C - \text{PRE})}. \quad (7.4)$$

In Tab. 7.2 sind die Effizienzen der betrachteten Zerfälle für die aggregierten Daten aufgelistet, in Abb. 7.1 - 7.3 sind sie für jedes Super-Sample einzeln dargestellt.

7.1 Triggereffizienz des Stufe 1- und Stufe 2-Triggers

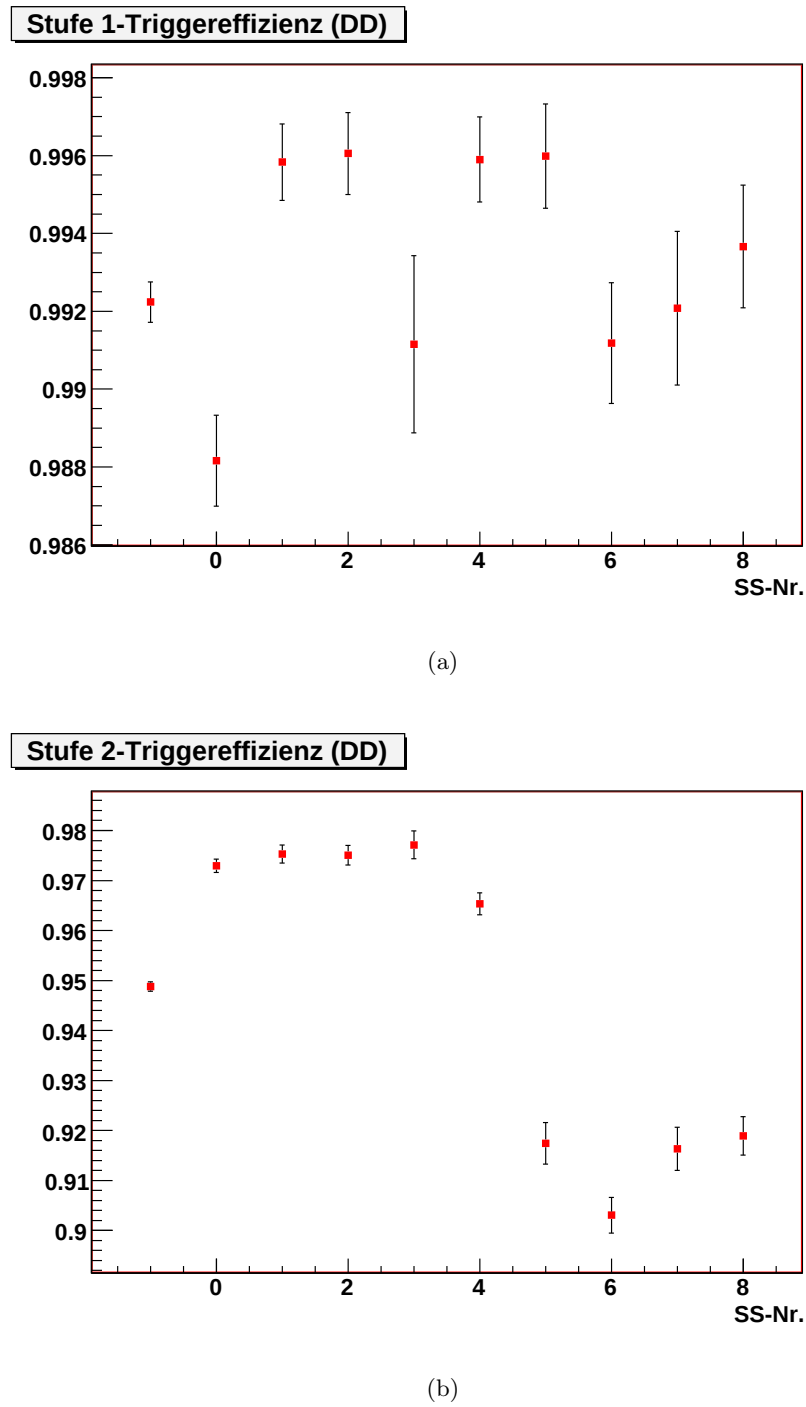
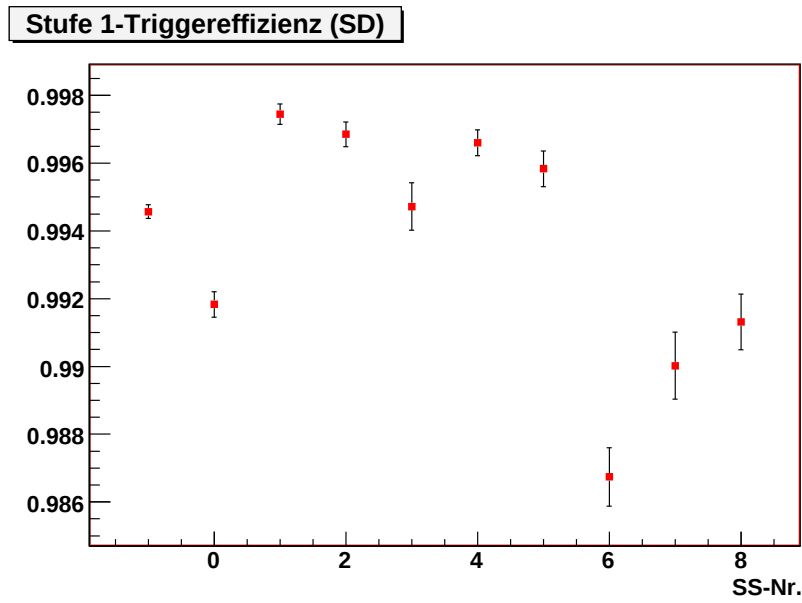
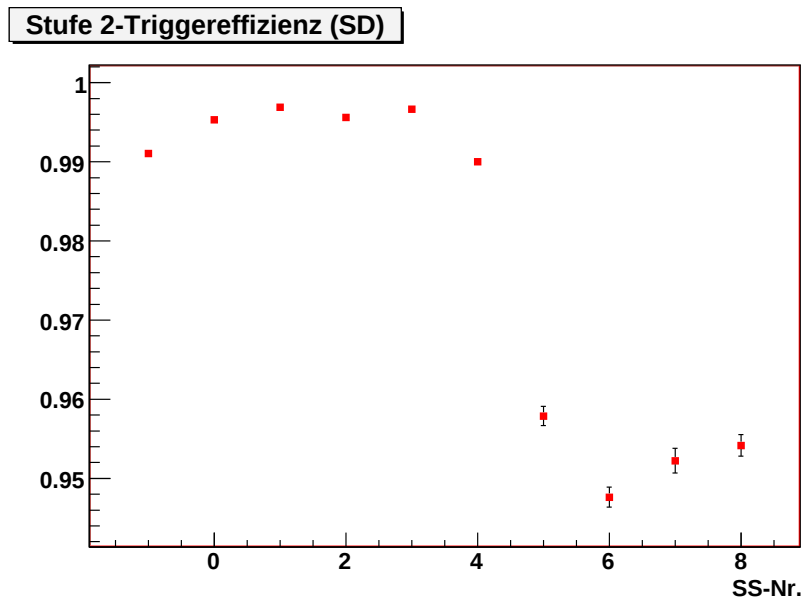


Abbildung 7.1: (a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5-8 zusammen).

7 Messung der Verzweigungsverhältnisse $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ und $\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$



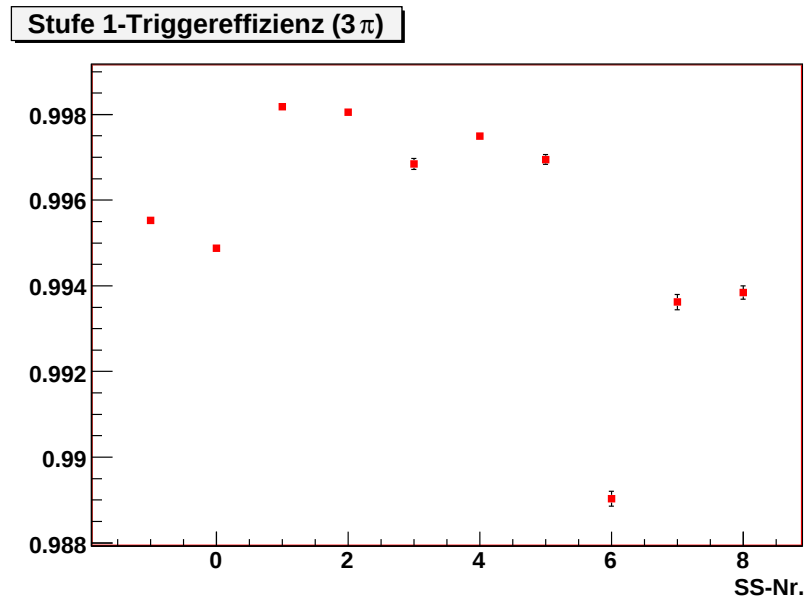
(a)



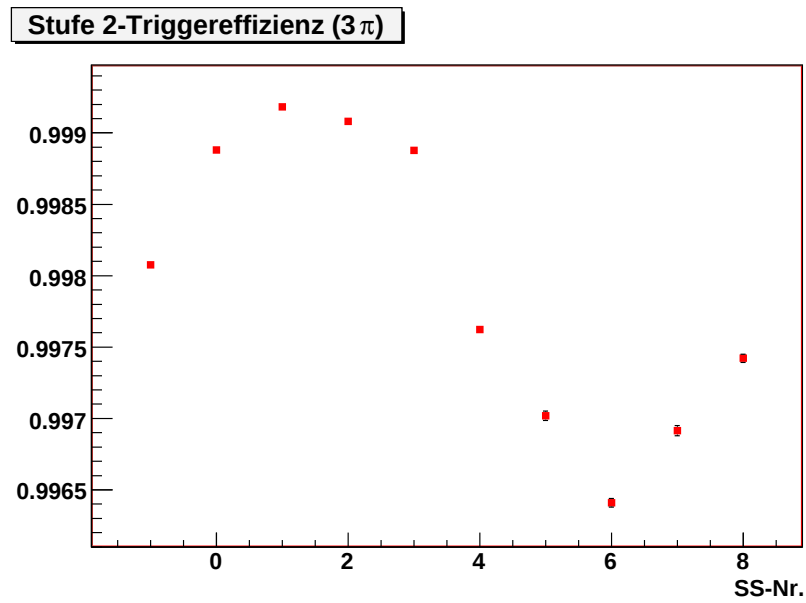
(b)

Abbildung 7.2: (a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5 zusammen).

7.1 Triggereffizienz des Stufe 1- und Stufe 2-Triggers



(a)



(b)

Abbildung 7.3: (a) Stufe 1- / (b) Stufe 2-Triggereffizienz je Super-Sample (bei -1 für SS 0-3 und SS 5-8 zusammen).

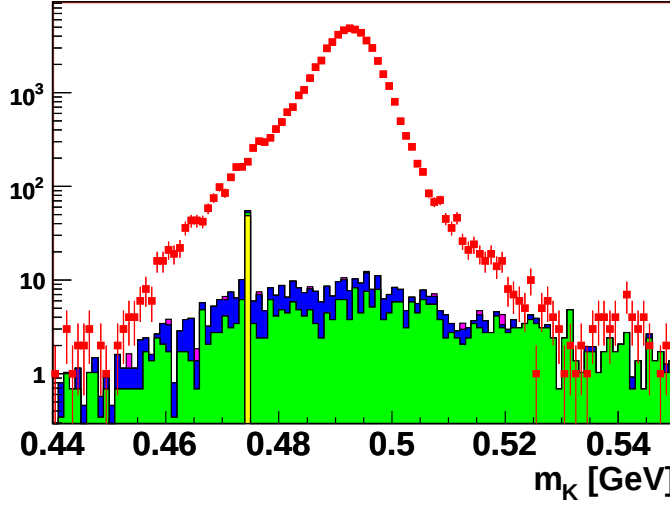


Abbildung 7.4: Modellierung des DD-Untergrunds: Vergleich Daten (rot) mit skaliertem MC (gelb: $\pi^\pm\pi_{SD}^0$, grün: K_{e3} mit π_{DD}^0 , blau: $K_{\mu 3}$ mit π_{DD}^0 , rosa: $\pi^\pm\pi_{SD}^0\pi_{SD}^0$).

7.2 Abschätzung des Untergrunds

Der Untergrund von SD- und DD-Ereignissen wurde als näherungsweise linear in der rekonstruierten Kaonmasse verteilt betrachtet, so dass er aus den Seitenbändern der Verteilungen in Abb. 6.19 und 6.28 bestimmt werden konnte: Hierzu wurden die Seitenbänder

$$440 \text{ MeV} \leq m_K \leq 460 \text{ MeV}$$

und

$$530 \text{ MeV} \leq m_K \leq 550 \text{ MeV}$$

verwendet, da diese nahezu symmetrisch zur wahren Kaonmasse liegen und zusammen dieselbe Breite wie das Signalband

$$470 \text{ MeV} \leq m_K \leq 550 \text{ MeV}$$

haben: Wie Tab. 7.1 zeigt, beträgt das Signal-/Untergrundverhältnis für beide Signalkanäle etwa 400:1. Da die Annahme eines linearen Untergrundes nur eine grobe Schätzung ist, wurde ein relativer Fehler des Untergrunds von 100 % angenommen ($\Delta N_{\text{Untergr.}} = N_{\text{Untergr.}}$), was sich aufgrund der niedrigen Zahl von Untergrundereignissen kaum auf den Fehler des Verzweigungsverhältnisses auswirkt.

Um zu einem physikalischen Verständnis des Untergrunds zu kommen, wurden die in Tab. 7.3 aufgelisteten Zerfälle mit der Monte-Carlo-Simulation erzeugt und anschließend

Tabelle 7.3: Beiträge zum simulierten Untergrund.

Zerfall	Generierte Ereignisse
$\pi^\pm \pi_{SD}^0 \pi_{SD}^0$	2×10^6
$\pi^\pm \pi_{SD}^0 \pi_{SD}^0 \gamma$	1×10^6
$\pi^\pm \pi_{DD}^0 \pi_{DD}^0 \gamma$	1×10^6
$\pi^\pm \pi_{DD}^0 \pi_{DD}^0 \gamma \gamma$	1×10^6
$\pi_{DD}^0 e^\pm \nu_e$ (K_{e3} mit π_{DD}^0)	1×10^6
$\pi_{DD}^0 \mu^\pm \nu_\mu$ ($K_{\mu 3}$ mit π_{DD}^0)	1×10^6

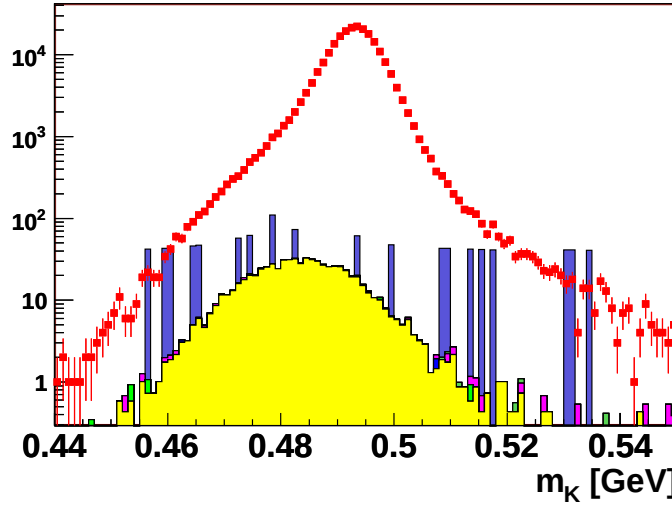
als möglicher Untergrund analysiert: Abb. 7.4 und 7.5 zeigen die Kaonmassenverteilungen der einzelnen Untergrundsbeiträge nach Skalierung auf die erwartete Ereignisanzahl. Wie man sieht, wird zumindest der Untergrund des doppelten Dalitzzerfalls durch diese wenigen Kanäle bereits gut beschrieben.¹ Außerdem wurde die Simulation der Zerfälle K_{e3} und $K_{\mu 3}$ mit einfachem Dalitzzerfall des π^0 -Mesons versucht, die jedoch aufgrund eines Fehlers im Monte-Carlo-Generator nicht korrekt war: innerhalb der verfügbaren Zeit konnte dieser Fehler nicht mehr behoben werden. Es ist anzunehmen, dass diese Zerfallskanäle einen beträchtlichen Teil des fehlenden Untergrunds in Abb. 7.5 ausmachen.

7.3 Systematische Effekte

7.3.1 Einfluss von Kaonladung, Achromatpolarität und Spektrometerpolarität

Es wurde der Einfluss von Kaonladung, Polarität des Achromatmagneten und Polarität des Spektromettermagneten untersucht, da diese Größen die Flugbahnen der Teilchen bestimmen und bei Asymmetrien im Detektoraufbau zu einer systematischen Verzerrung des Verzweungsverhältnisses führen können. In Tab. 7.4 sind die gemessenen Verzweungsverhältnisse angegeben. Eine Asymmetrie $\Delta\mathcal{BR}$ wird als signifikant angesehen, wenn sie mindestens doppelt so groß wie ihr statistischer Fehler ist (d.h. auf 2σ -Niveau von Null verschieden ist); in diesem Fall wird ein systematischer Fehler von $\pm\Delta\mathcal{BR}/2$ angegeben. Eine solche signifikante Abweichung tritt beim doppelten Dalitzzerfall nicht auf; beim einfachen Dalitzzerfall hingegen gibt es eine signifikante Abweichung bezüglich der Achromatpolarität (mit einem systematischen Fehler von $\pm 7.03 \times 10^{-5}$) und bezüglich der Spektrometerpolarität (mit einem Fehler von $\pm 6.54 \times 10^{-5}$). Eine mögliche Ursache könnten die Schnitte auf den Energieschwerpunkt und den minimalen Spurabstand

¹Bei dem einen SD-Ereignis, das als doppelter Dalitzzerfall fehlidentifiziert wurde, handelte es sich um einen radiativen einfachen Dalitzzerfall, bei dem am Zerfallsvertex sowohl ein hochenergetisches Photon (15 GeV) als auch ein niederenergetisches Photon (5 GeV) entstanden, die beide am Kevlarfenster vor der ersten Driftkammer in ein Elektron-Positron-Paar konvertierten: daher lagen im Endzustand insgesamt je drei Elektronen und Positronen vor, von denen jeweils zwei Paare mit ausreichendem Spurabstand in den Driftkammern zur Rekonstruktion des doppelten Dalitzzerfalls ausgewählt werden konnten.



Abbildungung 7.5: Modellierung des SD-Untergrunds: Vergleich Daten (rot) mit skaliertem MC (gelb: $\pi^\pm\pi_{DD}^0$, grün: K_{e3} mit π_{DD}^0 , rosa: $\pi^\pm\pi_{SD}^0\pi_{SD}^0$, blau: $\pi^\pm\pi_{SD}^0\pi_{\gamma\gamma}^0$).

in Driftkammer 4 sein, da diese Verteilungen z.T. deutlich von der Magnetpolarität abhängen (vgl. Abb. C.3(b), C.3(c), C.5(b) und C.7(c)), jedoch wurde die genaue Ursache nicht näher untersucht. In Anhang C sind die relevanten Verteilungen sowohl des Signalkanals (SD) als auch des Normierungskanals (3π) jeweils für positive und negative Polarität der beiden Magneten einander gegenübergestellt.

7.3.2 Weitere systematische Effekte

Zur Bestimmung weiterer systematischer Effekte wurden die Selektions-Schnitte variiert und der Einfluss auf das Verzweungsverhältnis betrachtet, da dieses nicht von der genauen Lage der Schnittgrenzen abhängen darf. Es wurden die meisten Selektionsschnitte in beide Richtungen variiert (siehe Tab. 7.5), mit Ausnahme der vorderen Grenze der Zerfallsregion ($z_{Vtx,min} = -18$ m): wie Abb. 6.7(a) zeigt, hat die Vertexverteilung der $K_{3\pi}$ -Zerfälle an dieser Stelle eine Kante aufgrund der Kollimation. Theoretisch würde man an dieser Stelle eine scharfe Kante erwarten, die jedoch aufgrund von Auflösungseffekten verbreitert ist: diese Verbreiterung ist bei den Daten aufgrund der schlechteren Auflösung ausgeprägter als bei der Monte-Carlo-Simulation (Abb. 6.7(b)), so dass für sehr niedrige Vertex- z die Übereinstimmung zwischen Daten und Simulation gering ist und das Verzweungsverhältnis leicht verfälscht wird. Daher wurde diese vordere Grenze bei der Systematik-Analyse nur zu höheren z -Werten hin verschoben. Außerdem wurde untersucht, inwieweit sich die Verzweungsverhältnisse bei Wahl einer alternativen Nichtlinearitätskorrektur des Kalorimeters (siehe 6.11) oder bei einer ver-

Tabelle 7.4: Verzweungsverhältnisse in Abhängigkeit von Kaonladung, Achromatpolarität und Spektrometerpolarität mit statistischem Fehler (fett: signifikante Abweichung).

	$\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0) [10^{-5}]$	$\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0) [\%]$
K^+	3.509 (21)	1.1813 (39)
K^-	3.550 (29)	1.1800 (52)
Achromat +	3.529 (25)	1.1731 (46)
Achromat -	3.518 (24)	1.1872 (43)
Spektrometer +	3.544 (24)	1.1872 (43)
Spektrometer -	3.502 (25)	1.1742 (45)

größerten oder verkleinerten Energieskala des Kalorimeters verändern. Die Energieskala wurde verändert, indem alle Clusterenergien mit einem konstanten Faktor (z.B. 0.999) multipliziert wurden: so ließ sich der mögliche Einfluss von geringfügigen Kalibrierungsfehlern auf das Verzweungsverhältnis bestimmen.

Aufgrund der begrenzten verfügbaren Rechenzeit wurde exemplarisch nur Super-Sample 1 analysiert. Die vollständige Auflistung der untersuchten Schnittvariationen findet sich in Anhang D; in Tab. 7.5 sind nur die Variationen angegeben, die einen signifikanten Effekt hatten. Dabei wurde eine Änderung des Verzweungsverhältnisses $\Delta\mathcal{BR}$ gegenüber den Standardschnitten als signifikant angesehen, wenn sie auf 2σ -Niveau von Null verschieden war: d.h. wenn sie mindestens zweimal so groß war wie der unkorrelierte Fehler $\sqrt{\Delta\sigma^2} := \sqrt{|\sigma_1^2 - \sigma_2^2|}$. σ_1 ist dabei derjenige Anteil des mit den Standardschnitten ermittelten Wertes für das Verzweungsverhältnis, der mit $N^{-1/2}$ skaliert, d.h. er umfasst die Statistik von Daten und MC-Simulation sowie die Fehler der Triggerkorrekturen (σ_2 entsprechend nach Veränderung der Schnitte). $\sqrt{\Delta\sigma^2}$ gibt näherungsweise den statistischen Fehler von $\Delta\mathcal{BR}$ an. Für alle Schnittvariationen mit einer solchen signifikanten Abweichung wurde ein systematischer Fehler von $\Delta\mathcal{BR}$ angegeben. Man beachte, dass der systematische Fehler hierdurch möglicherweise etwas überschätzt wird, da man bei 50 Schnittvariationen und zwei betrachteten Verzweungsverhältnissen selbst bei Abwesenheit systematischer Effekte etwa fünf signifikante Abweichungen erwarten würde (allerdings gilt diese Schätzung nur im Fall, dass die Abweichungen $\Delta\mathcal{BR}$ alle unabhängig voneinander normalverteilt sind und ihre Streuung durch $\sqrt{\Delta\sigma^2}$ korrekt beschrieben wird).²

²Es ist bemerkenswert, dass Tab. 7.5 ausschließlich positive Abweichungen hin zu größeren Verzweungsverhältnissen zeigt; auch in der vollständigen Auflistung der Schnittvariationen in Tab. D.1 und D.2 überwiegen die positiven Abweichungen deutlich. Dies liegt wahrscheinlich daran, dass sich bei wiederholten Analyseläufen selbst bei gleichen Schnittbedingungen jeweils ein leicht unterschiedliches Verzweungsverhältnis ergibt: Ursache ist die stochastische Herunterskalierung von SD- und $K_{3\pi}$ -Zerfällen, die Vorfilterungskriterium B erfüllen (vgl. Abb. 6.2). Falls das mit den Standardschnitten bestimmte Referenz-Verzweungsverhältnis zufällig im unteren Bereich der statistischen Schwankungsbreite liegt, ergeben sich in nachfolgenden Läufen mit geänderten Schnittbedingungen in der Regel etwas größere Verzweungsverhältnisse, ohne dass ein systematischer Fehler vorliegen muss. Dieser Effekt wird durch den statistischen Fehler vollkommen abgedeckt.

7 Messung der Verzweungsverhältnisse $\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$ und $\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$

Tabelle 7.5: Schnittvariationen mit signifikanter Abweichung des DD- oder SD-Verzweungsverhältnisses.

Schnitt	DD [10^{-7}]		SD [10^{-4}]	
	$\Delta\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0)$	$\sqrt{\Delta\sigma_{DD}^2}$	$\Delta\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0)$	$\sqrt{\Delta\sigma_{SD}^2}$
Cluster-Energie ≤ 4 GeV			+0.1875	0.0533
Spurabstand in DCH1/4 ≥ 2.5 cm			+0.1873	0.0855
$\max t_{Sp} - t \leq 14$ ns			+0.2647	0.01314
$m_{\pi}^{(miss)} \leq 195$ MeV			+0.3441	0.1304
$m_K \leq 508$ MeV	+0.7740	0.2560	+0.3451	0.1163

Tabelle 7.6: Beiträge zu den Fehlern der Verzweungsverhältnisse.

	DD [10^{-7}]	SD [10^{-4}]
Statistik (Daten)	1.56	0.25
Statistik (MC)	0.65	0.19
Stufe 1-Trigger	0.18	0.00
Stufe 2-Trigger	0.36	0.00
Asymmetrie d. Achromats	0.00	0.70
Asymmetrie d. Spektrometers	0.00	0.65
Clusterenergie-Schnitt	0.00	0.19
Schnitt auf Spurdistanz in DCH1/4	0.00	0.19
Schnitt auf $m_{\pi}^{(miss)}$	0.00	0.34
SD-Zeitschnitt	0.00	0.26
Kaonmassenschnitt	0.77	0.35
Extern	2.81	0.94
Total	3.39	1.51

7.4 Ergebnisse

In Tab. 7.6 sind alle untersuchten Fehlerquellen aufgelistet. Mit den Daten von SS 0-3 und SS 5-8 für den doppelten Dalitzzerfall und SS 0-3 und 5 für den einfachen Dalitzzerfall ergeben sich die Verzweungsverhältnisse

$$\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0) = (3.524 \pm 0.016_{st} \pm 0.011_{sy} \pm 0.028_{ext}) \times 10^{-5} \quad (7.5)$$

oder zusammengefasst

$$\mathcal{BR}(\pi_{DD}^0) = (3.524 \pm 0.034) \times 10^{-5} \quad \text{QED: } 3.494 \pm 0.004 \times 10^{-5} \quad (7.6)$$

sowie

$$\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0) = (1.181 \pm 0.002_{st} \pm 0.012_{sy} \pm 0.009_{ext})\% \quad (7.7)$$

bzw.

$$\mathcal{BR}(\pi_{SD}^0) = (1.181 \pm 0.015)\% \quad \text{QED: } 1.182 \%. \quad (7.8)$$

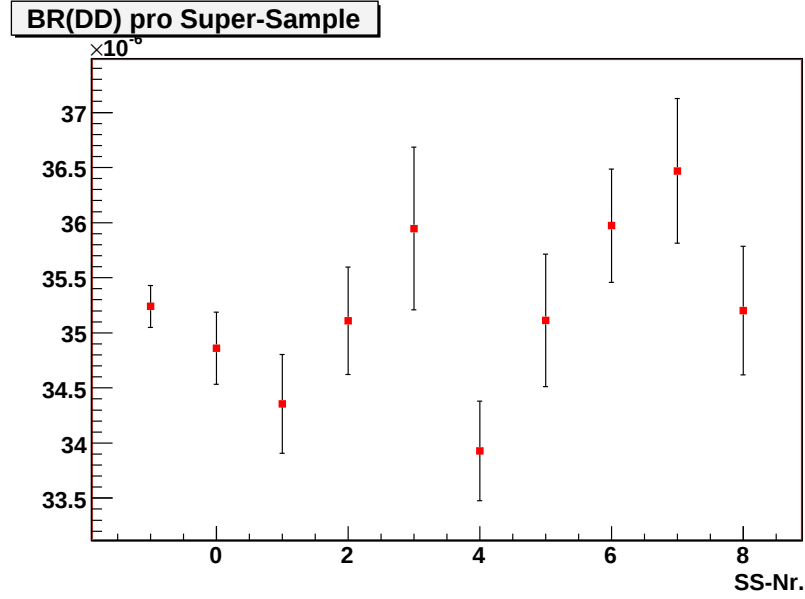


Abbildung 7.6: DD-Verzweigungsverhältnis in Abhängigkeit vom Super-Sample (Die Fehlerbalken berücksichtigen nur Daten-Systematik, MC-Systematik und Triggerakzeptanz). Bei -1 Mittelwert aus SS 0-3 und SS 5-8 mit vollständigem Fehler.

Als „statistischer“ Fehler wird dabei nur der statistische Fehler der Daten betrachtet, der „externe“ Fehler umfasst die Fehler der Verzweigungsverhältnisse von $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ und $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, die zur Umrechnung zwischen Signal- und Normierungskanal benötigt wurden und der Literatur ([Y⁺06]) entnommen wurden. Alle übrigen Fehlerquellen (u.a. MC-Statistik) wurden als „systematischer“ Fehler klassifiziert. Es ist zu beachten, dass zur Bestimmung des Gesamtfehlers alle Beiträge aus Tab. 7.6 als unkorreliert behandelt wurden: während diese Annahme z.B. für den Vergleich von statistischem und systematischem oder statistischem und externem Fehler plausibel ist, können Korrelationen zwischen den verschiedenen Beiträgen des systematischen Fehlers nicht von vornherein ausgeschlossen werden: aus Zeitgründen konnte dies aber nicht mehr untersucht werden.

Die quantenelektrodynamischen Vorhersagen folgen direkt aus den Literaturangaben Gl. (2.20) und Tab. 2.1 unter der Annahme, dass das π^0 -Meson ausschließlich elektromagnetisch zerfällt und somit $\Gamma_{tot} \approx \Gamma_{\gamma\gamma} + \Gamma_{SD}$ ist. In diesem Fall sind Experiment und Theorie vollkommen miteinander verträglich. In Abb. 7.6 und 7.7 sind die Verzweigungsverhältnisse für jedes einzelne Super-Sample berechnet; man erkennt v.a. die Notwendigkeit, SS 6-8 für die Analyse des einfachen Dalitzzerfalls auszuschließen, da ein großer Anteil der Zerfälle wegen der herunterskalierten Kalorimeterauslese nicht aufgezeichnet wurden.

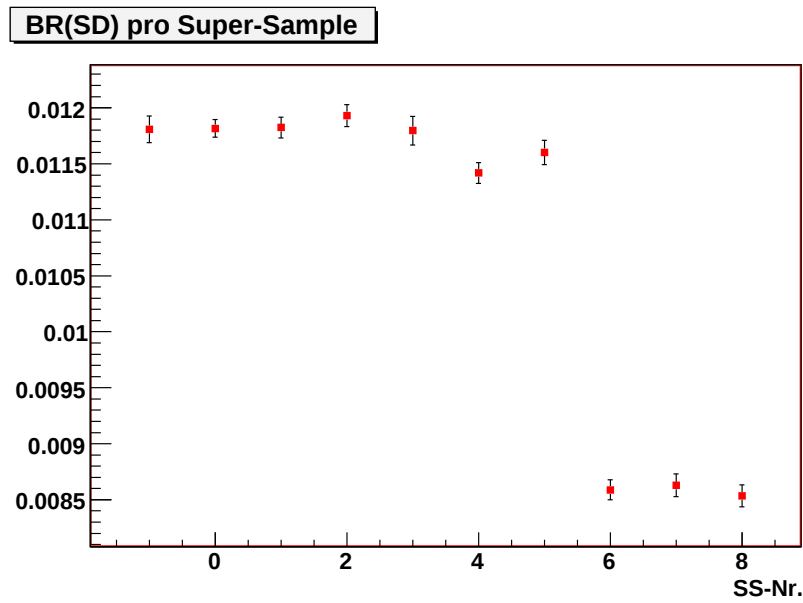


Abbildung 7.7: SD-Verzweigungsverhältnis in Abhängigkeit vom Super-Sample (Die Fehlerbalken berücksichtigen nur Daten-Systematik, MC-Systematik und Triggerakzeptanz). Bei -1 Mittelwert aus SS 0-3 und SS 5 mit vollständigem Fehler.

8 Messung des CP -verletzenden Mischungswinkels ζ und des π^0 -Formfaktors

8.1 Verteilung der kinematischen Variablen – Vergleich Daten / MC

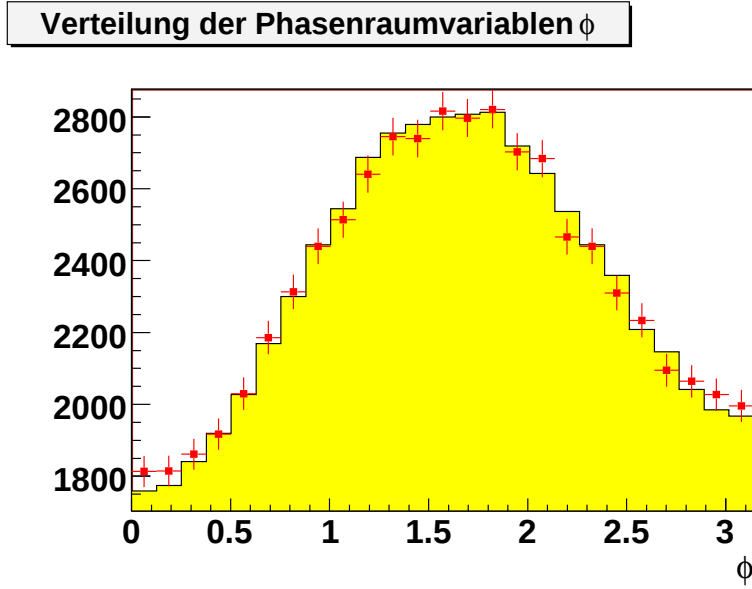
Wie in Kap. 2.2.3 und 2.3.1 beschrieben, kann die Kinematik des einfachen Dalitzzerfalls durch zwei Phasenraumvariablen (x und y) und die Kinematik des doppelten Dalitzzerfalls durch fünf Phasenraumvariablen ($x_{12}, x_{34}, y_{12}, y_{34}$ und ϕ) vollständig beschrieben werden. Der Vergleich der Verteilungen dieser Variablen zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation erlaubt die Anpassung freier Parameter der Lagrangedichte, insbesondere der Steigung des elektromagnetischen Formfaktors a (bzw. im DIP-Modell der Parameter α_{DIP} und β_{DIP}) und des hypothetischen Mischungswinkels ζ zwischen CP -erhaltender und maximal CP -verletzender Wechselwirkung.¹

Zur Bestimmung von ζ wurde die Verteilung des Winkels ϕ angepasst, da diese am sensitivsten von ζ abhängt (vgl. Abb. 8.8(a) und 8.8(b)). Die Formfaktorsteigung a wurde sowohl bei den einfachen als auch bei den doppelten Dalitzzerfällen aus der Verteilung der virtuellen Photonmassen (d.h. der kinematischen Variablen x bzw. x_{12} und x_{34} angepasst). Im Folgenden werden die Größen x_{12} und x_{34} stets zusammengefasst betrachtet, da sie dieselbe Verteilung haben.

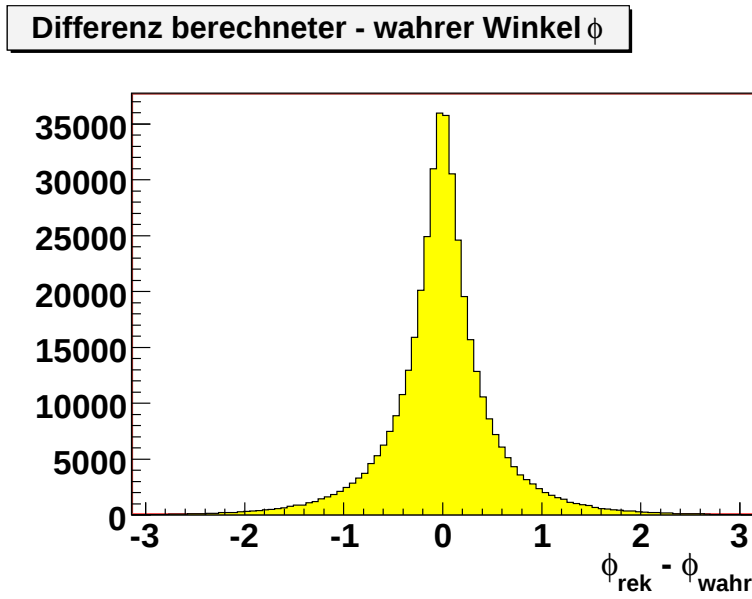
Wie die Abb. 8.1(a), 8.3(a) und 8.2(a) zeigen, ist bereits für die zur Monte-Carlo-Erzeugung verwendeten Werte $\zeta = 0$ sowie $a = 0.032$ eine hohe Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation gegeben. Dabei ist zu beachten, dass die wahren Werte dieser kinematischen Variablen nur mit begrenzter Auflösung rekonstruiert werden können: Definiert man die Auflösung der Rekonstruktion einer Variablen x als Standardabweichung der Verteilung $x_{rek} - x_{wahr}$ (rekonstruierter bzw. wahrer Wert), so gewinnt man aus der Monte-Carlo-Simulation eine Auflösung von 0.555 für ϕ (vgl. Abb. 8.1(b)), 4.21×10^{-2} für x_{12} bzw. x_{34} (vgl. Abb. 8.2(b)) und 6.87×10^{-3} für x (vgl. Abb. 8.3(b)).

In Abb. 8.4, 8.5 und 8.6 ist jeweils die Akzeptanz als Funktion der entsprechenden Größe dargestellt (bestimmt aus den wahren Werten der Monte-Carlo-Simulation): man erkennt, dass bei besonders bei großen virtuellen Photonmassen ($x \approx 1$, $x_{12} \approx 1$, $x_{34} \approx 1$) die Akzeptanz sehr gering ist. Dies ist leicht erklärlich, da in diesem Fall nahezu die ge-

¹Die Hypothese einer CPT -verletzenden komplexen Phase δ in Gl. 2.1 wurde hier nicht näher untersucht.



(a)



(b)

Abbildung 8.1: ϕ -Verteilung (DD): (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Differenz zwischen rekonstruiertem und wahrem ϕ (MC)

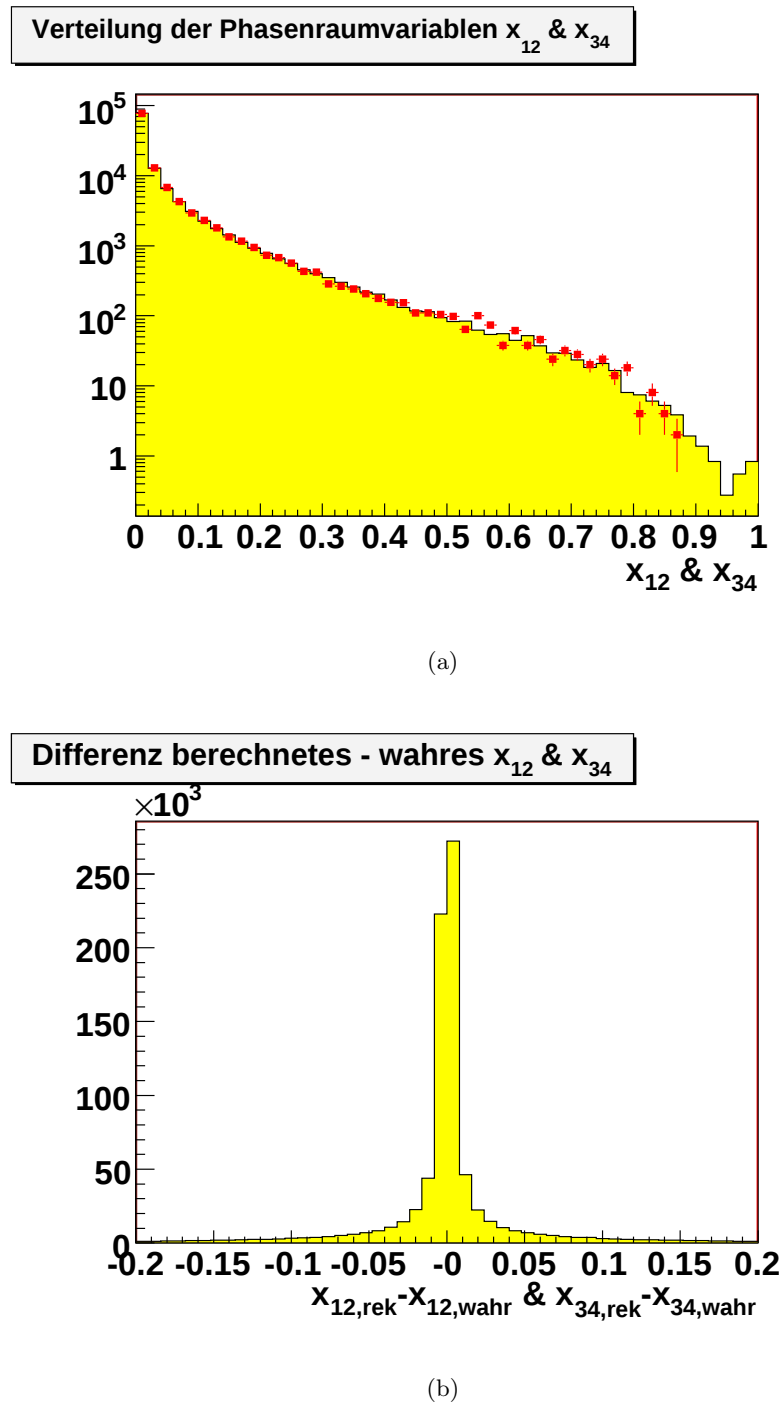
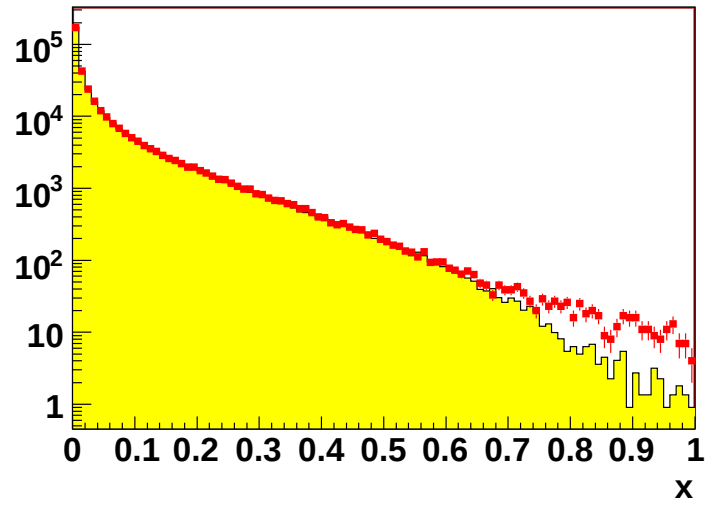


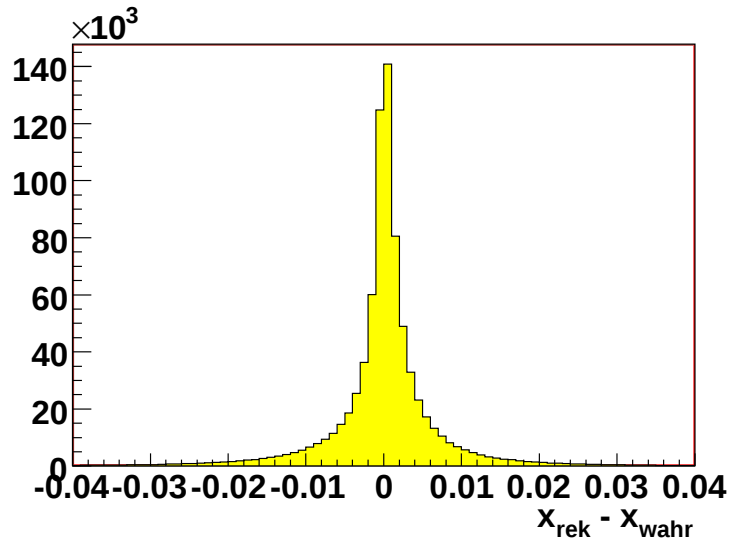
Abbildung 8.2: x -Verteilung (SD): (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Differenz zwischen rekonstruiertem und wahrem x_{12} bzw. x_{34} (MC)

Verteilung der Phasenraumvariablen x (SD)



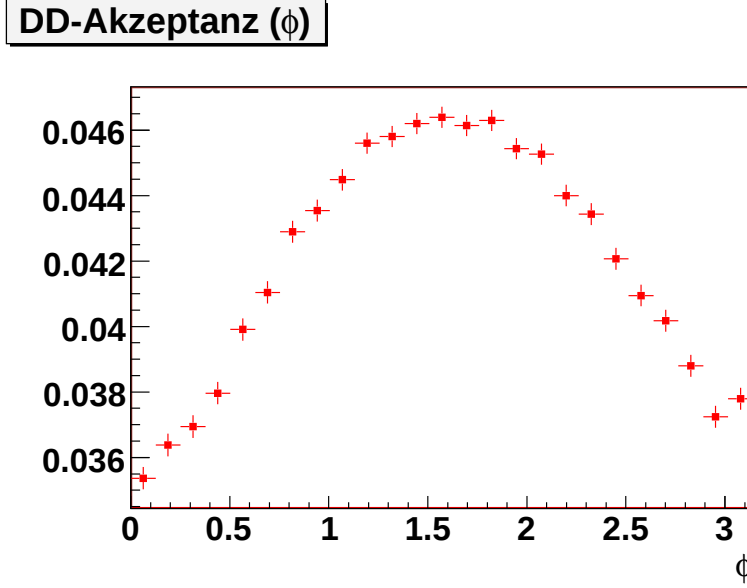
(a)

Differenz berechnetes - wahres x



(b)

Abbildung 8.3: x -Verteilung (SD): (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Differenz zwischen rekonstruiertem und wahrem x (MC)


 Abbildung 8.4: DD-Akzeptanz in Abhängigkeit von ϕ (wahre MC-Werte)

samte Ruheenergie des π^0 -Mesons von dem entsprechenden Elektron-Positron-Paar aufgenommen wird; hierdurch erhalten die übrigen Zerfallsprodukte (d.h. beim einfachen Dalitzzerfall das reelle Photon bzw. beim doppelten Dalitzzerfall das zweite Elektron-Positron-Paar) nur eine sehr geringe Energie und werden nur mit geringer Wahrscheinlichkeit detektiert. Dies erschwert die Messung des Formfaktors, da dieser nur für große Photonmassen einen bedeutenden Effekt hat. Es ist zu beachten, dass die aus der MC-Simulation bestimmten Akzeptanzen nicht die Triggereffizienzen enthalten: diese können gesondert aus den Daten bestimmt werden, was aus Zeitgründen jedoch nicht mehr möglich war.

8.2 Bestimmung von ζ durch Anpassung der DD-Winkelverteilung

Der Parameter ζ wurde durch eine χ^2 -Anpassung des Winkels ϕ bestimmt: m_i bezeichne dessen Verteilung in den Daten (in $N = 25$ Bins). Für alle als doppelte Dalitzzerfälle akzeptierten Monte-Carlo-Ereignisse wurden sowohl die rekonstruierten kinematischen Variablen $\mathbf{x} = (x_{12}, x_{34}, y_{12}, y_{34}, \phi)$ (sowie die Austauschvariablen) als auch die wahren kinematischen Variablen $\mathbf{x}' = (x'_{12}, x'_{34}, y'_{12}, y'_{34}, \phi')$ gespeichert. Für jedes ζ_0 wurde durch Umgewichten dieser Ereignisse mit dem Faktor

$$\frac{d\Gamma/d\mathbf{x}'(\zeta = \zeta_0)}{d\Gamma/d\mathbf{x}'(\zeta = 0)}$$

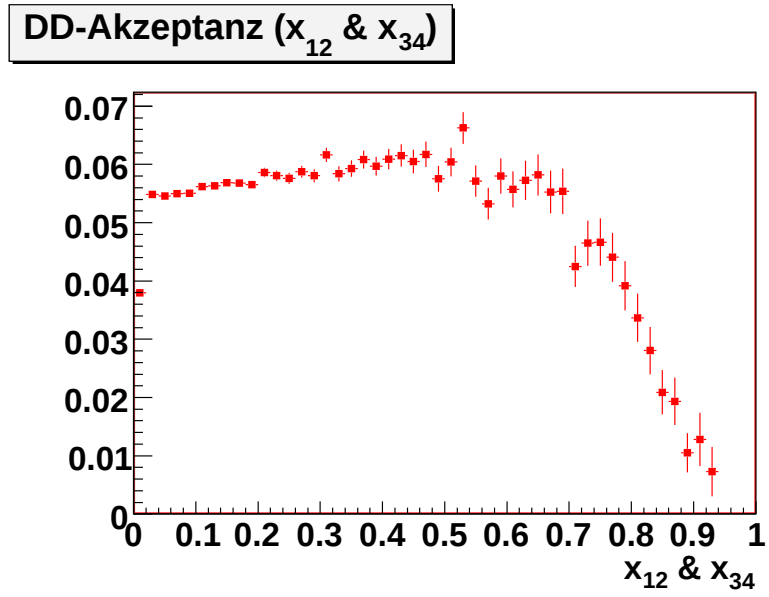


Abbildung 8.5: DD-Akzeptanz in Abhängigkeit von x_{12} bzw. x_{34} (wahre MC-Werte)

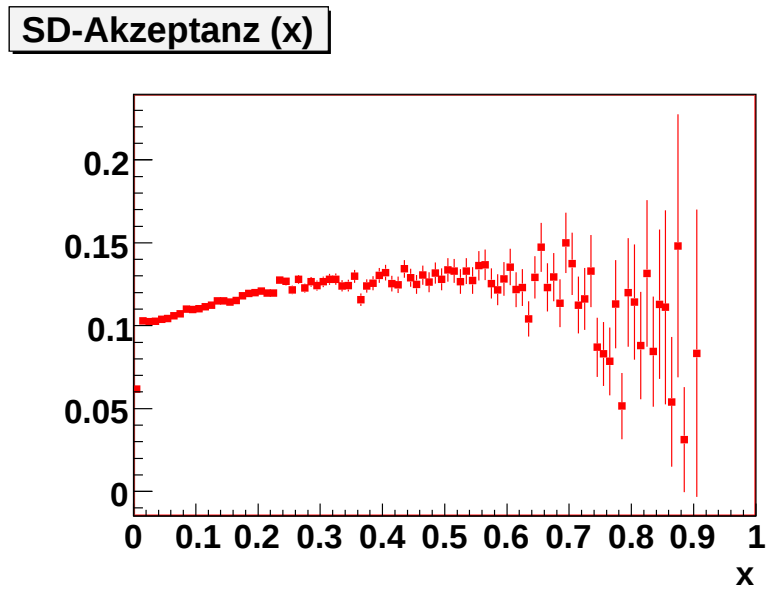


Abbildung 8.6: SD-Akzeptanz in Abhängigkeit von x (wahre MC-Werte)

die theoretische Verteilung $M_i^{(\zeta_0)}$ von ϕ unter der Hypothese $\zeta = \zeta_0$ bestimmt (ebenfalls in 25 Bins) und auf die Anzahl der Daten normiert. Hierbei ist zu beachten, dass die benötigten Matrixelemente aus den wahren Variablen $\mathbf{x}'$ berechnet wurden, im Weiteren aber die Verteilung des rekonstruierten Winkels ϕ betrachtet wurde: auf diese Weise wurde die endliche Rekonstruktionsauflösung (siehe Abb. 8.1) berücksichtigt.

Zur Parameteranpassung wurde die Funktion

$$\chi^2(\zeta) = \sum_{i=1}^N \frac{(M_i^{(\zeta)} - m_i)^2}{m_i + s^2 w_i^2 M_i^{(0)}} \quad (8.1)$$

minimiert, wobei s der MC-Normierungsfaktor und w_i das Gewicht von Ereignis i ist, so dass im Nenner die quadratische Summe der statistischen Fehler des Datenbins und des umgewichteten Monte-Carlo-Bins steht (unter der Annahme, dass die einzelnen Histogrammbins unabhängig poisson-verteilt sind). Die Minimierung erfolgte numerisch mit dem MINUIT-Paket [CER98] unter Einsatz des Verfahrens konjugierter Gradienten. Die Messunsicherheit wurde sowohl als 1σ -Fehler als auch als zweiseitiges 90 %-Konfidenzintervall berechnet (Letzteres zur besseren Vergleichbarkeit mit [Toa04]). Dazu wurden jeweils die Ober- und Untergrenze der Intervalle mit $\chi^2(\zeta) \leq \chi_{min}^2 + a$ bestimmt (mit $a = 1$ für 1σ bzw. $a = 2.7$ für 90 % Konfidenz: siehe [CER98], S. 44).

Für die Gesamtdaten (SS 0-3 und SS 5-8) ergibt sich der Anpassungswert

$$\zeta = \left(3.2_{-19.9}^{+13.4}\right) \times 10^{-3}, \quad (8.2)$$

der vollkommen mit der Annahme vollständiger CP -Erhaltung (d.h. $\zeta = 0$) verträglich ist. Das 90 %-Konfidenzintervall beträgt

$$-0.27 \leq \zeta \leq 0.21 \quad ([\text{Toa04}]: |\zeta| < 0.03). \quad (8.3)$$

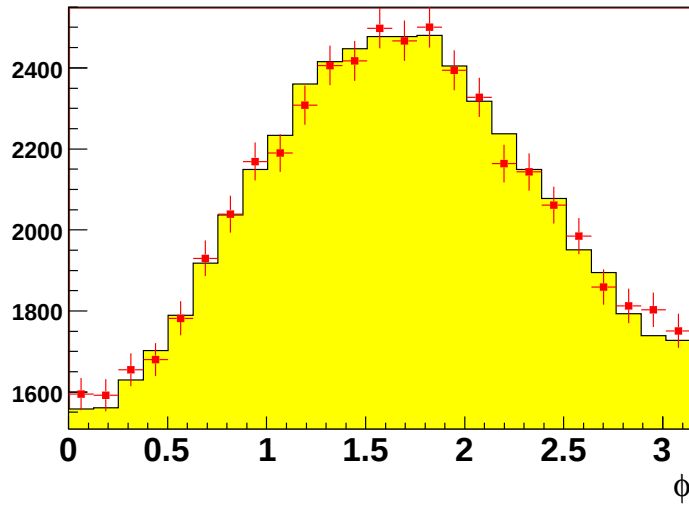
Das reduzierte χ^2 beträgt für diesen Wert von ζ

$$\chi_{min}^2/\text{n.d.f.} = 10.5/23; \quad (8.4)$$

die Anzahl der Freiheitsgrade ergibt sich aus der Binanzahl (25), der Variation des Parameters ζ und der Normierung als Nebenbedingung.

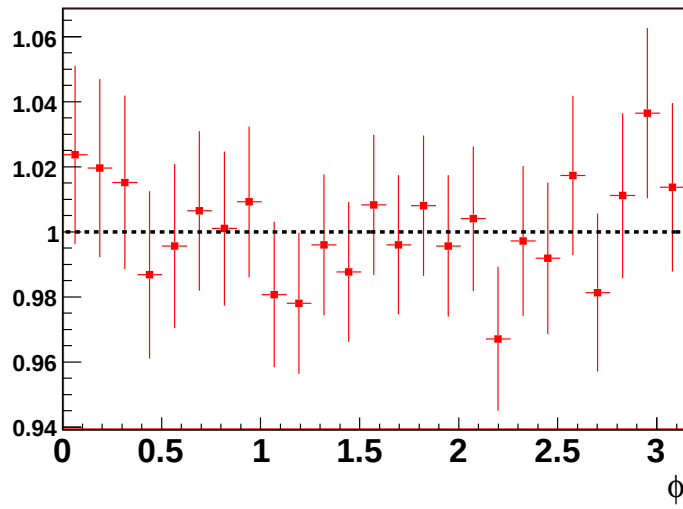
Abb. 8.7 zeigt den Vergleich zwischen Daten und umgewichteter Monte-Carlo-Simulation. Zum Vergleich sind in Abb. 8.8(a) und 8.8(b) die Monte-Carlo-Verteilungen für die Mischungswinkel $\zeta = \pi/4$ (CP -erhaltende und CP -verletzende Wechselwirkungskomponente überlagern zu gleichen Teilen) und $\zeta = \pi/2$ mit den experimentellen Daten verglichen: hieran sieht man, wie sensibel die Winkelverteilung auf Änderungen von ζ reagiert. In Abb. 8.9 sind die Ergebnisse für die einzelnen Super-Samples verglichen: sie sind sämtlich miteinander verträglich. Weitergehende Systematik-Studien waren aus Zeitgründen nicht mehr möglich.

Winkelverteilung (ζ aus Fit)



(a)

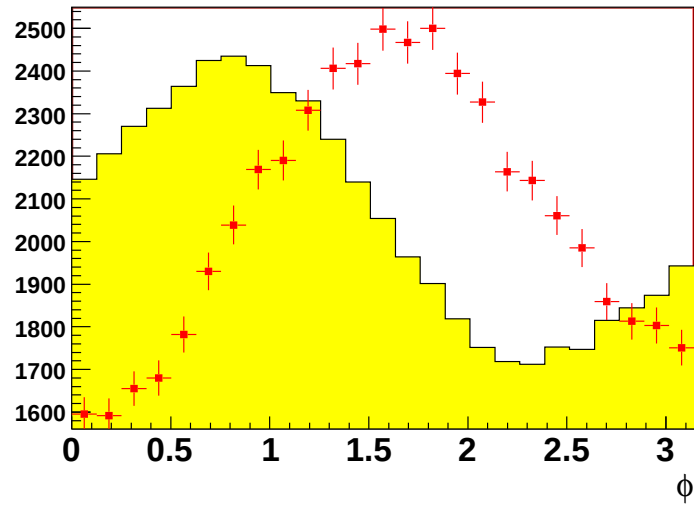
Winkelverteilung (ζ aus Fit)



(b)

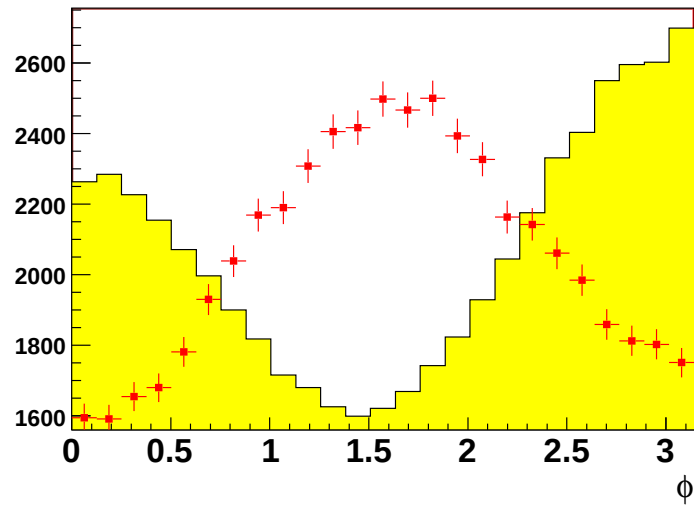
Abbildung 8.7: Vergleich der Daten (SS 0-3 und SS 5-8) mit der umgewichteten MC-Verteilung ($\zeta = 3.2 \times 10^{-3}$).

Winkelverteilung ($\zeta = \pi/4$)



(a)

Winkelverteilung ($\zeta = \pi/2$)



(b)

Abbildung 8.8: Vergleich der Daten (SS 0-3 und SS 5-8) mit der umgewichteten MC-Verteilung: (a) $\zeta = \pi/4$, (b) $\zeta = \pi/2$.

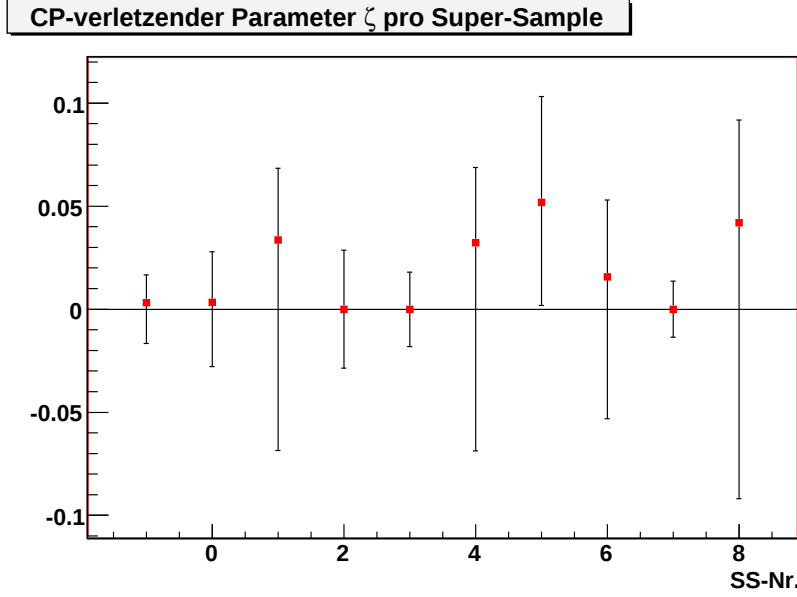


Abbildung 8.9: Anpassungsergebnisse von ζ in Abhängigkeit vom Super-Sample (bei -1 Gesamtwert für SS 0-3 und 5-8).

8.3 Bestimmung des Formfaktors durch Anpassung der Photonmassen-Verteilung

8.3.1 Doppelter Dalitzzerfall

Die Formfaktorsteigung a wurde vollkommen analog zum Mischungswinkel ζ in Abschnitt 8.2 durch eine χ^2 -Anpassung ermittelt: die Monte-Carlo-Ereignisse mit kinematischen Variablen $\mathbf{x}$ und $\mathbf{x}'$ wurden für jedes a_0 mit einem Faktor

$$\frac{d\Gamma/d\mathbf{x}'(a = a_0)}{d\Gamma/d\mathbf{x}'(a = 0.032)}$$

umgewichtet, wodurch die theoretische Verteilung von x_{12} und x_{34} unter der Hypothese $a = a_0$ bestimmt wurde. Hierbei ist zu beachten, dass der Gewichtungsfaktor aufgrund des Austausch- und des Interferenzterms nicht von der einfachen Form

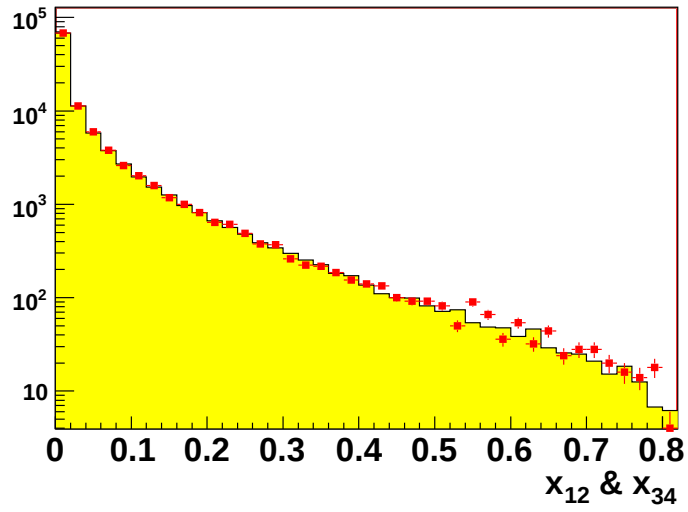
$$\frac{(1 + ax_{12} + ax_{34})^2}{(1 + 0.032x_{12} + 0.032x_{34})^2}$$

ist, sondern auch von den übrigen kinematischen Variablen abhängt. Die χ^2 -Funktionen wurden durch Vergleich der experimentellen Daten mit der umgewichteten und auf die experimentelle Ereigniszahl normierten Monte-Carlo-Verteilung berechnet; die Minimierung und Fehlerbestimmung erfolgte wie in Abschnitt 8.2.

Anpassung der gesammelten Daten aus SS 0-3 und SS 5-8 ergibt (vgl. Abb. 8.10)

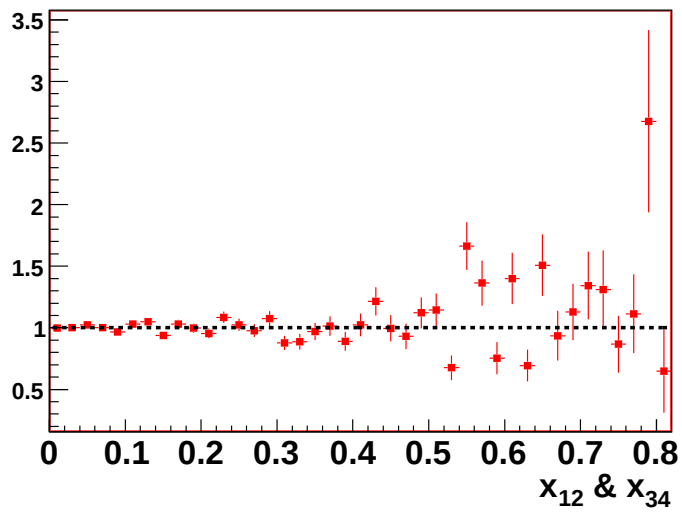
$$a = (-3.5 \pm 2.8) \times 10^{-2}, \quad (8.5)$$

x-Verteilung DD (a aus Fit)



(a)

x-Verteilung DD (a aus Fit)



(b)

Abbildung 8.10: Vergleich der Daten (SS 0-3 und SS 5-8) mit der umgewichteten MC-Verteilung ($a = -0.035$).

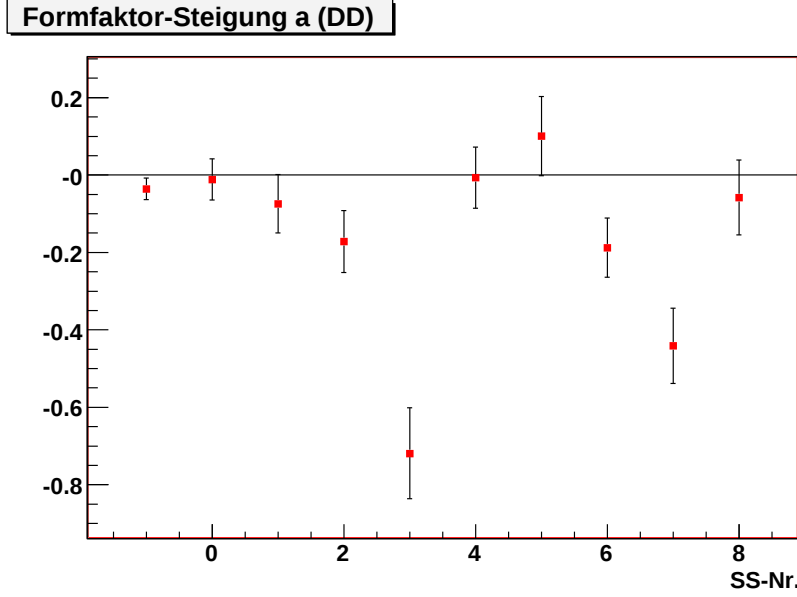


Abbildung 8.11: Anpassungsergebnisse von a in Abhängigkeit vom Super-Sample (bei -1 Gesamtwert für SS 0-3 und 5-8).

d.h. eine Abweichung von 2.3σ und ein entgegengesetztes Vorzeichen gegenüber dem Weltmittelwert von $+3.2 \times 10^{-2}$. (Obwohl in Abb. 8.10 aufgrund der logarithmischen Darstellung nur der Bereich $0 \leq x \leq 0.8$ dargestellt ist, um Schwierigkeiten bei der Darstellung von Bins mit dem Inhalt Null zu vermeiden, wurde zur Berechnung der χ^2 -Funktion der gesamte Bereich $0 \leq x \leq 1$ verwendet, so dass auch große Werte von x bei der Anpassung berücksichtigt werden). Wie Tab. 3.1 zeigt, wurden ähnliche Formfaktorsteigungen mit negativem Vorzeichen auch in der Vergangenheit sowohl beim einfachen Dalitzzerfall [FBB⁺89] als auch beim doppelten Dalitzzerfall [Toa04] bereits beobachtet, was die Schwierigkeit einer direkten Messung des Formfaktors bestätigt. Unabhängig von diesem Vergleich mit anderen Messungen erhärten sowohl das hohe χ^2 n.d.f. von 130.72/48 als auch die starken Schwankungen zwischen den einzelnen Super-Samples (siehe Abb. 8.11) die Zweifel an der Richtigkeit dieses Messergebnisses. Ursache für die Ausreißer in Abb. 8.11 ist vermutlich die geringe Anzahl von doppelten Dalitzzerfällen in einigen Super-Samples. (Man beachte, dass sich der stärkste Ausreißer in SS 3 befindet, das mit weniger als 3000 doppelten Dalitzzerfällen das kleinste Super-Sample ist. Daher können schon wenige, durch stochastische Fluktuationen entstandene Ereignisse mit hohen x -Werten zu einem starken Anstieg der angepassten Formfaktorsteigung führen.)

Bei Anpassung eines Pol-Formfaktors (Gl. (2.64) mit $\beta_{DIP} = 0$) ändert sich das Ergebnis praktisch nicht: der beste Anpassungswert ist

$$\alpha_{DIP} = 1.17 \pm 0.92 \quad \text{mit } \chi^2/\text{n.d.f.} = 130.71/48;$$

Umrechnung ergibt eine Steigung von $a = -\alpha_{DIP}/\xi = -(3.5 \pm 2.8) \times 10^{-2}$, d.h. das gleiche Ergebnis wie bei Verwendung des linearisierten Formfaktors.

8.3.2 Einfacher Dalitzzerfall

Die Anpassung erfolgte bis auf zwei Ausnahmen genauso wie beim doppelten Dalitzzerfall:

1. Aufgrund der höheren Ereigniszahl wurden die Monte-Carlo-Ereignisse nicht mehr einzeln, sondern in 100×100 Bins der Größe $\Delta x \times \Delta x' = 0.01 \times 0.01$ gespeichert (x bezeichnet den aus der Ereignisrekonstruktion gewonnenen Wert für m_{ee}^2/M^2 , x' den wahren Wert).
2. Da es beim einfachen Dalitzzerfall keinen Austauschgraphen gibt, hängt der Gewichtungsfaktor nur von x' ab und kann ohne aufwändige Berechnung des Matrixelements bestimmt werden:

$$\frac{d\Gamma/(dx'dy')(a = a_0)}{d\Gamma/(dx'dy')(a = 0.032)} = \frac{(1 + ax')^2}{(1 + 0.032x')^2}.$$

Aufgrund des feinen Binnings war es anstelle einer Integration über die Bins ausreichend, diesen Gewichtungsfaktor an der Binmitte zu bestimmen.

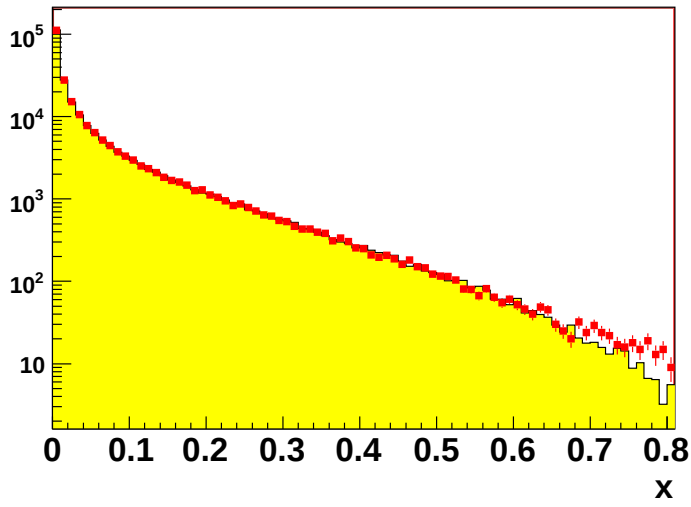
Durch Summation über alle Bins mit gleichem x und x' wurde die umgewichtete x -Verteilung bestimmt, die daraufhin normiert und mit den Daten verglichen wurde.

Die Anpassung der gesammelten Daten aus Super-Sample 0-3 und 5 ergab einen Messwert von

$$a = (7.4 \pm 1.5) \times 10^{-2}, \quad (8.6)$$

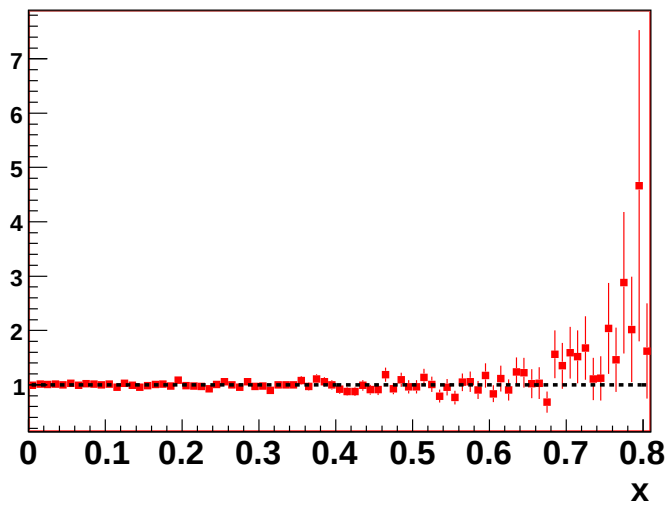
d.h. 2.8σ oberhalb des Weltmittelwerts (siehe Abb. 8.12), wobei auch hier die Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation mit $\chi^2/\text{n.d.f.} = 199.3/98$ vergleichsweise schlecht ist. Die Konsistenz zwischen den Ergebnissen der einzelnen Super-Samples ist besser als beim doppelten Dalitzzerfall, wofür vermutlich die höhere Ereigniszahl verantwortlich ist. Daher wäre es eine naheliegende Verbesserungsmöglichkeit, auf die Herunterskalierung der 3-Spur-Ereignisse zu verzichten und den Formfaktor mit der hundertfachen Zahl an einfachen Dalitzzerfällen zu bestimmen. Die Anpassung eines Pol-Formfaktors führte innerhalb der Fehlergrenzen zu den gleichen Ergebnissen ($\alpha_{DIP} = -2.41 \pm 0.48$ entsprechend $a = (7.3 \pm 1.5) \times 10^{-2}$ mit $\chi^2 \text{ n.d.f.} = 199.2/98$). Aus Zeitgründen waren keine weiteren systematischen Untersuchungen des Formfaktors mehr möglich.

x-Verteilung SD (a aus Fit)



(a)

x-Verteilung SD (a aus Fit)



(b)

Abbildung 8.12: Vergleich der Daten (SS 0-3 und SS 5) mit der umgewichteten MC-Verteilung ($a = +0.074$).

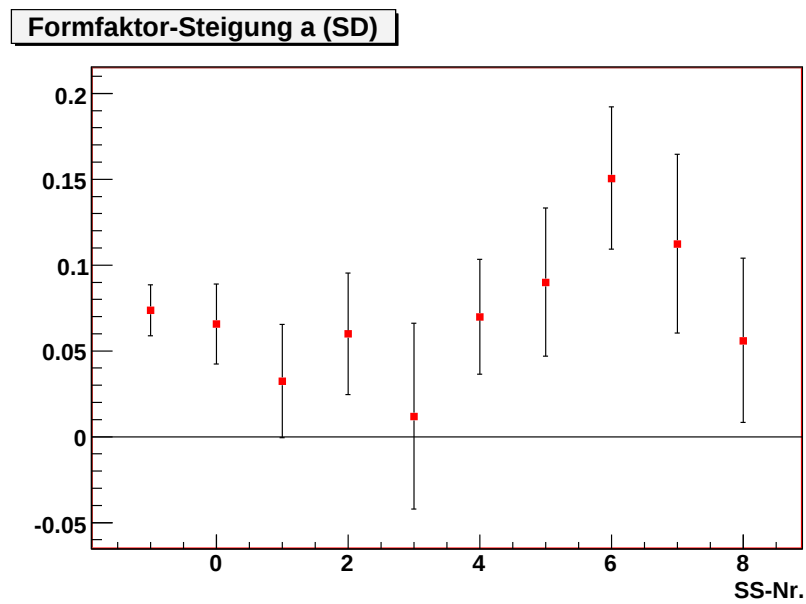


Abbildung 8.13: Anpassungsergebnisse von a in Abhängigkeit vom Super-Sample (bei -1 Gesamtwert für SS 0-3 und 5).

9 Zusammenfassung und Diskussion

- Der doppelte Dalitzzerfall konnte mit guter Übereinstimmung zwischen Daten und MC-Simulation rekonstruiert werden. Das Verzweigungsverhältnis wurde zu $3.524(34) \times 10^{-5}$ bestimmt, in guter Übereinstimmung (0.9σ) mit dem theoretisch erwarteten Wert von 3.494×10^{-5} .
- Der einfache Dalitzzerfall konnte ebenfalls mit guter Übereinstimmung zwischen Daten und MC-Simulation rekonstruiert werden. Es wurde ein Verzweigungsverhältnis von 1.181(15)% gemessen, in sehr guter Übereinstimmung ($< 0.1\sigma$) mit dem theoretisch erwarteten Wert von 1.182%. Der Fehler beider Verzweigungsverhältnisse liegt jeweils deutlich unter den bisherigen Messungen.
- Der systematische Fehler beider Verzweigungsverhältnisse wurde umfassend untersucht. Beim einfachen Dalitzzerfall traten Asymmetrien zwischen den verschiedenen Polungen des Achromaten und des Spektrometer-Magneten auf, deren Ursache aber noch nicht gefunden werden konnte. Zur weiteren Verbesserung des systematischen Fehlers wäre es noch möglich zu untersuchen, ob und inwieweit die gefundenen systematischen Effekte miteinander korreliert sind.
- Der Untergrund des doppelten Dalitzzerfalls konnte zu großen Anteilen simuliert werden; beim einfachen Dalitzzerfall war dies aufgrund von Problemen bei der MC-Simulation bisher nur zu einem kleinen Teil möglich.
- Die Rekonstruktion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls war bisher noch nicht erfolgreich, da es zu deutlichen Abweichungen vor allem der Pionmassenverteilung zwischen Daten und MC-Simulation kam. Als Ursache wird ein falsches Energiespektrum der Photonen vermutet; in diesem Fall ist es zur Verbesserung dieses Problems erforderlich, die exakten QED-Strahlungskorrekturen in die MC-Simulation einzubinden.
- Die Messung des CP -verletzenden Mischungswinkels ζ zeigte sehr gute Übereinstimmung zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation und erlaubte die Bestimmung eines 90%-Konfidenzintervalls von $-0.27 < \zeta < 0.21$: dies ist etwas besser als die zweite bisherige Messung [Toa04]. Aus Zeitgründen konnte dieser Teil der Analyse aber noch nicht abgeschlossen werden; es fehlen noch u.a. die Untersuchung systematischer Effekte oder möglicher Einflüsse der Triggereffizienz.
- Ebenfalls aus Zeitgründen konnte der elektromagnetische π^0 -Formfaktor bisher nicht vollständig untersucht werden: im Gegensatz zum Mischungswinkel ζ bereiten hier schon die vorläufigen Ergebnisse Anlass zum Zweifel an ihrer Richtigkeit.

9 Zusammenfassung und Diskussion

Denkbare Verbesserungen sind die Berücksichtigung von Triggereffekten oder die Analyse einer größeren Zahl von einfachen Dalitzzerfällen.

Danksagung

Zum Schluss dieser Arbeit möchte ich allen Menschen herzlich danken, ohne deren Unterstützung diese Diplomarbeit nicht möglich gewesen wäre:

- Zuerst danke ich Univ.-Prof. Dr. Konrad Kleinknecht für die Möglichkeit, diese Diplomarbeit an seiner Arbeitsgruppe durchführen zu können.
- Dr. Rainer Wanke möchte ich meinen herzlichen Dank aussprechen für die vorbildliche Betreuung von der anfänglichen Einarbeitung über die Diskussion der Ergebnisse bis hin zum Korrekturlesen.
- Für ihre Ratschläge, Diskussionen und konstruktive Kritik danke ich allen gegenwärtigen und früheren Mitgliedern der Mainzer NA48-Arbeitsgruppe, namentlich vor allem Matthias Behler, Andrey Belkin, Marco Gersabeck, Carsten Handel, Manuel Hita-Hochgesand, Dr. Lucia Masetti, Cristina Morales Morales, Dr. Burkhard Renk, Martin Wache und Dr. Andreas Winhart. Matthias Behler sei hier als nicht nur alphabetischer Erster unter Gleichen hervorgehoben.
- Allen Angehörigen der NA48-Kollaboration danke ich für ihren Einsatz bei der Durchführung des Experiments und der Programmierung der Monte-Carlo- und der Rekonstruktions-Software, wodurch sie das Fundament legten, auf dem diese Analyse erst aufbauen konnte. Außerdem danke ich ihnen für wertvolle Diskussionen und Ratschläge: namentlich möchte ich vor allem Dr. Evgueni Goudzovski, Gianluca Lamanna und Dr. Massimo Lenti erwähnen.
- Silvia Müller danke ich für ihre Hilfe bei allen Verwaltungsangelegenheiten, Karl-Heinz Geib für seine Hilfe bei allen technischen Problemen. Unseren Administratoren Alexander Piegsa und Martin Wache danke ich für ihre prompte Hilfe bei allen Rechnerproblemen.
- Meinen Zimmerkameraden Carsten Handel und Manuel Hita-Hochgesand möchte ich für die sehr angenehme Atmosphäre in unserem Büro danken, die ich in diesem Jahr genießen durfte.
- Zu guter Letzt möchte ich meiner Familie dafür Dank sagen, dass sie mich während meines Studiums finanziell, seelisch-emotional und lebenspraktisch unterstützt haben: Meinen Eltern Ruth und Manfred, meinem Großvater Paul und ganz besonders meiner Großmutter Hiltrud, sowie der gesamten übrigen Familie. Ihnen gebührt an dieser Stelle der Ehrenplatz.

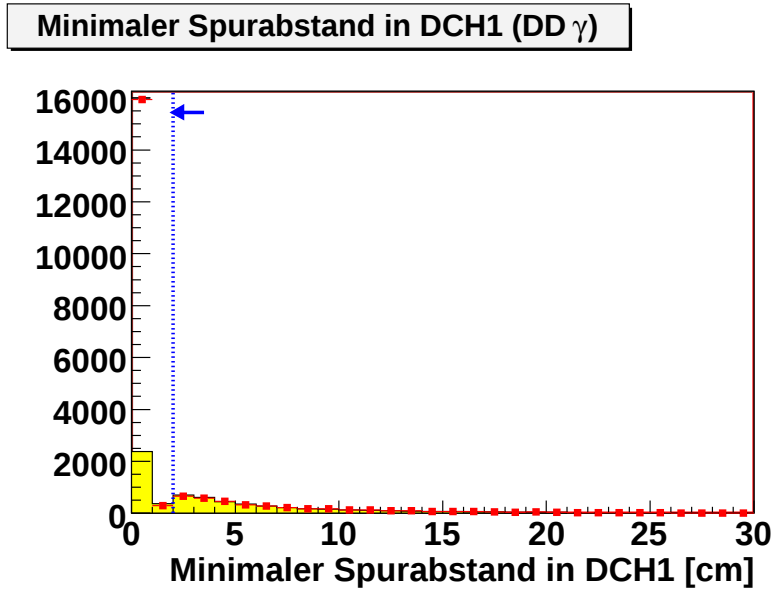
9 Zusammenfassung und Diskussion

A Selektion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD\gamma}^0$

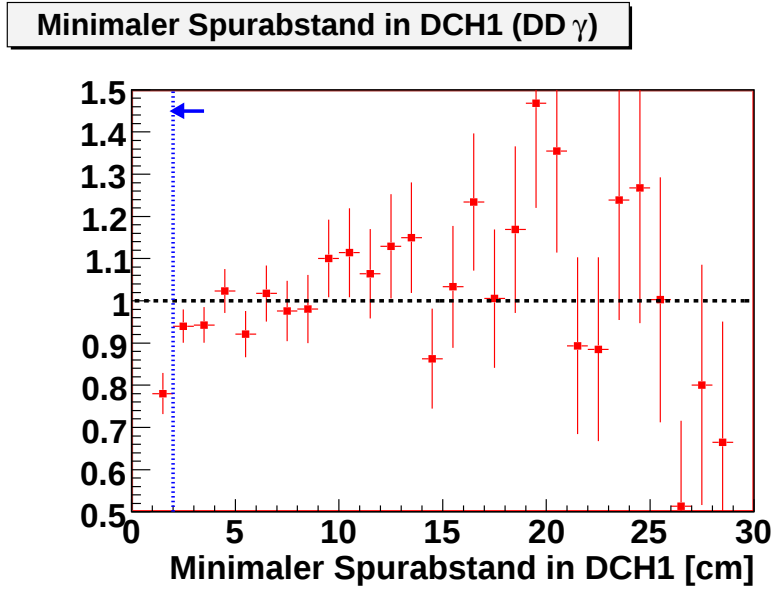
Bei der Selektion der radiativen doppelten Dalitzzerfälle mussten die Vorfilterungskriterien A und B erfüllt sein und es musste mindestens je zwei gute Spuren mit Ladungen $+e$ und $-e$ geben, außerdem musste es ein mögliches Photon (d.h. einen Cluster ohne assoziierte Spur) geben. Um die Messergebnisse mit der theoretischen Vorhersage aus Tab. 2.1 vergleichen zu können, wurde nur nach harten Photonen mit einer Energie > 3.374 MeV im π^0 -Ruhesystem gesucht: dementsprechend wurden alle möglichen Kombinationen aus je zwei Elektronen und Positronen und einem geladenen Pion sowie einem möglichen Photon betrachtet, für die $x_{4e} = m_{4e}^2/M^2 < 0.95$ galt (siehe Gl. (2.60)). Zur Konstruktion des 5-Spurvertex mussten alle Kombinationen von drei aus fünf geladenen Spuren einen gemeinsamen Vertex haben; wie oben wurden die fünf Kombinationsvertices zu einem gemeinsamen 5-Spurvertex zusammengefasst. Aus der Position dieses 5-Spurvertex und der Lage des Photonclusters im Kalorimeter wurde die Flugrichtung des Photons rekonstruiert; seine Energie wurde aus dem Kalorimeter gewonnen und mit der Nichtlinearitätskorrektur aus Gl. 6.10 berichtigt. Das Photon musste den Flanschschnitt erfüllen und sein Cluster durfte nicht weniger als 25 cm von der extrapolierten Pionspur entfernt sein.

Ferner wurden folgende Qualitätsschnitte angewendet:

- 1./2. **Spurabstand in DCH1/4:** Siehe Kap. 6 (vgl. Abb. A.1 und A.2).
3. **COG:** Vgl. Abb. A.3.
4. **Spurzeiten:** Wie für den allgemeinen doppelten Dalitzzerfall wurde die obere Grenze auf 15 ns gesetzt (vgl. Abb. A.4).
5. **Zeit des Photons:** Wie beim einfachen Dalitzzerfall durfte die Zeit des Photons maximal 12 ns von der mittleren Spurzeit abweichen (vgl. Abb. A.5).
6. **Kaonimpuls:** Vgl. Abb. A.6.
7. **Pionmasse:** Vgl. Abb. A.7.
8. **Pionmasse 2:** Vgl. Abb. A.8.
9. **Kaonmasse:** Vgl. Abb. A.9.
10. **Vertex-z:** Vgl. Abb. A.10.
11. **Vertexstreuung:** Vgl. Abb. A.11.



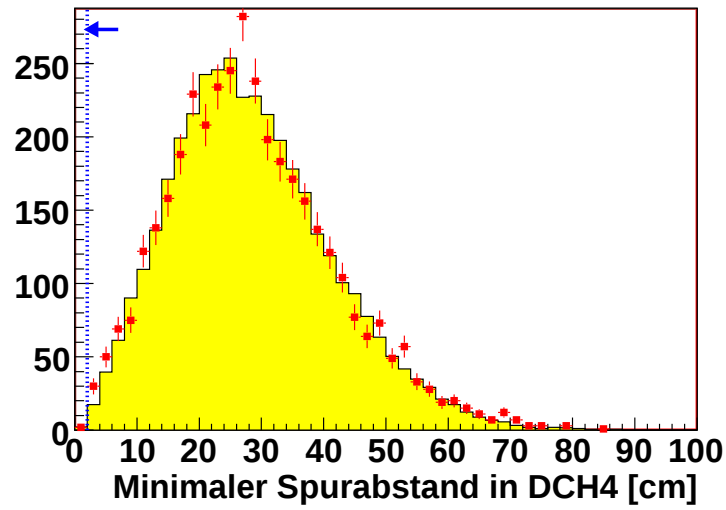
(a)



(b)

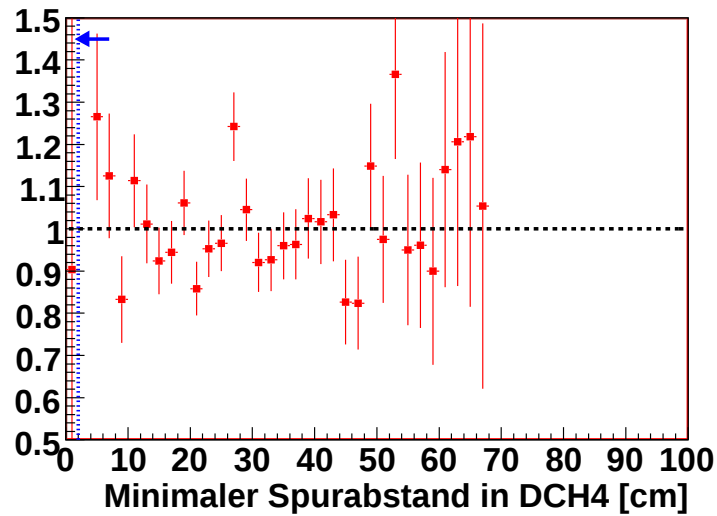
Abbildung A.1: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der ersten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD γ)



(a)

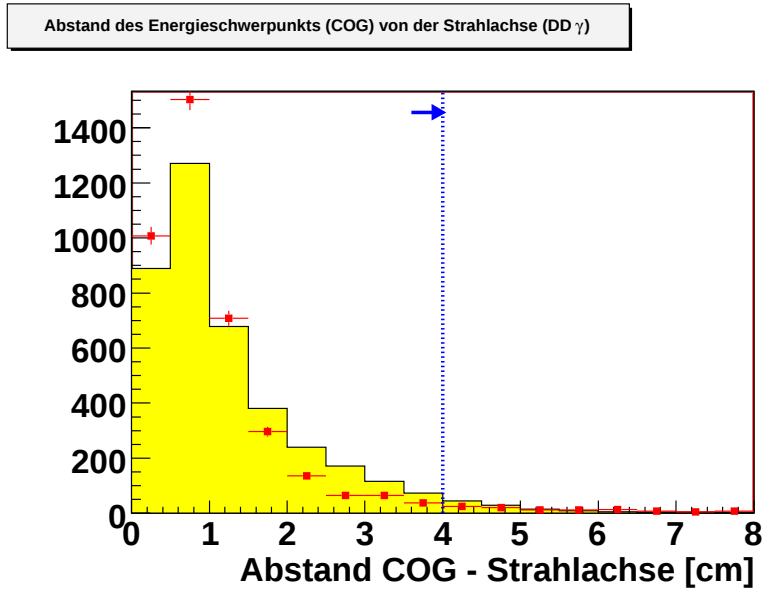
Minimaler Spurabstand in DCH4 (DD γ)



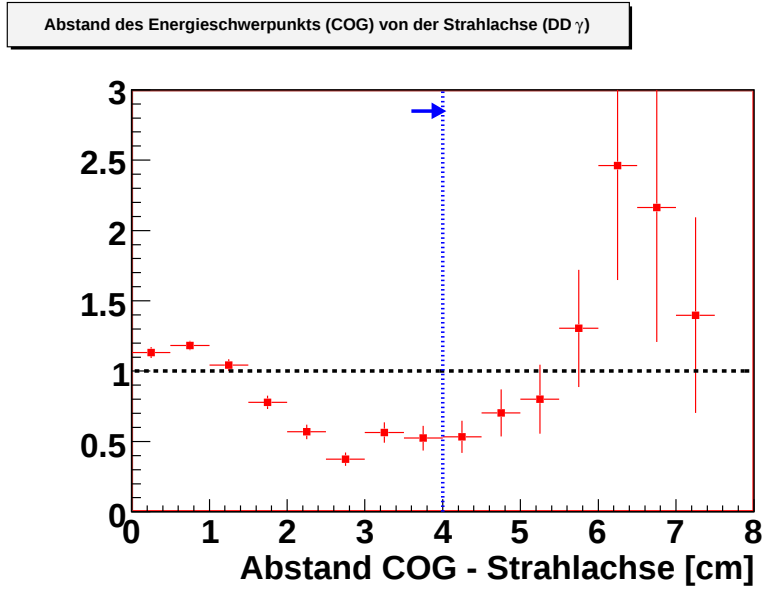
(b)

Abbildung A.2: Verteilung des Minimums der Abstände zwischen zwei der drei selektierten Spuren in der vierten Driftkammer nach Anwendung aller anderen Schnitte: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

A Selektion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD\gamma}^0$



(a)



(b)

Abbildung A.3: Verteilung des Abstandes $\sqrt{x_{COG}^2 + y_{COG}^2}$ des Energieschwerpunktes am Ort des elektromagnetischen Kalorimeters von der Strahlachse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

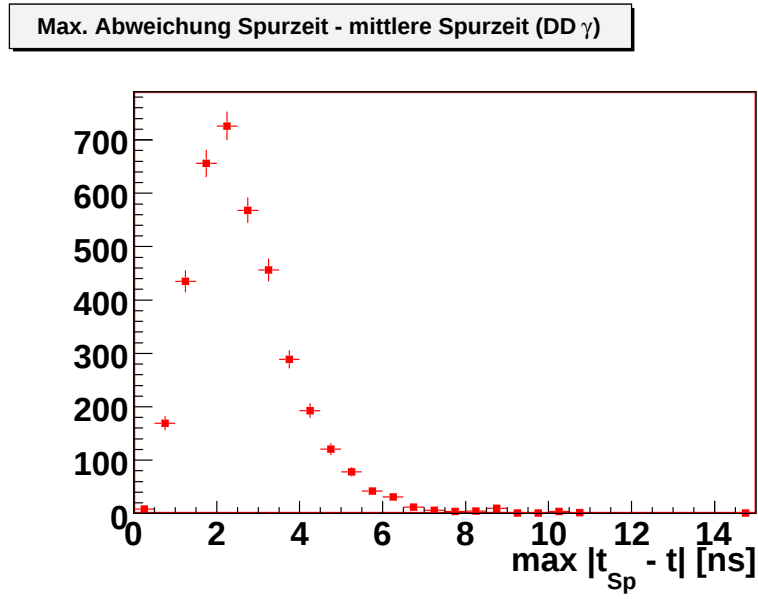


Abbildung A.4: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung der fünf Spuren ($2e^+/2e^-/\pi^\pm$) von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

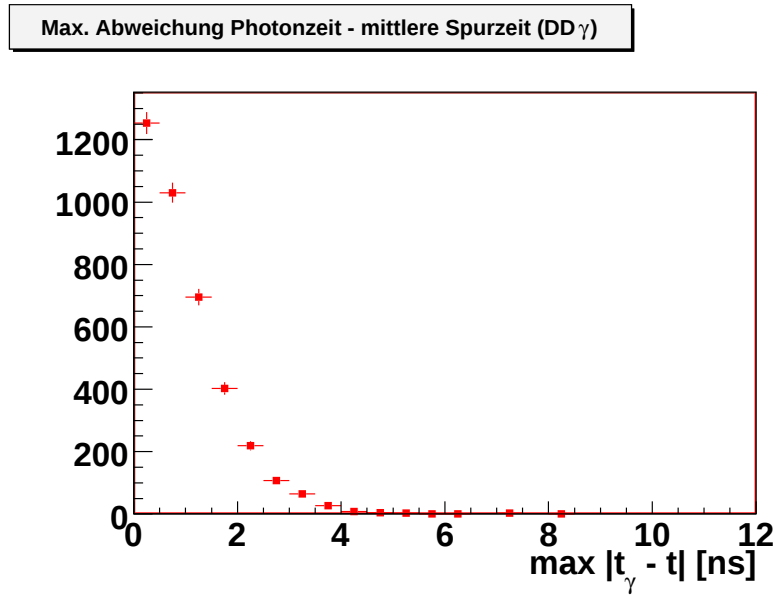


Abbildung A.5: Verteilung des Betrags der maximalen Zeitabweichung des Photonclusters von der mittleren Spurzeit (nur Daten).

A Selektion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD\gamma}^0$

Bezogen auf alle generierten DD-Ereignisse (9.96 Mio. radiative und strahlungsfreie MC-Ereignisse) betrug die Akzeptanz

$$A_{DD\gamma} = (0.2252 \pm 0.0015)\%. \quad (\text{A.1})$$

Bezieht man die Akzeptanz nur auf die radiativen DD-Ereignisse (d.h. die Ereignisse mit einem wahren $x_{4e} < 0.95$), so lautet die Akzeptanz

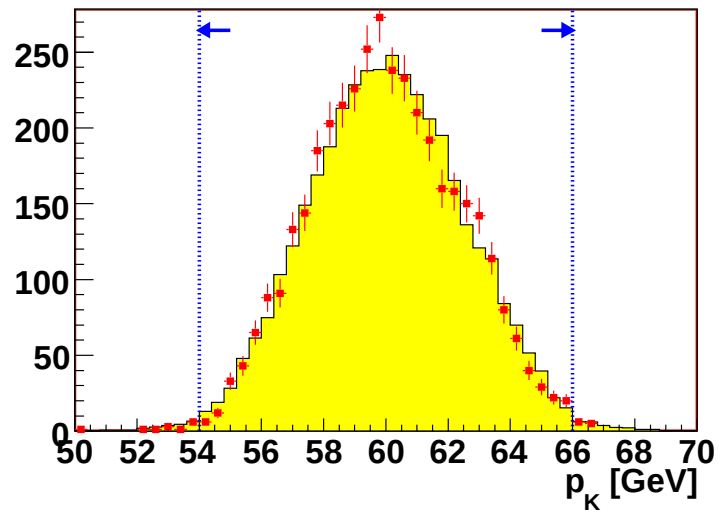
$$A_{DD\gamma}^{(rad)} = (3.79 \pm 0.10)\%. \quad (\text{A.2})$$

(vgl. Tab. A.1 und Tab. A.2). Die Akzeptanz $A_{DD\gamma}$ kann dazu verwendet werden, aus der Anzahl der gemessenen $DD\gamma$ -Ereignisse das Verzweigungsverhältnis des radiativen doppelten Dalitzzerfalls (mit $x_{4e} < 0.95$) zu bestimmen.

Wie insbesondere die Verteilungen der Pion- und Kaonmasse (siehe Abb. A.7 und A.9) und des Energieschwerpunkts (siehe Abb. A.3) zeigen, beschreibt die Monte-Carlo-Simulation die Daten schlecht: eine mögliche Ursache ist es, dass durch das PHOTOS-Programm das Energiespektrum der Photonen nicht korrekt beschrieben wird. Wie Abb. A.12 zeigt, ist dieses Spektrum in der Monte-Carlo-Simulation zu niedrigen Energien verschoben. Dies könnte den in Abb. A.7 und Abb. A.9 sichtbaren Effekt haben, wenn z.B. die Zahl der erzeugten Photonen in der Monte-Carlo-Simulation zu hoch ist und sich die Energie statt auf ein einziges hartes Photon auf mehrere weiche Photonen verteilt, von denen nur ein einziges zur Rekonstruktion des Pions und des Kaons verwendet wird. Da die Energie der übrigen Photonen verloren geht, wird dann in der Monte-Carlo-Simulation vermehrt eine zu niedrige Pion- und Kaonmasse gemessen (Abb. A.7 und A.9) und die Abweichung des Energieschwerpunkts von der Strahlachse ist erhöht (Abb. A.3). Hingegen ist kein Einfluss auf die fehlende π^0 -Masse zu erwarten, da diese nur aus der geladenen Pionspur rekonstruiert wird (vgl. Abb. A.8).

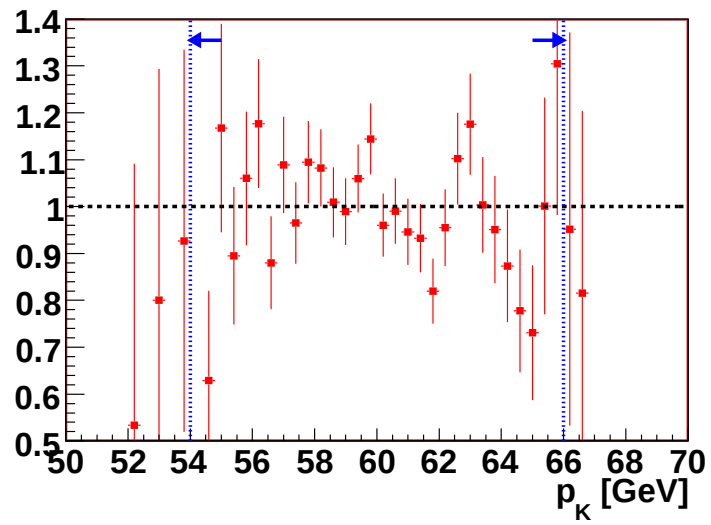
Falls diese Hypothese zutreffen sollte, wäre es sowohl schwierig sie experimentell nachzuweisen, wie auch den Effekt zu berichtigen. Ein experimenteller Beweis würde eine genaue Messung der Photonenzahl je Ereignis und des Photonenspektrums auch unterhalb der Schnittgrenze von 3 GeV erfordern: in diesem Bereich ist jedoch z.B. die Nichtlinearität des Kalorimeters weniger genau korrigierbar. Und um diesen Effekt berichtigen zu können, müsste vermutlich die näherungsweise Beschreibung der Strahlungskorrekturen mit dem PHOTOS-Algorithmus durch eine explizite quantenelektrodynamische Berechnung ersetzt werden: diese ist jedoch sehr aufwendig und auch numerisch z.T. schwierig zu berechnen (siehe [BHTE03]). Beides war im verfügbaren Zeitraum nicht möglich, so dass der radiative doppelte Dalitzzerfall nicht näher analysiert wurde. Mit der angegebenen Selektion wurden in den Super-Samples 0-3 und 5 (siehe Kap. 7) insgesamt 2141 radiative doppelte Dalitzzerfälle gefunden, woraus sich formal ein Verzweigungsverhältnis von 2.40×10^{-6} errechnet. Aufgrund der angegebenen Schwierigkeiten muss dieses jedoch als sehr zweifelhaft angesehen werden.

Kaonimpuls (DD γ)



(a)

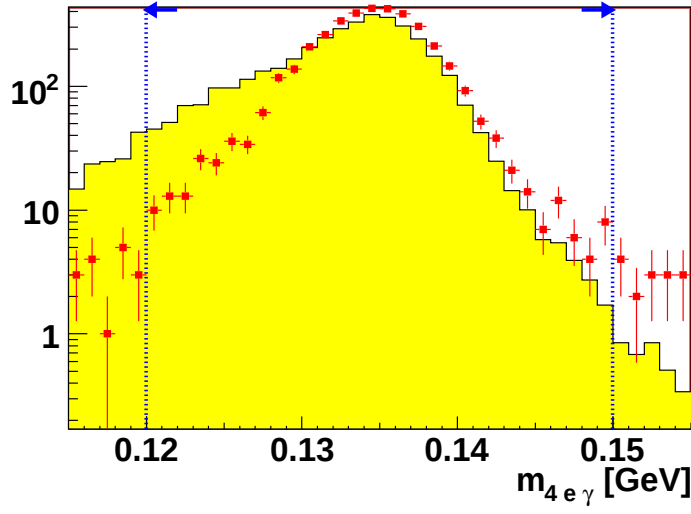
Kaonimpuls (DD γ)



(b)

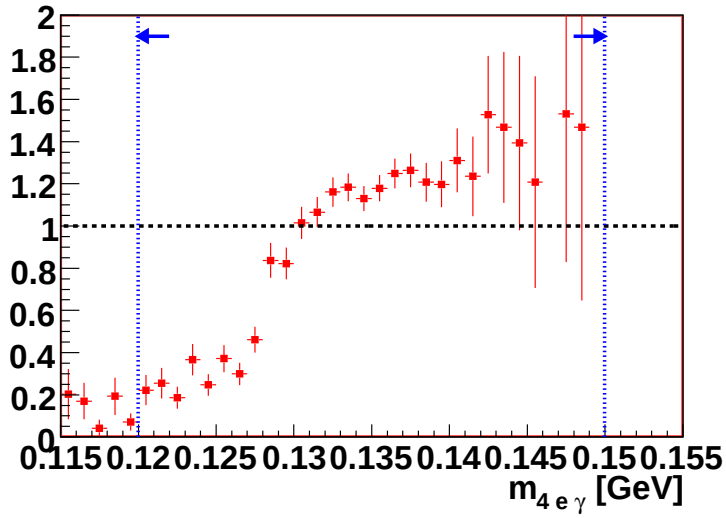
Abbildung A.6: Verteilung des rekonstruierten Kaonimpulses: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Pionmasse (DD γ)



(a)

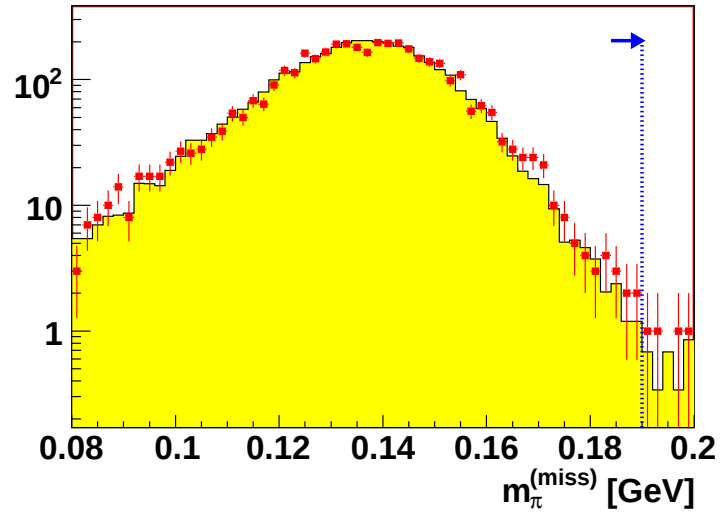
Pionmasse (DD γ)



(b)

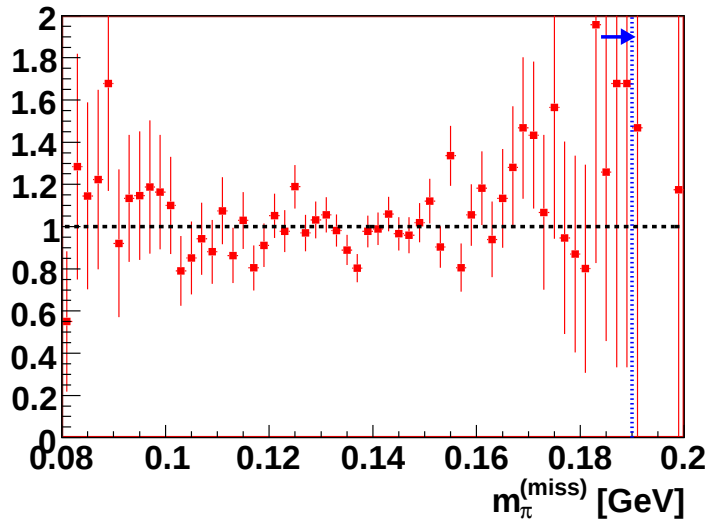
Abbildung A.7: Verteilung der rekonstruierten Pionmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Fehlende Pionmasse (DD γ)



(a)

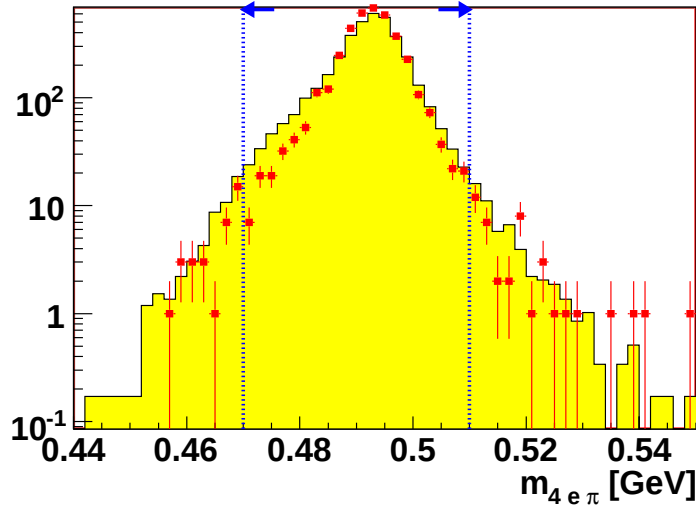
Fehlende Pionmasse (DD γ)



(b)

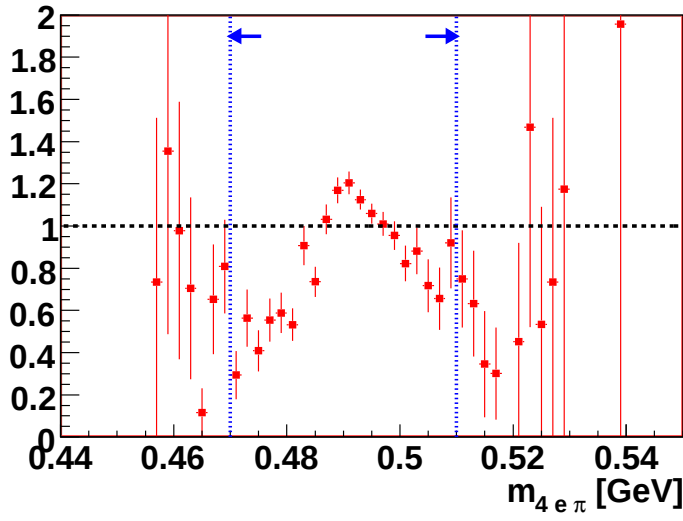
Abbildung A.8: Verteilung der rekonstruierten Pionmasse als fehlende Masse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

Kaonmasse (DD γ)



(a)

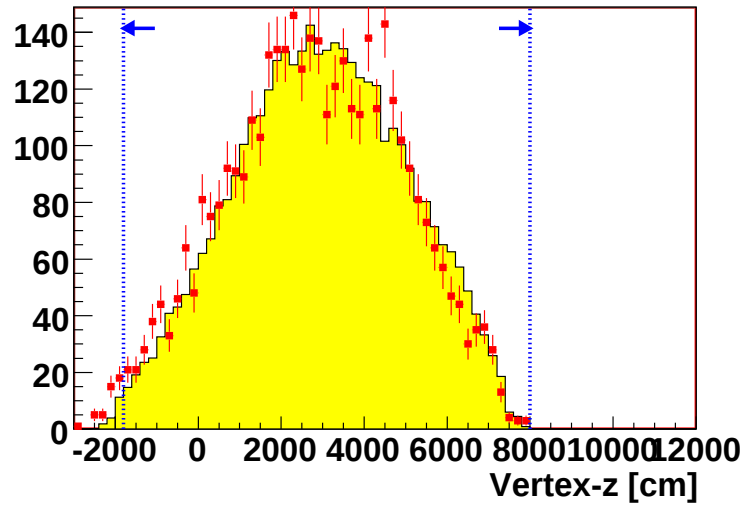
Kaonmasse (DD γ)



(b)

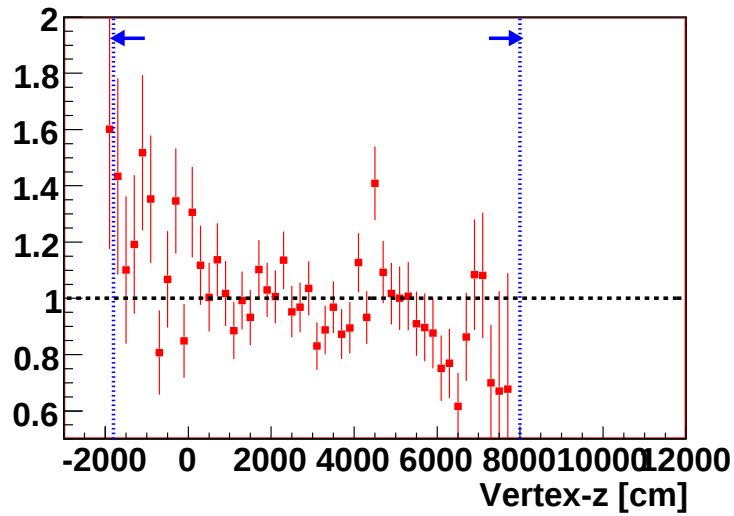
Abbildung A.9: Verteilung der rekonstruierten Kaonmasse: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

z-Koordinate des Vertex (DD γ)



(a)

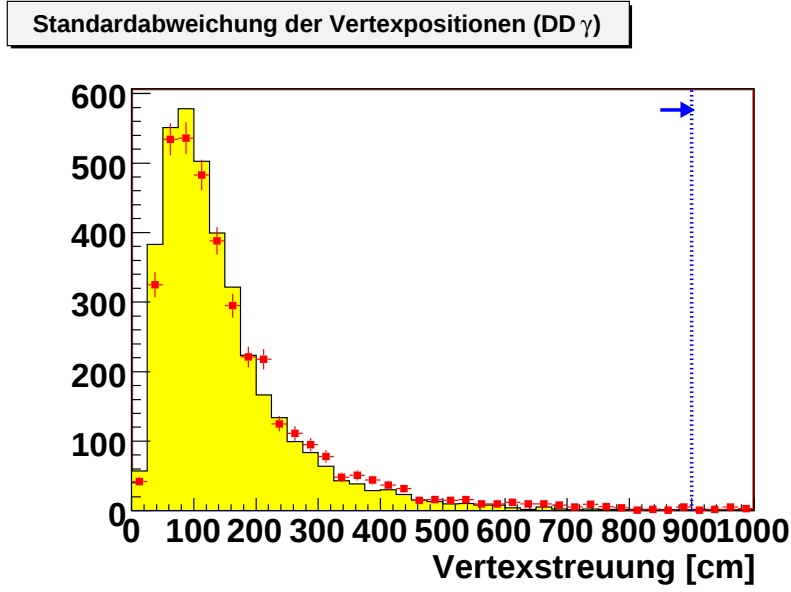
z-Koordinate des Vertex (DD γ)



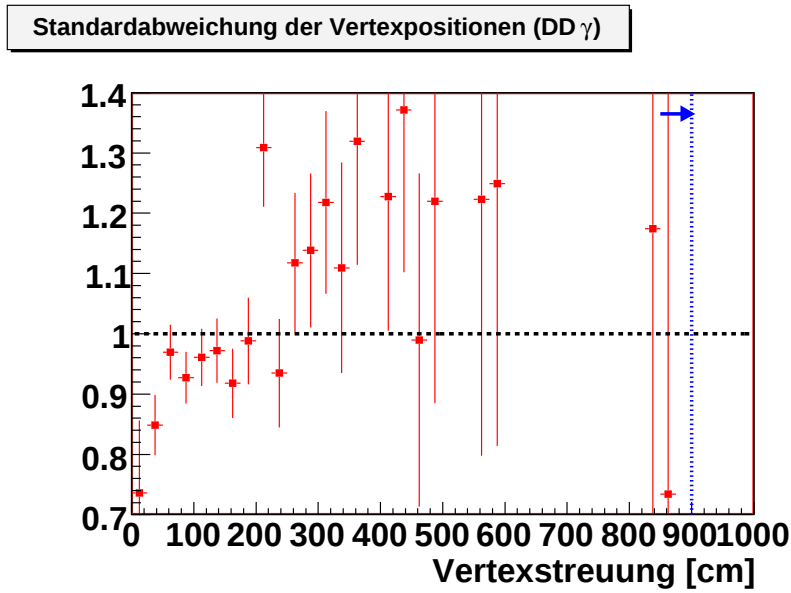
(b)

Abbildung A.10: Verteilung der z -Komponente des Zerfallsvertex: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

A Selektion des radiativen doppelten Dalitzzerfalls $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi_{DD\gamma}^0$



(a)



(b)

Abbildung A.11: Verteilung der Streuung σ_r der zehn Kombinationsvertizes: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

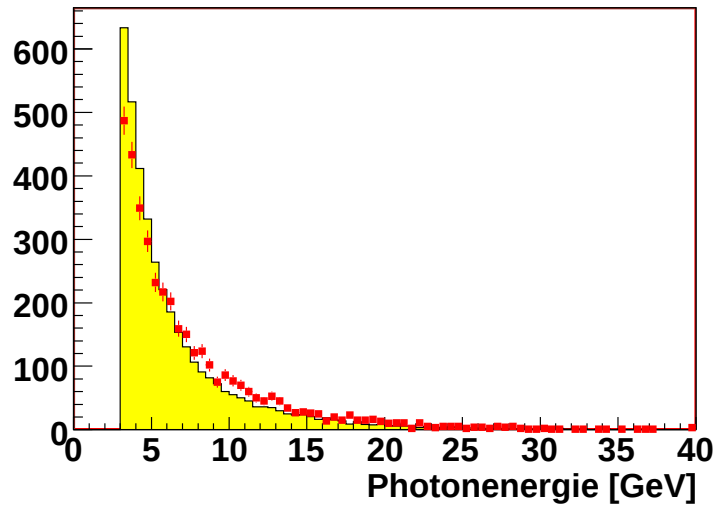
Tabelle A.1: DD γ -Selektionsschnitte mit den jeweiligen Anteilen der ausgesonderten Zerfälle (Monte-Carlo-Simulation radiativer und nichtradiativer doppelter Dalitzzerfälle von SS0 - SS8).

Total	100.00 %
Totale radiative Ereignisse ($x_{4e} < 0.95$)	5.94 %
Vorfilterung (Kriterium A & B)	17.23 %
$\geq$ je 2 gute Spuren mit Ladungen $+e$ und $-e$	15.57 %
$\geq$ 1 mögliches Photon	2.72 %
$\geq$ erlaubte $4e\gamma$ -Kombination	1.33 %
Spurabstand in DCH1/4 ≥ 2 cm	0.40 %
Abstand COG - Strahlachse ≤ 4 cm	0.27 %
Kaonimpuls zwischen 54 und 66 GeV	0.26 %
Pionmasse zwischen 120 und 150 GeV	0.23 %
Fehlende Pionmasse ≤ 190 GeV	0.23 %
Kaonmasse zwischen 470 und 510 GeV	0.23 %
z_{Vtx} zwischen -18 und 80 m	0.23 %
Akzeptiert	0.23 %
Akzeptiert / Totale radiative Ereignisse	3.79 %

Tabelle A.2: Effizienz der verschiedenen Qualitätsschnitte für DD γ -Zerfälle nach Anwendung aller anderen Schnitte (Monte-Carlo-Simulation von SS0 - SS8).

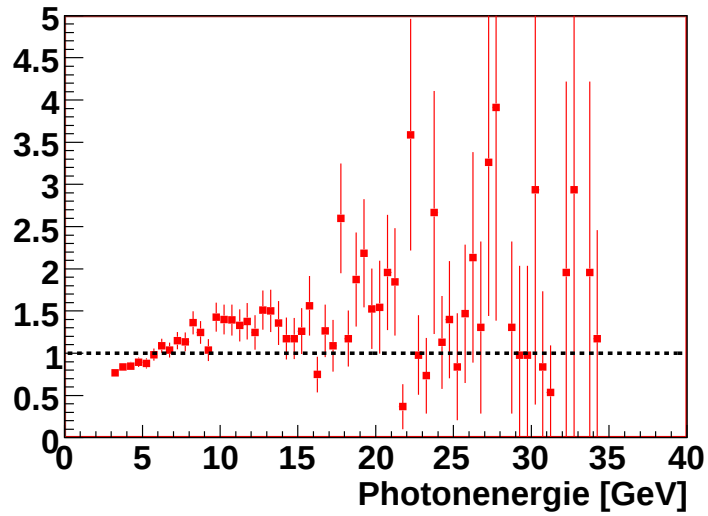
Spurabstand in DCH1	58.06 %
Spurabstand in DCH4	99.48 %
Energieschwerpunkt (COG)	96.84 %
Kaonimpuls	98.84 %
π^0 -Masse	93.26 %
Fehlende π^0 -Masse	99.89 %
Kaonmasse	97.19 %
z -Position des Vertex	99.55 %
Streuung der Vertizes	99.64 %

Energiespektrum der Photonen (DD γ)



(a)

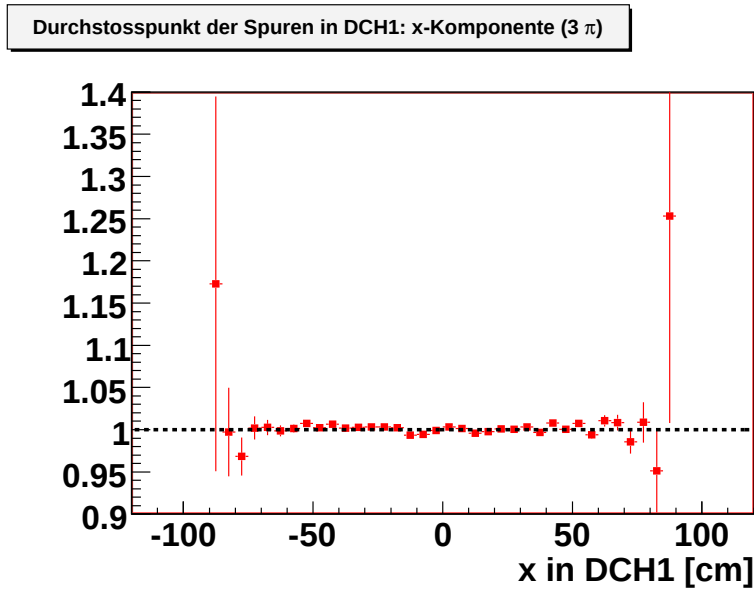
Energiespektrum der Photonen (DD γ)



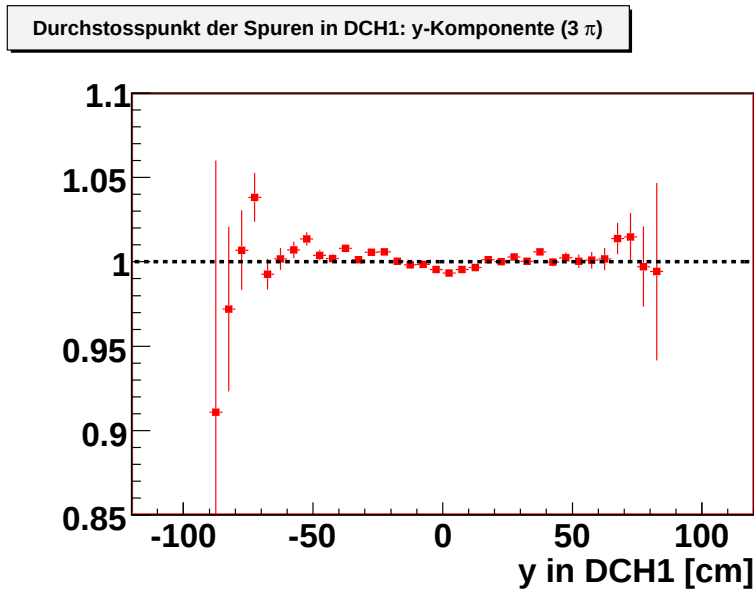
(b)

Abbildung A.12: Photonenergiespektrum nach allen Selektionsschnitten: (a) Vergleich Daten (rot) – skaliertes MC (gelb), (b) Verhältnis Daten / skaliertes MC.

B Weitere Vergleiche zwischen Daten und MC-Simulation



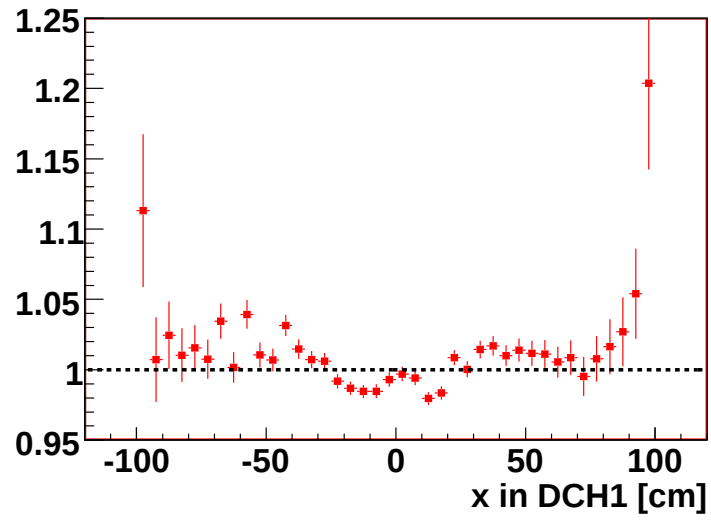
(a)



(b)

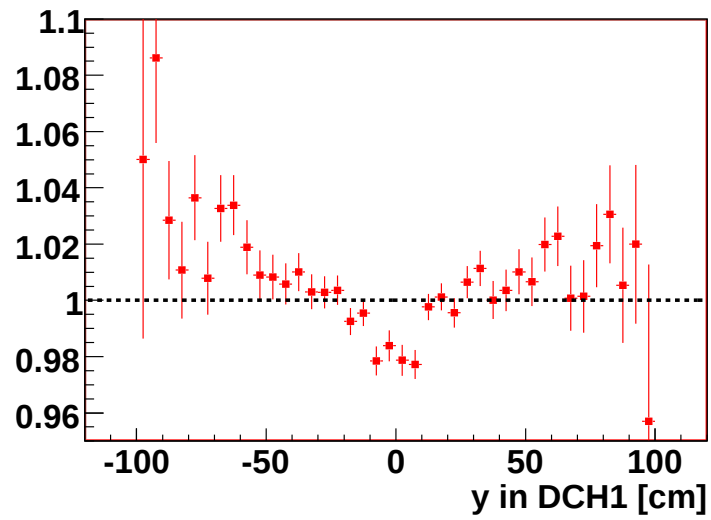
Abbildung B.1: Räumliche Spurverteilung in DCH1: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).

Durchstosspunkt der Spuren in DCH1: x-Komponente (SD)



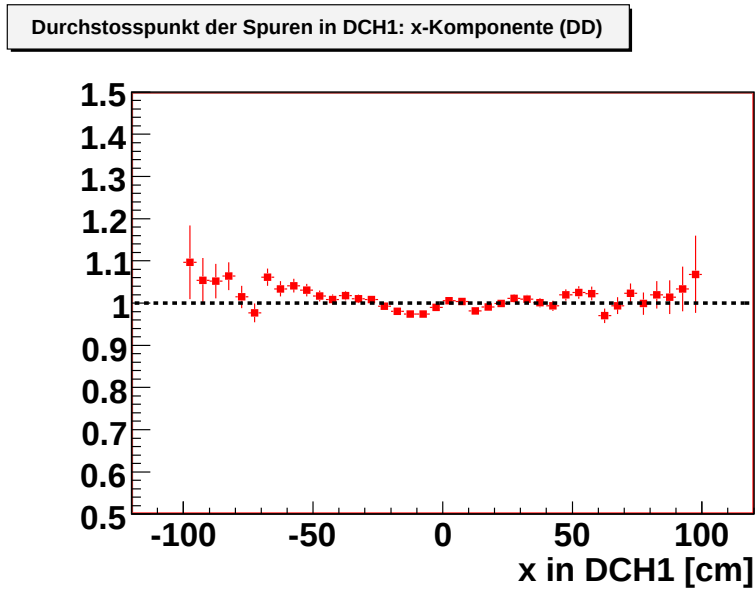
(a)

Durchstosspunkt der Spuren in DCH1: y-Komponente (SD)

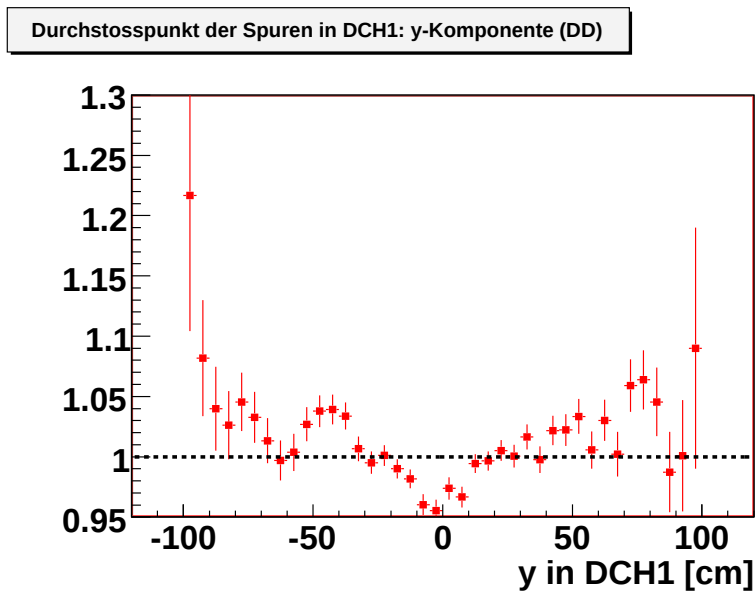


(b)

Abbildung B.2: Räumliche Spurverteilung in DCH1: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).



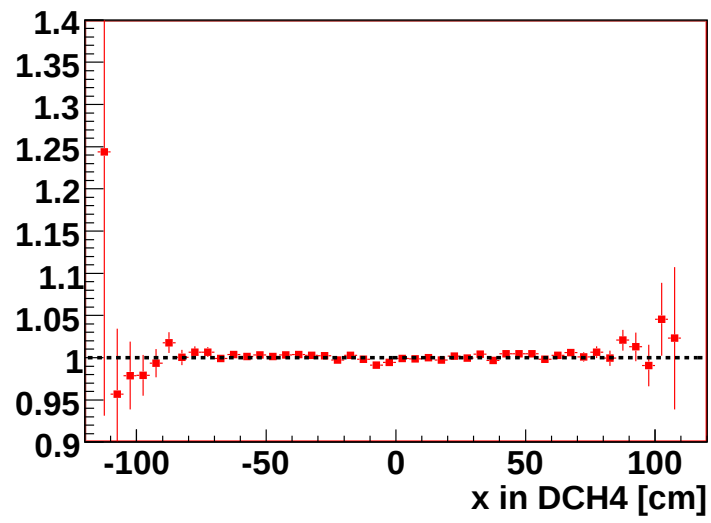
(a)



(b)

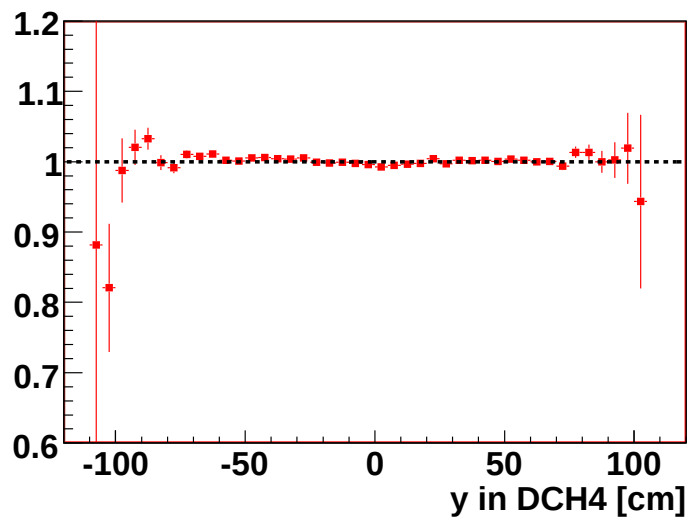
Abbildung B.3: Räumliche Spurverteilung in DCH1: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).

Durchstosspunkt der Spuren in DCH4: x-Komponente (3π)



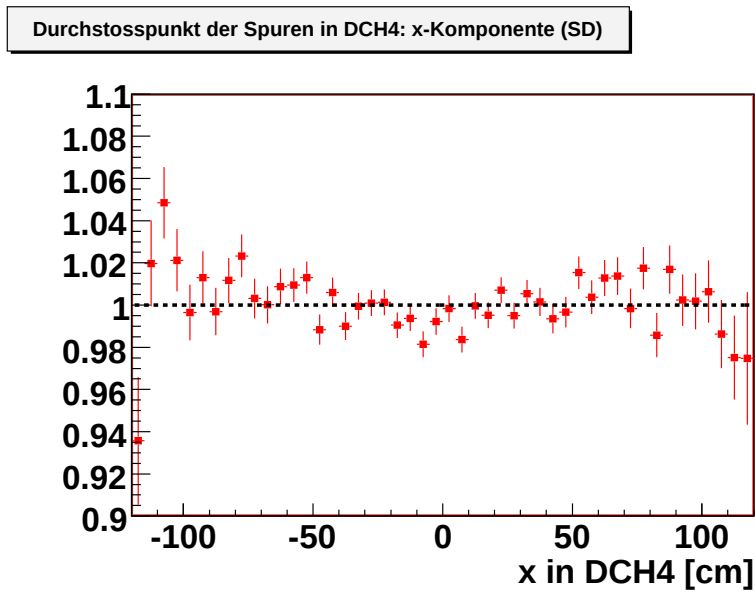
(a)

Durchstosspunkt der Spuren in DCH4: y-Komponente (3π)

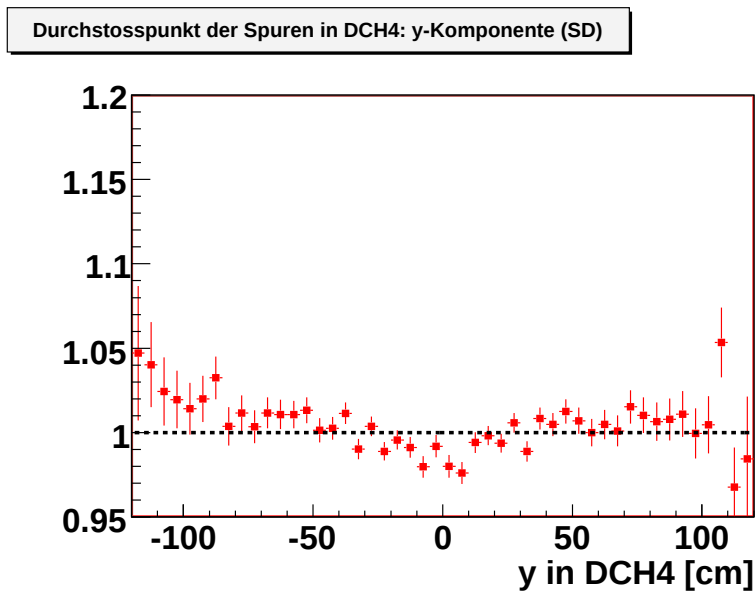


(b)

Abbildung B.4: Räumliche Spurverteilung in DCH4: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).



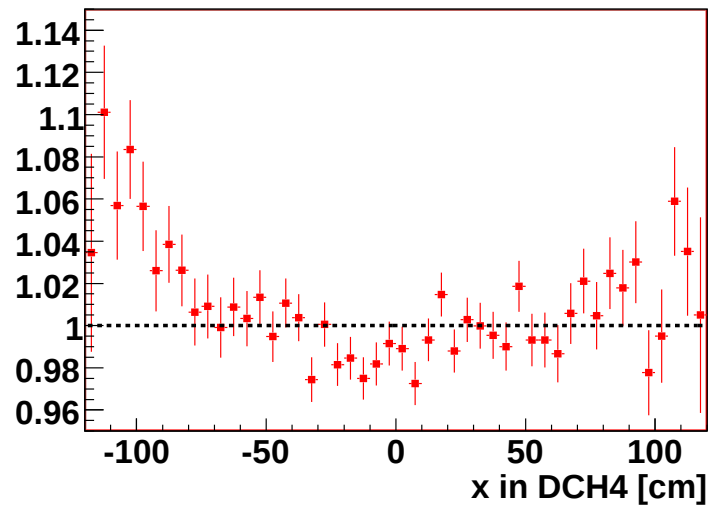
(a)



(b)

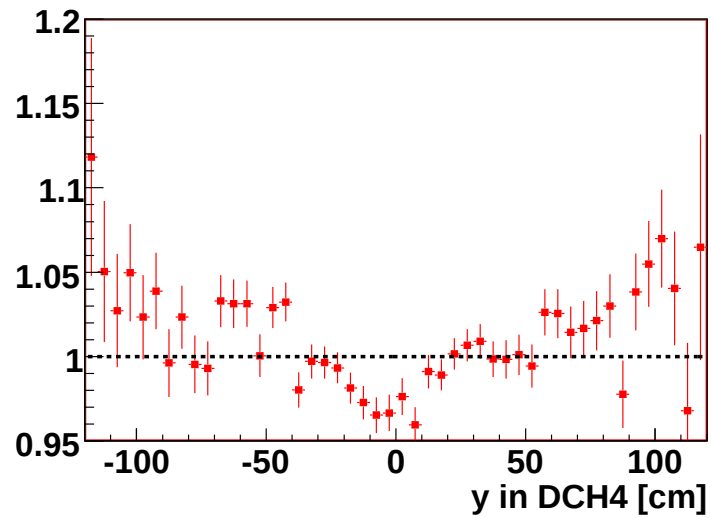
Abbildung B.5: Räumliche Spurverteilung in DCH4: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).

Durchstosspunkt der Spuren in DCH4: x-Komponente (DD)



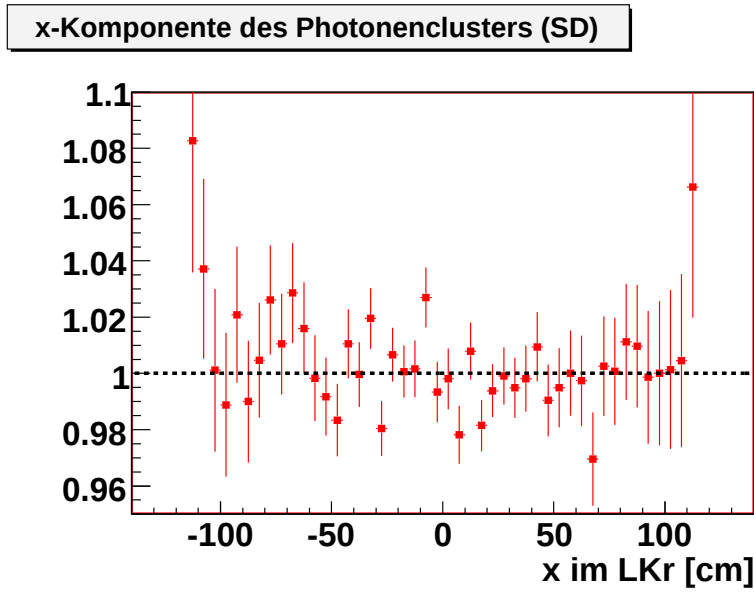
(a)

Durchstosspunkt der Spuren in DCH4: y-Komponente (DD)

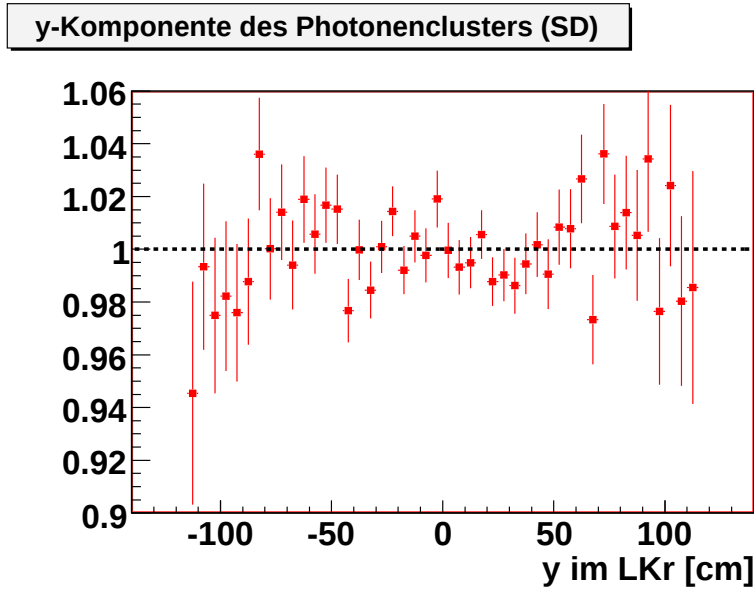


(b)

Abbildung B.6: Räumliche Spurverteilung in DCH4: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).



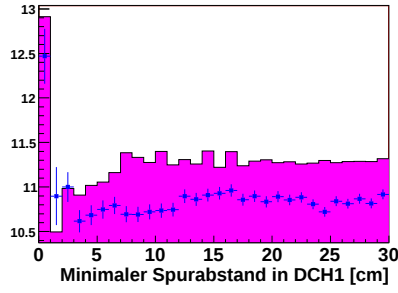
(a)



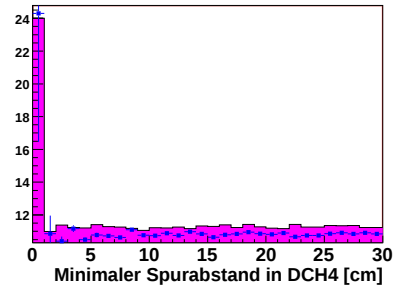
(b)

Abbildung B.7: Räumliche Clusterverteilung im LKr-Kalorimeter: (a) x -Komponente, (b) y -Komponente (Daten/MC).

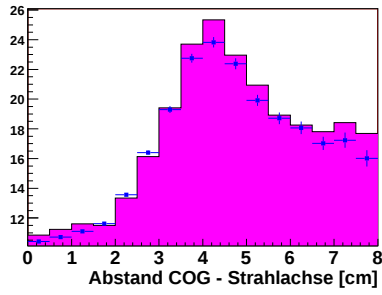
C Einfluss von Spektrometerpolung und Achromatpolung auf SD- und 3π -Verteilungen



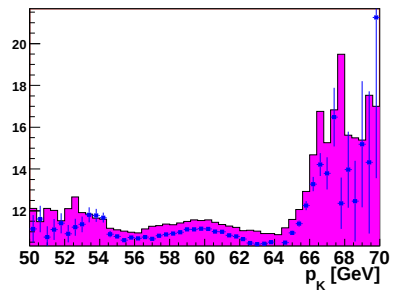
(a)



(b)

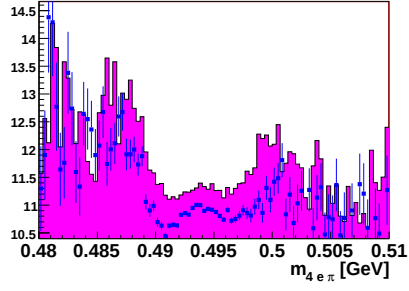


(c)

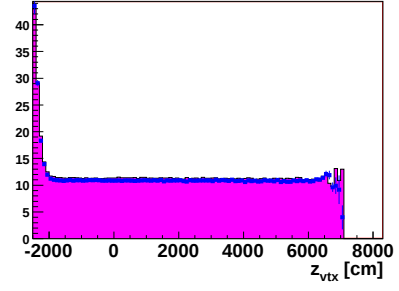


(d)

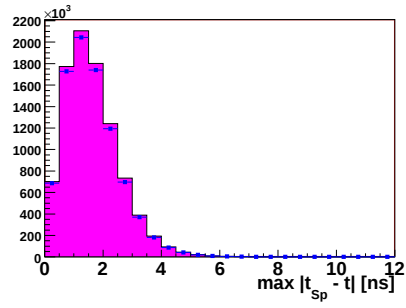
Abbildung C.1: $K_{3\pi}$ -Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Achromatmagneten: (a) Min. Spurabstand in DCH1, (b) Min. Spurabstand in DCH4, (c) Energieschwerpunkt, (d) Kaonimpuls (jeweils Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



(a)

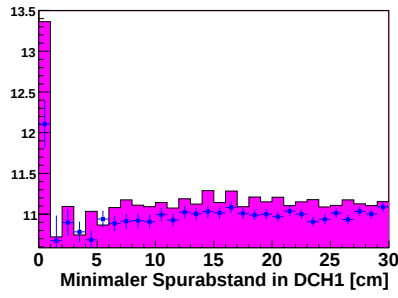


(b)

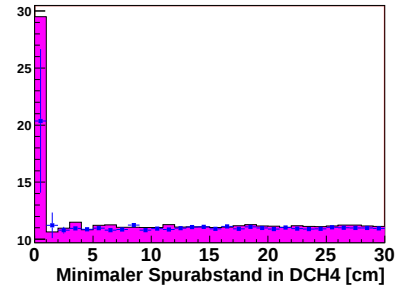


(c)

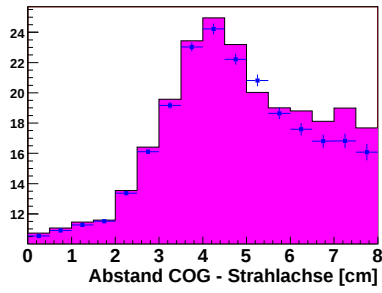
Abbildung C.2: $K_{3\pi}$ -Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Achromatmagneten: (a) Kaonmasse, (b) Vertex- z -Position, (c) Spurzeit (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



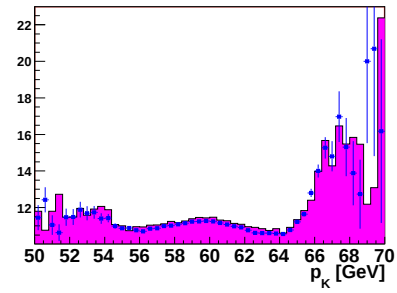
(a)



(b)

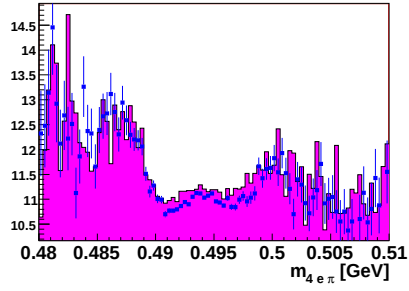


(c)

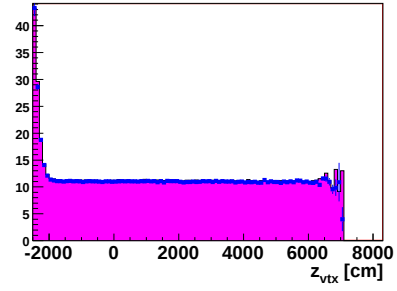


(d)

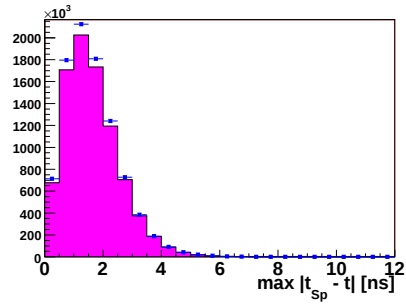
Abbildung C.3: $K_{3\pi}$ -Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Spektromettermagneten: (a) Min. Spurabstand in DCH1, (b) Min. Spurabstand in DCH4, (c) Energieschwerpunkt, (d) Kaonimpuls (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



(a)

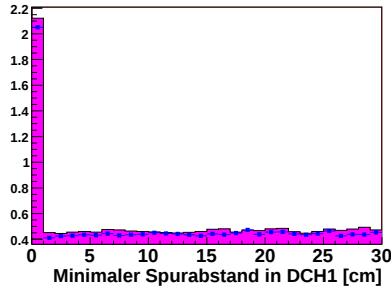


(b)

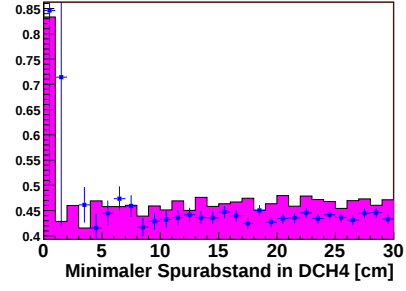


(c)

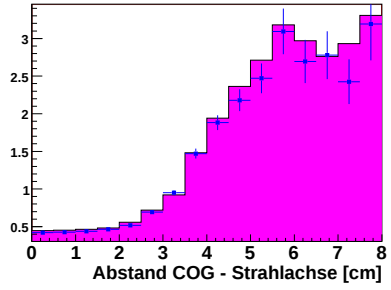
Abbildung C.4: $K_{3\pi}$ -Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Spektrometermagneten: (a) Kaonmasse, (b) Vertex- z -Position, (c) Spurzeit (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



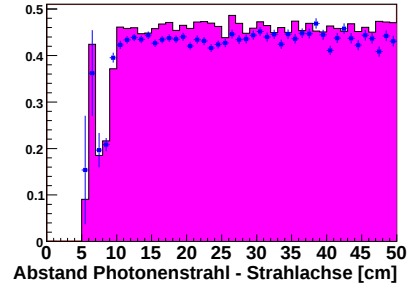
(a)



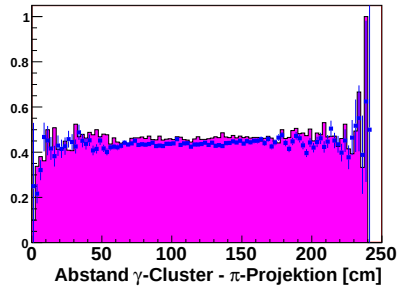
(b)



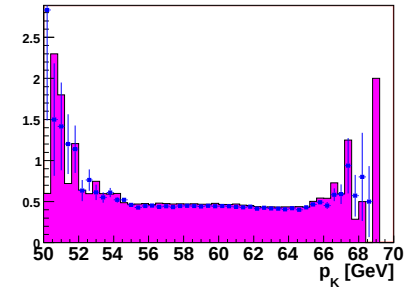
(c)



(d)

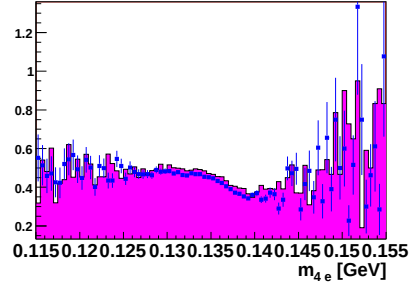


(e)

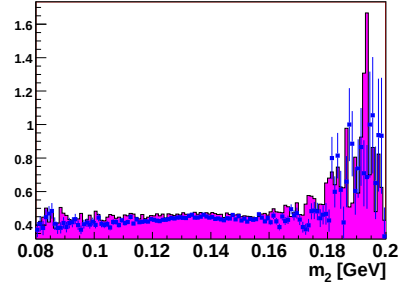


(f)

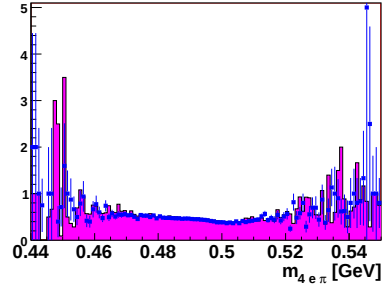
Abbildung C.5: SD-Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Achromatmagneten: (a) Min. Spurabstand in DCH1, (b) Min. Spurabstand in DCH4, (c) Energieschwerpunkt, (d) Photonabstand von der Strahlachse in DCH1, (e) Abstand zwischen Pionspur und Photoncluster, (f) Kaonimpuls (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



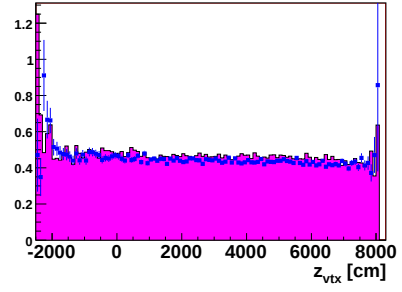
(a)



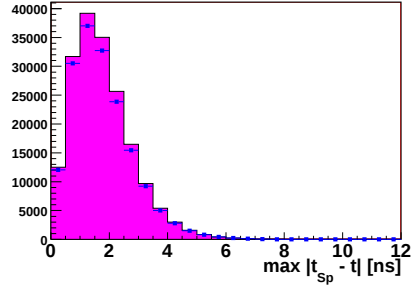
(b)



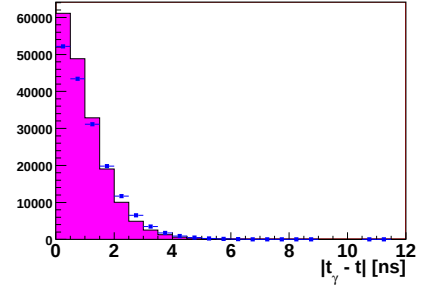
(c)



(d)

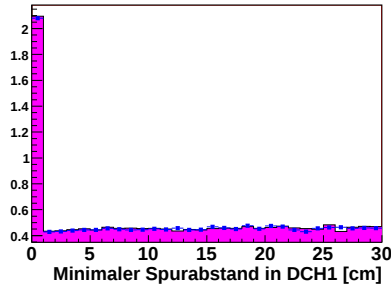


(e)

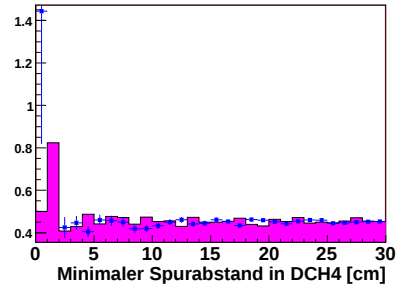


(f)

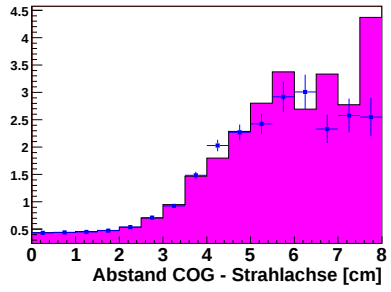
Abbildung C.6: SD-Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Achromatmagneten: (a) π^0 -Masse, (b) fehlende π^0 -Masse, (c) Kaonmasse, (d) Vertex- z -Position, (e) Spurzeit, (f) Zeit des Photonclusters (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



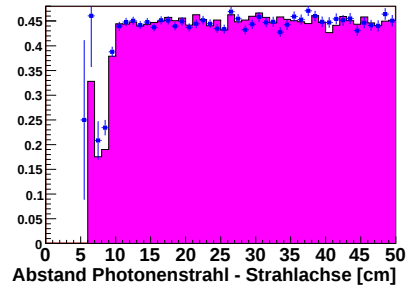
(a)



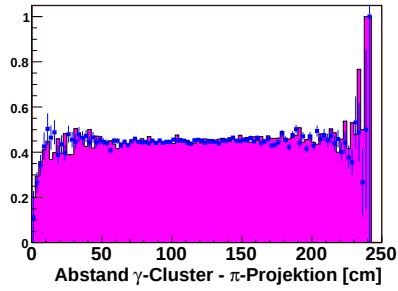
(b)



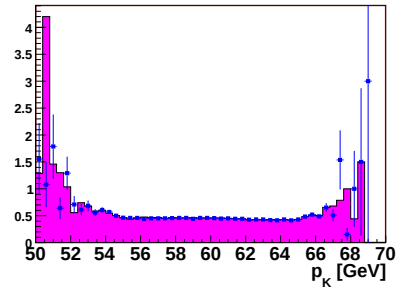
(c)



(d)

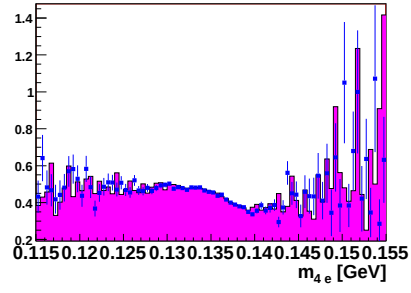


(e)

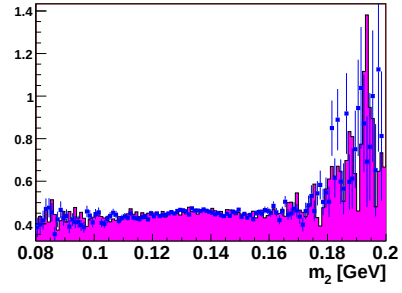


(f)

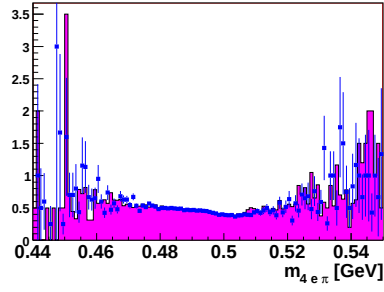
Abbildung C.7: SD-Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Spektrometernagnet: (a) Min. Spurbstand in DCH1, (b) Min. Spurbstand in DCH4, (c) Energieschwerpunkt, (d) Photonabstand von der Strahlachse in DCH1, (e) Abstand zwischen Pionspur und Photoncluster, (f) Kaonimpuls (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).



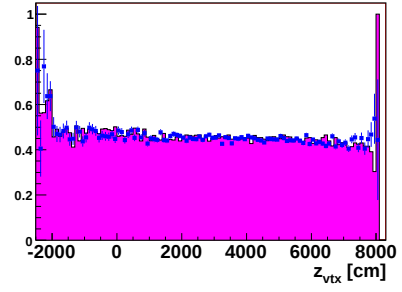
(a)



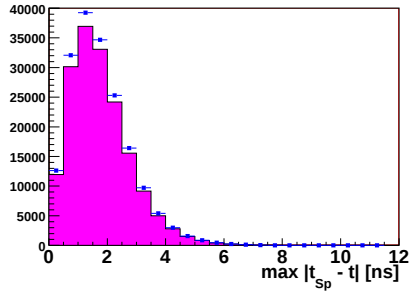
(b)



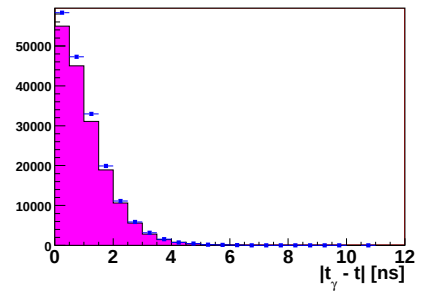
(c)



(d)



(e)



(f)

Abbildung C.8: SD-Zerfall: Vergleich pos. (blau) und neg. (rosa) Polung des Spektrometernagnet: (a) π^0 -Masse, (b) fehlende π^0 -Masse, (c) Kaonmasse, (d) Vertex- z -Position, (e) Spurzeit, (f) Zeit des Photonclusters (Verhältnis Daten / unskaliertes MC).

D Systematische Schnittvariationen

Tabelle D.1: Veränderungen des DD- und SD-Verzweigungsverhältnisses (SS 1) bei systematischen Schnittvariationen - I. Signifikante Abweichungen ($> 2\sigma$) sind fett unterlegt.

	DD [10^{-7}]		SD [10^{-4}]	
	$\Delta\mathcal{BR}$	$\sqrt{\Delta\sigma^2}$	$\Delta\mathcal{BR}$	$\sqrt{\Delta\sigma^2}$
LKr-Korrektur 2	+0.0342	0.3863	+0.0803	0.1362
Cluster-Energie ≥ 2 GeV	+0.0596	0.3826	0.0475	0.1674
Cluster-Energie ≥ 4 GeV	+0.0431	0.3850	+0.1875	0.0533
Cluster-Energie ≥ 5 GeV	+0.0412	0.3853	+0.1208	0.1280
Abstand COG – z -Achse ≤ 3 cm	-0.4323	0.4026	-0.0340	0.1280
Abstand COG – z -Achse ≤ 3.5 cm	-0.0622	0.1167	+0.0580	0.1286
Abstand COG – z -Achse ≤ 4.5 cm	+0.5107	0.4539	+0.0337	0.1421
Abstand COG – z -Achse ≤ 5 cm	-0.1588	0.5520	+0.2106	0.1427
$z_{Vtx} \geq -16$ m	+0.0953	0.1986	+0.1437	0.1243
$z_{Vtx} \geq -17$ m	+0.2647	0.2990	+0.1296	0.1354
$z_{Vtx} \leq 78$ m	+0.0504	0.3766	+0.0742	0.1349
$z_{Vtx} \leq 82$ m	+0.0890	0.3814	+0.0157	0.1372
$\sigma_{\mathbf{r}} \leq 8$ m	+0.0581	0.3672		
$\sigma_{\mathbf{r}} \leq 10$ m	-0.5351	0.4561		
$\max t_{Sp} - t \leq 13$ ns (DD)	+0.0373	0.3858		
$\max t_{Sp} - t \leq 17$ ns (DD)	+0.0828	0.3824		
$\max t_{Sp} - t \leq 10$ ns (SD)			+0.1903	0.1334
$\max t_{Sp} - t \leq 14$ ns (SD)			+0.2647	0.1314
$ t_{\gamma} - t \leq 10$ ns (SD)			+0.1600	0.1341
$ t_{\gamma} - t \leq 14$ ns (SD)			+0.0717	0.1362
$\max t_{Sp} - t \leq 10$ ns ($K_{3\pi}$)	+0.0817	0.3793	-0.0095	0.1372
$\max t_{Sp} - t \leq 14$ ns ($K_{3\pi}$)	+0.0200	0.3884	+0.0869	0.1360
$ m_{\pi^0} - M \leq 13$ MeV	+0.1557	0.1754	+0.1532	0.1316
$ m_{\pi^0} - M \leq 14$ MeV	+0.0245	0.0333	+0.1632	0.1331
$ m_{\pi^0} - M \leq 16$ MeV	-0.1923	0.4318	+0.0106	0.1379
$ m_{\pi^0} - M \leq 17$ MeV	-0.0838	0.4651	+0.0167	0.1389
$m_{\pi}^{(miss)} \leq 180$ MeV	+0.2839	0.3123	-0.1615	0.1376
$m_{\pi}^{(miss)} \leq 185$ MeV	+0.1959	0.3557	+0.0435	0.1356
$m_{\pi}^{(miss)} \leq 195$ MeV	+0.0294	0.3893	+0.3441	0.1304
$m_{\pi}^{(miss)} \leq 200$ MeV	+0.1112	0.3841	+0.1007	0.1351

Tabelle D.2: Veränderungen des DD- und SD-Verzweigungsverhältnisses (SS 1) bei systematischen Schnittvariationen - II.

	DD [10^{-7}]		SD [10^{-4}]	
	$\Delta\mathcal{BR}$	$\sqrt{\Delta\sigma^2}$	$\Delta\mathcal{BR}$	$\sqrt{\Delta\sigma^2}$
$m_K \geq 468$ MeV (DD & SD)	+0.1554	0.4437	+0.2167	0.1357
$m_K \geq 469$ MeV (DD & SD)	-0.0414	0.4271	+0.1071	0.1362
$m_K \geq 471$ MeV (DD & SD)	+0.3181	0.2884	+0.1042	0.1342
$m_K \geq 472$ MeV (DD & SD)	+0.3686	0.2133	+0.0536	0.1336
$m_K \leq 508$ MeV (DD & SD)	+0.7740	0.2560	+0.3451	0.1163
$m_K \leq 509$ MeV (DD & SD)	+0.6471	0.2250	+0.1413	0.1288
$m_K \leq 511$ MeV (DD & SD)	-0.5112	0.7926	-0.3127	0.1680
$m_K \leq 512$ MeV (DD & SD)	+0.1416	0.4140	+0.1715	0.1364
$m_K \geq 482$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0091	0.3906	+0.1179	0.1353
$m_K \geq 483$ MeV ($K_{3\pi}$)	-0.0506	0.3988	+0.0706	0.1360
$m_K \geq 485$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0837	0.3785	+0.2821	0.1308
$m_K \geq 486$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0948	0.3762	+0.1352	0.1344
$m_K \leq 502$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0057	0.3889	+0.1247	0.1343
$m_K \leq 503$ MeV ($K_{3\pi}$)	-0.0179	0.3931	+0.1754	0.1332
$m_K \leq 505$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0802	0.3801	+0.1757	0.1339
$m_K \leq 506$ MeV ($K_{3\pi}$)	+0.0100	0.3909	+0.0928	0.1361
π - γ -Abstand ≥ 23 cm	+0.0206	0.3883	+0.0355	0.1380
π - γ -Abstand ≥ 27 cm	+0.0505	0.3839	+0.0043	0.1353
LKr-Skalierung mit 0.999	+0.0407	0.3854	+0.0471	0.1367
LKr-Skalierung mit 1.001	+0.0533	0.3835	+0.1096	0.1355

Literaturverzeichnis

- [ACK⁺90] AFANASYEV, L.G. ; CHVYROV, A.S. ; KARPUKHIN, V.V. u. a.: Measurement of the branching ratio for the π^0 -meson decay into a photon and a positronium atom. In: *Phys. Lett. B* 236 (1990), S. 116–120
- [AHAA⁺99] ALAVI-HARATI, A. ; ALBUQUERQUE, I.F. ; ALEXOPOULOS, T. u. a.: Measurement of the Decay $K_L \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$. In: *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999), S. 917–921
- [AHAA⁺01] ALAVI-HARATI, A. ; ALEXOPOULOS, T. ; ARENTON, M. u. a.: Measurements of the Rare Decay $K_L \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$. In: *Phys. Rev. Lett.* 86 (2001), Nr. 24, S. 5425–5429
- [AHAA⁺03] ALAVI-HARATI, A. ; ALEXOPOULOS, T. ; ARENTON, M. u. a.: Measurements of the Decay $K_L \rightarrow e^+ e^- \mu^+ \mu^-$. In: *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), S. 141801(1–5)
- [B⁺96] BARR, G.D. u. a.: Performance of an electromagnetic liquid krypton calorimeter based on a ribbon electrode tower structure. In: *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A* 370 (1996), S. 413–424
- [BBC⁺95] BARR, G.D. ; BUCHHOLZ, P. ; CUNDY, D. u. a.: Measurement of the branching ratio of the double Dalitz decay $K_L \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ and the CP parity of the K_L -meson. In: *Z. Phys. C* 65 (1995), S. 361–365
- [BCF⁺91] BEHREND, H.-J. ; CRIEGEE, L. ; FIELD, J.H. u. a.: A measurement of the π^0 , η and η' electromagnetic form factors. In: *Z. Phys. C* 49 (1991), S. 401–409
- [BHTE03] BARKER, A.R. ; HUANG, H. ; TOALE, P.A. ; ENGLE, J.: Radiative corrections to double Dalitz decays: Effects on invariant mass distributions and angular correlations. In: *Phys. Rev. D* 67 (2003), S. 33008(1–24)
- [BM60] BERNSTEIN, J. ; MICHEL, L.: T , P , C Symmetries in the π^0 Decay. In: *Phys. Rev.* 118 (1960), S. 871–875
- [CER93] CERN APPLICATION SOFTWARE GROUP: GEANT – Detector Description and Simulation Tool. http://wwwasdoc.web.cern.ch/wwwasdoc/geant_html3/geantall.html, 1993

- [CER98] CERN COMPUTING AND NETWORKS DIVISION: Minuit – Reference Manual (Version 95.1). CERN Program Library Long Writeup D506, 1998
- [Cle04] CLEMENCIC, M.: A measurement of the branching ratio of the Ξ^0 β -decay in the NA48 experiment, Università degli Studi di Torino, Diss., 2004
- [Dal51] DALITZ, R.H.: On an Alternative Decay Process for the Neutral π -Meson. In: *Proc. Phys. Soc. London A* 64 (1951), S. 667–669
- [DGG+J] DOBLE, N. ; GATIGNON, L. ; GRAFSTROM, P.: Figures for K_{12} beam. <http://sl.web.cern.ch/SL/eagroup/K12beam/captions.html>, o.J.
- [DIP98] D’AMBROSIO, G. ; ISIDORI, G. ; PORTOLÉS, J.: Short-distance information from $B(K_L \rightarrow \mu^+\mu^-)$. In: *Phys. Lett. B* 423 (1998), S. 385–394
- [DWB⁺92] DREES, R.M. ; WALTHAM, C. ; BERNASCONI, T. u. a.: Measurement of the π^0 electromagnetic form factor. In: *Phys. Rev. D* 45 (1992), S. 1439–1447
- [FBB⁺89] FONVIELLE, H. ; BENSAYAH, N. ; BERTHOT, J. u. a.: Dalitz decay $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ and the π^0 electromagnetic transition form factor. In: *Phys. Lett. B* 233 (1989), S. 65–68
- [FGS⁺92] FARZANPAY, F. ; GUMPLINGER, P. ; STETZ, A. u. a.: Measurement of the slope of the π^0 electromagnetic form factor. In: *Phys. Lett. B* 278 (1992), S. 413–418
- [Ger06] GERSABECK, M.: Messung des Verzweigungsverhältnisses und der Formfaktoren im Zerfall $K^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^0 e^\pm \nu$ mit dem NA48/2-Detektor, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, Diplomarbeit, 2006
- [GW06] GOLONKA, P. ; WAS, Z.: PHOTOS Monte Carlo: A precision tool for QED corrections in Z and W decays. In: *Eur. Phys. J. C* 45 (2006), S. 97–107
- [Lan85] LANDSBERG, L.G.: Electromagnetic Decays of Light Mesons. In: *Phys. Rep.* 128 (1985), S. 301–376
- [L’E96] L’ECUYER, P.: Maximally equidistributed combined Tausworthe generators. In: *Math. Comput.* 65 (1996), S. 203–213
- [LMB⁺01] LAI, A. ; MARRAS, D. ; BEVAN, A. u. a.: A precise measurement of the direct CP violation parameter $\text{Re}(\epsilon'/\epsilon)$. In: *Eur. Phys. J. C* 22 (2001), S. 231–254
- [LMB⁺05] LAI, A. ; MARRAS, D. ; BEVAN, A. u. a.: Measurement of the $K_L \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ decay rate. In: *Phys. Lett. B* 615 (2005), S. 31–38
- [Mag05] MAGGIORE, M.: A Modern Introduction to Quantum Field Theory. Oxford University Press, 2005

- [MS72] MIKAELIAN, K.O. ; SMITH, J.: Radiative Corrections to the Decay $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$. In: *Phys. Rev. D* 5 (1972), S. 1763–73
- [MT05] MOHR, P.J. ; TAYLOR, B.N.: CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants : 2002. In: *Rev. Mod. Phys.* 77 (2005), S. 1–107
- [NK98] NA48-KOLLABORATION: Offizielles Bildarchiv. <http://na48.web.cern.ch/NA48/welcome/images/pictures.html>, 1998
- [NKoJ] NA48-KOLLABORATION: Inoffizielles Bildarchiv. o.J.. – Verfasser unbekannt
- [Pic03] PICCINI, M.: Measurement of the Ξ^0 beta decay branching ratio in the experiment NA48/1 at CERN, Università degli Studi di Perugia, Diss., 2003
- [SPP⁺62] SAMIOS, N.P. ; PLANO, R. ; PRODELL, A. ; SCHWARTZ, M. ; STEINBERGER, J.: Parity of the Neutral Pion and the Decay $\pi_0 \rightarrow 2e^+ 2e^-$. In: *Phys. Rev.* 126 (1962), S. 1844–1849
- [Toa04] TOALE, P.A.: A Study of the Decay $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- e^+ e^-$ Using $K_L \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ Decays in Flight, University of Colorado, Diss., 2004
- [Y⁺06] YAO, W.-M. u. a.: Review of Particle Physics. In: *J. Phys. G* 33 (2006), S. 1–1231

Erklärung

Ich habe diese Arbeit selbständig verfasst; alle benutzten Quellen und Hilfsmittel sind im Text angegeben.

Mainz, 24. Mai 2007