CPPM-T-1998-01

UNIVERSITÉ DE LA MÉDITERRANÉE
AIX-MARSEILLE II
FACULTE DES SCIENCES DE LUMINY
163 avenue de Luminy
13288 MARSEILLE Cedex 09

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Physique des Particules, Physique Mathématique et Modélisation

présentée par

Olivier LEROY

en vue d'obtenir le grade de docteur de l'Université de la Méditerranée

Etude du mélange $B_s^0 - \overline{B_s^0}$ dans l'expérience ALEPH au LEP

soutenue le 27 avril 1998

devant le jury composé de

M.	E. ASLANIDES	Président du jury
M.	J.-J. AUBERT	Directeur de thèse
M.	J. CARR	
Mme.	M.-C. COUSINOU	
M.	P. DORNAN	Rapporteur
M.	L. LELLOUCH	
M.	D. VIGNAUD	Rapporteur

Remerciements

Je remercie Jean-Jacques Aubert et Elie Aslanides de m'avoir accueilli au Centre de Physique des Particules de Marseille et de m'avoir permis d'effectuer ma thèse dans d'aussi bonnes conditions.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à mon directeur de thèse, Jean-Jacques Aubert, pour m'avoir proposé un sujet de recherche aussi passionnant et pour la confiance qu'il m'a accordée. L'année que nous avons passée dans le même bureau au CERN fut pour moi extrêmement enrichissante. J'espère avoir acquis un peu de sa clairvoyance.

Je remercie Daniel Vignaud et Peter Dornan d'avoir accepté le travail de rapporteur. Je remercie également Marie-Claude Cousinou, John Carr et Laurent Lellouch d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Paschal Coyle, Olivier Schneider et David Rousseau ont supporté mon flot de questions pendant près de trois ans. Leur aide m'a été extrêmement précieuse dans l'aboutissement de ce travail et je les remercie chaleureusement.

Je tiens également à remercier tous les membres du groupe ALEPH Marseille et en particulier Chafik Benchouk, Alain Bonissent, Anne Ealet, Dominique Fouchez, Mossadek Talby, André Tilquin et Manoj Thulasidas. Merci à tous les membres du CPPM, pour la bonne ambiance qu'ils savent y faire régner.

Merci à Michel Perrottet d'avoir relu méticuleusement la partie théorique de ma thèse.

Je remercie également la collaboration ALEPH et en particulier Roger Forty, Hans-Guenther Moser, Duccio Abbaneo, André Roussarie, Sandrine Emery, Marie-Claude Lemaire, Marie-Hélène Schune, Christian Zeitnitz, Andy Halley et Karl Jakobs.

Merci aussi à mes compagnons du CPPM, Isabelle, Fabien, Fabrice, Cristina, David, Cristi, Fred, Smaïn, Stéphane, Patrice et Eric. Enfin, je remercie ma famille et mes amis pour leur soutien permanent.

Table des matières

Introduction

La physique des particules est une branche de la recherche fondamentale qui étudie la structure ultime de la matière. Elle rejoint l'astrophysique dans un effort de longue haleine pour tenter de mieux appréhender les premiers instants de notre Univers. La physique des particules *expérimentale* a deux principaux objectifs : tester la validité des modèles théoriques existants et rechercher des phénomènes nouveaux. Le cadre théorique communément admis actuellement, dans ce type de recherche, s'appelle *Modèle Standard*. Il permet d'expliquer la quasi-totalité des phénomènes observés. Cependant, ce modèle possède dix-huit paramètres libres, c'est-à-dire qui ne sont pas fixés par la théorie et qui doivent, par conséquent, être mesurés expérimentalement.

Dans ce domaine de recherche extrêmement vaste, la physique du B, ou *physique de la beauté*, étudie les particules contenant un quark b. Certaines de ces particules, les mésons B neutres (B_d^0-$\overline{B_d^0}$, B_s^0-$\overline{B_s^0}$), possèdent la propriété, comme le font les kaons neutres, de pouvoir osciller entre particule et antiparticule avant de se désintégrer. Dans le court intervalle de temps qui suit la production de ces mésons et qui précède leur désintégration, le système qui évolue dans le temps est une superposition d'états, *mélange* de B_s^0 et de $\overline{B_s^0}$ (ou de B_d^0 et de $\overline{B_d^0}$). Les paramètres fondamentaux permettant de décrire expérimentalement ces oscillations sont les différences de masse entre les états propres de masse : Δm_s pour les B_s^0 et Δm_d pour les B_d^0. Ils sont reliés respectivement aux éléments de la matrice CKM de mélange des quarks V_{ts} et V_{td}, paramètres libres du Modèle Standard. Une mesure de Δm_s et de Δm_d, permettrait donc de contraindre ces éléments de matrices qui caractérisent le couplage du quark *top* aux quarks *strange* et *down*.

C'est en 1986 que la collaboration UA1 au CERN, a observé pour la première fois, un excès d'événements attribué au mélange B^0-$\overline{B^0}$. La première mesure des oscillations B_d^0-$\overline{B_d^0}$ fut effectuée par ARGUS au DESY, en 1987. Le paramètre mesuré n'était pas directement Δm_d, mais la probabilité totale qu'un méson, créé dans un état donné, se désintègre dans l'état conjugué de charge. Ce n'est qu'en 1993, que la collaboration ALEPH, mesura directement la dépendance temporelle des oscillations B_d^0-$\overline{B_d^0}$, c'est-à-dire Δm_d. On s'attend à ce que la valeur de Δm_s soit beaucoup plus élevée que celle de Δm_d, ce qui rend la mesure de Δm_s beaucoup plus délicate à effectuer. Ainsi, seules des limites inférieures sur Δm_s existent, alors que Δm_d est maintenant mesuré avec une précision relative inférieure à 4%.

L'objet de ce mémoire est l'étude du mélange B_s^0-$\overline{B_s^0}$, avec le détecteur ALEPH situé sur le collisionneur LEP, à Genève. Le premier chapitre a pour but d'expliquer les raisons théoriques qui motivent l'investigation des oscillations des mésons B neutres. Un bref résumé du Modèle Standard nous permet d'introduire la matrice CKM de mélange des quarks et le Triangle d'Unitarité. Nous décrivons le formalisme du mélange B^0-$\overline{B^0}$ et définissons les paramètres qui pourront être mesurés expérimentalement. Nous établissons deux formules fondamentale : la première (1.24) permet de faire le lien entre l'aspect théorique et l'aspect expérimental de ce mémoire, la deuxième (1.27) montre l'intérêt des mesures de Δm_s et Δm_d.

L'impact de telles mesures, sur le Triangle d'Unitarité est explicité.

Les différentes techniques permettant d'étudier les oscillations B^0-$\overline{B^0}$ sont exposées au deuxième chapitre. Nous expliquons comment les mésons beaux sont produits et se désintègrent, nous introduisons les notions d'étiquetage, de temps de vie et de signification statistique d'une analyse sur Δm_s. Après un tour d'horizon des différentes mesures existantes, nous expliquons les choix effectués dans notre analyse.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le dispositif expérimental que nous avons utilisé. Le plus grand accélérateur de particules au monde, le LEP, permet de produire un nombre important de hadrons beaux. Nous présentons le détecteur ALEPH, en insistant sur les parties fondamentales pour notre analyse : reconstruction des trajectoires des traces chargées, mesure de l'énergie et identification des particules. La simulation utilisée est également décrite.

L'étude expérimentale que nous avons réalisée est présentée au cours des trois derniers chapitres. Les résultats préliminaires de cette analyse ont été présentés par ALEPH aux conférences de Hambourg et de Jérusalem [1] pendant l'été 1997 et à Spåtind en janvier 1998 [2]. Le quatrième chapitre décrit la sélection d'un échantillon de désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux et la reconstruction du temps de vie propre de chaque candidat.

Nous expliquons, au cinquième chapitre comment l'échantillon est divisé en sous-classes, contenant des fractions plus ou moins élevées en B_s^0. Pour déterminer si un méson a oscillé ou non, sa saveur au moment de sa production et de sa désintégration est déterminée en utilisant une combinaison de plusieurs informations.

Dans le but d'extraire Δm_s, une fonction de vraisemblance est construite, au sixième chapitre. Cette fonction incorpore tous les ingrédients introduits au cours des chapitres 4 et 5. La sensibilité étant trop faible pour effectuer une mesure, une limite inférieure est obtenue, par une méthode d'ajustement d'amplitude. Nous détaillons ensuite l'étude des erreurs systématiques et présentons un certain nombre de vérifications. Après une combinaison de notre résultat avec les autres mesures effectuées, nous concluons et présentons l'avenir de Δm_s.

Chapitre 1

Phénoménologie des oscillations B^0-$\overline{B^0}$

1.1 Le Modèle Standard

1.1.1 Introduction

On désigne par Modèle Standard le cadre théorique communément admis pour décrire les phénomènes observés en physique des particules. Nous allons nous efforcer de donner une vision globale de ce modèle, afin de bien cerner où intervient le mélange B^0-$\overline{B^0}$, objet d'étude de cette thèse.

Les particules de matière du Modèle Standard sont des fermions: les leptons et les quarks. Elles sont regroupées en trois générations :

$$\text{Les leptons} \; : \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

$$\text{Les quarks} \; : \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Les interactions entre ces fermions sont décrites par l'échange d'une ou plusieurs particules médiatrices appelées bosons de jauge. Le Modèle Standard est constitué de deux grandes parties qui s'inscrivent dans le cadre de la théorie relativiste des champs quantiques : la chromodynamique quantique (QCD) et le modèle standard électrofaible. Une théorie de ce type est entièrement décrite par la connaissance de son lagrangien. Nous adoptons donc ce formalisme pour décrire les propriétés fondamentales du modèle. QCD et le modèle standard électrofaible reposent sur le *principe d'invariance de jauge*. Cela signifie que leur lagrangien est invariant sous un groupe de symétries locales. Historiquement, la première théorie relativiste de champs quantiques satisfaisante fut l'électrodynamique quantique (QED), dont l'élaboration commença en 1927 avec P. Dirac et s'acheva à la fin des années quarante grâce aux travaux de S. Tomonaga, J. Schwinger et R. Feynman. Les nombreux succès expérimentaux de QED en ont fait le modèle de toutes les théories de champs suivantes.

1.1.2 Interaction forte

La chromodynamique quantique est la théorie qui décrit actuellement les interactions fortes. Elle a été construite par analogie avec QED. La symérie de jauge de QCD est appelée symétrie de couleur et repose sur le groupe $SU(3)_c$. Les leptons sont des singlets de $SU(3)_c$, autrement dit, ils ne sont pas sensibles à l'interaction forte. Chaque *saveur* de quark (u, d, s, c, b, t) existe en trois *couleurs* (rouge, jaune, bleu).

Les gluons véhiculent l'interaction forte entre ces quarks, au même titre que le photon transporte l'interaction électromagnétique entre particules chargées. Mais les gluons portent des couleurs alors que le photon est électriquement neutre. C'est là une différence essentielle qui permet d'expliquer une propriété fondamentale de QCD : la *liberté asymptotique*. A cause des interactions gluon-gluon, l'écrantage de la charge électrique à petite distance, observé dans QED, devient un anti-écrantage de la charge de couleur dans QCD. Ainsi, plus on rapproche deux quarks l'un de l'autre, plus la force qui les relie devient faible, si bien qu'à une distance suffisamment petite, ils se comportent comme des particules libres. En revanche, cette force s'accroît avec la distance de telle sorte que quarks et gluons restent confinés à l'intérieur des hadrons, sans pouvoir être observables à l'état libre. Les équations du groupe de renormalisation permettent de calculer l'évolution de la constante de couplage de QCD (α_s), en fonction de l'échelle d'énergie considérée. On obtient, à l'ordre de deux boucles :

$$\alpha_s(\mu)^{(f)} = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln\ln(\mu^2/\Lambda^2)}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} \right]$$

avec $\beta_0 = (33 - 2f)/3$ et $\beta_1 = (306 - 38f)/3$, où f est le nombre de saveurs de quarks de masse inférieure à $\mu/2$. La constante Λ, appelée échelle de QCD, dépend du schéma de renormalisation, ainsi que de f. Dans les estimations numériques, nous utiliserons [3] :

$$\alpha_s^{(5)}(M_Z) = 0.118 \pm 0.005$$

qui correspond à

$$\Lambda^{(5)}_{\overline{MS}} = (226^{+70}_{-57})\mathrm{MeV}$$

où $\overline{MS}$ désigne le schéma de soustraction minimal modifié. La chromodynamique quantique possède deux régimes bien distincts :

- un <u>*régime perturbatif*</u> faisant intervenir des grandes énergies ($\mu \gg \Lambda$) et des gluons "durs" agissant sur de courtes distances ($\ll 1$ fm). La constante de couplage est petite ($\ll 1$) et les calculs peuvent être développés en série de α_s;

- un <u>*régime non perturbatif*</u> caractérisé par de petites énergies ($\mu \sim \Lambda$) et de grandes distances (~ 1 fm). Le développement en série de α_s n'a plus de sens.

Nous verrons au paragraphe 1.3.5 que ce sont les problèmes de calculs dans le régime non perturbatif de QCD qui limitent le plus l'interprétation des mesures des paramètres du mélange B^0-$\overline{B^0}$.

1.1.3 Interaction électrofaible

L'idée d'une unification entre les interactions faible et électromagnétique fut proposée pour la première fois par S.L. Glashow en 1961 [4]. Entre 1967 et 1968, S. Weinberg [5] et A. Salam [6]

Fermions			I_{W3}	Y_W	Q
$\begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau\end{pmatrix}_L$	$+1/2$ $-1/2$	-1	0 -1
e_R	μ_R	τ_R	0	-2	-1
$\begin{pmatrix}u\\ d\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}c\\ s\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}t\\ b\end{pmatrix}_L$	$+1/2$ $-1/2$	$+1/3$	$+2/3$ $-1/3$
u_R	c_R	t_R	0	$+4/3$	$+2/3$
d_R	s_R	b_R	0	$-2/3$	$-1/3$

Tableau 1.1: Les fermions du Modèle Standard

incorporent dans ce modèle, le mécanisme de Higgs [7] qui permet aux particules d'acquérir une masse sans briser l'invariance de jauge de la théorie. En 1970, S.L. Glashow, J. Iliopoulos et L. Maiani [8] achèvent le modèle électrofaible en y incluant les quarks.

L'interaction électrofaible repose sur le groupe de symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$. $SU(2)_L$ correspond à l'interaction d'isospin faible et $U(1)_Y$ à l'interaction d'hypercharge faible. L'hypercharge faible Y_W, la troisième composante de l'isospin faible I_{W3} et la charge électrique Q sont reliées par la relation :

$$Q = I_{W3} + \frac{Y_W}{2}$$

Les fermions de chiralité gauche (indice L) sont décrits par des doublets de $SU(2)_L$ alors que ceux de chiralité droite (indice R) sont des singlets. Les deux composantes du doublet et le singlet sont des spineurs de Dirac. On obtient donc la classification du tableau 1.1, à laquelle il faut ajouter les antiparticules.

Le groupe $SU(2)$ possède trois générateurs, ce qui signifie qu'à l'interaction d'isospin faible est attribué un triplet de bosons de jauge de masse nulle noté $\overrightarrow{W_\mu} = \begin{pmatrix} W_\mu^1 \\ W_\mu^2 \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}$. De même, $U(1)$ ayant un seul générateur, l'interaction d'hypercharge faible est véhiculée par un unique boson de jauge noté B_μ. La densité lagrangienne électrofaible peut s'écrire :

$$\mathcal{L}^{EF} = \mathcal{L}(B,W) + \mathcal{L}(B,W,f) + \mathcal{L}(H,B,W) + \mathcal{L}(H,f)$$

- $\mathcal{L}(B,W)$ contient les termes d'énergie cinétique et d'auto–interaction des bosons de jauge de masse nulle $\overrightarrow{W_\mu}$ et B_μ.

$$\mathcal{L}(B,W) = -\frac{1}{4} W_a^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}$$

où

$$B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$$

$$W_a^{\mu\nu} = \partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu + g_2 \epsilon_{abc} W^{\mu b} W^{\nu c} \quad (a = 1,2,3)$$

- $\mathcal{L}(B,W,f)$ contient les termes cinétiques des fermions et décrit l'interaction entre fermions et bosons de jauge[1] :

$$\mathcal{L}(B,W,f) = \sum_{j=1}^{3}\left(i\bar{l}_L^j \not{D}_L l_L^j + i\bar{l}_R^j \not{D}_R l_R^j\right) + \sum_{j=1}^{3} i\bar{q}_L^j \not{D}_L q_L^j + \sum_{k=1}^{6} i\bar{q}_R^k \not{D}_R q_R^k$$

  – Les dérivées covariantes qui assurent l'invariance de jauge de $\mathcal{L}^{EF}$ s'écrivent :

$$D_R^\mu = \partial^\mu + ig_1\frac{Y_W}{2}B^\mu$$

$$D_L^\mu = \partial^\mu + ig_2\frac{\sigma^a}{2}W_a^\mu + ig_1\frac{Y_W}{2}B^\mu$$

$$\not{D}_{L,R} = \gamma_\mu D_{L,R}^\mu$$

  où g_1 et g_2 sont les constantes de couplage respectives de $U(1)_Y$ et $SU(2)_L$, σ^a les matrices de Pauli et γ_μ les matrices de Dirac.

  – Nous avons utilisé les notations suivantes pour les fermions :

$$\begin{array}{lllllllll} l_L^1 & = & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L & , & l_R^1 & = & e_R & \ldots & \\ q_L^1 & = & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & , & q_R^1 & = & u_R & , & q_R^2 = d_R \quad \ldots \end{array}$$

  Dans la suite, nous utiliserons également les notations : u_R^j, $j = 1,2,3$ pour les quarks de type "up" (u,c,t) et d_R^j, $j = 1,2,3$ pour les quarks de type "down" (d,s,b). f désignera un fermion quelconque.

A ce stade, on remarque que les deux densités lagrangiennes $\mathcal{L}(B,W)$ et $\mathcal{L}(B,W,f)$ ne contiennent pas de terme de masse, ce qui aurait pour effet de briser l'invariance de jauge. Sur une idée de P. Higgs [7], deux champs scalaires complexes sont alors introduits dans le modèle. Ces champs réalisent une brisure spontanée de la symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ vers $U(1)_{em}$ (groupe de jauge de QED). Le doublet de champs introduit s'écrit :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

Il permet de comprendre les deux derniers termes de la densité lagrangienne électrofaible :

- $\mathcal{L}(H,B,W)$ décrit l'interaction entre le boson de Higgs et les bosons de jauge $\overrightarrow{W_\mu}$ et B_μ et permet à ces derniers d'acquérir une masse. $\mathcal{L}(H,B,W)$ contient également les termes cinétiques du boson de Higgs ainsi que son auto-interaction. $\mathcal{L}(H,B,W)$ s'écrit initialement :

$$\mathcal{L}(H,B,W) = (D_{L\mu}\Phi)^\dagger(D_L^\mu\Phi) - V(\Phi) \tag{1.1}$$

[1] Remarque sur les notations : dans tout ce qui suit, l'étoile $(^*)$ désigne le complexe conjugué, la croix $(^\dagger)$ le conjugué hermitique $(h.c.)$ et la barre $(\bar{l})$ le spineur adjoint.

où $V(\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$, est le potentiel du champs Φ; μ et λ sont des paramètres non fixés par la théorie. Si on impose la condition $\mu^2 < 0$, le potentiel V n'admet plus un seul minimum, comme c'est le cas classiquement, mais deux minima. Ceci entraîne une valeur moyenne dans le vide de Φ :

$$\langle 0|\,\Phi\,|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{-\mu^2/\lambda} \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

v est un nombre réel qui caractérise l'échelle de brisure de la symétrie électrofaible. C'est seulement en scrutant la matière à des énergies supérieures à v que les bosons de jauge peuvent sembler sans masse. En développant Φ autour du minimum (1.2) et en se plaçant dans la jauge unitaire, Φ s'écrit :

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

où H est le champ associé au boson de Higgs.

En introduisant cette expression de Φ dans (1.1) et en diagonalisant la matrice de masse du terme (B, W^3), on obtient la partie de la densité lagrangienne donnant la masse des bosons de jauge :

$$\left(\frac{1}{2}vg\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8}v^2(g_1^2 + g_2^2)Z_\mu Z^\mu$$

où :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix}\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

avec $\cos\theta_W = \dfrac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$ et $\sin\theta_W = \dfrac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$.

$W^\pm$ et Z sont les bosons de jauge *physiques*. Ils ont pour masse respective :

$$M_W = \frac{vg_2}{2}, \quad M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$$

- $\mathcal{L}(H, f)$, aussi appelé densité lagrangienne de Yukawa, régit l'interaction du boson de Higgs avec les fermions et leur confère une masse. $\mathcal{L}(H, f)$ s'écrit initialement :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(H, f) \quad &= \quad -\sum_{j=1}^{3}(g_l)_j \bar{l}_L^j \Phi l_R^j + h.c. \\ & \quad\quad -\sum_{j,k=1}^{3}\left[(g_U)_{jk}\bar{q}_L^j \Phi^c u_R^k + (g_D)_{jk}\bar{q}_L^j \Phi d_R^k + h.c.\right] \end{aligned} \tag{1.4}$$

où on a défini $\Phi^c = i\sigma_2\Phi^*$. Les indices U et D désignent respectivement les quarks de type "up" et "down". Les g sont des constantes de couplage non fixées par la théorie.

Après brisure spontanée de symétrie, c'est-à-dire en remplaçant Φ par l'expression (1.3) dans (1.4), $\mathcal{L}(H,f)$ devient :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(H,f) &= -\sum_{j=1}^{3}(m_l)_j \bar{l}^j_L l^j_R (1+\frac{H}{v}) \\
&- \sum_{j,k=1}^{3}\left[(m_U)_{jk}\bar{u}^j_L u^k_R + (m_D)_{jk}\bar{d}^j_L d^k_R\right](1+\frac{H}{v}) + h.c.
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
(m_l)_j &= (g_l)_j \frac{v}{\sqrt{2}} \\
(m_U)_{jk} &= (g_U)_{jk} \frac{v}{\sqrt{2}} \\
(m_D)_{jk} &= (g_D)_{jk} \frac{v}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

Puisqu'il n'y a pas de neutrinos droits dans le Modèle Standard, la matrice (m_l) est diagonalisable, sans changer les couplages des leptons aux bosons de jauge. Elle donne la masse des leptons. Le mélange entre leptons de familles différentes n'existe donc pas. En revanche, ceci ne peut pas être fait de manière aussi simple pour les matrices 3×3 (m_U) et (m_D), donnant la masse des quarks. Pour accéder aux propriétés des états propres de masse (qui sont les *états physiques*), on doit introduire quatre matrices unitaires $(V^{U,D}_{L,R})$, pour diagonaliser (m_U) et (m_D) :

$$V^U_L m_U V^{U\dagger}_R = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \qquad V^D_L m_D V^{D\dagger}_R = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}$$

Prenons l'exemple des quarks de type "up" et faisons apparaître les états physiques (notés "phys") :

$$\begin{aligned}
(\bar{u}\ \ \bar{c}\ \ \bar{t})_L m_U \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R &= (\bar{u}\ \ \bar{c}\ \ \bar{t})_L V^{U\dagger}_L V^U_L m_U V^{U\dagger}_R V^U_R \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R \\
&= (\bar{u}\ \ \bar{c}\ \ \bar{t})^{\text{phys}}_L \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}^{\text{phys}}_R
\end{aligned}$$

On fait de même pour les autres champs de quarks :

$$\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}^{\text{phys}}_{L,R} = V^U_{L,R} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R}, \qquad \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}^{\text{phys}}_{L,R} = V^D_{L,R} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} \tag{1.5}$$

Il est important de noter que ces redéfinitions des champs de quarks n'ont aucun effet sur les termes de la densité lagrangienne électrofaible faisant intervenir des quarks de même saveur, car les matrices V sont unitaires. Pour le voir de façon plus explicite, on peut réécrire la densité lagragienne d'interaction entre fermions et bosons de jauge, $\mathcal{L}(B, W, f)$, après brisure spontanée de symétrie, en utilisant les champs physiques pour les bosons A_μ et Z_μ et en explicitant les 3 types d'interactions propres à la théorie électrofaible :

$$\mathcal{L}(B, W, f) = \mathcal{L}^{em} + \mathcal{L}^{CN} + \mathcal{L}^{CC}$$

- **interaction électromagnétique**

  Le terme décrivant les interactions purement électromagnétiques s'écrit :

$$\mathcal{L}^{em} = -\frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \sum_{f=\text{fermions}} Q^f \bar{f} \gamma_\mu f A^\mu$$

- **interaction faible par courant neutre**

  Les interactions entre Z^0 et fermions sont décrites de la manière suivante :

$$\mathcal{L}^{CN} = \sum_{f=\text{fermions}} -\frac{1}{2\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \bar{f} \gamma_\mu (I_{W_3}^f - Q^f \sin^2 \theta_W) f Z^\mu$$

- **interaction faible par courant chargé**

  Les interactions entre $W^\pm$ et fermions s'écrivent :

$$\mathcal{L}^{CC} = \frac{g_2}{2\sqrt{2}} \sum_{j=1}^{3} \left(\bar{u}_L^j \gamma^\mu W_\mu^+ d_L^j + \bar{l}_L^j \gamma^\mu W_\mu^+ l_L^j + h.c. \right) \tag{1.6}$$

Ainsi, on constate que seul le terme correspondant aux interactions quarks–$W^\pm$ est affecté par les redéfinitions (1.5) :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{3} \bar{u}_L^j \gamma^\mu W_\mu^+ d_L^j &= \sum_{j,k=1}^{3} \bar{u}_L^j ({V_L^U}^\dagger V_L^U)_{jk} \gamma^\mu W_\mu^+ ({V_L^D}^\dagger V_L^D)_{jk} d_L^k \\ &= \sum_{j,k=1}^{3} (\bar{u}_L^{\text{phys}})^j \gamma^\mu W_\mu^+ (V_L^U {V_L^D}^\dagger)_{jk} (d_L^{\text{phys}})^k \end{aligned}$$

Les états subissant l'interaction faible[2] ne sont donc pas identiques aux états propres de masse. Le Modèle Standard autorise des quarks de familles différentes à interagir via les bosons $W^\pm$. Les états subissant l'interaction faible s'expriment en fonction des états propres de masse grâce à la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) définie par $V_{CKM} = V_L^U {V_L^D}^\dagger$:

$$\begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}^{\text{électrofaible}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}^{\text{phys}}$$

C'est en 1972 que Kobayashi et Maskawa [9] ont introduit la matrice CKM, généralisation de la rotation de Cabibbo [10] au cas de trois familles de quarks. Il est important de préciser qu'ils

[2]On désigne par *état subissant l'interaction faible*, souvent appelés *états propres de l'interaction faible*, les champs de quark couplant au $W^\pm$ dans $\mathcal{L}^{CC}$.

ont postulé l'existence d'une troisième famille de quarks, avant même la découverte du quark beau au Fermilab en 1977 [11]. Leur but était alors d'expliquer la violation de CP[3] observée dans la désintégration des K^0 [4]. La matrice CKM est fondamentale pour comprendre le mélange des mésons beaux dont nous parlons tout au long de ce mémoire.

1.1.4 Limites du Modèle Standard

Le Modèle Standard permet de décrire d'une façon inégalée, l'ensemble des données expérimentales récoltées en physique des particules. Aucune mesure expérimentale ne l'a, pour l'instant, mis en défaut. Il inclut dans une même théorie trois des quatre interactions fondamentales de la nature : les forces faible, forte et électromagnétique, leur point commun étant l'invariance de jauge. Cependant cette unification n'est que partielle en ce sens que les trois interactions ont toujours des constantes de couplage différentes. Le fait que la gravitation n'entre pas dans ce cadre constitue une autre limitation de ce modèle. Par ailleurs, le mécanisme de brisure spontanée de la symétrie électrofaible, clef de voûte du Modèle Standard, implique l'existence d'un boson de Higgs, particule qui n'a toujours pas été mise en évidence expérimentalement. Sans entrer davantage dans les éventuelles failles du modèle, résumons pour finir ses 18 paramètres libres :

- les trois constantes de couplage associées à $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et $SU(3)_c$,
- les deux paramètres μ et λ du potentiel du champ de Higgs,
- les masses des six quarks et des trois leptons massifs,
- les quatre paramètres indépendants de la matrice CKM (voir §1.2.1).

Certaines observables sont reliées à un ou plusieurs de ces paramètres. La mesure de ces observables permet de tester la théorie. Nous allons voir comment le mélange des mésons B neutres permet de contraindre certains de ces paramètres.

1.2 La matrice CKM

1.2.1 Paramétrisations et Triangle d'Unitarité

Une des possibilités pour tester la validité du Modèle Standard est de mesurer de façon indépendante les éléments de la matrice CKM et de vérifier si elle est unitaire.

Etablissons pour commencer le nombre de paramètres libres réels de cette matrice.

1. V_{CKM} est une matrice complexe 3×3, elle contient donc $2 \times 3^2 = 18$ paramètres réels.
2. V_{CKM} est unitaire ce qui entraîne 9 équations sur ses paramètres. Il reste donc 9 paramètres réels. Une matrice 3×3 réelle peut se décomposer en produit de 3 rotations. Ces 9 réels peuvent donc être interprétés comme 3 angles et 6 phases.
3. V_{CKM} intervient dans le couplage de 2 quarks de saveurs différentes et d'un boson W. Or, on peut changer les phases des champs de quark, sans changer la densité lagrangienne

[3] C est l'opérateur conjugaison de charge, P est l'opérateur parité.

[4] La matrice CKM n'étant pas réelle, l'invariance sous CP de la densité lagrangienne $\mathcal{L}^{CC}$ (1.6) est brisée.

$\mathcal{L}^{EF}$. Par exemple, si l'on change les phases des quarks de saveur j par :

$$q_L^j \to e^{-i\phi^j} q_L^j,$$

on doit, pour laisser $\mathcal{L}^{CC}$ invariant, transformer les éléments de matrice CKM selon:

$$V_{jk} \to e^{i(\phi^j - \phi^k)} V_{jk}$$

Des transformations de ce type permettent de faire disparaître 5 des 6 phases des champs de quark.

La matrice CKM peut donc s'exprimer à l'aide de trois angles et une phase (responsable de la violation de CP). Elle peut s'écrire comme le produit de trois matrices de rotation dont une seule possède une phase :

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \mathcal{R}(\theta_{23}, 0) \times \mathcal{R}(\theta_{13}, -\delta) \times \mathcal{R}(\theta_{12}, 0) \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.7)$$

où $\mathcal{R}(\theta_{jk}, \delta)$ désigne une rotation dans le plan jk, d'angle θ_{jk} et de phase δ, $s_{jk} \equiv \sin\theta_{jk}$ et $c_{jk} \equiv \cos\theta_{jk}$; cette paramétrisation est exacte [12].

Cependant, il est souvent plus pratique d'utiliser la paramétrisation approchée de Wolfenstein [13] qui consiste à effectuer un développement des éléments de V_{CKM} en série de $\lambda = |V_{us}| \simeq 0.22$, jusqu'à $\mathcal{O}(\lambda^4)$.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.8)$$

avec

$$s_{12} = \lambda, \qquad s_{23} = A\lambda^2, \qquad s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$$

La condition d'unitarité $V_{CKM}V_{CKM}^\dagger = 1$ entraîne 9 relations entre les éléments de matrice. Une de ces relations est particulièrement intéressante, car les trois termes qui interviennent sont du même ordre de grandeur, $\mathcal{O}(\lambda^3)$:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (1.9)$$

ce qui permet de la représenter dans le plan complexe (ρ, η) par un triangle moins "aplati" que ceux qu'on obtient par les autres relations d'unitarité. En divisant (1.9) par $V_{cd}V_{cb}^*$, on obtient la relation définissant le Triangle d'Unitarité (figure 1.1), tel qu'il est communément défini :

$$\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} + 1 = 0$$

Ainsi, la base du Triangle (côté BC) vaut un et les deux autres côtés ont pour longueur :

$$AC = \left|\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right| = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)\frac{1}{\lambda}\left|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}\right| + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.10)$$

$$AB = \left|\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right| = \frac{1}{\lambda}\left|\frac{V_{td}}{V_{cb}}\right| + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.11)$$

Tester l'unitarité de la matrice CKM peut alors se faire en mesurant de façon indépendante, les trois côtés et les trois angles du Triangle et en observant s'il se referme ou non.

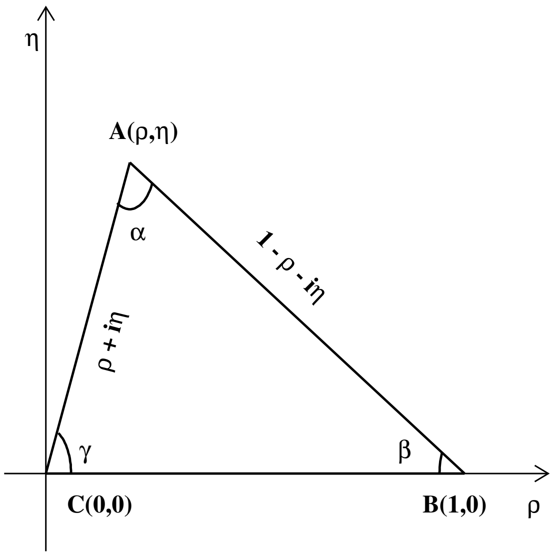

Figure 1.1: Triangle d'Unitarité.

1.2.2 Valeurs numériques des éléments de matrice CKM

Si la matrice CKM possède quatre paramètres indépendants, les neuf éléments de matrices V_{jk} sont en principe accessibles expérimentalement, grâce aux couplages $W^{\pm}q^j\bar{q}^k$. Résumons les données connues actuellement :

- $\boxed{|V_{ud}|}$

  La comparaison de la désintégration du muon à certaines désintégrations β de noyaux atomiques permet d'obtenir [3] :

  $$|V_{ud}| = 0.9740 \pm 0.0005$$

- $\boxed{|V_{us}|}$

  Il existe essentiellement deux manières de mesurer $|V_{us}|$. La première utilisant les désintégrations $K^+ \longrightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$ et $K_L^0 \longrightarrow \pi^{\pm} e^{\mp} \nu_e$ conduit à $|V_{us}| = 0.2196 \pm 0.0023$; la deuxième, exploitant les désintégrations semi-leptoniques d'hyperons aboutit à $|V_{us}| = 0.222 \pm 0.003$. La combinaison de ces deux mesures donne [12] :

  $$|V_{us}| = \lambda = 0.2205 \pm 0.0018$$

- $\boxed{|V_{cd}|}$

  $|V_{cd}|$ est obtenu à partir de la production de charme par des neutrinos. La valeur moyenne mondiale est [12] :

  $$|V_{cd}| = 0.224 \pm 0.016$$

- $\boxed{|V_{cs}|}$

  $|V_{cs}|$ est obtenu en comparant la valeur expérimentale de la largeur de désintégration $\Gamma(D \longrightarrow K^- e^+ \nu_e)$ avec sa valeur théorique. Ceci entraîne l'utilisation de facteurs de formes assez mal connus et une erreur importante sur le résultat [12] :

  $$|V_{cs}| = 1.01 \pm 0.18$$

- $\boxed{|V_{cb}|}$

  La théorie effective des quarks lourds (HQET) permet de traiter les désintégrations semi-leptoniques de hadrons B en mésons charmés, d'une façon presque indépendante des modèles. Ainsi, l'étude expérimentale des désintégrations semi-leptoniques inclusives de B et des canaux $B \to \bar{D}^* l^- \nu_l$ et $B \to \bar{D} l^- \nu_l$ permettent d'obtenir [14] :

  $$|V_{cb}| = 0.0395 \pm 0.0013$$

- $\boxed{|V_{ub}|}$

  $|V_{ub}|$ est obtenu essentiellement à partir du rapport $|V_{ub}|/|V_{cb}|$, rapport mesuré expérimentalement en étudiant le spectre en impulsion des leptons issus des désintégrations $b \to cl\nu$ et $b \to ul\nu$. La contribution de $b \to ul\nu$ apparaît au-delà de la limite cinématique de $b \to cl\nu$. En combinant les erreurs expérimentales et théoriques, on aboutit à [12] :

  $$\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|} = 0.08 \pm 0.02 \tag{1.12}$$

  qui, combiné avec la valeur de $|V_{cb}|$ ci-dessus, donne :

  $$|V_{ub}| = 0.0032 \pm 0.0008$$

- $\boxed{|V_{td}|}$, $\boxed{|V_{ts}|}$ et $\boxed{|V_{tb}|}$ Le nombre de quarks *top* accumulés au TEVATRON étant à ce jour relativement restreint et ce quark se désintégrant presque uniquement en quark b, les éléments de matrice le concernant sont les plus mal connus. La mesure directe, à partir des désintégrations de top au TEVATRON, entraîne $|V_{tb}| = 0.99 \pm 0.15$, soit $|V_{tb}| > 0.76$ à 95%CL[5] [15]. Actuellement, les éléments $|V_{ts}|$ et $|V_{td}|$ sont accessibles uniquement de façon indirecte, c'est-à-dire à l'aide de processus faisant intervenir des boucles de quarks *top*. Comme nous le verrons dans les prochains paragraphes, l'étude du mélange B^0-$\overline{B^0}$ est actuellement la façon la plus efficace pour contraindre les éléments de matrice $|V_{td}|$ et $|V_{ts}|$. Cependant, la situation est tout à fait susceptible d'évoluer, dans les années à venir. Nous citons ici deux autres méthodes qui devraient permettre d'accéder à ces éléments de matrice CKM, dès que les expériences concernées auront accumulé suffisamment d'événements. Une revue complète de toutes les façons d'extraire $|V_{td}|$ et $|V_{ts}|$ peut être trouvée dans [3].

[5] CL désigne "Confidence Level" en anglais, c'est-à-dire niveau de confiance et ne sera pas traduit tout au long de ce mémoire.

- Théoriquement, une des manières les plus "propres" d'accéder à $|V_{td}|$ est la désintégration semi-leptonique $K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}$, car les corrections QCD à grandes distances sont négligeables. Le Modèle Standard prédit [3] : $\mathcal{B}r(K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}) = (0.59 - 1.23) \cdot 10^{-10}$. En 1997, l'expérience E787 à Brookhaven a observé le premier événement de ce type et obtient [16]: $\mathcal{B}r(K^+ \to \pi^+\nu\bar{\nu}) = 4.2^{+9.7}_{-3.5} \cdot 10^{-10}$, en accord avec le Modèle Standard. A partir de cette mesure et en supposant la matrice CKM unitaire, E787 conclut :

$$0.006 < |V_{td}| < 0.060$$

- A partir des transitions du type $b \to s\gamma$ ou $b \to d\gamma$, il est possible d'obtenir des contraintes sur V_{ts} et V_{td}. En combinant les résultats de CLEO, $\mathcal{B}r(B \to K^*\gamma) = (4.2 \pm 0.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-5}$, $\mathcal{B}r(B^0 \to \rho^0\gamma) < 3.9 \cdot 10^{-5}$, $\mathcal{B}r(B^0 \to \omega\gamma) < 1.3 \cdot 10^{-5}$, $\mathcal{B}r(B^- \to \rho^-\gamma) < 1.1 \cdot 10^{-5}$, A.J. Buras et al. trouvent [3] :

$$\left|\frac{V_{ts}}{V_{td}}\right| > 1.78 \ - \ 2.22$$

  où les incertitudes sur la limite reflètent la dépendance des modèles. Comme nous allons le voir, cette limite n'est pour l'instant, pas compétitive avec celle obtenue grâce à Δm_s et Δm_d.

1.3 Le formalisme du mélange B^0-$\overline{B^0}$

1.3.1 Introduction

La possibilité pour un méson neutre d'osciller entre particule et antiparticule est connue depuis longtemps, dans le système des kaons neutres [17]. Les nombreux travaux effectués dans ce domaine ont fortement inspiré ceux du secteur des mésons B. En effet, le formalisme du mélange B^0-$\overline{B^0}$ est similaire à celui du mélange K^0-$\overline{K^0}$. Dans tout ce qui suit, B^0_q désigne aussi bien un B^0_d qu'un B^0_s[6]. Nous décrivons d'abord le phénomène d'oscillation B^0-$\overline{B^0}$, en expliquant ce qu'il advient d'un méson B^0_q après qu'il a été produit, comme c'est le cas au LEP. Nous faisons ensuite le lien entre ces oscillations et le Modèle Standard.

1.3.2 Evolution temporelle du mélange

On désigne par $|B^0_q>$ ou $|\overline{B^0_q}>$ l'état des mésons B à l'instant où ils sont produits. Cette création s'effectue par hadronisation de quarks b, processus relevant uniquement de l'interaction forte. Cependant, les *états fondamentaux* ne sont pas toujours créés immédiatement après hadronisation; il arrive que des états excités (B^*_q, B^{**}_q) soient créés en premier lieu, puis se désintègrent, par interaction forte ou électromagnétique en B^0_q. $|B^0_q>$ et $|\overline{B^0_q}>$ sont états propres de l'hamiltonien $\mathcal{H}$, somme des hamiltoniens des interactions forte et électromagnétique.

Puisque ces deux interactions conservent la saveur des quarks, $|B^0_q>$ et $|\overline{B^0_q}>$ sont également *états propres de saveur*. Cela signifie simplement qu'on peut définir un opérateur beauté $\mathcal{B}$ tel que :

$$\mathcal{B}|B^0_q> = +|B^0_q>$$

[6] Convention utilisée : B^0_d est le méson composé d'un quark d et d'un antiquark b ($B^0_d \sim \bar{b}d$). B^0_s est le méson composé d'un quark s et d'un antiquark b ($B^0_s \sim \bar{b}s$).

$$\mathcal{B}|\overline{B_q^0}> = -|\overline{B_q^0}>$$

Autrement dit, B_q^0 et $\overline{B_q^0}$ ont des beautés opposées. Puisque B_q^0 est l'antiparticule de $\overline{B_q^0}$, en vertu du théorème CPT[7], ces deux mésons ont même masse (M_{B_q}) et même largeur (Γ_q).

Pour se désintégrer *complètement*, c'est-à-dire perdre sa beauté, le méson B doit obligatoirement passer par une étape où intervient l'interaction faible qui elle, peut violer la beauté. Juste après la production, on ne peut donc plus parler de $|B_q^0>$ ou $|\overline{B_q^0}>$. En effet, pendant cet intervalle de temps de quelques picosecondes où le méson évolue vers sa désintégration, il subit l'interaction faible et donc l'état quantique qui le décrit n'est plus vecteur propre de l'hamiltonien $\mathcal{H}$. On est en présence d'une superposition d'états, **mélange de $|B_q^0>$ et $|\overline{B_q^0}>$**. Si $\mathcal{H}_W$ désigne l'hamiltonien de l'interaction faible, notons que $|B_q^0>$ et $|\overline{B_q^0}>$ ne sont pas non plus, vecteurs propres de l'hamiltonien total : $\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H} + \mathcal{H}_W$ car $\mathcal{H}_{\text{tot}}$ ne conserve pas la beauté. L'évolution temporelle du système est décrite par un état $\Psi(t)$, satisfaisant l'équation de Schrödinger :

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Psi(t)> = \mathcal{H}_{\text{tot}}|\Psi(t)> \tag{1.13}$$

$|\Psi(t)>$ peut être décomposé sur la base des états propres de $\mathcal{H}$:

$$|\Psi(t)> = a(t)|B_q^0> + b(t)|\overline{B_q^0}> + \sum_k c_k(t)|k>$$

où $|k>$ désigne un état propre de $\mathcal{H}$.

A cause de la petitesse relative de l'interaction faible par rapport aux interactions forte et électromagnétique, on peut utiliser la théorie des perturbations pour résoudre cette équation, en suivant un formalisme développé pour la première fois par Weisskopf et Wigner [18]. On montre alors que (1.13) peut se réécrire :

$$i\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \mathcal{H}_{\text{eff}}\begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \tag{1.14}$$

avec

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = M - i\frac{\Gamma}{2}$$

M et Γ sont les matrices de masse et de désintégration, généralisation de la masse et de la largeur d'une particule instable au cas d'un système oscillant. Pour que le système puisse se désintégrer, $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ n'est pas hermitien. Par contre, M et Γ le sont. En outre, à cause du théorème CPT, leur éléments diagonaux sont égaux : ils représentent la masse M_{B_q} et la largeur Γ_q des mésons B_q^0 et $\overline{B_q^0}$. On écrit donc :

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} M_{B_q} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{B_q} \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \Gamma_q & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_q \end{pmatrix}$$

En appliquant la théorie des perturbations au second ordre, on montre que :

$$M_{ij} =< i|M|j> = M_{B_q}\delta_{ij} + < i|\mathcal{H}_W^{\Delta B=2}|j> - P_f\sum_k \frac{< i|\mathcal{H}_W^{\Delta B=1}|k>< k|\mathcal{H}_W^{\Delta B=1}|j>}{E_k - M_{B_q}} \tag{1.15}$$

[7]La symétrie CPT est supposée vérifiée dans tout ce mémoire.

$$\Gamma_{ij} = 2\pi \sum_k < i|\mathcal{H}_W^{\Delta B=1}|k >< k|\mathcal{H}_W^{\Delta B=1}|j > \delta(E_k - M_{B_q})$$

où $|i>$ et $|j>$ désignent $|B_q^0>$ ou $|\overline{B_q^0}>$, P_f la partie principale et E_k les valeurs propres de $|k>$. Les indices $\Delta B = 1$ et $\Delta B = 2$, associés à $\mathcal{H}_W$, rappellent que la transition considérée engendre un changement du nombre quantique de beauté de respectivement une et deux unités.

La matrice de masse transforme toute combinaison des états $|B_q^0>$ et $|\overline{B_q^0}>$ en une autre combinaison de ces mêmes états, ce processus pouvant faire intervenir des états intermédiaires *virtuels* $|k>$.

La matrice de désintégration quant à elle, transforme $|B_q^0>$ et $|\overline{B_q^0}>$ en une combinaison d'autres états $|k>$. Elle fait intervenir des états intermédiaires *réels*.

On obtient les états physiques en diagonalisant $\mathcal{H}_{\text{eff}}$. Notons $|B_{qL}^0>$ et $|B_{qH}^0>$ ses vecteurs propres : **L** pour **L**ight (léger) et **H** pour **H**eavy (lourd).

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}|B_{qL}^0> = \lambda_{qL}|B_{qL}^0>$$

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}|B_{qH}^0> = \lambda_{qH}|B_{qH}^0>$$

Les valeurs propres de $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ donnent les masses physiques $(m_{qL},\ m_{qH})$ et les largeurs de désintégration physiques $(\Gamma_L,\ \Gamma_H)$ de B_{qL}^0 et B_{qH}^0 :

$$\lambda_{qL} \equiv m_{qL} - i\frac{\Gamma_{qL}}{2}$$

$$\lambda_{qH} \equiv m_{qH} - i\frac{\Gamma_{qH}}{2}$$

En résolvant l'équation caractéristique de $\mathcal{H}_{\text{eff}}$, on aboutit à :

$$\begin{array}{rcl} m_{qL} & = & M_{B_q} - \frac{\Delta m_d}{2} \\ m_{qH} & = & M_{B_q} + \frac{\Delta m_d}{2} \\ \Gamma_{qL} & = & \Gamma_q - \frac{\Delta\Gamma_q}{2} \\ \Gamma_{qH} & = & \Gamma_q + \frac{\Delta\Gamma_q}{2} \end{array}$$

où

$$\begin{array}{rcccl} \Delta m_q & \equiv & m_{qH} - m_{qL} & = & 2\mathcal{R}e\left(\sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)}\ \right) \\ \Delta\Gamma_q & \equiv & \Gamma_{qH} - \Gamma_{qL} & = & -4\mathcal{I}m\left(\sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)}\ \right) \end{array}$$

et les vecteurs propres s'écrivent, dans la base des états propres de $\mathcal{H}$:

$$|B_{qH}^0> = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}}\left((1+\epsilon)|B_q^0> + (1-\epsilon)|\overline{B_q^0}>\right) \tag{1.16}$$

$$|B_{qL}^0> = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}}\left((1+\epsilon)|B_q^0> - (1-\epsilon)|\overline{B_q^0}>\right) \tag{1.17}$$

avec :

$$\epsilon = \frac{\mathcal{R}e(M_{12}) - \frac{i}{2}\mathcal{R}e(\Gamma_{12}) - \sqrt{(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*)}}{i\mathcal{I}m(M_{12}) - \frac{1}{2}\mathcal{I}m(\Gamma_{12})}$$

ϵ est le paramètre caractérisant la violation de CP : il vaut zéro lorsque CP est une symétrie exacte et s'en éloigne d'autant plus que CP est violée.

Ainsi, l'évolution temporelle des états propres de masse est :

$$\begin{array}{c} |B^0_{qL}(t)>= e^{-i\lambda_{qL}t}|B^0_{qL}(0)> \\ |B^0_{qH}(t)>= e^{-i\lambda_{qH}t}|B^0_{qH}(0)> \end{array} \tag{1.18}$$

Supposons qu'à l'instant initial, on ait un B^0_q. A l'aide de (1.16), (1.17) et (1.18), on peut écrire :

$$\begin{aligned} |B^0_q(t)> &= \frac{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}}{2(1+\epsilon)}\Big(|B^0_{qH}(t)> + |B^0_{qL}(t)>\Big) \\ &= A_{B^0_q\to B^0_q}(t)|B^0_q(0)> + A_{B^0_q\to\overline{B^0_q}}(t)|\overline{B^0_q}(0)> \end{aligned}$$

où $A_{B^0_q\to B^0_q}$ et $A_{B^0_q\to\overline{B^0_q}}$ représentent respectivement les amplitudes de transitions de $|B^0_q>$ vers $|B^0_q>$ et $|\overline{B^0_q}>$:

$$\begin{array}{rcl} A_{B^0_q\to B^0_q}(t) &=& \frac{1}{2}\left(e^{-i\lambda_{qH}t}+e^{-i\lambda_{qL}t}\right) \\ A_{B^0_q\to\overline{B^0_q}}(t) &=& \frac{1-\epsilon}{2(1+\epsilon)}\left(e^{-i\lambda_{qH}t}-e^{-i\lambda_{qL}t}\right) \end{array}$$

On en déduit les probabilités respectives qu'un méson créé dans l'état $|B^0_q(0)>$ se retrouve dans l'état $|B^0_q(t)>$ ($|\overline{B^0_q}(t)>$) après un temps t :

$$\mathcal{P}_{B^0_q\to B^0_q}(t) = Ne^{-\Gamma_q t}\left[\mathrm{ch}(\frac{\Delta\Gamma_q t}{2})+\cos(\Delta m_q t)\right] \tag{1.19}$$

$$\mathcal{P}_{B^0_q\to\overline{B^0_q}}(t) = N\left|\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}\right|^2 e^{-\Gamma_q t}\left[\mathrm{ch}(\frac{\Delta\Gamma_q t}{2})-\cos(\Delta m_q t)\right] \tag{1.20}$$

où N est le facteur de normalisation assurant :

$$\int_0^{+\infty} dt\left[\mathcal{P}_{B^0_q\to B^0_q}(t)+\mathcal{P}_{B^0_q\to\overline{B^0_q}}(t)\right]=1$$

1.3.3 Approximations effectuées

Comme nous le verrons au paragraphe suivant, les estimations de M_{12} et Γ_{12} dans le Modèle Standard conduisent à effectuer deux approximations qui simplifient largement les calculs : on néglige premièrement les effets dus à la violation de CP et deuxièmement la différence de largeur $\Delta\Gamma_q$.

1. **Effet de la conservation de CP**

   Si l'on suppose la symétrie CP conservée, alors,

$$\begin{array}{rcll} <B^0_q|M|\overline{B^0_q}> &=& <\overline{B^0_q}|M|B^0_q> & \Rightarrow\ M_{12}=M^*_{12} \\ <B^0_q|\Gamma|\overline{B^0_q}> &=& <\overline{B^0_q}|\Gamma|B^0_q> & \Rightarrow\ \Gamma_{12}=\Gamma^*_{12} \end{array}$$

   Donc M_{12} et Γ_{12} sont réels. On en déduit immédiatement :

$$\epsilon = 0$$

$$\Delta m_q = 2M_{12} \tag{1.21}$$

$$\Delta\Gamma_q = 2\Gamma_{12} \tag{1.22}$$

2. $\boldsymbol{\frac{\Delta\Gamma_q}{\Gamma_q} \ll 1}$

   La différence de largeur entre les états propres de masse provient de canaux de désintégrations commun aux B_q^0 et $\overline{B_q^0}$, par exemple : $B_d^0 \to D^{+(*)}D^{-(*)}$, $B_d^0 \to J/\psi\pi^0$ pour le B_d^0 et $B_s^0 \to D_s^{+(*)}D_s^{-(*)}$, $B_s^0 \to J/\psi\phi, \eta$ pour le B_s^0. En ce qui concerne le B_d^0, ces canaux ont des rapports de branchement de l'ordre de $\mathcal{O}(10^{-3})$ [19, 12]. Négliger $\Delta\Gamma_q$ devant Δm_q revient à remplacer les cosinus hyperboliques par 1 dans (1.19) et (1.20). Notons toutefois que si cette approximation est certainement justifiée pour les mésons B_d^0 ($\Delta\Gamma_d/\Gamma_d \simeq 0.01$ [12]), il convient d'être plus prudent en ce qui concerne les B_s^0 puisque certains théoriciens estiment [20] :

$$\frac{\Delta\Gamma_s}{\Gamma_s} = 0.16^{+0.11}_{-0.09}$$

   Cet effet sera pris en compte dans l'étude des incertitudes systématiques (§6.3.8)

1.3.4 Lien théorie–expérience

Dans toute la suite de ce mémoire, nous utiliserons les deux approximations ci-dessus. Les états $|B_{qL}^0>$ et $|B_{qH}^0>$ ont alors même largeur Γ_q et leur temps de vie est $\tau_q = 1/\Gamma_q$. Les relations (1.19) et (1.20) deviennent :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{P}_{B_q^0 \to B_q^0}(t) & = & \frac{1}{2\tau_q} e^{-t/\tau_q}\left[1 + \cos(\Delta m_q t)\right] \\ \mathcal{P}_{B_q^0 \to \overline{B_q^0}}(t) & = & \frac{1}{2\tau_q} e^{-t/\tau_q}\left[1 - \cos(\Delta m_q t)\right] \end{array} \tag{1.23}$$

Ces deux expressions peuvent se réécrire comme une fonction densité de probabilité[8] conjointe de deux variables t et μ :

$$\boxed{\mathbf{fdp}(\boldsymbol{t}, \boldsymbol{\mu}) = \boldsymbol{\frac{1}{2\tau_q} e^{-\frac{t}{\tau_q}} \left[1 + \mu \cos(\Delta m_q t)\right]}} \tag{1.24}$$

Elle vérifie :

$$\sum_{\mu \pm 1} \int_0^{+\infty} \mathrm{fdp}(t, \mu)dt = 1$$

L'étude du mélange B^0-$\overline{B^0}$ va reposer sur la mesure de deux variables aléatoires distinctes que nous définissons ici :

- Une variable continue, le temps propre du méson B : $\boxed{t}$
- Une variable discrète décrivant l' *état oscillant* du méson B : $\boxed{\mu}$

  $\mu = -1$ lorsque les saveurs initiale et finale du méson sont opposées (c'est-à-dire lorsque le méson a oscillé);
  $\mu = +1$ lorsque les saveurs initiale et finale du méson sont égales.

C'est sur la formule (1.24) que repose tout l'aspect expérimental de l'étude du mélange B^0-$\overline{B^0}$ que nous développerons au chapitre 6. Cette formule permet en effet de relier la quantité Δm_q

[8] L'abréviation fdp signifie pour "fonction densité de probabilité".

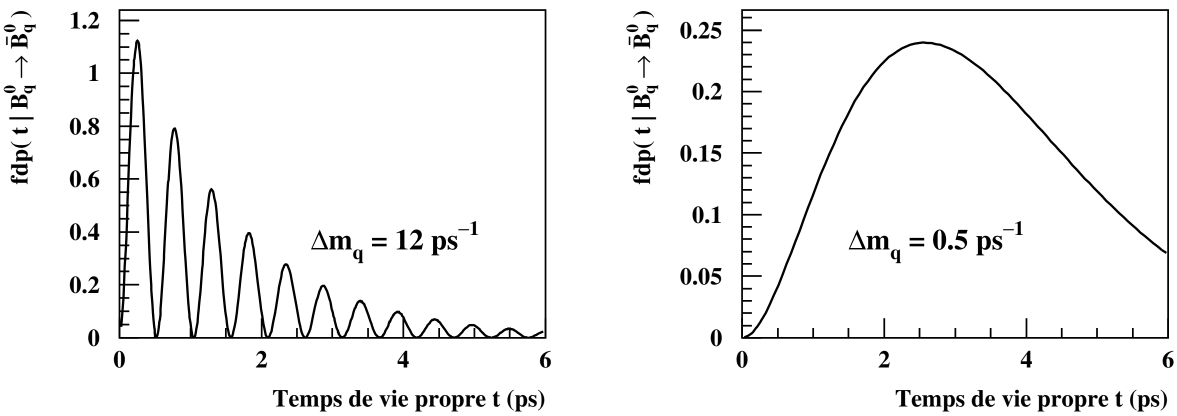

Figure 1.2: Fonction densité de probabilité du temps de vie propre de mésons oscillants.

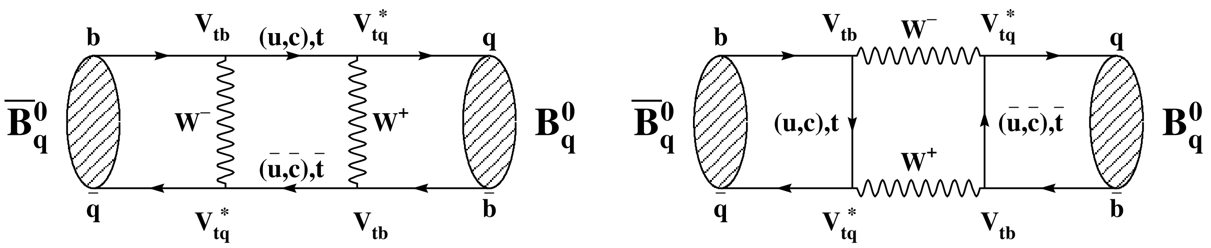

Figure 1.3: Diagrammes dominants, responsables du mélange B_q^0-$\overline{B_q^0}$, dans le Modèle Standard.

aux deux variables observables : μ et t. La figure 1.2 représente la fonction densité de probabilité conditionnelle $\text{fdp}(t|\mu = -1)$ pour $\Delta m_q = 12$ ps^{-1} et $\Delta m_q = 0.5$ ps^{-1}. Cette fonction est le produit d'une exponentielle décroissante par un terme qui oscille avec une fréquence $\Delta m_q/2\pi$. Par abus de langage, on dit souvent que Δm_q est la "*fréquence d'oscillation du méson B_q^0*". Δm_d a déjà été mesuré et vaut [21] 0.463 ± 0.018 ps^{-1}; nous reviendrons sur cette mesure au chapitre 2. En revanche, la mesure de Δm_s n'a jamais été réalisée. L'objet de ce mémoire est d'essayer de mesurer Δm_s.

1.3.5 Le mélange dans le Modèle Standard

Nous avons signalé que l'intérêt principal de l'étude mélange B^0-$\overline{B^0}$ est son lien avec les éléments de matrices CKM V_{td} et V_{ts}. Dans ce paragraphe, nous établissons la relation entre les fréquences d'oscillations Δm_s, Δm_d et ces éléments de matrice.

D'après (1.21), on doit calculer l'élément de matrice M_{12}. Ce dernier est donné par la relation (1.15) :

$$M_{12} = < \overline{B_q^0} | \mathcal{H}_W^{\Delta B=2} | B_q^0 > - P_f \sum_k \frac{< \overline{B_q^0} | \mathcal{H}_W^{\Delta B=1} | k >< k | \mathcal{H}_W^{\Delta B=1} | B_q^0 >}{E_k - M_{B_q}}$$

- Le premier terme correspond aux diagrammes en boîte de la figure 1.3, corrigés de l'émission de gluons par et entre les quarks externes.
- Le deuxième terme fait intervenir des états hadroniques intermédiaires virtuels $|k>$, états propres de l'interaction forte, entre les $|B_q^0>$ et $|\overline{B_q^0}>$. Contrairement au cas des kaons neutres K^0-$\overline{K^0}$, ce terme peut ici être négligé. En effet, la production d'états intermédiaires hadroniques nécessite des transitions du type $b \to c$ ou $b \to u$, transitions largement négligeables devant $t \to b$, à cause de la hiérarchie des éléments de matrice CKM.

L'application des règles de Feynman aux diagrammes 1.3 permet d'écrire :

$$\mathcal{H}_W^{\Delta B=2} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} M_W^2 (V_{tq}V_{tb}^*)^2 S(x_t)\left[\bar{b}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q\right][\bar{b}\gamma_\mu(1-\gamma_5)q] + h.c.$$

où seule la contribution du quark *top* a été prise en compte et où l'on a négligé les quadrivecteurs externes. La fonction $S(x)$ est donnée par :

$$S(x) = x\left[\frac{1}{4} + \frac{9}{4}\frac{1}{(1-x)} - \frac{3}{2}\frac{1}{(1-x)^2} - \frac{3}{2}\frac{x^2 \ln\, x}{(1-x)^3}\right] \tag{1.25}$$

et $x_t = m_t^2/M_W^2$.

Corrections QCD

Un des problèmes majeurs de l'étude du mélange B^0-$\overline{B^0}$, que l'on rencontre également dans toutes les désintégrations hadroniques, est l'intervention de l'interaction forte. Les processus que nous étudions ici font en effet intervenir deux échelles d'énergie très différentes, celle de la désintégration électrofaible proprement dite (de l'ordre de M_W) et celle de l'énergie de liaison entre les quarks qui constituent les mésons B_q^0 et $\overline{B_q^0}$ (de l'ordre de $\Lambda_{\rm QCD}$). Alors que la liberté asymptotique permet de calculer les effets de l'interaction forte à l'échelle du W en théorie des perturbations, il faut faire appel à des méthodes non perturbatives pour évaluer ses effets à l'échelle $\Lambda_{\rm QCD}$.

Il est important de voir que c'est uniquement pour les commodités du calcul que nous essayons de séparer d'une part, l'interaction forte de l'interaction faible et d'autre part, les contributions longues et courtes distances de l'interaction forte. Dans la réalité, toutes ces interactions sont imbriquées lors du processus de mélange.

Le développement en produit d'opérateur (OPE pour Operator Product Expansion), combiné avec les équations du groupe de renormalisation, permet de séparer le problème en deux : contributions perturbatives et non perturbatives. On écrit [22] :

$$<\overline{B_q^0}|\mathcal{H}_W^{\Delta B=2}|B_q^0> = \frac{G_F^2}{16\pi^2}(V_{tq}V_{tb}^*)^2 C(\mu) <\overline{B_q^0}|Q(\mu)|B_q^0> + h.c.$$

où μ est l'échelle d'énergie de séparation des hautes et basses énergies.

- **Corrections perturbatives**

  $C(\mu)$, appelé coefficient de Wilson, regroupe la partie perturbative du processus. La dépendance en μ de C est régie par les équations du groupe de renormalisation. Cette dépendance en μ s'annule avec celle de $Q(\mu)$, de telle sorte que l'amplitude totale ne dépend pas de μ. A.J. Buras et al. obtiennent [22], à l'ordre de deux boucles :

$$C(\mu) = \eta_B S(x_t)[\alpha_s^{(5)}(\mu)]^{-6/23}\left[1 + \frac{\alpha_s^{(5)}(\mu)}{4\pi}J_5\right]$$

où $J_5 = 1.627$ et $\eta_B = 0.55 \pm 0.01$.

- **Corrections non perturbatives : constante de désintégration et facteur de sac**

  Le terme $< \overline{B_q^0}|Q(\mu)|B_q^0 > \equiv < \overline{B_q^0}|\,[\bar{b}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q][\bar{b}\gamma_\mu(1-\gamma_5)q]\,|B_q^0 >$ regroupe les contributions non perturbatives.

  M.K. Gaillard et B.W. Lee [23] furent les premiers à évaluer cet élément de matrice, pour les kaons. Ils utilisèrent l'approximation dite d'*insertion du vide* qui consiste à négliger les échanges de gluons entre les quarks du B_q^0 et ceux du $\overline{B_q^0}$ et à écrire :

$$\begin{aligned} < \overline{B_q^0}|Q(\mu)|B_q^0 > &= < \overline{B_q^0}|\,[\bar{b}\gamma^\mu(1-\gamma_5)q]|0 >< 0|[\bar{b}\gamma_\mu(1-\gamma_5)q]\,|B_q^0 > \\ &= \frac{4}{3}{F_{B_q}}^2 M_{B_q} \end{aligned}$$

  où F_{B_q} est appelée *constante de désintégration* du méson B_q^0 et mesure la force d'attraction quark–antiquark à l'intérieur des mésons B_q^0. Le facteur 4/3 provient des différentes façons possibles pour "insérer le vide".

  Pour tenir compte des déviations possibles par rapport à l'approximation d'insertion du vide, on rajoute un terme supplémentaire B_{B_q} appelé *facteur de sac* :

$$B_{B_q} = B_{B_q}(\mu)[\alpha_s^{(5)}(\mu)]^{-6/23}\left[1 + \frac{\alpha_s^{(5)}(\mu)}{4\pi}J_5\right]$$

  On obtient alors :

$$< \overline{B_q^0}|Q(\mu)|B_q^0 > = \frac{4}{3}B_{B_q}(\mu){F_{B_q}}^2 M_{B_q}$$

Enfin, puisque

$$|M_{12}| = \left|< \overline{B_q^0}|\mathcal{H}_W^{\Delta B=2}|B_q^0 >\right|$$

on en déduit, d'après (1.21) :

$$\boxed{\Delta m_q = \frac{G_F^2}{6\pi^2}M_W^2|V_{tq}V_{tb}^*|^2 M_{B_q}\eta_B S\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right) B_{B_q}{F_{B_q}}^2} \tag{1.26}$$

1.4 Intérêt de l'étude du mélange B^0-$\overline{B^0}$

D'après la relation (1.26) et puisque $|V_{tb}| \simeq 1$, la mesure de Δm_d permet d'accéder à $|V_{td}|$. Cependant, les grandes incertitudes théoriques sur les facteurs F_{B_d} et B_{B_d} dégradent considérablement le résultat sur $|V_{td}|$. En utilisant la formule (1.26) et les valeurs numériques du tableau 1.2, on trouve :

$$|V_{td}| = (8.5 \pm 0.2_{\Delta m_d} \pm 0.2_{m_t} \pm 1.8_{F\sqrt{B}}) \cdot 10^{-3}$$

La mesure de Δm_s combinée à celle de Δm_d permet de s'affranchir partiellement de ces problèmes car la plupart des incertitudes théoriques s'annulent dans le rapport :

$$\boxed{\frac{\Delta m_s}{\Delta m_d} = \frac{M_{B_s}}{M_{B_d}} \xi^2 \left|\frac{V_{ts}}{V_{td}}\right|^2} \tag{1.27}$$

La seule incertitude théorique restante provient du facteur ξ :

$$\xi \equiv \frac{F_{B_s}\sqrt{B_{B_s}}}{F_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}}$$

Ce facteur est évalué par les règles de somme de QCD ou QCD sur réseau et vaut [24] $\xi = 1.14 \pm 0.08$. Il est donc connu avec une incertitude relative trois fois plus faible que $F_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}$. La formule (1.27) met en évidence l'intérêt de mesurer Δm_s. Le rapport $\Delta m_s/\Delta m_d$ permet d'accéder à $|V_{ts}|/|V_{td}|$ avec relativement peu d'incertitudes théoriques. De plus, puisque $|V_{ts}| \simeq |V_{cb}|$, le rapport $\Delta m_s/\Delta m_d$ donne immédiatement la longueur du côté droit du Triangle d'Unitarité (voir éq. 1.11).

Réciproquement, si $|V_{td}|$ et $|V_{ts}|$ étaient bien connus, les mesures de Δm_s et Δm_d permettraient d'accéder à $F_{B_s}\sqrt{B_{B_s}}$ et $F_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}$ et donc de sonder l'aspect non perturbatif de QCD. Ceci permettrait également de tester la validité de certains modèles phénoménologiques qui sont utilisés pour estimer ces facteurs de corrections QCD.

Nous allons maintenant observer l'impact du mélange B^0-$\overline{B^0}$ sur la connaissance du sommet du Triangle d'Unitarité.

1.4.1 Contraintes expérimentales sur le Triangle d'Unitarité

Les principales contraintes expérimentales sur le Triangle d'Unitarité sont les suivantes :

1. $\boxed{|V_{ub}/V_{cb}|}$

   La mesure de ce rapport, puisque λ est très bien connu, donne immédiatement le côté AC du Triangle (éq. 1.10). Le sommet du Triangle se trouve donc sur un cercle de centre (0,0) et de rayon :

$$AC = \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = \left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right)\frac{1}{\lambda}\left|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}\right|$$

2. $\boxed{\epsilon_K}$

   La violation de CP indirecte dans $K \to \pi\pi$ est mesurée expérimentalement par le paramètre ϵ_K :

$$\epsilon_K \equiv \frac{A(K_L \to \pi\pi)}{A(K_S \to \pi\pi)}$$

   Par ailleurs, le calcul de ϵ_K dans le cadre du Modèle Standard permet de relier ce dernier aux éléments de matrice CKM [3] :

$$\eta\left[(1-\rho)A^2\eta_2 S(x_t) + [\eta_3 S^{ct}(x_t, x_c) - \eta_1 S(x_c)]\frac{1}{\lambda^4}\right]A^2 B_K = \frac{|\epsilon_K|}{\lambda^{10} C_\epsilon} \tag{1.28}$$

avec $\lambda_j = V_{jd}V^*_{js}$, $x_j = m_j/M_W$. Les valeurs numériques des paramètres de correction QCD $\eta_1, \eta_2, \eta_3, F_K$ et B_K sont données dans le tableau 1.2.

$$C_\epsilon = \frac{G_F^2 F_K^2 M_K M_W^2}{6\pi^2 \Delta m_K} \simeq 3.85 \cdot 10^4$$

et

$$S^{ct}(x_c, x_t) = x_c \left[\ln \frac{x_t}{x_c} - \frac{3x_t}{4(1-x_t)} - \frac{3x_t^2 \ln x_t}{4(1-x_t)^2} \right]$$

L'équation (1.28) est une hyperbole dans le plan (ρ, η).

3. $\boxed{\boldsymbol{\Delta m_d}}$

   D'après la formule (1.26), la mesure de Δm_d fournit la contrainte suivante sur le sommet du Triangle : un cercle de centre (1,0) et de rayon

$$AB = \frac{1}{A\lambda^3}\sqrt{\frac{6\pi^2 \Delta m_d}{M_W^2 M_{B_d} \eta_B S(x_t) B_{B_d} {F_{B_d}}^2}}$$

4. $\boxed{\boldsymbol{\Delta m_d / \Delta m_s}}$

   D'après (1.27), la mesure de Δm_s permet d'ajouter une contrainte supplémentaire sur le côté AB du Triangle qui est alors donné par :

$$AB = \frac{1}{\lambda}\xi \sqrt{\frac{M_{B_s}}{M_{B_d}} \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s}}$$

1.4.2 Estimation de la position du sommet du Triangle d'Unitarité

Différentes approches existent, dans la littérature, pour essayer de donner la position la plus probable du sommet du Triangle d'Unitarité [3, 27–31]. Le but est double :

- Mesurer les paramètres libres du Modèle Standard ρ et η (au même titre qu'on cherche à mesurer la masse du W ou la constante de couplage forte).
- Tester la cohérence du Modèle Standard grâce aux différentes mesures expérimentales permettant d'accéder à (ρ,η) : ces mesures privilégient-elles la même région du plan (ρ,η) ?

En suivant une idée développée pour la première fois dans [28], on peut estimer la position la plus probable du sommet du Triangle, en construisant explicitement la densité de probabilité de ρ et η à l'aide des quatre contraintes décrites au paragraphe précédent. Notre but n'est pas ici de donner une estimation rigoureuse de (ρ,η), mais simplement de montrer l'impact de Δm_s sur le sommet du Triangle. C'est pourquoi, par soucis de simplicité, on considère que les erreurs théoriques sont gaussiennes.

1. On tire ρ dans $[-1, 1]$ et η dans $[0, 1]$, uniformément. Appelons-les ρ_i, η_i.
2. On tire aléatoirement chacun des paramètres du tableau 1.2, en supposant les erreurs gaussiennes.

Paramètre		Valeur et incertitude		Référence
G_F	$=$	$(1.16639 \pm 0.00002) \cdot 10^{-5}$ GeV$^{-2}c^{-3}$		[12]
M_W	$=$	80.33 ± 0.15 GeV$/c^2$		[12]
M_{B_d}	$=$	5279.2 ± 1.8 MeV$/c^2$		[12]
M_{B_s}	$=$	5369.6 ± 2.4 MeV$/c^2$		[12]
M_{K^0}	$=$	497.672 ± 0.031 MeV$/c^2$		[12]
$\lvert V_{cb}\rvert$	$=$	$(39.5 \pm 1.3) \cdot 10^{-3}$	$\star$	[14]
$\lvert V_{ub}/V_{cb}\rvert$	$=$	0.08 ± 0.03	$\star$	[12]
λ	$=$	0.2205 ± 0.0018		[12]
$\lvert\epsilon_K\rvert$	$=$	$(2.280 \pm 0.013) \cdot 10^{-3}$		[3]
η_1	$=$	1.38 ± 0.20	$\star$	[25]
η_2	$=$	0.57 ± 0.01	$\star$	[22]
η_3	$=$	0.47 ± 0.04	$\star$	[26]
η_B	$=$	0.55 ± 0.01	$\star$	[22]
$\overline{m_c}(m_c)$	$=$	1.3 ± 0.1 GeV$/c^2$	$\star$	[3]
$\overline{m_t}(m_t)$	$=$	167 ± 6 GeV$/c^2$	$\star$	[3]
B_K	$=$	0.75 ± 0.15	$\star$	[3]
F_K	$=$	161 MeV		[3]
$F_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}$	$=$	$201\pm$ 42 MeV	$\star$	[24]
ξ	$=$	1.14 ± 0.08	$\star$	[24]
Δm_K	$=$	$(0.5310 \pm 0.0019) \cdot 10^{-2}$ ps^{-1}		[12]
Δm_d	$=$	0.463 ± 0.018 ps^{-1}	$\star$	[21]

Tableau 1.2: Valeurs des paramètres et leur incertitude utilisées dans les contraintes du Triangle d'Unitarité. Dans nos estimations numériques, seuls les paramètres marqués par un astérisque ont leur incertitude prise en compte.

3. On considère ensuite les trois mesures expérimentales ($V = |V_{ub}/V_{cb}|$), $|\epsilon_K|$ et Δm_d comme des variables aléatoires, distribuées selon des lois normales ayant pour écart-type leur erreur expérimentale respective. Pour chaque mesure, on calcule un poids (w) associé au couple (ρ_i, η_i) :

   (a)
$$V_i = \frac{2\lambda}{2-\lambda^2}\sqrt{\rho_i^2+\eta_i^2}$$
$$w_V(\rho_i,\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_V}\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{V-V_i}{\sigma_V}\right)^2$$

   (b)
$$|\epsilon_K|_i = C_\epsilon B_K A^2\lambda^2\eta_i\left[-\eta_1 S(x_c)+\eta_3 S^{ct}(x_c,x_t)+A^2\lambda^4(1-\rho_i)\eta_2 S(x_t)\right]$$
$$w_{|\epsilon_K|}(\rho_i,\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{|\epsilon_K|}}\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{|\epsilon_K|-|\epsilon_K|_i}{\sigma_{|\epsilon_K|}}\right)^2$$

   (c)
$$\Delta m_{di} = \frac{G_F}{6\pi^2}M_W^2\left[(1-\rho_i)^2+\eta_i^2\right]M_{B_d}\eta_B S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right)B_{B_d}F_{B_d}{}^2$$
$$w_{\Delta m_d}(\rho_i,\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta m_d}}\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta m_d-\Delta m_{di}}{\sigma_{\Delta m_d}}\right)^2$$

   (d) La limite inférieure sur Δm_s est traitée de la façon suivante : on calcule d'abord
$$\Delta m_{si} = \frac{M_{B_s}}{M_{B_d}}\frac{\xi^2\Delta m_{di}}{\lambda^2\left[(1-\rho_i)^2+\eta_i^2\right]} \tag{1.29}$$
   Le poids associé est alors $w_{\Delta m_s}(\rho_i,\eta_i) = 1$, sauf lorsque $\Delta m_{si} < \Delta m_s{}^{\text{limite 95\%CL}}$, auquel cas $w_{\Delta m_s}(\rho_i,\eta_i) = 0$.

4. Le produit des quatre poids : $w_V(\rho_i,\eta_i)w_{|\epsilon_K|}(\rho_i,\eta_i)w_{\Delta m_d}(\rho_i,\eta_i)w_{\Delta m_s}(\rho_i,\eta_i)$ donne un poids associé à la densité de probabilité en (ρ_i,η_i).

5. On réitère les étapes (1),(2),(3) et (4) quelques millions de fois, pour obtenir un nuage de points suffisamment dense, on normalise la somme des poids ainsi obtenue à l'unité puis on calcule les contours à 68% et 95% de niveau de confiance.

Les distributions des quatre poids $w_V(\rho_i,\eta_i)$, $w_{|\epsilon_K|}(\rho_i,\eta_i)$, $w_{\Delta m_d}(\rho_i,\eta_i)$ et $w_{\Delta m_d}(\rho_i,\eta_i) \times w_{\Delta m_s}(\rho_i,\eta_i)$ sont représentées sur la figure 1.4, où on a choisi $\Delta m_s{}^{\text{limite 95\%CL}} = 9.5$ ps^{-1}, en anticipant sur le résultat final de cette thèse. Ces figures permettent d'apprécier la région du plan (ρ,η) favorisée par chacune des quatre contraintes. La figure 1.5 montre la position du sommet du Triangle d'Unitarité sans (a) et avec (b) la contrainte $\Delta m_s > 9.5$ ps^{-1} à 95% CL. La limite inférieure sur Δm_s permet donc de réduire de façon significative la région autorisée pour le sommet du Triangle d'Unitarité. En utilisant les valeurs numériques du tableau 1.2, cette limite sur Δm_s entraîne :
$$\left|\frac{V_{ts}}{V_{td}}\right| > 3.7 \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

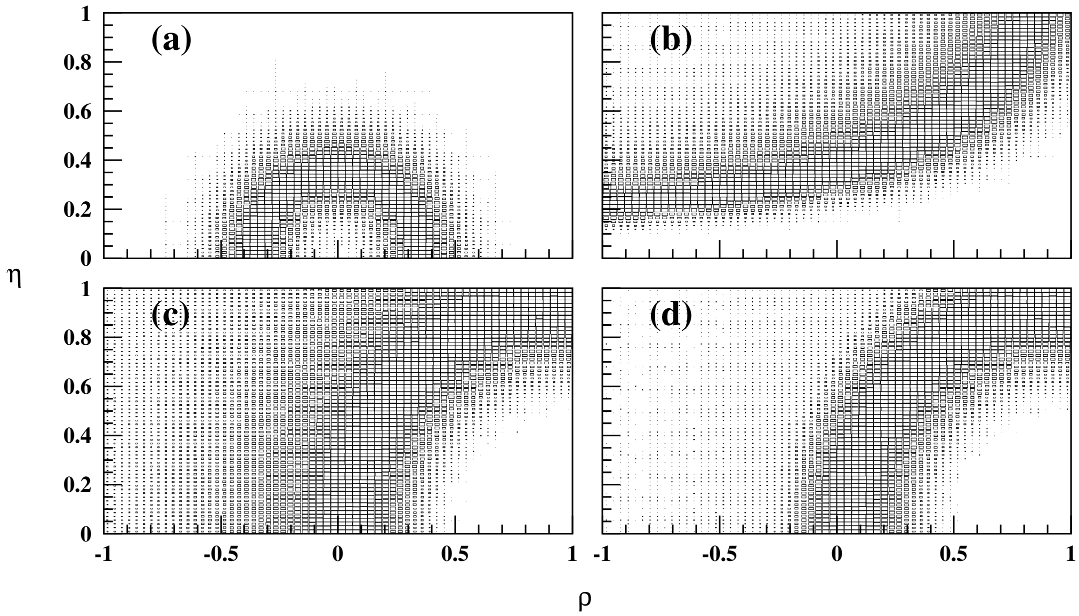

Figure 1.4: Contraintes sur le Triangle d'Unitarité. La densité des points reflète les régions du plan (ρ, η) favorisées par la mesure de : (a) $|V_{ub}/V_{cb}|$; (b) $|\epsilon_K|$, (c) Δm_d, (d) $\Delta m_s/\Delta m_d$.

1.4.3 Estimation de Δm_s

Grâce à la méthode exposée au paragraphe précédent, on peut donner deux estimations de Δm_s.

- *Première estimation de Δm_s* : directement à partir de la formule

$$\Delta m_s = \frac{G_F}{6\pi^2} M_W^2 A^2 \lambda^4 M_{B_s} \eta_B S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) B_{B_s} {F_{B_s}}^2 \tag{1.30}$$

  Ceci permet de construire la densité de probabilité représentée sur la figure 1.6a et entraîne :

$$4.3 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 27.0 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

- *Deuxième estimation de Δm_s* : en utilisant toutes les contraintes connues sur le Triangle d'Unitarité, c'est-à-dire la densité de probabilité $\mathrm{fdp}(\rho, \eta)$ obtenue au paragraphe précédent (1.29). Ceci permet de construire la densité de probabilité représentée sur la figure 1.6b et entraîne :

$$6.0 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 20.3 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

  Comme on s'y attend, les mesures de $|V_{ub}/V_{cb}|$, $|\epsilon_K|$ et Δm_d permettent d'accroître notre connaissance de Δm_s.

Avec un ensemble de paramètres légèrement différents et des hypothèses moins fortes sur les erreurs théoriques, A.J. Buras et al. trouvent [3] :

$$8.0 \text{ ps}^{-1} < \Delta m_s < 25.4 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

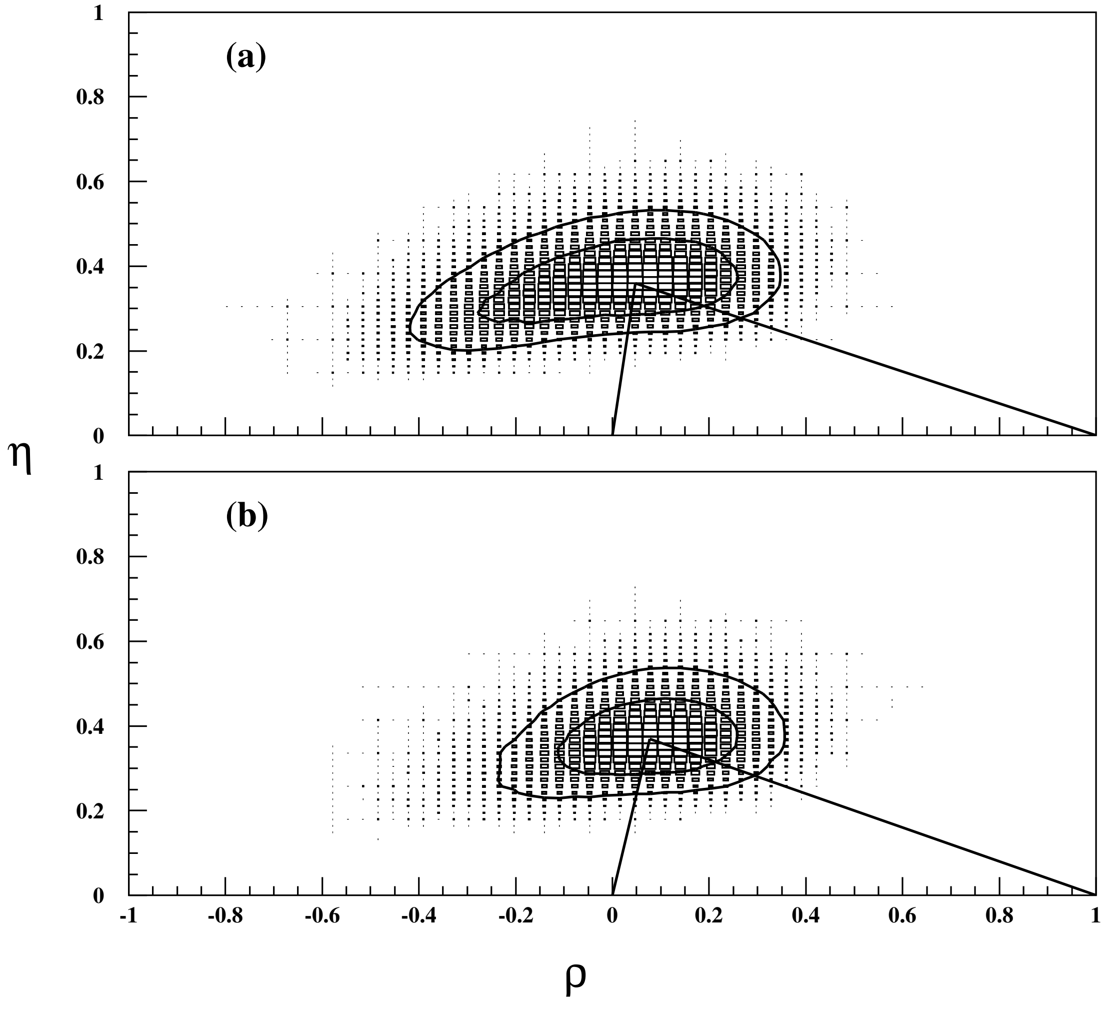

Figure 1.5: Densité de probabilité de (ρ, η), en supposant les erreurs théoriques gaussiennes, (a) sans utiliser l'information sur Δm_s et (b) avec la contrainte $\Delta m_s > 9.5\ \mathrm{ps}^{-1}$ à 95% CL. Les contours dessinés correspondent à 68% et 95% de niveau de confiance.

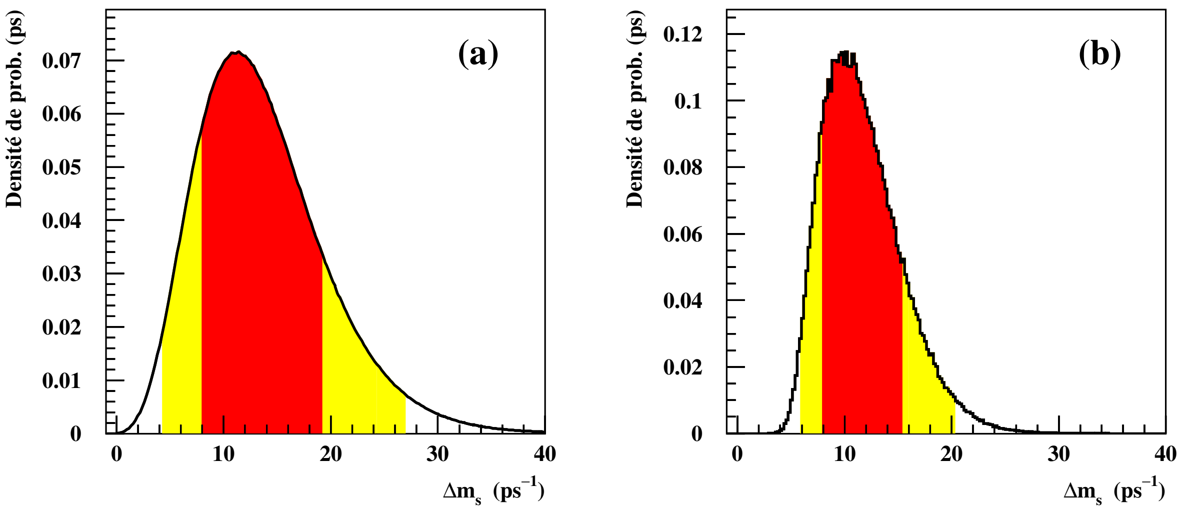

Figure 1.6: Densité de probabilité de Δm_s, en supposant les erreurs théoriques gaussiennes, (a) en utilisant uniquement la formule (1.30) et (b) en utilisant les trois contraintes sur le Triangle d'Unitarité. Les zones gris foncé et gris clair correspondent respectivement à 68% et 95% de niveau de confiance.

En conclusion et pour être conservateur, on peut retenir ce dernier intervalle comme l'intervalle dans lequel on s'attend à mesurer Δm_s, dans le cadre du Modèle Standard.

1.4.4 Le mélange au-delà du Modèle Standard

Nous avons vu que Δm_d est extrêmement bien mesuré et qu'on s'attend à mesurer Δm_s dans un intervalle de valeurs relativement élevées, si le Modèle Standard est correct. Il est intéressant d'étudier ce que devient cette prédiction dans d'autres modèles. La plupart des extensions du Modèle Standard prédisent l'existence de nouvelles particules, susceptibles d'apporter de nouvelles contributions aux diagrammes en boîte de la figure 1.3 et donc de modifier les valeurs de Δm_d et Δm_s.

On ne trouve essentiellement que deux modèles, dans la littérature qui autorisent une valeur très faible de Δm_s (jusqu'à $\Delta m_s = 1.3$ ps^{-1}). Ce sont les modèles à "quatre générations de fermions" [32] et les modèles avec changement de saveur par courant neutre porté par un Z [33].

Tous les autres modèles (supersymétriques, Gauche-Droit, ...) prédisent une valeur de Δm_s égale ou supérieure à celle du Modèle Standard [34]. Les références [35, 36] proposent un approfondissement de ce sujet. Notons par exemple qu'une valeur de Δm_s de 35 ps^{-1} serait la preuve, avec une probabilité supérieure à 99.99%, que le Modèle Standard ne suffit pas pas à expliquer le phénomène du mélange B_s^0-$\overline{B_s^0}$ (fig. 1.6b). Par contre, certaines configurations des paramètres utilisés en supersymétrie permettent d'expliquer des valeurs de Δm_s jusqu'à plus de 45 ps^{-1} [29].

Chapitre 2

Méthodologie de la mesure des oscillations B^0-$\overline{B^0}$

Dans ce chapitre nous présentons les méthodes permettant d'accéder aux fréquences d'oscillation des mésons B^0-$\overline{B^0}$. Le principe général sur lequel reposent toutes les mesures est exposé au paragraphe 2.1. Nous expliquons ensuite comment les mésons beaux sont produits dans les accélérateurs de particules existants actuellement, en développant le cas du LEP, machine utilisée dans ce mémoire. La désintégration des hadrons beaux est présentée au paragraphe 2.3. L'étiquetage de la saveur des mésons beaux est exposé au paragraphe suivant. Nous donnons ensuite un aperçu des différentes méthodes d'étude des oscillations B^0-$\overline{B^0}$: moyennées dans le temps (§2.5) et dépendantes du temps (§2.6). La notion de signification statistique d'une analyse aux fréquences Δm_s et Δm_d est présentée au paragraphe 2.7.

De la synthèse de ces éléments se dégage la méthodologie de notre analyse qui sera exposée au paragraphe 2.8 et sur laquelle s'articule la suite de ce mémoire.

2.1 Principe général d'une mesure de Δm_q

La première étape d'une mesure de Δm_q ($q = d, s$) est bien entendu la *sélection de mésons beaux*, B_s^0 ou B_d^0 selon la mesure envisagée.

Pour savoir si le méson a oscillé ou non en son antiparticule, il faut alors être capable d'*étiqueter sa saveur* au moment de sa production et de sa désintégration. Ces deux étapes étant réalisées, les différentes mesures se partagent en deux catégories :

- **Mesures moyennées sur le temps**

  Le paramètre mesuré est χ_q qui est la probabilité pour un méson d'avoir oscillé avant de se désintégrer :

$$\chi_q \equiv \int_0^{+\infty} \frac{1}{2\tau_q} e^{-t/\tau_q} \left[1 - \cos(\Delta m_q t)\right] dt \tag{2.1}$$

  χ_q est relié à Δm_q par la relation :

$$\chi_q = \frac{x_q^2}{2(1 + x_q^2)} \tag{2.2}$$

Canaux	Rapports de branchement
$Z^0 \to e^+e^-$	$(3.366 \pm 0.008)\%$
$Z^0 \to \mu^+\mu^-$	$(3.367 \pm 0.013)\%$
$Z^0 \to \tau^+\tau^-$	$(3.360 \pm 0.015)\%$
$Z^0 \to \nu\bar{\nu}$	$(20.01 \pm 0.16)\%$
$Z^0 \to q\bar{q}$	$(69.90 \pm 0.15)\%$
$Z^0 \to b\bar{b}$	$(15.46 \pm 0.14)\%$
$Z^0 \to c\bar{c}$	$(11.0 \pm 0.7)\%$

Tableau 2.1: Modes de désintégration du Z^0 et leurs rapports de branchement expérimentaux [12].

où $x_q = \Delta m_q \tau_q$. Ces mesures ne nécessitent pas la détermination du temps de vie propre de chaque candidat, mais comme nous le verrons, elles ne permettent pas de contraindre Δm_q de façon intéressante, si χ_q est proche de 0.5.

- **Mesures dépendantes du temps**

  Le paramètre mesuré est directement Δm_q. D'après l'équation fondamentale du premier chapitre (1.24), le temps de vie propre de chaque méson doit donc être mesuré. La valeur de Δm_s est ensuite ajustée par une méthode statistique (χ^2 ou maximum de vraisemblance).

2.2 Production des hadrons beaux

Bien que notre analyse repose sur des événements produits au LEP, nous expliquons également comment les hadrons beaux sont produits dans d'autres accélérateurs.

2.2.1 Production au pic du Z^0

Deux machines dans le monde, permettent de créer des collisions électrons–positrons avec une énergie dans le centre de masse de 91.2 GeV, égale à la masse du boson de jauge Z^0. Il s'agit du LEP (Large Electron Positron collider) à Genève et du SLC (Stanford Linear Collider) à Stanford. S'ils furent construits en priorité pour étudier le Z^0, ces collisionneurs permettent également d'étudier la physique du B. En effet, un Z^0 se désintègre en paire quark–antiquark ($q\bar{q}$) dans environ 70% des cas. Les fractions d'événements $b\bar{b}$ et $c\bar{c}$ produites, parmi les événements hadroniques sont respectivement de $R_b \simeq 0.217$ et $R_c \simeq 0.173$, le reste étant des quarks légers $u\bar{u}$, $d\bar{d}$ et $s\bar{s}$ (voir tableau 2.1).

De 1989 à 1995, les quatre expériences présentes auprès du LEP (ALEPH, DELPHI, L3 et OPAL) ont chacune accumulé environ 4 millions de désintégrations hadroniques de Z^0, soit près de 870 000 paires $b\bar{b}$ par expérience. Le détecteur SLD situé sur le SLC a, quant à lui, enregistré jusqu'à maintenant environ 0.2 million d'événements $Z \to q\bar{q}$.

Au LEP comme au SLC, les quarks beaux produits par la désintégration électrofaible du Z^0, s'hadronisent en hadrons beaux accompagnés d'autres particules (fig. 2.1). Les événements hadroniques contiennent généralement deux "jets" de particules, correspondant à la production initiale de la paire $q\bar{q}$. Nous expliquons brièvement le processus d'hadronisation, en nous appuyant sur le modèle utilisé dans la simulation des événements dans ALEPH [37].

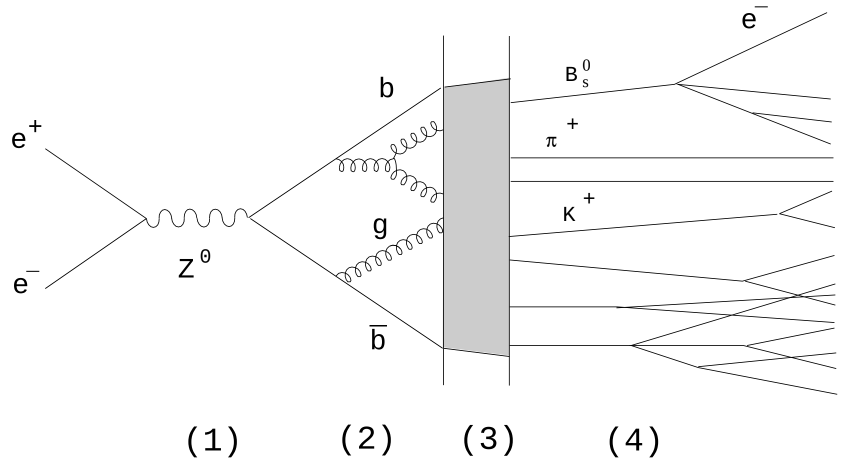

Figure 2.1: Schéma représentant le processus de production des hadrons beaux à partir d'une collision e^+e^-. (1) création de la paire de quarks primaires, (2) rayonnement des partons (quarks et gluons), (3) fragmentation des partons en hadrons, (4) désintégration des hadrons.

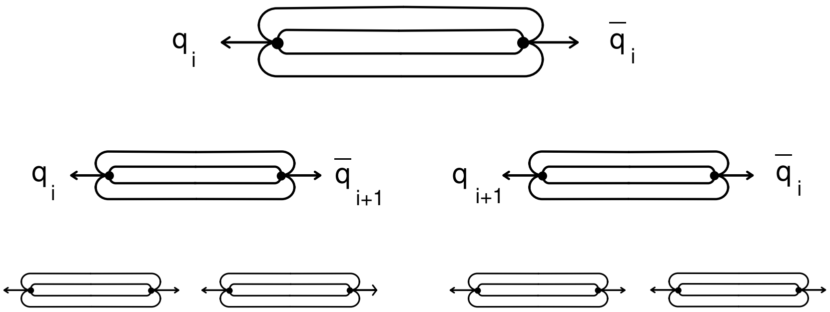

Figure 2.2: Représentation schématique de l'algorithme des cordes utilisé pour simuler la fragmentation.

Phase perturbative

Dans une première étape, les quarks initiaux rayonnent des gluons, par le processus $q \to qg$ qui peuvent à leur tour rayonner d'autres gluons par $g \to gg$ ou donner une paire de quarks $g \to q\bar{q}$. La probabilité de chacun de ces processus est donnée par les équations d'Altarelli-Parisi [38]. Cette cascade de partons (quarks et gluons) est stoppée lorsqu'on atteint le régime non perturbatif de QCD.

Phase non perturbative

Cette phase où les hadrons se constituent à partir des partons finaux de la cascade partonique, est modélisée par l'algorithme des cordes [39]. Ce modèle simule le confinement des quarks à l'intérieur des hadrons par un tube de flux de couleur, aux lignes de champs s'étirant telles des cordes, entre un quark q_i et un antiquark $\bar{q}_i$ s'éloignant l'un de l'autre. Les cordes, dont la tension est constante, se rompent dès que la distance entre les quarks dépasse environ 1 fm, pour former une nouvelle paire $q_{i+1}\bar{q}_{i+1}$, emportant une fraction de l'énergie du quark initial q_i.

Cette opération est réitérée entre les quarks q_{i+1} et $\bar{q}_i$ d'une part et les quarks $\bar{q}_{i+1}$ et q_i d'autre part (fig. 2.2). La probabilité de produire une nouvelle paire de quarks diminue quand la masse m associée à la saveur et l'impulsion transverse $p_\perp$ par rapport à la direction du quark initial q_i augmente :

$$\mathrm{Prob}_{\mathrm{paire}} = e^{-\frac{\pi}{\kappa}(m^2+{p_\perp}^2)} \quad \text{avec} \quad \frac{\kappa}{\pi} \simeq (250\ \mathrm{MeV})^2$$

Dans ce modèle, le taux de production de B^0_s est donc différent de celui des B^0_d. En effet, puisque $m_u \sim m_d \sim 10$ MeV et que $m_s \sim 250$ MeV, on attend un rapport de suppression s/u de production des B^0_s par rapport aux B^0_d. Ce rapport à été fixé à 29.2%, dans la simulation, en s'appuyant sur les spectres en impulsion expérimental de kaons [40]. La formation de baryons constitués de trois quarks demande davantage d'énergie que la formation des mésons. Pour rendre compte convenablement des spectres en impulsion des baryons Λ observés dans les données, un ajustement empirique des paramètres de production est effectué, avec un rapport baryon sur mésons de 10.36% [40]. D'autres phénomènes comme la production d'états excités B^* et B^{**} sont également simulés. Finalement les proportions des différents hadrons beaux produits sont d'environ 40% pour les B^0_d et les B^+, 10% pour les B^0_s et 10% pour le reste (Λ^0_b, Ξ^0_b, Ω^-_b, B^+_c, ...). Nous expliquerons au chapitre 3 (§3.4.2) comment le Monte–Carlo est pondéré pour reproduire les valeurs mesurées de ces proportions (tableau 2.2).

La description du spectre en impulsion d'un hadron H créé peut être séparée en deux : impulsion transverse et impulsion longitudinale. L'impulsion transverse du hadron est simplement la somme des impulsions transverses des quarks qui le constituent. Au lieu de l'impulsion longitudinale de H, on préfère utiliser la variable z ($\approx$ fraction d'énergie initiale emportée par le hadron) qui lui est directement reliée, mais qui est invariante de Lorentz (parallèlement à la direction des quarks initiaux) :

$$z = \frac{(E + p_\parallel)_{Hadron}}{(E + p_\parallel)_{q_i}} \tag{2.3}$$

La distribution de z est donnée par une fonction dite de *fragmentation*. Deux types de fonctions sont utilisés.

- La fonction :

  $$f(z) \sim \frac{1}{z}(1-z)^a \exp\left(\frac{-b\ (m^2 + {p_\perp}^2)}{z}\right)$$

  avec $a = 0.4$ et $b = 0.916\ \mathrm{GeV}^{-2}$, est bien adaptée à la description de la fragmentation des quarks légers u, d et s;

- pour les quarks lourds, on utilise la fonction de fragmentation de Peterson [41] :

  $$f(z) = \frac{N(\epsilon_Q)}{z[1-(1/z)-\epsilon_Q/(1-z)]^2} \tag{2.4}$$

  où la constante de normalisation $N(\epsilon_Q)$ assure $\int_0^1 f(z)\,dz = 1$

  et où $\epsilon_Q = m_q^2/m_Q^2$, m_q et m_Q étant respectivement les masses des quarks léger et lourd qui constituent le hadron. Les valeurs de ϵ_c et ϵ_b ont été fixées respectivement à 0.030 et 0.0045 dans la simulation. Pour tenir compte des mesures expérimentales les plus récentes concernant le spectre en énergie des hadrons beaux se désintégrant par interaction faible [42], nous avons pondéré le Monte Carlo, de telle sorte que $\epsilon_b = 0.0037^{+0.0014}_{-0.0008}$

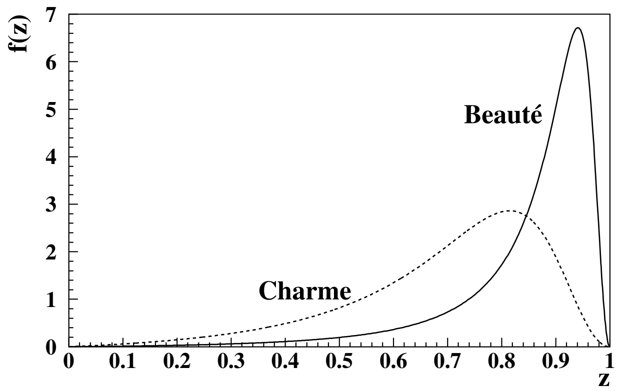

Figure 2.3: Fonctions de fragmentation de Peterson.

(voir chap. 3 §3.4.2). Cette valeur de ϵ_b correspond à une fraction d'énergie moyenne des hadrons B (notée $< X_E >$) de 0.702 ± 0.008. La fonction de Peterson est représentée sur la figure 2.3, pour les hadrons beaux et charmés. Avec une énergie des faisceaux de 45.6 GeV, les hadrons beaux produits ont une impulsion moyenne d'environ 30 GeV, ce qui leur permet de voler sur une distance moyenne de 2.5 mm.

2.2.2 Production à la résonance Υ(4S)

Certains collisionneurs e^+e^-, comme le CESR (Cornell Electron Storage Ring) à Cornell, ont une énergie dans le centre de masse ajustée pour produire une résonance Υ(4S). Il s'agit d'un méson formé d'une paire de quarks $b\bar{b}$ dont la masse vaut 10.58 GeV. La désintégration de cet Υ(4S) produit de façon cohérente des paires B_d^0-$\overline{B_d^0}$ ou des paires B^+B^-, en proportions à peu près égales. L'énergie disponible est insuffisante pour produire les mésons B_s^0 et les baryons beaux. Les collisionneurs e^+e^- fonctionnant au pic de l'Υ(4S) sont appelés *usines à B*, à cause de la grande quantité de mésons B qu'ils produisent. Ces mésons B sont créés presque au repos (impulsion de 200 à 300 MeV/c), rendant quasiment impossible toute mesure de leur temps de vie.

2.2.3 Production par collisions proton–antiproton

Dans ce type de collisions, un très grand nombre de hadrons beaux est produit, principalement par rayonnement de gluons. Malheureusement, cette production s'accompagne d'un énorme bruit de fond. Au TEVATRON, collisionneur fonctionnant avec une énergie dans le centre de masse de 1.8 TeV, la section efficace de production d'une paire $b\bar{b}$ est environ 4000 fois plus élevée qu'au LEP ou au SLC, mais ne représente qu'environ 0.1% de la section efficace inélastique totale. De plus les hadrons beaux produits ont une énergie moyenne inférieure à celle obtenue par désintégration de Z^0. Ceci entraîne une longueur de vol plus courte (1.5 mm en moyenne) et donc plus difficile à mesurer.

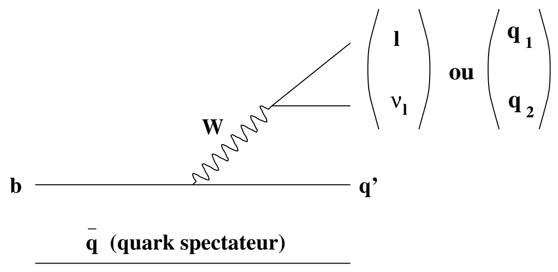

Figure 2.4: Désintégration d'un méson B ($\sim b\bar{q}$) par processus spectateur.

2.3 Désintégration des hadrons beaux

La désintégration des hadrons beaux se fait par interaction faible, ce qui leur confère une durée de vie relativement grande ($\simeq 1.5$ ps). En première approximation, la désintégration des hadrons beaux est décrite par le modéle du quark spectateur, dans lequel seul le quark lourd b subit le changement de saveur, alors que le quark léger "spectateur" ne participe pas à la désintégration (fig. 2.4). Ce modèle prédit, par conséquent, une durée de vie identique pour tous les hadrons beaux. Il est affiné en tenant compte du fait que des interférences destructives entre les diagrammes spectateurs internes et externes conduisant au même état final, réduisent la largeur de désintégration des mésons B chargés. Dans une moindre mesure, des interférences dues à la statistique de Fermi, entre quarks identiques dans l'état final, tendent également à diminuer la largeur non leptonique des B^+. En outre, des processus non spectateur interviennent comme l'annihilation de quarks dans l'état initial pour les B^+, ou l'échange de W dans la voie t entre les quarks initiaux. Ce dernier effet entraîne une diminution de la durée de vie des Λ_b^0 par rapport aux autres hadrons beaux [43].

Ces arguments qualitatifs conduisent à la hiérarchie suivante pour les durées de vie :

$$\tau_{\Lambda_b} < \tau_{B_s^0} \simeq \tau_{B_d^0} < \tau_{B^+}$$

Ces prédictions théoriques sont en accord avec les mesures expérimentales (voir tableau 2.2) à l'exception du Λ_b^0 qui a une durée de vie mesurée plus faible que ce que prédit la théorie. Dans la simulation utilisée par ALEPH, tous les hadrons beaux ont la même durée de vie de 1.5 ps^{-1}. Pour tenir compte des différences mesurées, nous avons pondéré le Monte–Carlo (voir §3.4.2).

2.4 Etiquetage de la saveur des mésons B

La procédure d'étiquetage consiste à déterminer la saveur des mésons B (particule ou antiparticule), à l'instant où ils sont produits (état initial) et au moment où ils se désintègrent (état final). Le vocabulaire employé étant inhabituel et très important pour la suite, nous y consacrons un paragraphe.

2.4.1 Vocabulaire et définitions

La première étape de toute analyse sur les oscillations B^0-$\overline{B^0}$ consiste à sélectionner un lot d'événements. Dans cette sélection, un candidat est dit "*réellement mélangé*", s'il s'agit d'un véritable B_s^0 ou B_d^0 qui, lorsqu'il se désintègre, se trouve dans un état qui est le conjugué de charge de son état de production. Tous les autres candidats, comme les B^+, les Λ_b^0 ou le bruit de fond non beau sont appelés *"réellement non mélangé"*. Expérimentalement, la saveur initiale et finale est déterminée par un *"indicateur de saveur"*. Un candidat est *"étiqueté mélangé"* lorsque les saveurs mesurées initiale et finale sont opposées. Dans le cas contraire, le candidat est *"étiqueté non mélangé"*. Un candidat est *"correctement étiqueté"*, s'il est réellement mélangé (respectivement réellement non mélangé) et étiqueté mélangé (respectivement étiqueté non mélangé). De même un candidat est *"incorrectement étiqueté"*, s'il est réellement mélangé (respectivement réellement non mélangé) et étiqueté non mélangé (respectivement étiqueté mélangé). Ainsi, par exemple, un candidat de bruit de fond comme un B^+ est correctement étiqueté uniquement s'il est étiqueté non mélangé. La *"fraction de mauvais étiquetages"* est le rapport du nombre d'événements incorrectement étiquetés sur le nombre total d'événements étiquetés. Les fractions de mauvais étiquetages initial, final et total sont respectivement notées η^i, η^f et η^{tot}. La formule les reliant est[1] :

$$\eta^{\text{tot}} = \eta^f(1-\eta^i) + \eta^i(1-\eta^f)$$

Enfin la notion d'"hémisphères" est importante lorsqu'on parle d'étiquetage. Au LEP ou au SLC, les événements $Z \to b\bar{b}$ donnent généralement naissance à deux hadrons beaux, émis dos à dos. L'espace peut donc être partagé en deux hémisphères, contenant chacun un hadron beau. Notons qu'à la résonance $\Upsilon(4S)$, les hadrons beaux sont également produits en paires, mais au repos, ce qui confère une géométrie sphérique aux événements.

2.4.2 Saveur à la désintégration

La saveur d'un méson, à l'instant où il se désintègre, est accessible grâce à la charge de ses produits de désintégration.

Hadron charmé

A quelques rares exceptions près, un méson beau produit un hadron charmé lorsqu'il se désintègre. Si ce hadron est chargé, son signe donne la saveur finale du méson B. Ainsi,

$$B_d^0 \to D^{*-}X$$
$$\overline{B_d^0} \to D^{*+}X'$$

$$B_s^0 \to D_s^- X$$
$$\overline{B_s^0} \to D_s^+ X'$$

La qualité de l'étiquetage obtenue est excellente. Les sources d'erreurs possibles sont principalement les hadrons charmés provenant directement de la désintégration d'un Z^0, ou les cas où le B se désintègre en deux hadrons charmés. Cependant, pour être applicable, cette méthode nécessite de reconstruire complètement le méson charmé. Or, pour le méson D_s^- par exemple, les

[1]
$$\begin{array}{rcc} \text{Probabilité totale de se tromper} & = & \text{Proba. de se tromper sur l'état final} \\ & \times & \text{Proba. de ne pas se tromper sur l'état initial} \\ & + & \text{Proba. de se tromper sur l'état initial} \\ & \times & \text{Proba. de ne se pas tromper sur l'état final} \end{array}$$

modes de désintégrations utilisables ont des taux de production relativement faibles, de l'ordre de 4% ($\mathcal{B}r(D_s^+ \to \phi\pi^+) = (3.6 \pm 0.9)\%$ [12]).

DELPHI a également utilisé les corrélations Λ^0–lepton pour étiqueter la saveur finale [44].

Lepton

Comme l'illustre la figure 2.5, les leptons (électrons ou muons) observés dans les événements hadroniques peuvent provenir de différentes origines.

- Les leptons provenant directement de la désintégration du hadron beau ($b \to l$) sont appelés leptons "primaires" ou "directs". La charge de ces leptons donne le signe de la charge du quark b dans le hadron, au moment de sa désintégration (fig. 2.5a).
- Un autre type de leptons, plus rare, conserve le signe de la charge du quark b. Il s'agit des leptons provenant d'un τ par le processus $b \to \tau^- \to l^-$, (fig 2.5b).
- Les leptons de type "cascade", $b \to c \to l$ (fig 2.5c), portent une charge *opposée* à celle du quark b du hadron de désintégration.
- Une faible proportion de leptons provient de la désintégration d'un W secondaire : $b \to \bar{c} \to l$ (fig. 2.5d). Ces leptons portent le signe de la charge du quark b.
- Les leptons de type "charme" $c \to l$ proviennent de la désintégration d'un quark c, produit directement après la désintégration d'un Z^0 (fig. 2.5e).

Les rapports de branchement $\mathcal{B}r(b \to l)$, $\mathcal{B}r(b \to \bar{c} \to l)$, $\mathcal{B}r(c \to l)$ et $\mathcal{B}r(b \to c \to l)$ sont donnés dans le tableau 2.2. Le rapport de branchement $\mathcal{B}r(b \to \tau \to l)$, non mentionné dans ce tableau, vaut $(0.452 \pm 0.074)\%$ [42]. On constate que les processus $b \to l$, $b \to c \to l$ et $c \to l$ apparaissent à peu près en quantité égale. Donc, si on veut étiqueter la saveur finale d'un méson, en utilisant le signe du lepton qu'il produit en se désintégrant, il faut être capable de différencier ces processus. Ceci est possible, comme nous le verrons au chapitre 4, grâce à l'impulsion transverse du lepton émis. Enfin, les autres phénomènes pouvant créer des leptons seront désignés par *leptons indirects* :

- $J/\Psi \to l^+ l^-$,
- $\pi^0 \to e^+ e^- \gamma$,
- $\gamma \to e^+ e^-$,
- la désintégration en vol de kaons ou de pions $K,\ \pi \to \mu\nu_\mu$,
- les hadrons mal identifiés.

Charge du jet

Nous présenterons en détail la notion de charge de jet au §2.4.3. Cet indicateur de saveur est en effet utilisé traditionnellement pour étiqueter la saveur initiale des mésons. Cependant, une récente analyse [45], sans sélection de lepton ni de hadron charmé reconstruit, a utilisé la charge du jet dans les deux hémisphères de l'événement pour étiqueter à la fois les saveurs initiale et finale.

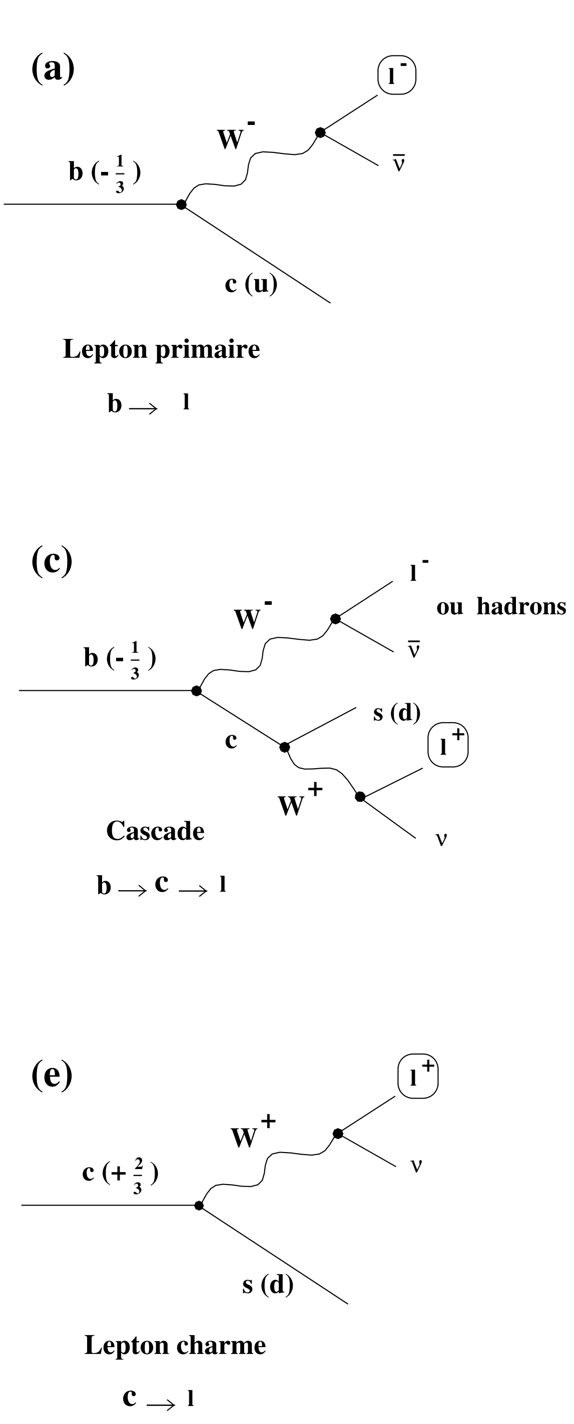

Figure 2.5: Principales sources de leptons dans les événements hadroniques et corrélation de charge entre le lepton et le quark initial.

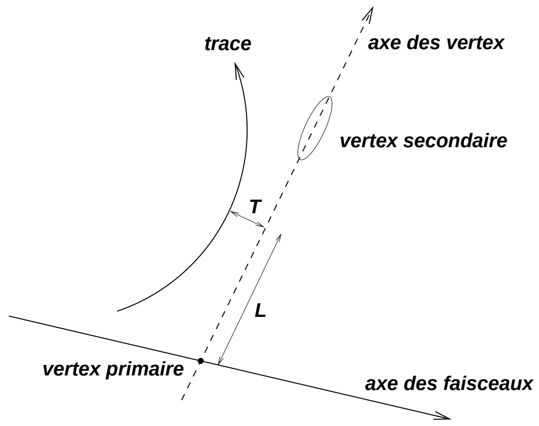

Figure 2.6: Définitions des quantités utilisées dans le calcul de la charge du dipôle, par l'expérience SLD.

Charge du dipôle

En utilisant la structure de charge de la désintégration $B \to D$, SLD [46] a développé une technique d'étiquetage de la saveur finale. La charge du dipôle que constitue le couple (vertex du B, vertex du charme) est définie comme le déplacement relatif de la position moyenne des traces positives et des traces négatives, le long de l'axe joignant le vertex primaire au vertex secondaire :

$$\delta_q = \frac{\sum_i^+ w_i L_i}{\sum_i^+ w_i} - \frac{\sum_i^- w_i L_i}{\sum_i^- w_i}$$

où L_i est la distance entre le vertex primaire et le point de plus courte approche de la trace i de l'axe des vertex (fig. 2.6). Les poids w_i sont donnés par $(\sin^2\theta_i)/\sigma_{T_i}$, où θ_i est l'angle entre la trace i et l'axe des vertex et σ_{T_i} l'erreur sur le paramètre d'impact de la trace i par rapport à l'axe des vertex. $\delta_q > 0$ signe la désintégration d'un B^0 tandis que $\delta_q < 0$ signe celle d'un $\overline{B^0}$. La plus faible fraction de mauvais étiquetages obtenue par cette méthode est de 32%, pour une efficacité proche de 100%.

Kaon secondaire

Un kaon secondaire permet également de signer la charge finale du quark beau par la transition $b \to c \to s$. SLD [46] a utilisé comme indicateur de saveur finale, la somme des charges des kaons identifiés au vertex secondaire : $\sum Q_K < 0$ (> 0) signe la désintégration d'un B^0 $(\overline{B^0})$. La plus faible fraction de mauvais étiquetages obtenue par cette méthode est de 23%, pour une efficacité d'environ 33%.

2.4.3 Saveur à la production

La saveur d'un méson à l'instant où il est produit est accessible expérimentalement grâce aux autres particules présentes dans l'événement. Les indicateurs de saveur initiale peuvent se partager en deux catégories : ceux utilisant l'information contenue dans le même hémisphère que le candidat et ceux utilisant l'information contenue dans l'hémisphère opposé. En ce qui concerne l'hémisphère opposé, tous les indicateurs de saveur finale décrits précédemment sont utilisables.

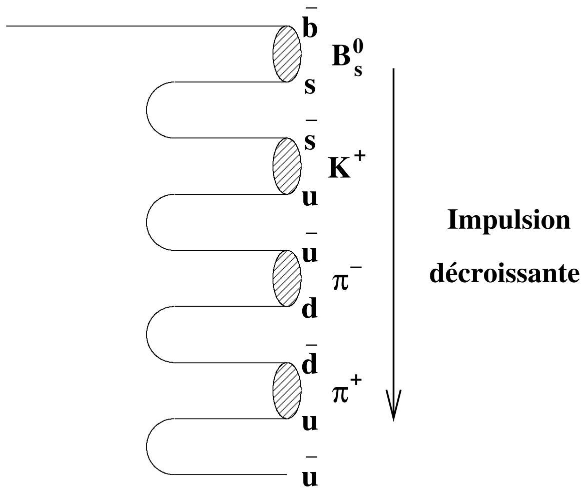

Figure 2.7: Exemple de fragmentation d'un quark $\bar{b}$ (charge $+1/3$), avec la distribution de charges des particules produites.

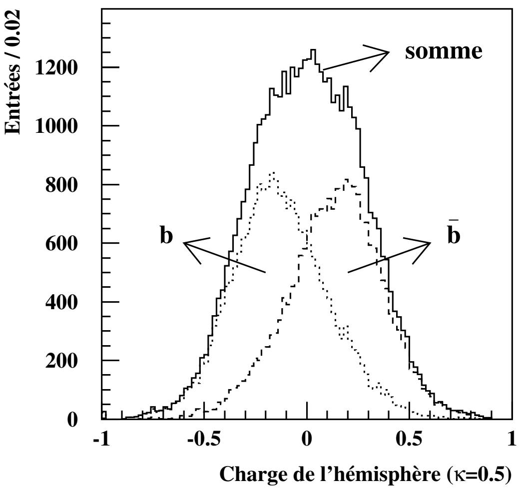

Figure 2.8: Dans une simulation, distribution de la charge d'hémisphères contenant un quark b, un quark $\bar{b}$ et la somme des deux contributions.

Ils étiquètent la saveur finale du méson dans l'hémisphère opposé. Donc, si l'on suppose que ce méson n'a pas oscillé, on détermine ainsi la saveur initiale du quark de l'hémisphère opposé; ce dernier est conjugué de charge du quark de l'hémisphère contenant le candidat.

Charges des hémisphères et des jets

La méthode de la charge du jet ou de l'hémisphère repose sur le fait que les particules produites durant l'hadronisation retiennent une partie de l'information concernant la charge du quark qui a engendré le jet. La charge du jet (ou de l'hémisphère) est généralement définie par :

$$Q = \sum_i w_i q_i \tag{2.5}$$

où w_i est un poids associé à la trace i de charge q_i. La somme est relative à toutes les particules chargées contenue dans l'hémisphère ou le jet considéré. Lors du processus de fragmentation, l'impulsion des particules produites diminue avec leur "rang de production" (fig. 2.7). Aussi, l'impulsion de la trace, projetée sur l'axe de poussée ($p^i_{\|}$), est utilisée pour accorder davantage d'importance aux premières particules créées dans la fragmentation, plutôt qu'aux dernières qui ne portent presque plus d'information sur la charge du quark initial. Ainsi (2.5) s'écrit souvent :

$$Q = \frac{\sum_i q_i \, |p^i_{\|}|^\kappa}{\sum_i |p^i_{\|}|^\kappa} \, ,$$

où κ est un coefficient optimisé pour obtenir la meilleure séparation possible entre les hémisphères contenant un b et ceux contenant $\bar{b}$. La figure 2.8 montre la séparation obtenue dans une simulation, avec $\kappa = 0.5$. La fraction de mauvais étiquetages obtenue est d'environ 39%, avec une efficacité de 100%.

Lepton dans l'hémisphère opposé

Si un lepton est présent dans l'hémisphère oppposé, le même type de raisonnement que celui que nous avons eu pour l'indicateur de saveur finale s'applique (§2.4.2). Le signe de ce lepton étiquète le quark de l'hémisphère opposé.

Traces de fragmentation et désintégrations de B^{**}

La formation d'un méson B_s^0, pendant l'hadronisation s'accompagne d'une particule de fragmentation, dans le même hémisphère, portant une étrangeté opposée à celle du B_s^0. Cette particule est souvent un kaon chargé dont le signe permet d'identifier la saveur initiale du B_s^0 (fig. 2.9). Un événement réel, dans lequel un tel kaon est identifié, est montré dans l'annexe A, à la fin de ce mémoire. Notons que même si un K^0 ou un K^{*0} est produit, il peut donner en se désintégrant, un kaon qui porte toujours l'information du quark b initial. Par contre, lorsqu'un ϕ est produit et qu'il se désintègre en K^+K^-, la probabilité de se tromper est de 50%. D'autres processus peuvent créer des kaons de fragmentation sans qu'un méson B_s^0 ne soit présent dans l'événement (fig. 2.10). Enfin, il n'est pas évident d'identifier un kaon expérimentalement, comme nous le verrons au chapitre 3. La fraction de mauvais étiquetages varie de 24 à 30% et l'efficacité 15 à 25%, selon les analyses. Nous reviendrons au chapitre 4, sur l'utilisation d'un kaon de fragmentation pour étiqueter la saveur initiale d'un méson B_s^0.

De façon totalement analogue au B_s^0, la formation d'un B_d^0 s'accompagne la plupart du temps d'un pion dont la charge est corrélée à celle du B_d^0.

Enfin, il existe une autre source de kaon et de pion signant la saveur initiale. Il s'agit des désintégrations des résonances B^{**} : $B^{**0} \to B^{(*)0}\pi^+$, $B_s^{**0} \to B_s^{(*)0}K^+$. Le signe des particules créées (pion au kaon) présente la même corrélation de charge avec le méson beau que s'il s'agissait de traces de fragmentation. Il n'est donc pas nécessaire, du point de vue de l'étiquetage, de les différencier, procédure qui se révélerait délicate. ALEPH [47] a récemment mesuré la fraction de mauvais étiquetages de B_d^0, en utilisant ces types de pions et trouve 34%. CDF [48] a utilisé les corrélations $B - \pi^+$, dans une analyse inclusive pour mesurer Δm_d.

Faisceaux polarisés

Le collisionneur SLC possède des faisceaux polarisés d'électrons et de positrons. La polarisation moyenne des faisceaux était de 63% en 1993, 77% de 1994 à 1996 et atteint 80% depuis 1997. Cette forte polarisation permet d'étiqueter la saveur initiale des quarks beaux, grâce à l'angle entre l'axe des faisceaux et l'axe de poussée de l'événement. La fraction de mauvais étiquetages obtenue est d'environ 24%, pour une polarisation de 77%, avec une efficacité de 100%.

2.5 Mesures moyennées sur le temps

2.5.1 Mesures à la résonance Υ(4S)

La première mesure de χ_d a été faite par la collaboration ARGUS à Hamburg, en 1987 [51] et confirmée par CLEO à Cornell [52]. Avant 1993, toutes les expériences mesuraient la probabilité de mélange *intégrée dans le temps*, paramétrée par χ_q tel qu'on l'a défini (§2.1 éq. 2.1). Les premières mesures ont utilisé des événements contenant deux hadrons beaux se désintégrant de

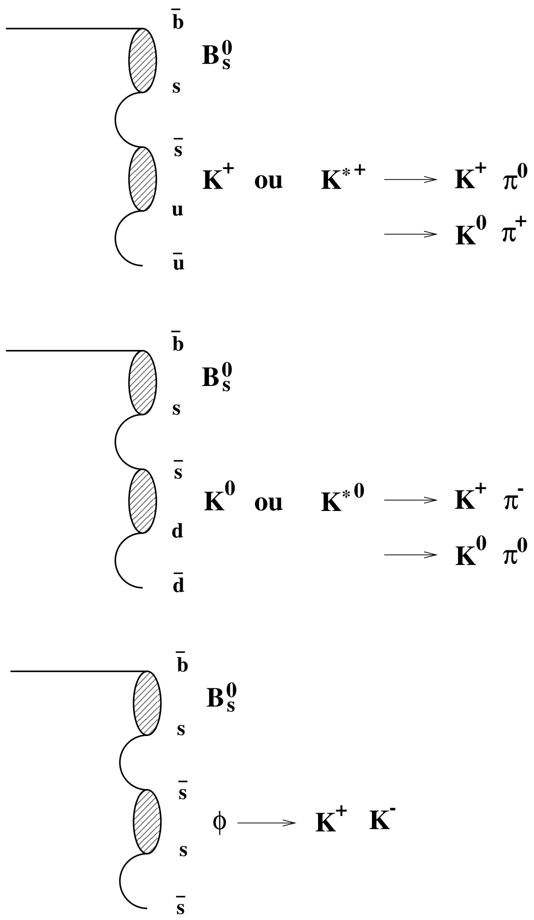

Figure 2.9: Lors du processus de fragmentation, le méson chargé partageant une paire $s\bar{s}$ avec le B_s^0 a une charge corrélée à celle du quark $\bar{b}$ contenu dans le B_s^0. Ainsi, la production d'un B_s^0 est généralement accompagnée d'un K^+, tandis que la production d'un $\overline{B_s^0}$ est accompagnée d'un K^-.

façon semi-leptonique[2]. Le principe consiste alors à dénombrer le nombre de paires de leptons de même signe (N^{++}, N^{--}) et le nombre de paires de signes opposés (N^{+-}) (fig. 2.11). La quantité mesurée est le rapport du nombre de dileptons de même signe sur nombre total de dileptons :

$$\mathcal{R} = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^{++} + N^{--} + N^{+-}},$$

Comme nous l'avons déjà précisé, seuls les mésons B_d^0 et B^+ sont produits à l'Υ(4S). De plus, les deux mésons sont produits de façon cohérente. Ils sont corrélés, jusqu'à ce que l'un d'entre eux (noté B_1) se désintègre, l'autre se trouvant alors forcément dans l'état conjugué de charge. Tout se passe alors comme si seul le méson restant (noté B_2) évoluait : le lepton de désintégration de B_1 donne donc la saveur initiale de B_2 tandis que le lepton de désintégration de B_2 donne sa saveur finale. Si l'on suppose, en outre, que les largeurs partielles de désintégrations semi-

[2]Une désintégration semi-leptonique est caractérisée par l'émission d'un lepton, d'un neutrino et d'un hadron.

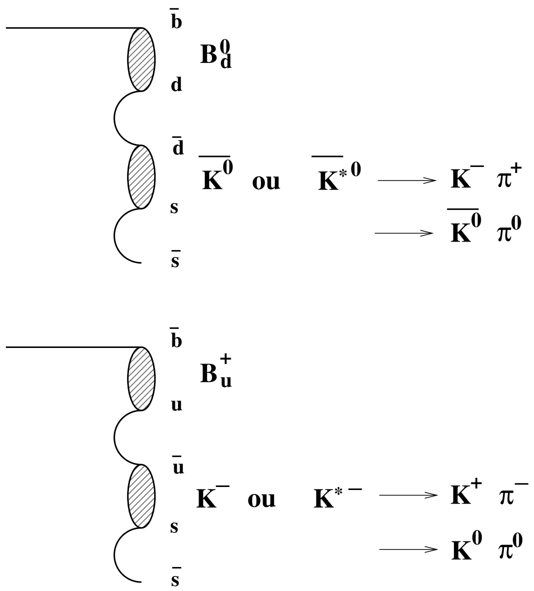

Figure 2.10: Processus pouvant créer un kaon de fragmentation, sans qu'un méson B_s^0 ne soit présent dans l'événement.

leptoniques des B_d^0 et des B^+sont égales, le rapport $\mathcal{R}$ donne immédiatement χ_d :

$$\mathcal{R} = \chi_d$$

La moyenne mondiale des mesures réalisées à l'Υ(4S) est [21] :

$$\chi_d = 0.156 \pm 0.024$$

ce qui entraîne, en utilisant [49] $\tau_d = 1.57 \pm 0.04$ ps :

$$\Delta m_d = 0.432 \pm 0.051 \text{ ps}^{-1}$$

2.5.2 Mesures à haute énergie

C'est en 1986 que la collaboration UA1 au CERN, a observé pour la première fois, un excès d'événements attribué au mélange B^0-$\overline{B^0}$, dans les collisions $p\bar{p}$ [53]. Dans ce type de collision, comme au pic du Z^0, l'énergie est suffisante pour créer des B_s^0 en plus des B_d^0. De plus, cette production se fait de façon incohérente de telle sorte qu'on peut avoir un B_s^0 dans un hémisphère et un $\overline{B_d^0}$ dans l'autre. Ainsi, si on ne prend pas soin de distinguer ces deux mésons, ce qu'on mesure est une combinaison de leur probabilité totale de mélange :

$$\bar{\chi} = g_{B_d^0}\chi_d + g_{B_s^0}\chi_s \tag{2.6}$$

où $g_{B_d^0}$ et $g_{B_s^0}$ sont les taux de production respectifs des B_d^0 et des B_s^0, pondérés par leur rapport de branchement semi-leptonique[3]. Les différences de mesure obtenues entre $\bar{\chi}$ au LEP et χ_d à

[3] Les mesures de $\bar{\chi}$ ont été effectuées à partir d'événements beaux semi-leptoniques.

Tableau 2.2: Valeurs des paramètres physiques utilisés dans notre analyse. Les notations sont expliquées dans le texte.

Paramètre physique	Valeur et incertitude	Référence
τ_u = durée de vie des B^+	1.67 ± 0.04 ps	[49]
τ_d = durée de vie des B_d^0	1.57 ± 0.04 ps	[49]
τ_s = durée de vie des B_s^0	1.49 ± 0.06 ps	[49]
$\tau_{\text{baryon } b}$ = durée de vie des baryons b	1.22 ± 0.05 ps	[49]
Δm_d	0.463 ± 0.018 ps^{-1}	[49]
$R_b = \mathcal{B}r(Z \to b\bar{b})/\mathcal{B}r(Z \to q\bar{q})$	0.2170 ± 0.0009	[50]
$R_c = \mathcal{B}r(Z \to c\bar{c})/\mathcal{B}r(Z \to q\bar{q})$	0.1733 ± 0.0048	[50]
$f_s = \mathcal{B}r(\bar{b} \to B_s^0)$	$0.103^{+0.016}_{-0.015}$	[49]
$f_d = f_u = \mathcal{B}r(\bar{b} \to B_d^0, B^+)$	$0.395^{+0.016}_{-0.020}$	[49]
$f_{\text{baryon } b} = \mathcal{B}r(b \to \text{baryon } b)$	$0.106^{+0.037}_{-0.027}$	[49]
$\mathcal{B}r(b \to l)$	0.1112 ± 0.0020	[50]
$\mathcal{B}r(b \to c \to l)$	0.0803 ± 0.0033	[50]
$\mathcal{B}r(b \to \bar{c} \to l)$	0.0013 ± 0.0005	[42]
$\mathcal{B}r(c \to l)$	0.098 ± 0.005	[42]
$< X_E >$	0.702 ± 0.008	[42]

ARGUS et CLEO ont d'ailleurs constitué une première indication expérimentale de l'existence du méson B_s^0 qui fut ensuite observé de façon directe au LEP, en 1992 [54].

S'il n'y avait que des désintégrations "primaires" en leptons (fig. 2.5a) et que des événements $b\bar{b}$, le rapport $\mathcal{R}$ serait donc[4] :

$$\mathcal{R} = 2\bar{\chi}(1 - \bar{\chi})$$

La sélection d'une paire de leptons a une efficacité relativement faible. Une méthode différente [55] consiste à ne sélectionner qu'un seul lepton par événement tandis que la charge du jet dans l'hémisphère opposé étiquète la saveur initiale. Cette méthode a une moins bonne qualité d'étiquetages, mais permet de gagner un facteur 10 en statistique.

La valeur moyenne du paramètre $\bar{\chi}$ obtenue par SLD et les expériences LEP est [50]:

$$\bar{\chi} = 0.1214 \pm 0.0043$$

2.5.3 Limitation des mesures moyennées sur le temps

Nous avons vu au premier chapitre que les paramètres intéressants pour contraindre le côté droit du Triangle d'Unitarité étaient Δm_s et Δm_d et non χ_s et χ_d. Or il est plus facile, expérimentalement de mesurer χ_s et χ_d que Δm_s et Δm_d. La première idée qui vient à l'esprit

[4] Si on appelle B_1 et B_2 les hadrons beaux produits,

$$\begin{array}{rclcl} \mathcal{R} & = & \text{Proba.}[(B_1 \text{ oscille) et } (B_2 \text{ n'oscille pas})] & + & \text{Proba.}[(B_2 \text{ oscille) et } (B_1 \text{ n'oscille pas})] \\ & = & \bar{\chi}(1-\bar{\chi}) & + & \bar{\chi}(1-\bar{\chi}) \end{array}$$

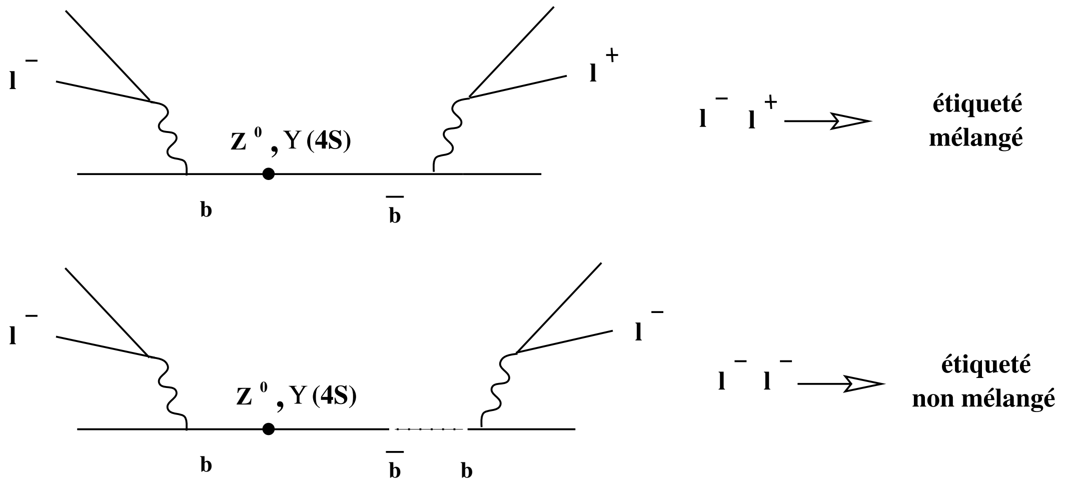

Figure 2.11: Principe d'une analyse dileptons : la présence de deux leptons portant la même charge signe l'oscillation de l'un des mésons B^0.

est de déduire Δm_q de χ_q. En effet, d'après la relation 2.2,

$$\Delta {m_q}^2 = \frac{2\chi_q}{\tau_q^2(1-2\chi_q)}$$

C'est ce qui a été fait à ARGUS et CLEO, dans le cas du B_d^0. En ce qui concerne le B_s^0, on peut dans un premier temps déduire χ_s de χ_d, à partir de (2.6), mais la mauvaise connaissance des facteurs $g_{B_s^0}$ et $g_{B_d^0}$ ne permet pas d'obtenir une bonne précision. χ_s a ensuite été mesuré directement par ALEPH, en utilisant les corrélations $D_s^\pm$–lepton, en 1994 [56]. χ_s est donné, aussi bien par la théorie que par l'expérience, proche de sa valeur maximale (0.5). Cela signifie qu'on ne peut pas déterminer précisément Δm_s en mesurant χ_s. En effet, $\frac{\partial(\Delta {m_s}^2)}{\partial \chi_s} = \frac{2}{\tau_s^2(1-2\chi_s)^2}$, par conséquent, au voisinage de $\chi_s = 0.5$, une très faible variation de χ_s engendre une énorme variation de Δm_s, ($\Delta m_s \to +\infty$ lorsque $\chi_s \to 0.5$ voir fig. 2.12). Les techniques de mesure de Δm_s doivent donc reposer sur l'observation des oscillations en fonction du temps.

2.6 Mesures dépendantes du temps

2.6.1 Principe

En plus de l'étiquetage de la saveur, les mesures dépendantes du temps nécessitent de reconstruire le temps de vie propre de chaque candidat. Celui-ci est donnée, dans le référentiel propre de la particule, par :

$$t = \frac{\ell m}{p} = \ell g$$

où m, p et ℓ sont respectivement la masse, l'impulsion et la longueur de vol de la particule dans le référentiel du laboratoire. Le rapport $g = m/p$, correspondant à la poussée de Lorentz, sera désigné dans la suite par "terme de poussée". En supposant les incertitudes sur la longueur de

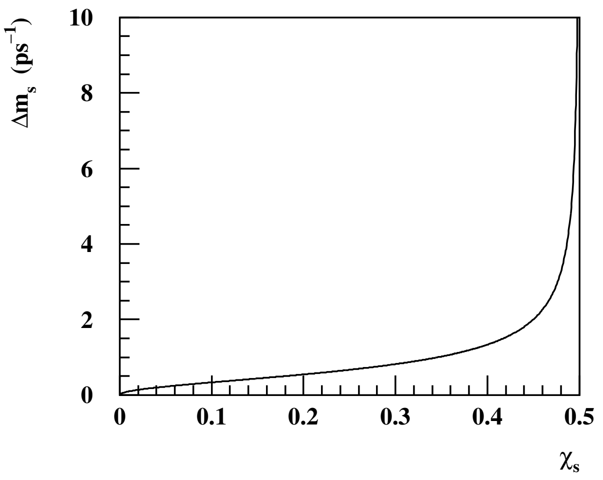

Figure 2.12: Variation de Δm_s en fonction de χ_s.

vol (σ_ℓ) et sur le terme de poussée (σ_g) indépendantes, l'incertitude sur le temps propre vaut :

$$\sigma_t = t\sqrt{\left(\frac{\sigma_\ell}{\ell}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2} \tag{2.7}$$

Connaissant la distribution du temps de vie des candidats et leur état (mélangé ou non mélangé), la formule fondamentale du premier chapitre (1.24) peut être utilisée pour extraire Δm_q. En effet, la distribution du temps de vie propre de mésons étiquetés mélangés (ou non mélangés), oscille avec une fréquence $\Delta m_q/2\pi$.

Notre analyse étant un exemple de mesure dépendante du temps, nous reviendrons en détail sur cette notion au cours des trois derniers chapitres et nous ne donnons ici qu'un aperçu historique des mesures effectuées.

2.6.2 Mesures de Δm_d

La première mesure de la dépendance temporelle des oscillations B_d^0-$\overline{B_d^0}$ a été effectuée par ALEPH, en 1993 [57], en utilisant les corrélations D^*–lepton. De nombreuses autres mesures ont suivi (fig. 2.13). La valeur moyenne mondiale des mesures dépendantes du temps est [21] est :

$$\Delta m_d = 0.472 \pm 0.018 \text{ ps}^{-1}$$

Combinée avec les mesures moyennées sur le temps (§2.5), la valeur moyenne mondiale de Δm_d est :

$$\Delta m_d = 0.463 \pm 0.018 \text{ ps}^{-1}$$

2.6.3 Mesures de Δm_s

Il existe deux différences essentielles entre une mesure de Δm_d et une mesure de Δm_s. Premièrement, les mésons B_s^0 sont produits dans une proportion environ 4 fois plus faible que

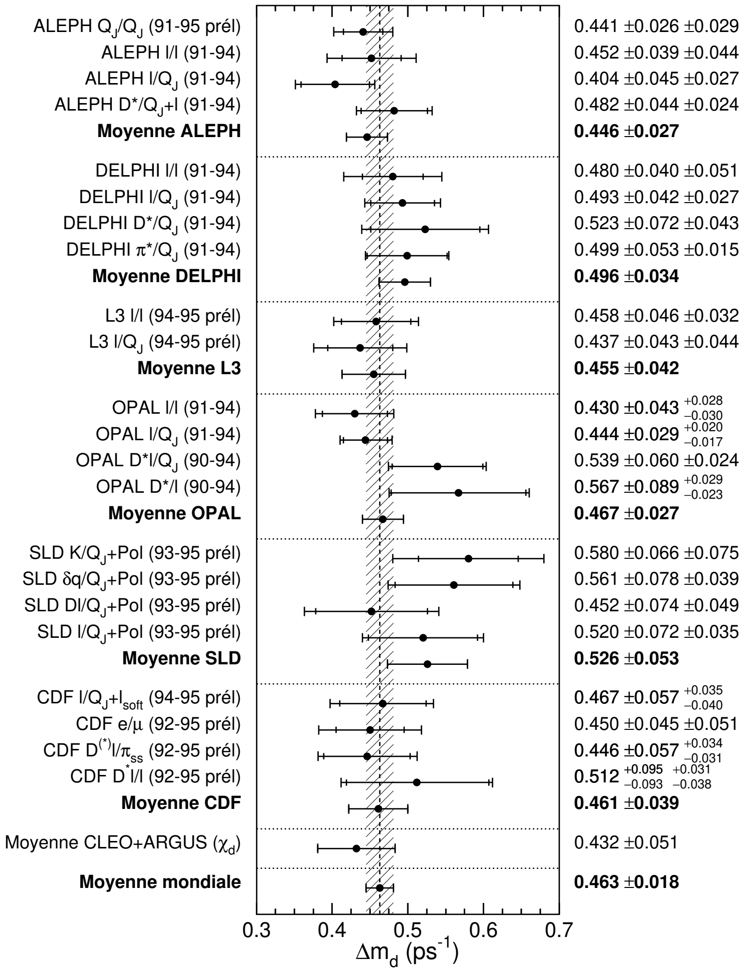

Figure 2.13: Mesures individuelles et combinées de Δm_d. Sont indiqués de gauche à droite, le nom de l'expérience, la méthode (Q_J désigne la charge du jet), les années correspondantes aux données utilisées, la valeur centrale de Δm_d ajustée, suivie de ses erreurs statistique et systématique. De nombreux résultats sont préliminaires (prél).

les mésons B_d^0. Deuxièmement, on s'attend à ce que la valeur de Δm_s soit beaucoup plus élevée que celle de Δm_d (voir chap. 1). La combinaison de ces deux arguments rend la mesure de Δm_s extrêmement difficile et explique que seules des limites inférieures aient été obtenues jusqu'à présent. La première tentative de mesure de la dépendance temporelle des oscillations B_s^0-$\overline{B_s^0}$ a été réalisée en 1994, par ALEPH [58], en utilisant des événements dileptons. Une limite inférieure $\Delta m_s > 1.8$ ps^{-1} à 95% CL a alors été obtenue. De nombreuses analyses ont suivi, par ALEPH [59–62], DELPHI [63, 64] et OPAL [65, 66]. Toutes ces analyses peuvent grossièrement se partager en deux catégories :

- **Analyses semi-exclusives**

  Dans ce type d'analyse, on reconstruit partiellement un méson D_s^-. La pureté de l'échantillon en B_s^0 est alors élevée, la résolution sur le temps propre des candidats est excellente et la fraction de mauvais étiquetages est faible. Cependant, la reconstruction du D_s^- implique que seul un petit nombre d'événements peut être utilisé.

- **Analyses inclusives**

  Les analyses inclusives utilisent les désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux, sans demander qu'un hadron charmé soit reconstruit. Elles permettent donc d'utiliser plus d'événements que les analyses semi-exclusives. Cependant la pureté de l'échantillon en B_s^0, la résolution en temps et la fraction de mauvais étiquetages obtenues sont moins bonnes.

Actuellement, les **analyses exclusives**, consistant à reconstruire complètement le méson B_s^0, ne possèdent pas suffisamment d'événements pour espérer mesurer Δm_s.

2.7 Signification statistique d'une analyse sur Δm_s

A travers les précédents paragraphes, nous avons établi les cinq ingrédients fondamentaux d'une analyse de Δm_s :

- le nombre d'événements dans l'échantillon sélectionné $\boxed{N}$,
- la pureté en B_s^0 de l'échantillon $\boxed{p_s}$,
- la résolution sur le temps propre des candidats qui peut être séparée en résolution sur la longueur de vol $\boxed{\sigma_\ell}$ et résolution sur le terme de poussée $\boxed{\sigma_g}$,
- la fraction de mauvais étiquetages $\boxed{\eta}$.

La figure 2.14 permet d'observer le rôle de chaque paramètre, dans la visibilité des oscillations : on considère un échantillon théorique de taille infinie contenant 10% de B_s^0, 40% de B_d^0, le reste étant de hadrons beaux non oscillants. On fixe $\Delta m_d = 0.463$ ps^{-1} et $\Delta m_s = 12$ ps^{-1}. Cette figure représente la fraction de candidats étiquetés mélangés en fonction de leur temps de vie propre. En (a), la fraction de mauvais étiquetages η et la résolution en temps σ_t sont supposées parfaites. Les rapides oscillations du B_s^0 sont très clairement visibles, superposées à la lente oscillation du B_d^0. En (b), la résolution est toujours parfaite, mais la fraction de mauvais étiquetages a été fixée à 30%. On constate une diminution de l'amplitude des oscillations. Enfin, en (c), la résolution en temps n'est plus négligée. La lente oscillation du B_d^0 est toujours visible, mais l'oscillation du B_s^0 devient presque inobservable. Le fait que l'oscillation disparaisse rapidement est dû à l'augmentation de σ_t avec t, à cause de σ_g. Cette variation est explicite en réécrivant la formule (2.7) sous la forme :

$$\sigma_t = \sqrt{(g\sigma_\ell)^2 + \left(t\frac{\sigma_g}{g}\right)^2}$$

Ceci démontre le rôle primordial de la résolution en temps, dans l'étude du mélange B_s^0-$\overline{B_s^0}$. Intuitivement, il est clair que plus l'oscillation que l'on cherche à mesurer est rapide et plus la résolution dont on a besoin doit être fine. Ceci peut être quantifié, en première approximation par la formule suivante :

$$\sigma_t < \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\Delta m_s}$$

Pour espérer voir une oscillation de fréquence $\Delta m_s/2\pi$, il est souhaitable que la résolution en temps soit au minimum deux fois plus petite que la période d'oscillation. En réalité, il faut également tenir compte des autres paramètres et on peut montrer [67] que la signification statistique à Δm_s, d'une analyse est approximativement donnée par :

$$S \simeq \sqrt{\frac{N}{2}} p_s(1-2\eta)\exp\left[\frac{-(\sigma_t\Delta m_s)^2}{2}\right] \tag{2.8}$$

Cette signification statistique, ou rapport signal sur bruit, décroît donc rapidement lorsque la résolution sur le temps de vie augmente.

2.8 Stratégie adoptée

Lorsque nous avons commencé ce travail, le seul résultat publié sur Δm_s provenait de l'analyse dileptons [58] : $\Delta m_s > 1.8$ ps^{-1} à 95% CL et ALEPH était en train de publier une nouvelle analyse utilisant les corrélations lepton–charge des jets [59] : $\Delta m_s > 5.7$ ps^{-1} à 95% CL, en supposant f_s=10.3%.

Guidé par l'expression donnant la signification statistique d'une analyse (2.8), nous nous sommes efforcés d'améliorer les limites existantes, en jouant sur les cinq paramètres fondamentaux. Pour conserver le plus grand nombre d'événements possible (N), nous sommes partis d'un échantillon de désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux. Ce type de désintégration permet en outre, d'étiqueter la saveur finale des mésons, grâce au signe du lepton. Pour augmenter l'information contenue dans la fonction servant à ajuster Δm_s, il est possible, dans un premier temps de séparer l'échantillon utilisé en plusieurs sous-ensembles (fig. 2.15). Le cas extrême consiste à créer autant de sous-classes qu'il y a d'événements dans l'échantillon. Les paramètres utilisés ne sont alors plus des constantes déterminées sur l'ensemble de l'échantillon, mais des quantités variables, événement par événement. C'est ce type d'approche que nous avons utilisée.

Le paramètre crucial dans l'étude du mélange étant la résolution en temps (σ_ℓ, σ_g), nous nous sommes attachés à améliorer cette résolution, par rapport à l'analyse inclusive [59]. Nous avons ensuite cherché à enrichir en B_s^0 certains sous–ensembles de notre échantillon (p_s), en utilisant la charge des particules et la présence de kaons dans les événements. Enfin, nous avons essayé d'obtenir la meilleure qualité d'étiquetage possible (η).

Les cinq étapes de notre analyse sont donc les suivantes :

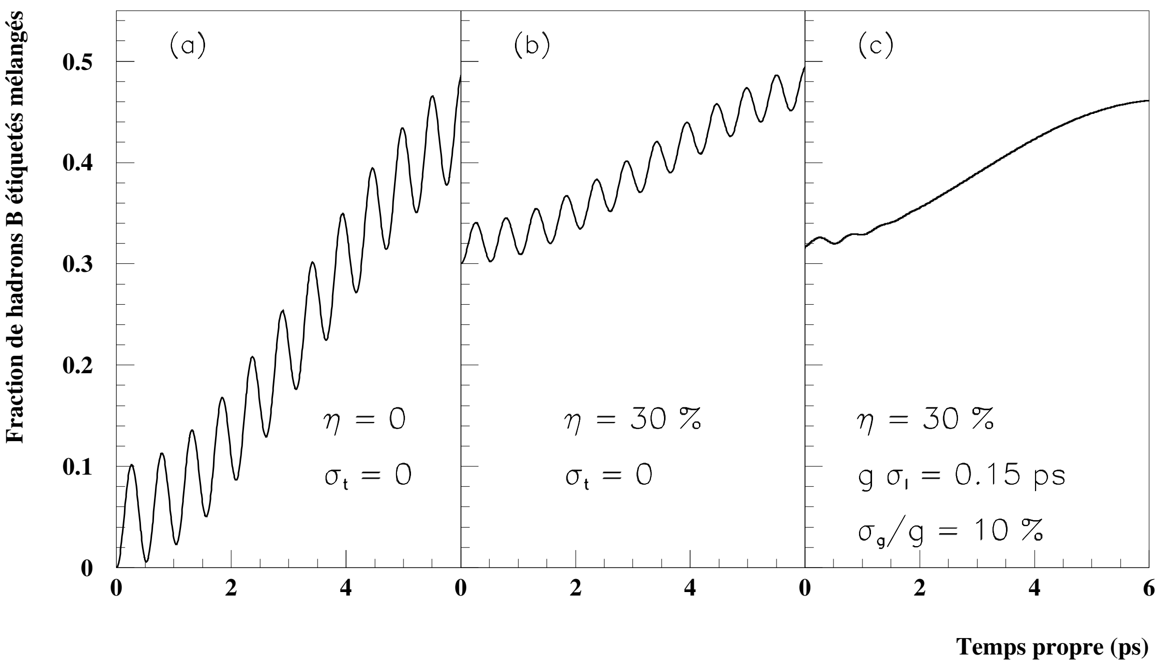

Figure 2.14: Visibilité des oscillations en fonction des paramètres clefs de l'étude du mélange (voir le texte).

1. Sélection d'un échantillon de désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux.
2. Mesure du temps de vie de chaque candidat.
3. Enrichissement de certains sous-ensembles des données en B_s^0.
4. Etiquetage "optimal" des saveurs initiale et finale.
5. Extraction de Δm_s.

L'extraction de Δm_s se fera par la méthode du maximum de vraisemblance. Les quatre premières étapes ont pour but d'introduire les ingrédients nécessaires à la construction de la fonction de vraisemblance qui sera utilisée au chapitre 6.

Avant de décrire ces différentes étapes de l'analyse (chap. 4 et 5), nous allons présenter le dispositif expérimental qui nous a permis de mener à bien cette étude.

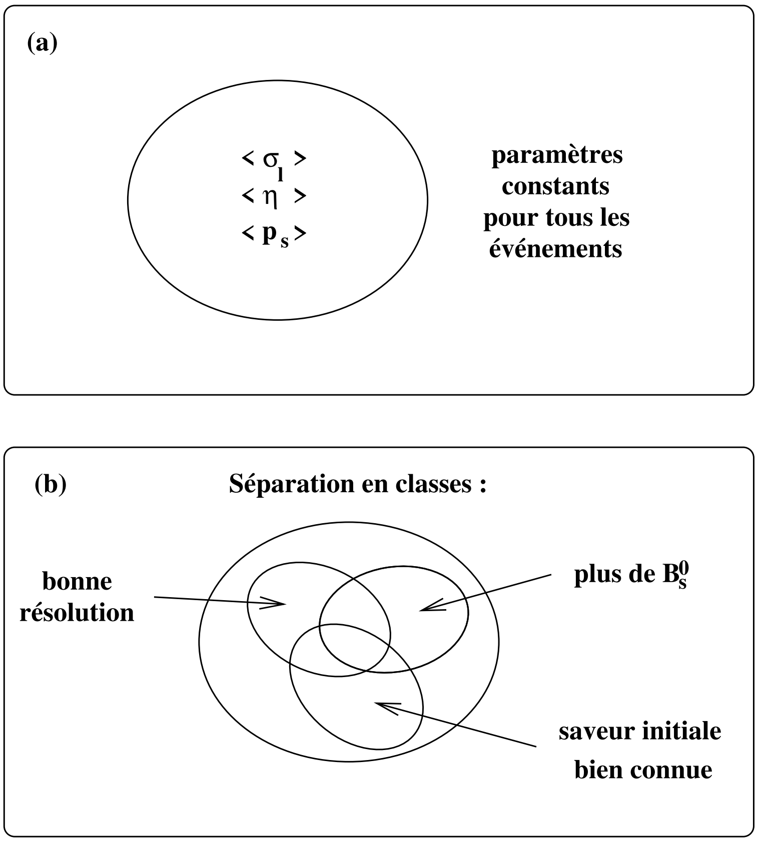

Figure 2.15: Comment améliorer la signification statistique d'une analyse sur Δm_s ? (a) Les paramètres utilisés dans la fonction servant à ajuster Δm_s sont des moyennes, déterminées sur tout l'échantillon. (b) La connaissance des propriétés de certaines sous-classes est exploitée.

Chapitre 3

ALEPH, un détecteur polyvalent auprès du LEP

Les résultats présentés dans ce mémoire reposent sur l'analyse d'un échantillon d'environ 4 millions de désintégrations hadroniques de Z^0, enregistrées entre 1991 et 1995 par le détecteur ALEPH sur le collisionneur LEP. Dans ce chapitre, nous présentons le LEP et donnons ses caractéristiques essentielles. Nous décrivons ensuite le détecteur ALEPH en insistant sur les parties fondamentales pour notre analyse : la reconstruction des trajectoires des traces chargées, la mesure de l'énergie et l'identification des particules. Enfin nous décrivons les simulations Monte–Carlo que nous utilisons par la suite.

3.1 Le grand collisionneur e^+e^- LEP, au CERN

La construction du LEP [68] commença après l'éclatante découverte des bosons de jauge $W^\pm$ et Z^0 au CERN en 1983. Il était très important de construire une machine permettant d'étudier plus en détails ces bosons et d'effectuer des tests précis du Modèle Standard.

Le LEP est un collisionneur électron-positron de 26.659 kilomètres de circonférence, situé sous la frontière franco-suisse au CERN, entre Genève et le Jura. Il est installé dans un tunnel creusé entre 50 et 150 mètres sous terre (voir fig. 3.1). Nous décrivons succinctement le système d'injection du LEP, puis nous donnons les caractéristiques essentielles de la machine.

3.1.1 Système d'injection

Les faisceaux d'électrons et de positrons du LEP sont fournis par une chaîne interconnectant plusieurs accélérateurs [69] (voir fig. 3.2). La source d'électrons est un simple filament chauffé. A partir des électrons émis, un faisceau est créé puis accéléré dans un accélérateur linéaire (LINAC), jusqu'à une énergie de 200 MeV. Il est ensuite envoyé sur une cible de tungstène. Les électrons possèdent une énergie suffisamment grande pour que, lors de cette collision, des paires électrons-positrons se créent. Des champs magnétiques sont établis autour de la cible pour guider les positrons vers un deuxième accélérateur linéaire où ils sont eux-mêmes accélérés jusqu'à 600 MeV. Le rendement de création de ces positrons étant très faible, il faut accumuler de nombreux paquets avant de les injecter dans les machines suivantes. C'est le rôle du petit anneau de stockage EPA (Electron Positron Accumulator). A un instant précis, les paquets sont extraits de l'EPA et injectés dans le PS (Proton Synchrotron) pour être accélérés jusqu'à

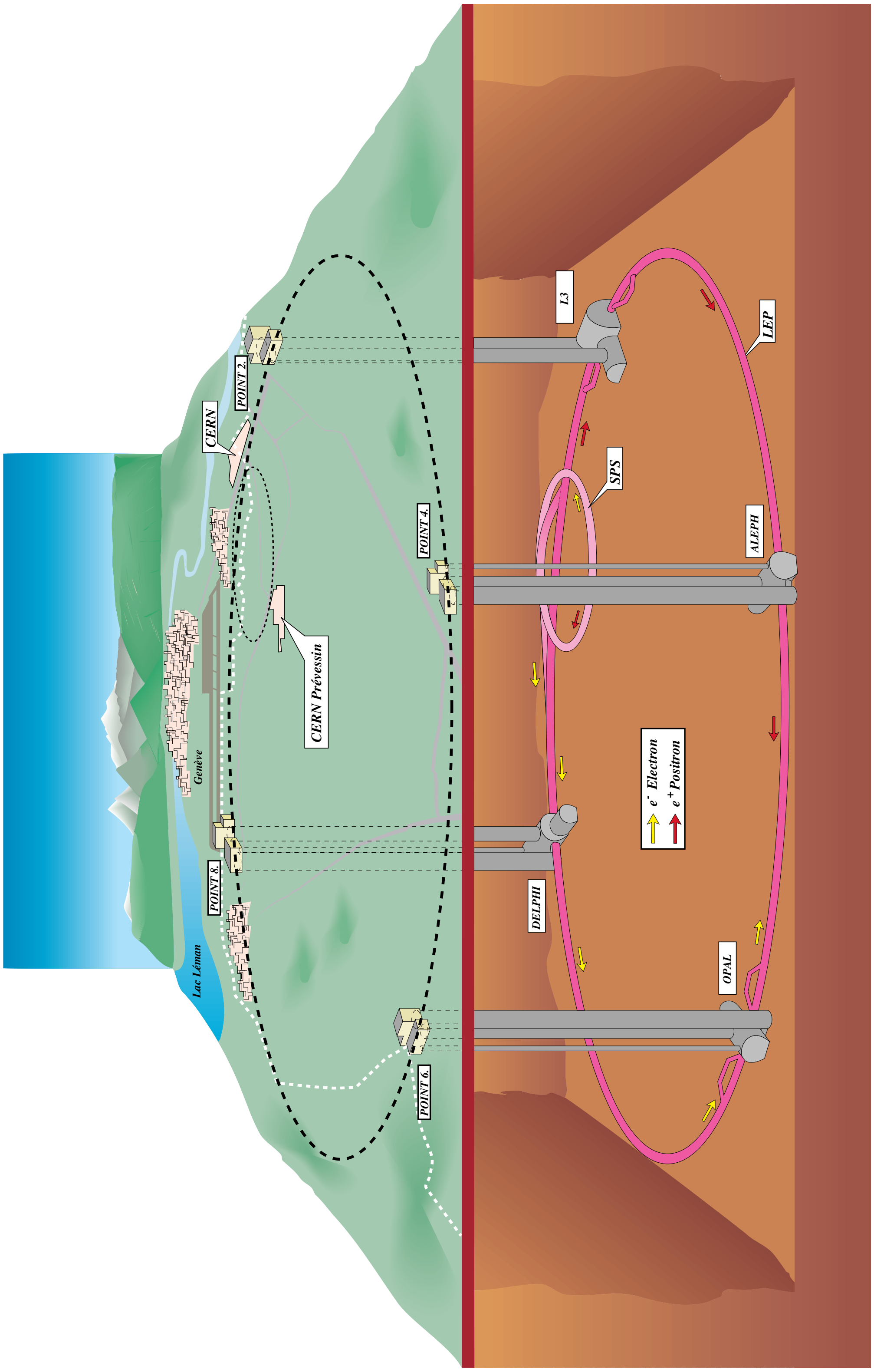

Figure 3.1: Représentation schématique du LEP et de son environnement. *(Les échelles ne sont pas respectées)*

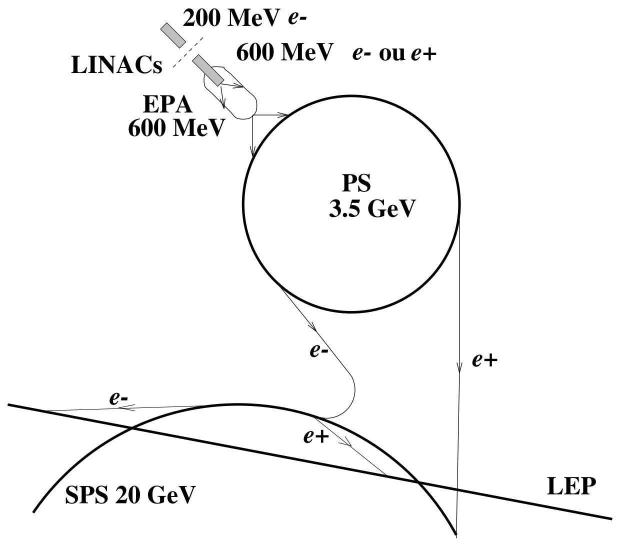

Figure 3.2: Complexe d'injection du LEP

3.5 GeV. Puis ces paquets sont injectés dans le SPS (Super Proton Synchrotron) et accélérés à 20 GeV. Enfin, ils sont extraits et acheminés dans le LEP.

Pendant ce temps et de façon synchronisée, des bouffées d'électrons sont injectées dans le deuxième LINAC, stockées dans l'EPA où elles tournent en sens opposé aux positrons, puis injectées dans le PS, le SPS et dans le LEP.

3.1.2 Caractéristiques essentielles du LEP

Un collisionneur est caractérisé essentiellement par son *énergie dans le centre de masse* et sa *luminosité*.

La première phase de fonctionnement du LEP (1989–1995, LEP1) fut consacrée à l'étude du Z^0. Pour cette raison, son énergie dans le centre de masse fut fixée aux alentours de 90 GeV, ce qui correspond à la masse du Z^0. A partir de 1995, l'énergie du LEP fut augmentée afin d'étudier les bosons W^+W^-, mais également pour rechercher les manifestations d'une éventuelle nouvelle physique. Nous avons utilisé uniquement les données de LEP1, car celles accumulées pendant LEP2 contiennent une quantité négligeable de mésons beaux.

La luminosité $\mathcal{L}$ d'une machine est le paramètre permettant de relier la section efficace σ d'un processus physique au nombre d'événements observés par unité de temps : $dN/dt = \mathcal{L}\sigma$ La luminosité d'un collisionneur est définie par :

$$\mathcal{L} = \frac{N_{e^+}N_{e^-}n_{\mathrm{paq}}f}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

où $N_{e^\pm}$ est le nombre d'électrons ou de positrons contenu par paquets, n_{paq} le nombre de paquets par faisceau, f la fréquence de collision entre les deux faisceaux et σ_x, σ_y les dimensions transverses respectivement horizontale et verticale du faisceau. Au LEP, les électrons et les positrons circulent en sens inverse, dans un même tube sous vide et à une vitesse très proche de celle de la lumière. Ils sont regroupés en paquets d'environ 1.8 cm de long sur quelques dizaines de μm de largeur : $\sigma_x \simeq 200\ \mu$m, $\sigma_y \simeq 8\ \mu$m dans les zones de collisions, chaque paquet contenant plusieurs centaines de milliards de particules. Jusqu'à fin 1992, le nombre de paquets par faisceau était de quatre. A partir de 1993, le LEP a accéléré huit paquets par faisceau, afin d'augmenter la luminosité. Le temps de croisement entre faisceaux est alors passé de 22 à 11 μs. Notons qu'en 1995, une autre configuration de la machine a été mise en œuvre dans la perspective de LEP2 : quatre trains de deux ou trois paquets circulaient dans la machine. La luminosité du LEP est de l'ordre de 10^{31} cm^{-2}s^{-1}. Le tableau 3.1 présente les luminosités intégrées fournies par le LEP pendant la phase de fonctionnement LEP1. Comme nous l'expliquerons au paragraphe §3.2.3, nous n'avons pas utilisé les années de fonctionnement 1989 et 1990.

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Luminosité (pb^{-1})	1.0	7.6	17.3	28.6	40.1	64.2	38.3

Tableau 3.1: Luminosités intégrées du LEP par année.

3.2 Le détecteur ALEPH

3.2.1 Description globale du détecteur

ALEPH (A detector for LEP PHysics) est l'un des quatre détecteurs de particules du LEP. Ce détecteur fut construit pour être polyvalent. Il devait être capable d'enregistrer tout ce qui se passe lors des collisions e^+e^- à une énergie comprise entre 90 et 200 GeV, de façon à pouvoir reconstituer puis interpréter, le plus précisément possible, les événements observés. Dans ce but, l'accent a été mis sur l'herméticité et la reconstruction précise des trajectoires des particules chargées. Le détecteur est formé d'un barillet central de forme cylindrique, fermé par deux bouchons (fig. 3.3), ce qui lui assure une couverture angulaire proche de 4π stéradians. La reconstruction des traces chargées est assurée par la partie intérieure du barillet (VDET, ITC, TPC et bobine supraconductrice) tandis que les bouchons et les parties extérieures (ECAL et HCAL) permettent de détecter les particules neutres et de mesurer l'énergie de toutes les particules détectables.

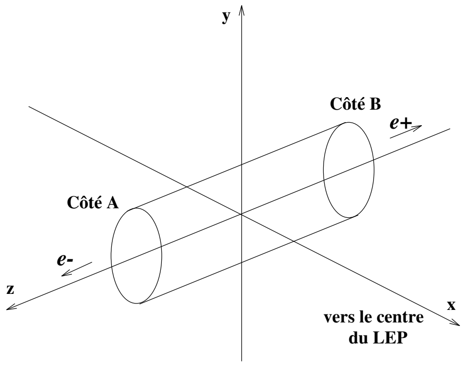

Figure 3.4: Système de coordonnées utilisé dans ALEPH. Le cylindre représente le détecteur.

Des moniteurs de luminosité (BCAL et SICAL) sont situés à proximité du tube à vide dans lequel circulent les faisceaux du LEP, afin de détecter les collisions élastiques e^+e^- (Bhabha), processus bien connu du point de vue théorique. La mesure du nombre d'événements de ce type permet de calculer la luminosité vue par ALEPH. Le système de coordonnées utilisé dans ALEPH est présenté sur la figure 3.4. L'origine est le centre du détecteur, point de rencontre théorique des faisceaux. L'axe z est tangent aux faisceaux et l'axe x pointe vers le centre du LEP. Les références [70, 71] proposent une description complète du détecteur ALEPH. Nous ne donnerons qu'une description résumée des différents sous–détecteurs aux paragraphes suivants, mais voyons avant cela quels types de particules on s'attend à observer dans ALEPH.

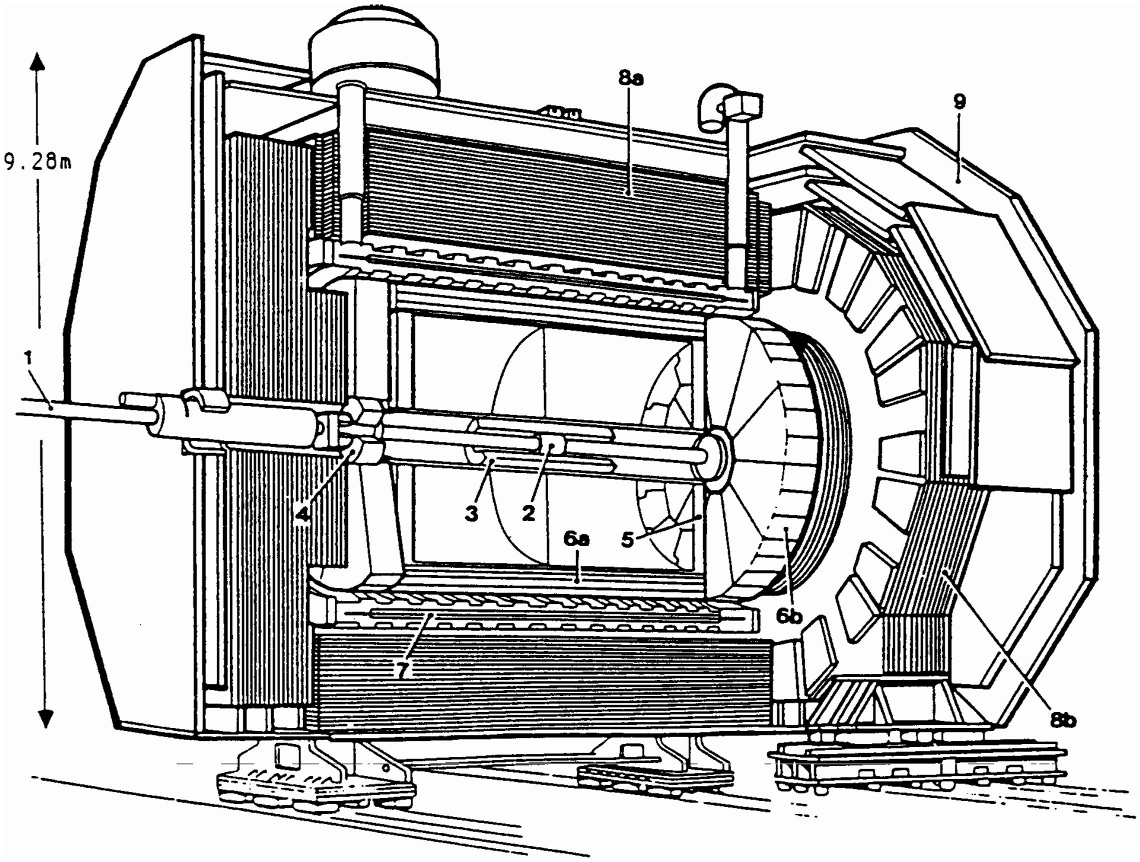

Figure 3.3: Coupe du détecteur ALEPH (1 : tube à vide, 2 : VDET, 3 : ITC, 4 : moniteurs de luminosité, 5 : TPC, 6 : ECAL (a : baril, b : bouchons), 7 : bobine supraconductrice, 8 : HCAL (a : baril, b : bouchons), 9 : chambres à muons.

3.2.2 Particules directement détectables par ALEPH

A LEP1, deux principaux types d'événements se produisent : les événements leptoniques $Z \to l^+l^-$ et les événement hadroniques $Z \to q\bar{q}$. Alors que les premiers ont une topologie relativement simple, les seconds sont caractérisés par un grand nombre de traces chargées et de traces neutres. Pour reconstruire ces événements, il faut être capable de détecter ces particules. Or, pour espérer détecter une particule, il faut que sa probabilité d'interaction avec la matière ne soit pas trop faible et qu'elle vive suffisamment longtemps pour qu'on puisse la "voir". En fin de compte, les particules *directement* observables dans ALEPH sont :

- les particules stables : électrons, positrons, protons, antiprotons, photons,
- les particules à grande durée de vie : les $\mu^\pm$ ($\tau \simeq 2.2 \cdot 10^{-6}$ s), les mésons $\pi^\pm$ ($\tau \simeq 2.6 \cdot 10^{-8}$ s) et les kaons $K^\pm$ ($\tau \simeq 1.2 \cdot 10^{-8}$ s).

Les π^0 sont détectés de façon indirecte grâce à leur désintégration en deux photons. Les K^0_S et les $\Lambda^0, \overline{\Lambda^0}$ sont également détectés de manière indirecte. Ces particules ont le temps de traverser une partie du détecteur, avant de se désintégrer et donnent la plupart du temps un vertex de désintégration d'où partent deux traces de signes opposés, très éloignées du vertex primaire. En effet le K_S^0 se désintègre en deux pions chargés dans 69% des cas, tandis que les Λ^0 donnent un proton et un pion chargé dans 64% des cas. Les K_L^0, les neutrons et les antineutrons laissent un dépôt d'énergie dans le calorimètre hadronique.

Les informations qu'on recherche concernant ces particules sont :

- Leur trajectoire et leur impulsion; pour cela, ALEPH possède trois détecteurs de traces : le détecteur de vertex (VDET), la chambre à dérive interne (ITC) et la chambre à projection temporelle (TPC).
- Leur énergie; celle-ci est mesurée grâce aux calorimètres électromagnétique (ECAL) et hadronique (HCAL). L'impulsion mesurée dans la TPC est également utilisée.
- Leur identité; on la détermine (éventuellement) par une combinaison des informations fournies par les différents sous-détecteurs.

3.2.3 Reconstruction des trajectoires des traces chargées

Le VDET, l'ITC et la TPC sont plongés dans un champ magnétique de 1.5 T créé par le solénoïde supraconducteur qui les entoure. Dans ce champ magnétique B, les trajectoires des particules de charge q sont des hélices de rayon R, ce qui permet de mesurer leur impulsion transverse p_T par rapport à l'axe des faisceaux grâce à la formule :

$$p_T = qRB$$

De plus, puisque toutes les particules chargées observées dans ALEPH ont une charge $\pm e$, le sens de rotation de l'hélice donne la charge électrique de la particule.

Le détecteur de vertex (VDET)

Installé depuis 1991, le VDET (fig. 3.5) est l'élément clef dans la reconstruction des vertex dont nous aurons besoin dans notre analyse.

Il s'agit d'un détecteur à diodes de silicium, constitué de deux couches, placées respectivement à 6.3 et 10.9 cm du faisceau. Chaque couche est formée d'un substrat de silicium de 300 μm d'épaisseur, portant sur une face une série de bandes de lectures dopée p^+ et parallèles à l'axe du faisceau et sur l'autre face une alternance de bandes dopées n^+ et p^+, orientées perpendiculairement au faisceau (fig. 3.6). Lorsqu'une particule chargée traverse une couche, elle crée environ 20000 paires électrons-trous. La tension d'une centaine de volts, appliquée à la couche p^+, permet d'obtenir une zone de déplétion (c'est-à-dire sans charges électriques libres) sur la quasi-totalité de l'épaisseur du substrat. Ainsi, les porteurs de charges créés par le passage d'une particule, sont attirés suivant leur signe, vers la bande de lecture dopée p^+ ou vers celle dopée n^+. Puisque ces bandes sont orthogonales, on peut mesurer la position dans les deux projections. Les bandes p^+ intercalées entre les bandes n^+ empêchent que les électrons accumulés entre les bandes de lecture n^+ ne court-circuitent ces dernières.

La résolution obtenue sur la mesure spatiale d'un point est d'environ 12 μm en (r, ϕ) et en z. Le détecteur de vertex a été installé en 1991 et a permis une très nette amélioration de la résolution globale obtenue sur les traces chargées. Pour cette raison, nous n'utilisons pas dans notre analyse les données de 1989 et 1990 qui, par ailleurs, représentent une fraction négligeable de l'ensemble des données de LEP1.

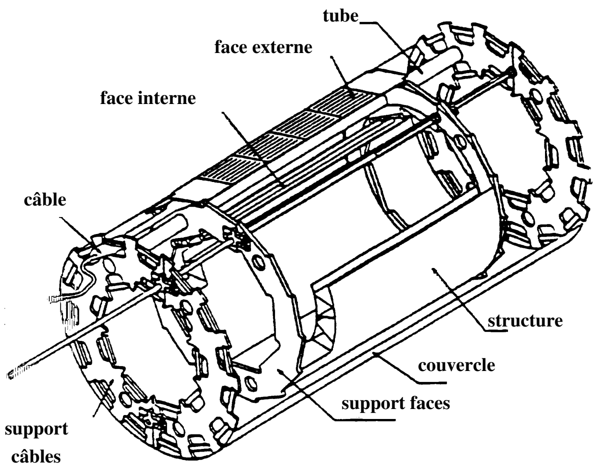

Figure 3.5: Schéma du détecteur de vertex.

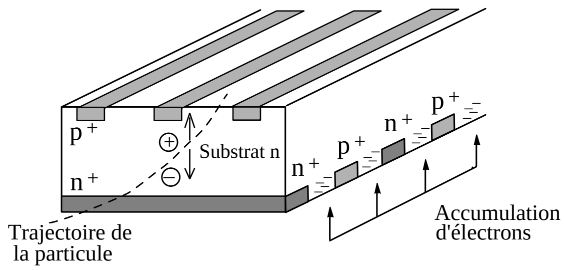

Figure 3.6: Détail de fonctionnement du VDET.

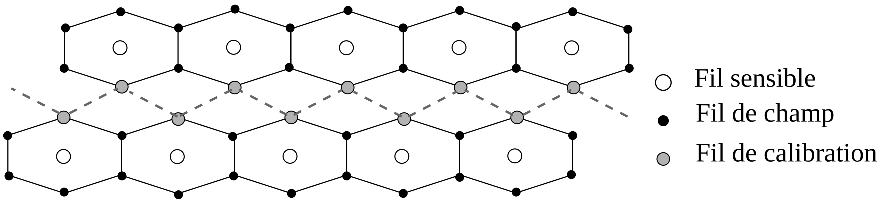

Figure 3.7: La structure cellulaire de l'ITC.

La chambre à traces interne (ITC)

Il s'agit d'une chambre à dérive cylindrique, formée de huit couches concentriques de fils, baignant dans un mélange gazeux. Les rayons internes et externes sont respectivement de 16 et 26 cm et la chambre mesure 2 m de long. Les couches, de structures hexagonales, sont formées de six fils de champs entourant un fil de détection (fig. 3.7). Un des six fils de champ sert à la calibration, tandis que les cinq autres sont reliés à la masse. Lors du passage d'une particule chargée, le gaz est ionisé, les électrons créés dérivent vers le fil sensible le plus proche, porté à un potentiel compris entre 1.8 et 2.5 kV et créent une avalanche. La mesure du temps de dérive des électrons permet de déterminer les coordonnées (r, ϕ) avec une précision de 150 μm. L'ITC permet de mesurer jusqu'à huit points pour chaque trajectoire. Grâce à son temps de réponse assez court (3 μs), l'ITC est également utilisée dans le premier niveau du système de déclenchement de la prise de données.

La chambre à projection temporelle (TPC)

Cet élément est la pièce maîtresse du système de détection d'ALEPH (voir fig. 3.8). Il s'agit d'une chambre cylindrique de 4.7 m de long, possédant un rayon interne de 0.31 m et un rayon externe de 1.80 m. Elle est remplie d'un mélange argon (91%) méthane (9%), optimisé pour ses propriétés d'ionisation. Elle est constituée de deux volumes de dérive séparés par une membrane centrale portée à une tension de 27 kV, ce qui permet d'engender deux champs électriques parallèles à l'axe du faisceau. Si une particule chargée traverse la TPC, elle peut ioniser le gaz. Le champ électrique permet de séparer les électrons et les ions, empêchant qu'ils ne se recombinent. Les électrons dérivent alors vers les extrémités de la TPC qui sont constituées de chambres proportionnelles multi-fils. La lecture de ces chambres permet une mesure en deux dimensions des trajectoires dans le plan (r, ϕ), avec une résolution de 173 μm. La mesure du temps de dérive des électrons fournit la troisième coordonnée z, avec une résolution de 740 μm, pour une trace d'angle polaire $\theta = 90°$. La TPC peut donner jusqu'à 21 points par trajectoire.

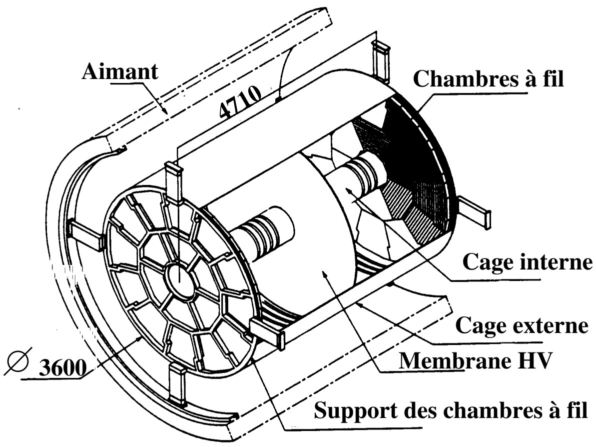

Figure 3.8: La chambre à projection temporelle.

Nous verrons au paragraphe 3.2.5 que la TPC joue également un rôle prépondérant dans l'identification de particules.

Définition des traces chargées

En combinant les trois détecteurs de traces, chaque trajectoire peut être détectée par une trentaine de points en trois dimensions. On essaie alors d'ajuster une hélice passant par ces points, d'abord dans la TPC, puis dans l'ITC et enfin dans le VDET. La trajectoire hélicoïdale nécessite cinq paramètres pour être définie (voir fig. 3.9) :

- l'inverse du rayon de courbure $1/R$,
- la tangente de l'angle caractérisant le pas de l'hélice, $\tan\lambda$,
- l'angle d'émission ϕ_0 dans le plan (x, y) au point de plus courte approche de l'axe z,
- le paramètre d'impact d_0 dans le plan (x, y),
- la coordonnée z_0 selon z du point de plus courte approche de l'axe z.

L'ensemble des points mesurés sur la trajectoire, permet d'ajuster ces cinq paramètres par une minimisation de χ^2. En chaque point de la courbe ainsi ajustée, on peut alors définir une matrice d'erreur sur la position dans l'espace. Cet ajustement tient compte de la diffusion multiple qui intervient partout dans le détecteur. On calcule ensuite l'impulsion de la trace grâce à la courbure de l'hélice.

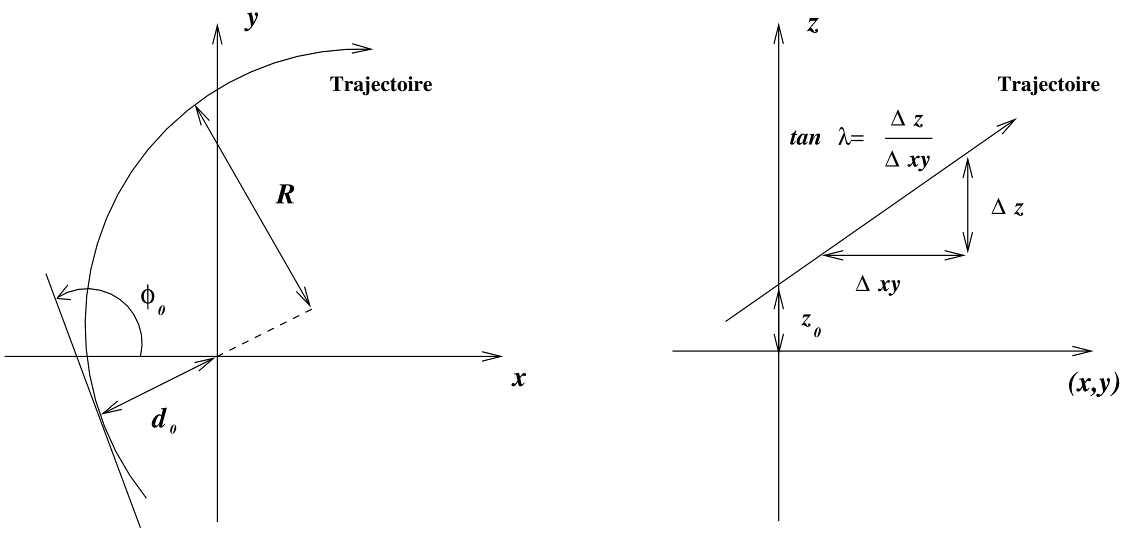

Figure 3.9: Définition des paramètres de l'hélice associée à la trajectoire d'une particule chargée.

Les résolutions en (r, ϕ), z et impulsion (σ_p/p^2) du système de reconstruction des traces chargées, mesurées avec des muons d'impulsion 45.6 GeV/c, sont résumées dans le tableau suivant :

Détecteurs	(r, ϕ)	z	σ_p/p^2
TPC+ITC (1989-90)	107 μm	808 μm	$0.8 \cdot 10^{-3}$ (GeV/c)$^{-1}$
TPC+ITC+VDET (à partir de 1991)	23 μm	28 μm	$0.6 \cdot 10^{-3}$ (GeV/c)$^{-1}$

et montrent une fois de plus l'important gain en résolution apporté par le VDET, en 1991.

La complexité du détecteur et les nombreux processus qui entrent en jeu peuvent créer un certain nombre de traces qui n'ont aucun sens physique. Pour ne conserver que les traces de bonne qualité, on impose les critères suivants :

- La trace doit être contenue dans l'acceptance du détecteur, c'est-à-dire $|\cos\theta| < 0.95$.
- Les paramètres de la trajectoire doivent être correctement mesurés. Pour cela, on demande plus de quatre points enregistrés dans la TPC.
- La trace doit provenir de la zone d'interaction afin de la différencier des rayons cosmiques et des particules provenant des collisions entre les faisceaux et le gaz résiduel contenu dans le tube à vide. Dans ce but, on impose que la trace provienne d'un cylindre de 4 cm de diamètre sur 10 cm de long, centré sur le point d'interaction.

3.2.4 Mesure de l'énergie par calorimétrie

Le principe de la mesure de l'énergie consiste à stopper les particules par des matériaux appropriés, de façon à ce qu'elles dissipent toute leur énergie; pour cette raison ces détecteurs sont appelés des calorimètres. Le calorimètre électromagnétique permet de stopper les électrons et photons, mais il laisse passer les hadrons. Un second calorimètre entoure donc le premier, il s'agit du calorimètre hadronique.

Le calorimètre électromagnétique (ECAL)

Ce détecteur se situe entre la TPC et la bobine supraconductrice. Pour forcer les électrons, les positrons et les photons à déposer toute leur énergie, 45 couches de plomb sont superposées. Les particules subissant l'interaction électromagnétique, interagissent dans ces couches denses de matière par création de photons de freinage et de paires électron-positron. Ce processus en avalanche donne naissance à une gerbe dont le profil est mesuré par des chambres à fils proportionnelles, intercalées entre chaque couche de plomb. Le calorimètre électromagnétique est divisé en trois parties : une partie centrale, le barillet et les deux extrémités, les bouchons (fig. 3.10).

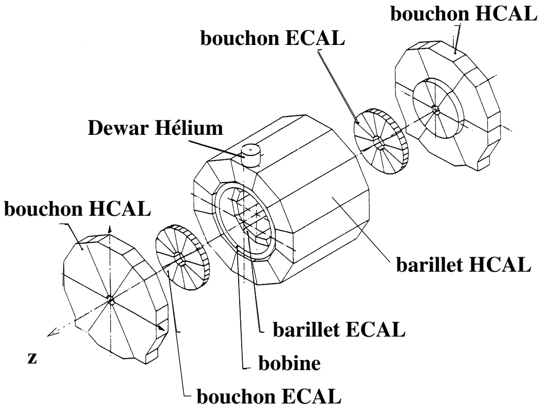

Figure 3.10: Les calorimètres électromagnétique (ECAL) et hadronique (HCAL).

Chacune est divisée en douze modules et chaque module est subdivisé en tours, de forme pyramidale tronquée, pointant vers le centre du détecteur. Enfin, chaque tour possède trois couches de lecture distinctes. Ces 73728 tours ont une granularité de $0.9° \times 0.9°$ ce qui permet d'obtenir une bonne résolution angulaire sur la localisation des gerbes. L'énergie est mesurée dans chaque tour, sa résolution est :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.18}{\sqrt{E(\mathrm{GeV})}}$$

A partir du barycentre de la gerbe électromagnétique, on obtient une estimation de la position d'un point d'impact d'une particule dans le ECAL. La résolution obtenue est :

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{6.8\ \mathrm{mm}}{\sqrt{E(\mathrm{GeV})}}$$

Le calorimètre hadronique (HCAL)

Ce calorimètre (fig. 3.10) est constitué de 23 couches de fer intercalées avec des plans de détection (tubes à *streamer*). Cette importante épaisseur de fer a pour but d'arrêter tous les hadrons, afin de mesurer leur énergie. L'ossature métallique ainsi créée sert également, de charpente au détecteur et pour le retour du champ magnétique du solenoïde. Le HCAL est segmenté en tours projectives d'environ $3.7° \times 3.7°$. Sa résolution en énergie est :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0.85}{\sqrt{E(\mathrm{GeV})}}$$

3.2.5 Identification des particules

Les critères de sélection des leptons décrits ici sont standards et expliqués plus en détails en [72].

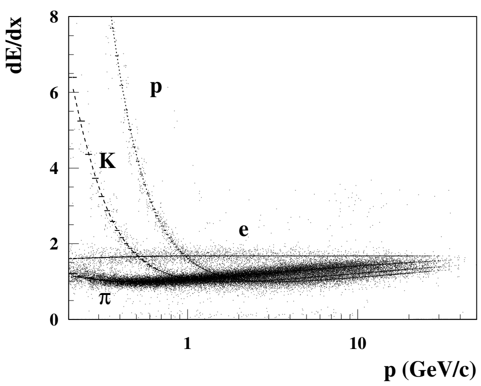

Figure 3.11: Perte d'énergie par ionisation en fonction de l'impulsion, pour différents types de particules. La normalisation est telle que les particules au minimum d'ionisation ont dE/dx=1. Les courbes superposées sont les prédictions théoriques.

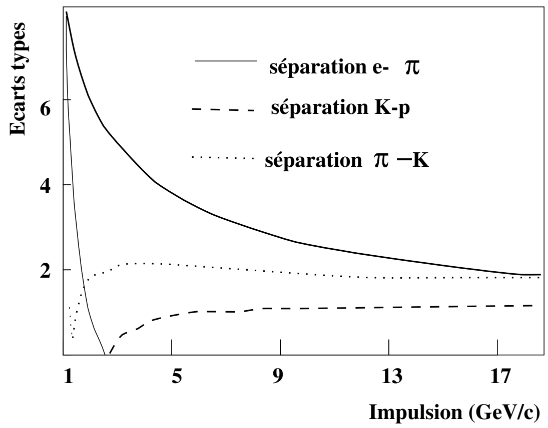

Figure 3.12: Différences attendues de dE/dx, en nombre d'écarts types, pour plusieurs couples de particules en fonction de leur impulsion.

Pertes d'énergie dans la TPC

Une particule ionisant un milieu matériel perd de l'énergie. La perte d'énergie moyenne par unité de distance est donnée par la formule de Bethe–Bloch[1] [12] :

$$dE/dx = -K\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{1}{2}\ln(\beta^2\gamma^2) - \beta^2 + K'\right) \tag{3.1}$$

où K et K' sont des constantes, $\beta = v/c$ et γ sont les facteurs relativistes. Cette quantité dépend de la vitesse v de la particule considérée. Donc la dépendance en impulsion du dE/dx est différente pour des particules de masse différente (voir fig. 3.11). A partir de l'amplitude des signaux électriques enregistrés par les chambres proportionnelles multi-fils de la TPC, la perte d'énergie par ionisation est calculée pour chaque trace. Pour obtenir une résolution convenable, on exige qu'au moins 50 fils (sur 340 possibles) soient touchés. Dans le but de distinguer les différents types de particules chargées, un estimateur peut être construit, pour une hypothèse de masse donnée :

$$\chi_X = \frac{dE/dx^{mesur\acute{e}} - \langle dE/dx\rangle^{attendu}(X)}{\sigma_{dE/dx}(X)}$$

où $\langle dE/dx\rangle^{attendu}(X)$ est la valeur moyenne attendue pour une particule de type X, estimée à partir de la fonction de Bethe–Bloch et $\sigma_{dE/dx}(X)$ est la résolution sur le dE/dx mesuré, estimée notamment à partir du nombre de points de mesures [70]. Cet estimateur présente une distribution normale pour la particule de type X. En revanche, cette distribution n'est plus centrée à zéro, si les particules ionisantes ne sont pas celles pour lesquelles l'estimateur est calculé (voir fig. 3.2.5). La figure 3.12 montre la différence de dE/dx attendue, en fonction de

[1] L'équation (3.1) est une expression simplifiée de la formule de Bethe–Bloch.

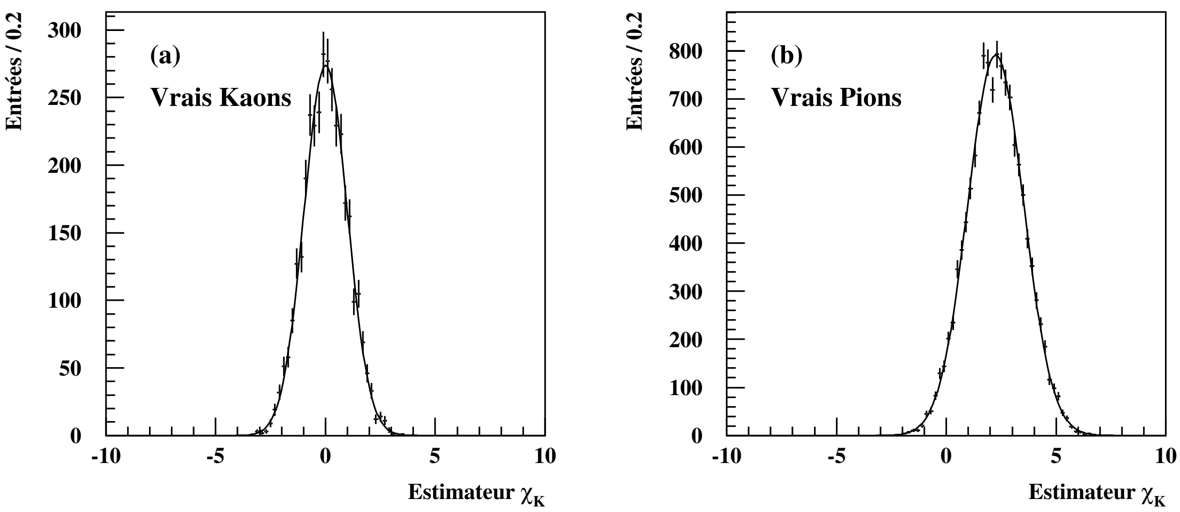

Figure 3.13: Distribution de l'estimateur d'ionisation χ_K, dans une simulation, pour (a) des vrais kaons et (b) des vrai pions.

l'impulsion, pour différents couples de particules. La séparation $\pi - K$ qui aura une importance dans notre analyse est à peu près constante et égale à 2 sigmas, pour une impulsion supérieure à 3 GeV. Par contre cette séparation devient quasiment impossible en dessous de 2 GeV.

Identification des électrons

Les électrons sont les seules particules chargées, présentes dans ALEPH, à s'arrêter dans le ECAL. Ils y développent une gerbe électromagnétique compacte, longitudinalement et transversalement. Chaque trace de la TPC est extrapolée dans le ECAL et l'énergie déposée dans les quatre tours les plus proches de cette extrapolation est sommée. On la note E_4. On définit alors l'estimateur transverse :

$$R_T = \frac{E_4/p - \langle E_4/p \rangle^{électron}}{\sigma_{E_4/p}}$$

où p est l'impulsion de la trace, mesurée dans la TPC. Une seconde variable utilise le fait que les électrons déposent toute leur énergie dans les premières couches du ECAL. On définit :

$$X_L = \frac{E_4}{\sum_{i=1}^{3} E_i S_i}$$

où E_i est l'énergie dans les quatre tours les plus proches de la trace dans la couche i et S_i est la profondeur moyenne du dépôt d'énergie dans cette couche. La variable d'identification est l'estimateur longitudinal :

$$R_L = \frac{X_L - \langle X_L \rangle^{électron}}{\sigma_{X_L}}$$

qui possède une distribution normale pour les électrons.

La figure 3.14 représente R_T en fonction de R_L, pour des électrons d'une part et pour les autres particules chargées présentes dans ALEPH d'autre part. On remarque que les électrons

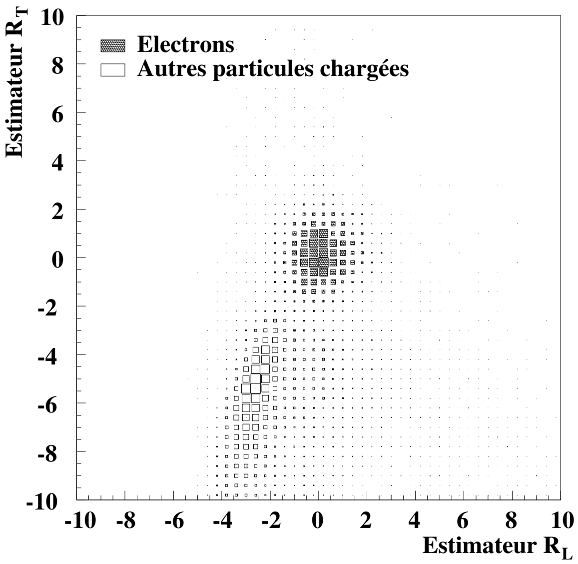

Figure 3.14: Distribution de l'estimateur transverse R_T en fonction de l'estimateur longitudinal R_L pour des électrons et pour les autres particules chargées d'impulsion supérieure à 1 GeV/$c$présentes dans ALEPH, dans une simulation.

sont concentrés dans une région centrée autour de $R_T = R_L = 0$. Finalement, une particule est reconnue comme électron par le ECAL si :

$$R_T > -1.6$$
$$-1.8 < R_L < 3.0$$

Ces coupures ont été optimisées pour maximiser la réjection des hadrons, tout en limitant la perte d'efficacité.

La perte d'énergie par ionisation mesurée dans la TPC est également utilisée. On exige que l'estimateur χ_e, tel qu'il a été défini au paragraphe précédent, soit disponible, c'est-à-dire que plus de 50 points de mesure ait été mesurés dans la TPC et que :

$$\chi_e > -2.5$$

Une dernière coupure est nécessaire, pour rejeter les paires électrons-positrons provenant de la matérialisation d'un photon. Ces événements, appelés *photons de conversion* sont caractérisés par deux traces chargées de signes opposés provenant d'un même point, généralement tout à fait distinct du point d'interaction. Pour les éliminer, on sélectionne toutes les paires de traces chargées de signes opposés. On calcule leur point de plus courte approche en (x, y) et z, ainsi que leur masse invariante en supposant qu'il s'agisse d'électrons. Les événements dans lesquels les deux distances sont inférieures à 1 cm et la masse est plus petite que 20 MeV/c^2 sont éliminés.

L'efficacité totale de sélection des électrons varie entre 55% et 77% suivant leur impulsion. La contamination hadronique d'un lot d'électrons sélectionné avec à la fois les informations provenant du ECAL et celles provenant du dE/dx est de $(0.95 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}$.

Identification des muons

L'identification des muons repose sur le fait que ce sont les seules particules chargées à pouvoir traverser le HCAL sans s'y arrêter. La figure 3.15 montre la différence de réponse du HCAL pour un pion et un muon. La méthode d'identification est la suivante : toute trace chargée détectée par la TPC, ayant une impulsion supérieure à 1.5 GeV/c est extrapolée en direction du HCAL. Le nombre de plans de tubes à *streamer* traversés par cette extrapolation et donc susceptibles d'être touchés, est noté $N_{attendus}$. Le nombre total de plans effectivement touchés est noté $N_{touchés}$ et le nombre de plans touchés, parmi les dix derniers plans susceptibles de l'être est noté N_{10}. Enfin, le nombre moyen de tubes touchés par plan touché, parmi les onze derniers plans situés sur la trajectoire extrapolée, est noté X_{mult}. Une particule chargée est alors identifiée comme étant un muon par le HCAL si :

- $N_{attendus} \geq 10$: ceci permet de sélectionner des traces ayant traversé suffisamment de couches du HCAL pour pouvoir être identifiées.
- $N_{touchés}/N_{attendus} \geq 0.4$ et $N_{10} > 4$: ceci indique qu'une particule a traversé le calorimètre sans s'y arrêter.
- $X_{mult} \leq 1.5$: cette coupure permet de rejeter les hadrons qui pénètrent très profondément dans le HCAL.
- l'impulsion p de la trace est supérieure à 3 GeV/c : cette dernière coupure assure que tous les muons sortent du HCAL, quel que soit leur angle d'incidence.

Malheureusement, ces critères ne suffisent pas toujours. La grande multiplicité des traces dans le HCAL entraîne parfois des superpositions compliquées. Ainsi, quand deux traces ont des impacts en commun dans le HCAL et qu'elles sont toutes les deux identifiées comme muons d'après les critères précédents, il faut faire un choix. Pour résoudre ce genre de problème des chambres à muons ont été placées tout autour du HCAL. Ce sont les détecteurs les plus externes d'ALEPH. Ils sont constitués de deux couches de tubes à *streamer* espacées de 50 cm. Pour chaque couche, deux coordonnées peuvent être mesurées, soit un point en trois dimensions pour les deux couches. On exige qu'au moins une des couches soit touchée, pour identifier une particule comme muon. L'efficacité totale d'identification des muons varie entre 84% et 87% suivant leur impulsion. Une contamination de 0.8% est observée, constituée de hadrons ayant traversé tout le HCAL et de muons provenant de la désintégration en vol de pions ou de kaons à l'intérieur de la TPC.

3.3 L'acquisition et le traitement des données

3.3.1 Système de déclenchement

En mode 8×8 paquets, les faisceaux du LEP se croisent toutes les 11 μs au cœur d'ALEPH. Pour extraire les événements intéressants, le déclenchement de la prise de données s'effectue en trois étapes :

- Niveau 1

  La prise de décision au premier niveau s'effectue en moins de 5 μs, en utilisant les signaux des détecteurs les plus rapides : ITC, SICAL et calorimètres électromagnétique et hadronique.

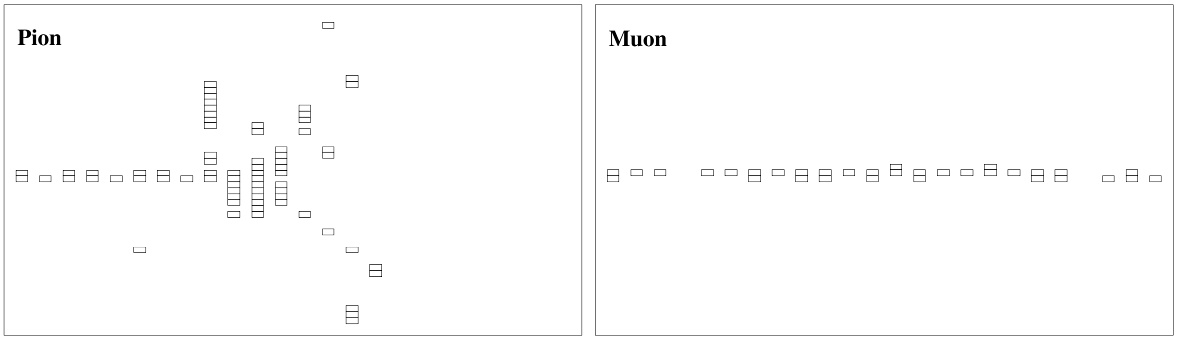

Figure 3.15: Exemple d'images données par les tubes à *streamer* du HCAL pour un pion et un muon de 10 GeV.

- Niveau 2

  Une reconstruction rapide des traces dans la TPC est effectuée. Les traces doivent notamment être compatibles, à 10 cm près, avec le point d'interaction. Le temps de décision est de 50 μs.

- Niveau 3

  Ce dernier niveau a accès à l'ensemble des données du détecteur et peut donc, grâce à une analyse détaillée, décider si oui ou non l'événement doit être gardé.

L'efficacité du système de déclenchement est très proche de 100%.

3.3.2 Traitement des données

A partir du moment où un événement a été accepté par le système de déclenchement, les données brutes sont transférées vers un système de reconstruction appelé FALCON. Il s'agit d'un ensemble de stations Alpha AXP faisant tourner le programme JULIA (Job to Understand Lep Interactions in ALEPH). Ce programme commence par une reconstruction topologique de l'événement au cours de laquelle les traces chargées sont reconstruites et les dépôts d'énergie dans les calorimètres sont localisés. Les quadri-impulsions de ces objets sont ensuite calculées. Les résultats de la reconstruction des événements sur FALCON sont enregistrés sur des bandes magnétiques (POT pour Production Output Tape). Un programme hors-ligne se charge alors d'éliminer les événements inintéressants pour la physique et de concentrer les informations dans des fichiers appelé DST (Data Summary Tape), sous forme de banques. La taille des données peut être réduite davantage, par l'élimination de certaines banques utilisées uniquement dans les étapes de la reconstruction. Les fichiers alors obtenus s'appellent Mini-DST et sont le point de départ de la plupart des analyses physiques.

L'analyse des données dans ALEPH est grandement facilitée par l'utilisation d'un logiciel, ALPHA [73], contenant un ensemble de sous-programmes permettant d'accéder directement à des informations comme l'impulsion ou le dE/dx d'une trace reconstruite.

3.4 Les Simulations Monte–Carlo

3.4.1 Génération

Notre analyse utilise, en plus des données réelles enregistrées par le détecteur ALEPH, un échantillon d'événements simulés. Dans ce lot d'événements simulés, on connaît la nature exacte de chaque particule, ainsi que ses *vraies* propriétés (énergie, impulsion, etc...). Ceci permet, comme nous le verrons au cours des chapitres suivants, d'estimer les efficacités de sélection, les résolutions sur divers paramètres, les puretés et les fractions de mauvais étiquetages. La simulation Monte–Carlo est également un outil très précieux pour vérifier et contrôler les différentes étapes d'une analyse.

Nous avons décrit, au chapitre précédent, comment la fragmentation était simulée (§2.2.1). La génération complète d'un échantillon d'événements Monte–Carlo, tels que ceux que nous utilisons dans cette analyse, nécessite plusieurs mois de temps de calcul sur ordinateur. C'est un travail qui est réalisé par certains membres de la collaboration ALEPH et qui donne naissance à ce que nous appellerons le "*Monte–Carlo officiel* ". Les événements sont, dans un premier temps, engendrés par un programme appelé KINGAL qui repose sur JETSET 7.4 [37]. On fait ensuite interagir les particules simulées avec un détecteur fictif. Cette simulation du détecteur est assurée par le programme GALEPH, adaptation du programme plus général GEANT, à la géométrie d'ALEPH. Les données obtenues sont alors du même type que les données réelles (avec la véritable origine des particules en plus). Le programme de reconstruction JULIA permet d'obtenir, comme pour les données réelles, des fichiers directement exploitables pour l'analyse physique.

Nous avons utilisé toute la statistique Monte–Carlo disponible, soit :

4 446 522	événements	$Z^0 \to q\bar{q}$
2 559 960	événements	$Z^0 \to b\bar{b}$
412 576	événements	$Z^0 \to c\bar{c}$

A titre de comparaison, les données enregistrées par le détecteur ALEPH que nous avons utilisées dans ce mémoire, contiennent 3 995 366 désintégrations hadroniques de Z^0.

3.4.2 Pondération de la simulation Monte–Carlo "officielle"

Le Monte–Carlo que nous utilisons pour notre analyse a été engendré en 1994, avec bien sûr, les paramètres tels qu'ils étaient connus à ce moment là. Il s'avère important de pouvoir changer les paramètres d'entrée du Monte Carlo, parce qu'ils sont de mieux en mieux connus chaque année et qu'il importe de faire l'analyse avec les paramètres les plus précis possibles, mais aussi pour l'étude des erreurs systématiques. Pour ne pas avoir à engendrer un échantillon Monte–Carlo complet à chaque fois que l'on change les paramètres d'entrée, ce qui nécessiterait des années de calcul, nous avons utilisé deux méthodes :

- **Les Monte–Carlo "*simplifiés*"**

  Il s'agit d'une véritable simulation Monte–Carlo, simplifiée, pour gagner du temps de calcul. Ces Monte–Carlo sont parfois appelés *"toy"* ou *"fast"* Monte–Carlo. Nous décrirons au chapitre 6 (§6.4.1) la génération des Monte–Carlo simplifiés.

- **La pondération de la simulation Monte–Carlo officielle**

Il s'agit de pondérer chaque événement du Monte–Carlo officiel, de telle sorte qu'il simule le nouvel ensemble de paramètres désirés (tableau 2.2, chap. 2). Par exemple, dans la simulation officielle, tous les hadrons beaux sont engendrés avec un temps de vie moyen de $\tau^{MC} = 1.5$ ps. Pour prendre en compte le fait que les baryons Λ_b^0 ont un temps de vie de $\tau^{PDG} = 1.22$ ps, chaque événement Λ_b^0 vrai, au lieu d'être compté une fois, est compté avec un poids :

$$w_{\tau_{\Lambda_b^0}} = \frac{\frac{1}{\tau^{PDG}} e^{-t_0/\tau^{PDG}}}{\frac{1}{\tau^{MC}} e^{-t_0/\tau^{MC}}}$$

où t_0 désigne le temps de vie vrai du candidat considéré.

Le Monte–Carlo est utilisé pour estimer les efficacités, les résolutions et les fractions de mauvais étiquetages. Dire qu'on utilise un Monte–Carlo *pondéré*, signifie que pour chaque histogramme utilisé, chaque entrée de l'histogramme n'est pas compté “une fois”, mais avec un poids w. Ce poids w est, pour chaque événement, le produit des différents poids correspondant aux paramètres réajustés.

Le poids correspondant au paramètre ϵ_b de la fonction de fragmentation de Peterson est :

$$w_{\text{fragm}} = \frac{\text{Peter}(z, \epsilon_b^{PDG})}{\text{Peter}(z, \epsilon_b^{MC})}$$

où la fonction $\text{Peter}(z, \epsilon)$ (2.4) et le paramètre z (2.3) ont été définis au chapitre précédent.

Tous les autres poids sont plus simples à traiter. Ce sont des poids de type “fraction” :

$$w_{\text{fraction}} = \frac{f^{PDG}}{f^{MC}}$$

Par exemple, pour pondérer le Monte–Carlo de telle sorte que la fraction de B_s^0 soit ${f_s}^{PDG} = 0.103$, chaque vrai B_s^0 est compté avec un poids

$$w_{f_s} = \frac{{f_s}^{PDG}}{{f_s}^{MC}}$$

et de même pour les paramètres f_d, $f_{\text{baryon } b}$, R_b, R_c et les rapports de branchements semi-leptoniques.

Dans la suite de ce mémoire, les données simulées utilisées sont celles obtenues à partir du Monte–Carlo officiel d'ALEPH, pondéré avec l'ensemble des valeurs du tableau 2.2 (chap. 2).

Chapitre 4

Sélection des événements et reconstruction du temps de vie

Dans ce chapitre, nous décrivons les deux premières étapes de notre analyse : sélection des événements et reconstruction du temps de vie propre des candidats. Une présélection permet d'obtenir un échantillon de désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux (§4.1). Comme nous l'avons vu au chapitre 2 (§2.6.1), le temps de vie d'une particule relativiste, dans son référentiel propre, est donné par :

$$t = \frac{\ell m}{p} = \ell g$$

où m, p et ℓ sont respectivement la masse, l'impulsion et la longueur de vol de la particule dans le référentiel du laboratoire. Nous décrivons comment la longueur de vol (§4.2) et l'impulsion (§4.3) sont reconstruites. Au paragraphe 4.4, nous expliquons comment les résolutions sur la longueur de vol et sur le terme de poussée peuvent être améliorées en se débarrassant des événements douteux que contient notre échantillon. La fonction de résolution sur le temps de vie qui sera utilisée dans l'ajustement de Δm_s, est présentée au paragraphe 4.5. Enfin, nous donnons la composition de l'échantillon et les variations d'efficacité en fonction du temps de vie, au paragraphe 4.6. La mesure de la durée de vie qui nécessite l'explication de la fonction de vraisemblance utilisée, sera présentée au chapitre 6.

4.1 Présélection des événements

Nous cherchons des désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux :

$$X_b \to X l \nu$$

Cette recherche peut se partager en deux étapes. Parmi les événements enregistrés par ALEPH, on commence par rechercher des désintégrations hadroniques de Z^0. Puis, dans ce lot d'événements, on sélectionne des désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux.

4.1.1 Evénements hadroniques

Pour comprendre le problème posé, il est utile de connaître les différents types d'événements qu'on peut observer dans ALEPH. Les cas les plus courants sont illustrés sur la figure 4.1. Il s'agit de reconstructions d'événements réels dans le plan (r, ϕ), visualisés par le logiciel DALI [74]. Les

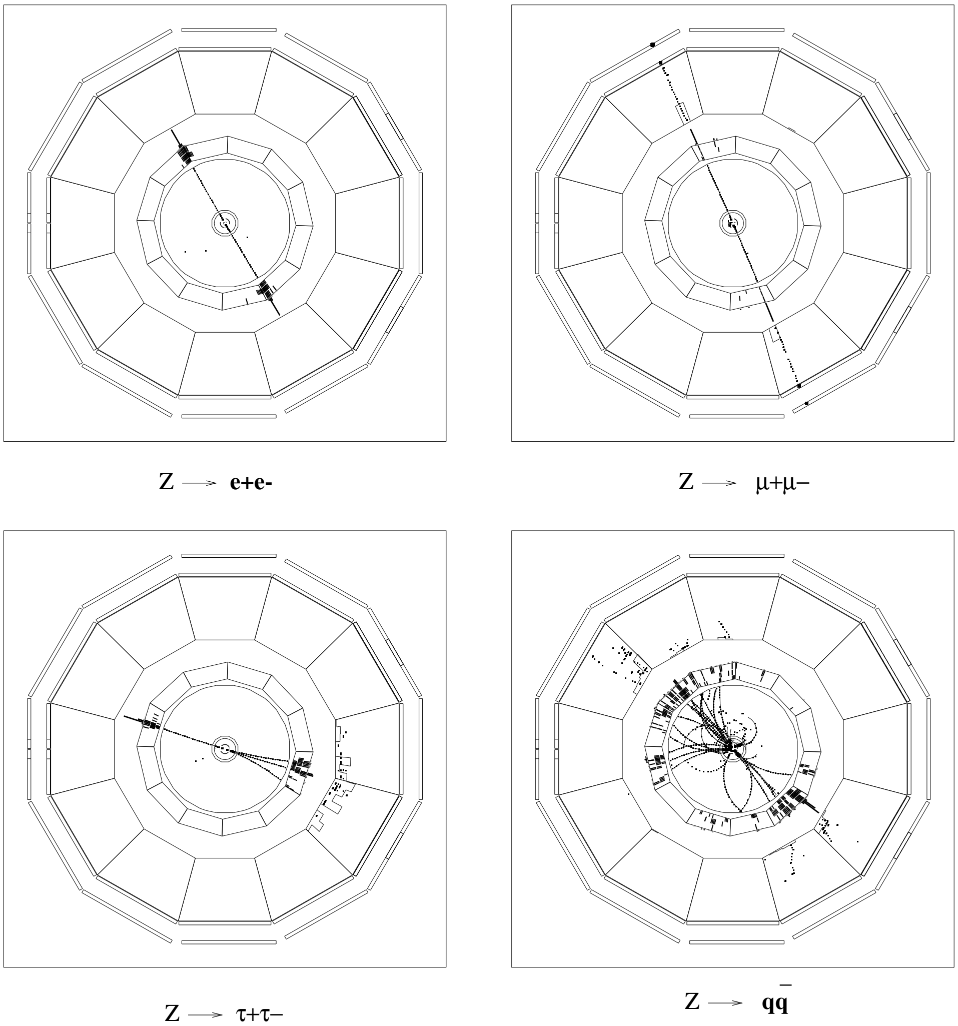

Figure 4.1: Les désintégrations du boson Z^0 observées par le détecteur ALEPH (vue transversale).

événements $Z \to q\bar{q}$ sont caractérisés par un nombre plus important de traces chargées (16 en moyenne). Un événement est déclaré hadronique lorsqu'il vérifie les deux conditions suivantes :

- Au moins cinq "bonnes traces chargées" telles qu'elles ont été définies (§3.2.3) doivent être identifiées. Cette première coupure permet de rejeter tous les événements e^+e^- et la quasi-totalité des événements $\tau^+\tau^-$.

- Pour éliminer les événements du type "diffusion photon-photon" (fig. 4.2), on demande que l'énergie totale des traces soit supérieure à 10% de l'énergie dans le centre de masse du LEP. En effet, ce type de processus indésirable créé des événements hadroniques, mais avec une énergie beaucoup plus faible que les événements $e^+e^- \to q\bar{q}$.

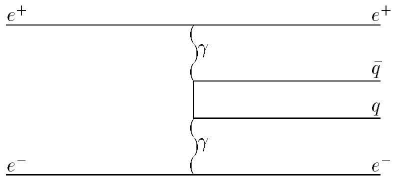

Figure 4.2: "Diffusion photon-photon" engendrant des événements hadroniques avec une paire $q\bar{q}$ peu énergétique, lors d'une collision électron-positron.

4.1.2 Séparation en hémisphères

Les événements hadroniques produits au LEP contiennent généralement deux ou trois jets. Les événements à deux jets reflètent la production initiale d'une paire $q\bar{q}$; ceux à trois jets et plus sont attribués à des radiations de gluons ($Z^0 \longrightarrow q\bar{q}g$). Nous nous intéressons aux deux hadrons lourds produits, c'est-à-dire aux particules emportant les deux quarks initiaux. Pour exploiter séparément ces deux types d'informations, l'événement est partagé en deux hémisphères par rapport à un axe qui représente approximativement la direction d'émission de la paire $q\bar{q}$. Cet axe, appelé *axe de poussée* (*thurst axis* en anglais), est défini par le vecteur $\vec{n}$ tel que la quantité :

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\vec{p_i}.\vec{n}|}{\sum_{i=1}^{n} |\vec{p_i}|}$$

soit maximale, $\vec{p_i}$ étant l'impulsion de la trace i. La somme s'étend à toutes les traces chargées et neutres. Dans les événements $Z^0 \longrightarrow q\bar{q}g$, l'axe de poussée ne reproduit pas la direction de la paire $q\bar{q}$ initiale. Mais cet effet est faible; pour moins de 1% des événements, les deux hadrons beaux sont dans le même hémisphère.

4.1.3 Evénements beaux semi-leptoniques

Les événements $Z \rightarrow b\bar{b}$ ont la particularité, par rapport aux autres événements hadroniques produits au LEP, de posséder deux vertex secondaires théoriquement distincts du vertex primaire, lieu de rencontre de l'électron et du positron. Nous exploiterons cette particularité au paragraphe 4.2. Les événements $Z \rightarrow b\bar{b}$, où au moins l'un des deux quarks b se désintègre de façon semi-leptonique, possèdent en outre, les deux propriétés suivantes :

- un lepton de forte impulsion transverse par rapport à l'axe de son jet, est émis;
- une énergie manquante, reflétant la présence d'au moins un neutrino.

Pour calculer le temps de vie des mésons sélectionnés, nous aurons besoin d'estimer l'énergie de ce neutrino. Puisque celui-ci n'interagit pas avec le détecteur, on estime son énergie en faisant la différence entre l'énergie totale de l'événement et celle vue par le détecteur (§4.3.2). Pour que cette énergie manquante soit correctement calculée, il ne faut pas que trop de particules soient diffusées à petit angle, car on risque de perdre une partie de l'information dans le tube à vide du faisceau. Pour remplir cette condition, on demande que

$$|\cos\theta_{\text{poussée}}| \leq 0.85$$

où $\theta_{\text{poussée}}$ est l'angle entre l'axe du faisceau et l'axe de poussée.

La recherche d'électrons et de muons est ensuite effectuée en utilisant les critères de sélection standard d'ALEPH, tels qu'ils ont été résumés au deuxième chapitre (§3.2.5). Le lepton de plus forte impulsion est sélectionné. L'hémisphère dont nous parlons dans la suite est celui qui contient ce lepton. Pour enrichir l'échantillon en désintégrations directes de hadrons beaux (voir §2.4.2), les variables impulsion et impulsion transverse du lepton sont utilisées. La grande masse du quark b confère au lepton primaire une énergie élevée et l'impulsion transverse p_T du lepton par rapport à la direction du hadron beau, invariante par passage au référentiel du laboratoire, en conserve le souvenir. D'autre part, la fragmentation dure du quark b donne au hadron beau, une impulsion moyenne de 30 GeV/c, comme nous l'avons vu au paragraphe §2.2.1. Ces deux effets combinés confèrent une impulsion et une impulsion transverse plus élevées aux leptons primaires qu'aux autres types de leptons. En pratique, la direction du hadron beau, nécessaire pour calculer l'impulsion transverse, est approchée par l'axe du *jet* contenant le lepton. La définition des jets a été optimisée pour obtenir la meilleure séparation possible entre les leptons primaires et les autres processus [72].

Dans chaque événement, les particules chargées et neutres sont regroupées en jets suivant l'algorithme de JADE [75]. Deux traces sont associées si la quantité y_{ij} définie par :

$$y_{ij} = \frac{2E_iE_j\left(1 - \cos\theta_{ij}\right)}{E_{\text{vis}}^2} \tag{4.1}$$

est inférieure à la limite $y_{\text{cut}} = 0.004$. E_i et E_j sont les énergies des traces i et j, θ_{ij} l'angle entre les deux trajectoires et E_{vis} l'énergie visible totale de l'événement. La paire de traces ayant la valeur de y_{ij} la plus petite est retenue, les deux traces d'origine sont remplacées par une pseudo-trace dont l'impulsion et l'énergie sont la somme de celles des deux traces fusionnées. La procédure est réitérée jusqu'à ce qu'aucune paire ne vérifie $y_{ij} \leq y_{\text{cut}}$. Les pseudo-traces restantes sont les jets recherchés. L'impulsion transverse, notée p_T, est calculée par rapport à l'axe du jet contenant le lepton, en soustrayant d'abord l'impulsion du lepton à celle du jet.

Une coupure sur l'impulsion p, permet d'enrichir l'échantillon en leptons primaires, mais elle est de toute façon nécessaire pour une bonne identification des leptons. En effet, les muons de moins de 3 GeV/c n'ont pas assez d'énergie pour atteindre les chambres à muons et à basse énergie, les gerbes produites par les électrons, dans le calorimètre électromagnétique, sont plus difficilement distinguables des gerbes hadroniques. C'est pourquoi une coupure sur l'impulsion, à 3 GeV/c est exigée.

Le signe du lepton étiquetant la saveur finale des mésons, il est crucial de réduire autant que possible, la quantité de leptons de type $b \to c \to l$ et $c \to l$. Dans cette optique, une coupure sur l'impulsion transverse p_T à 1.25 GeV/c a été optimisée [76], pour obtenir le meilleur compromis entre perte en efficacité et rejet des leptons non primaires.

4.2 Reconstruction de la longueur de vol

La figure 4.3 représente une désintégration semi-leptonique directe d'un hadron beau. Le hadron B, créé au vertex primaire, vole sur quelques millimètres, avant de se désintégrer en

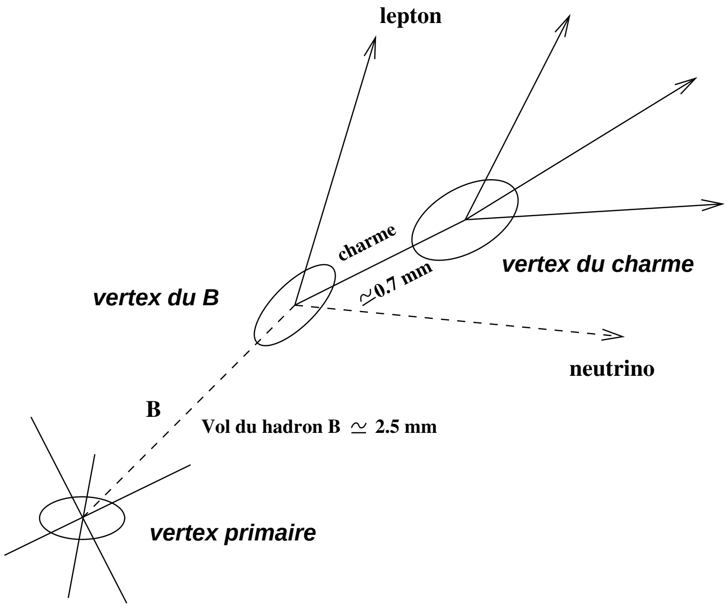

Figure 4.3: Représentation schématique d'une désintégration semi-leptonique typique d'un hadron B.

lepton, neutrino et hadron charmé, en un point appelé *vertex du B*, ou vertex secondaire. Le hadron charmé[1] qui a une durée de vie moyenne plus courte et une énergie plus faible que celle du B, vole sur une distance de l'ordre de 0.7 mm. Ce hadron charmé se désintègre en un point appelé *vertex du charme*, ou vertex tertiaire.

Le principe de reconstruction de la longueur de vol, inspiré de [58], est le suivant : on estime dans un premier temps, la position du vertex primaire (§4.2.1). On reconstruit ensuite partiellement le hadron charmé (§4.2.2). Enfin l'intersection de ce hadron avec le lepton donne le vertex du B (§4.2.3). La longueur de vol est la distance entre le vertex du B et le vertex primaire, projetée sur la direction du jet du B, comme nous l'expliquerons au paragraphe 4.2.4.

4.2.1 Reconstruction du vertex primaire

Le vertex primaire est reconstruit événement par événement, en combinant les informations provenant de la position et de l'étalement moyen des faisceaux du LEP avec les informations portées par les traces chargées de l'événement.

Utilisation de la position et de la taille des faisceaux

La position des faisceaux dans le plan transverse (x, y) est estimée pour des séries de 75 événements hadroniques consécutifs. Le choix de ce nombre d'événements constitue un compromis entre un suivi exact de l'évolution de la position des faisceaux dans le temps et l'obtention d'une bonne précision statistique. Les paramètres d'impact des traces chargées des 75 événements, ainsi que leurs erreurs, sont mesurés dans le plan transverse. La position du

[1] Le hadron charmé est aussi désigné par *charme*, par abus de langage.

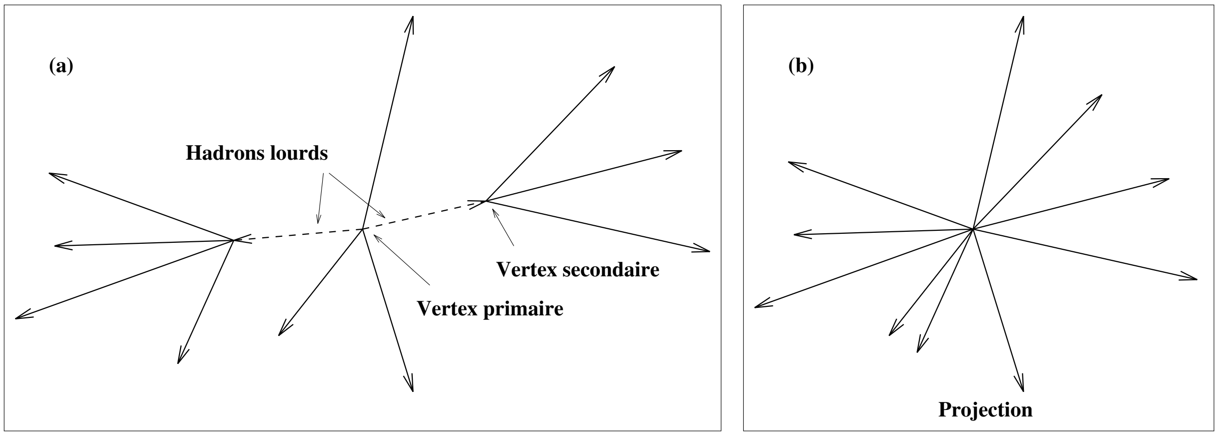

Figure 4.4: Schéma de principe de la recherche du vertex primaire. (a) Exemple d'événement avec désintégrations de hadrons lourds. (b) Après projection le long de la direction des hadrons lourds, toutes les particules semblent provenir du même point.

barycentre du faisceau, moyennée sur ces 75 événements, est alors ajustée. Cette position, combinée avec la taille physique des faisceaux fournit, une estimation du vertex primaire avec une précision de l'ordre de 10 μm en y et de 200 μm en x. L'information en z est quasiment inexistante (de l'ordre de 1 cm).

Utilisation des traces chargées

Les traces chargées de l'événement fournissent une information tridimensionnelle supplémentaire sur la position du point d'interaction. L'approche consistant à chercher un vertex commun à toutes les traces de l'événement n'est pas adaptée à la topologie des événements $Z \to b\bar{b}$. En effet, la position du vertex primaire ainsi obtenue serait déplacée par rapport à sa position réelle, dans la direction du hadron beau de plus grande longueur de vol. Une technique a été développée pour s'affranchir de ce problème [77]. Le principe consiste à projeter les traces chargées de chaque jet dans un plan orthogonal à la direction du jet (voir fig. 4.4). Ainsi, dans chacun de ces plans, les traces semblent provenir d'un même point.

La position du vertex primaire est obtenue en combinant, en trois dimensions, l'information des points d'intersection des traces dans chaque plan avec la taille et la position des faisceaux. La figure 4.5 représente, pour les trois directions de l'espace, la différence entre la position vraie et la position reconstruite du vertex primaire. La résolution est bien meilleure en y, car dans cette direction, la taille de la région d'intersection entre les faisceaux est très petite.

4.2.2 Reconstruction de la trace du hadron charmé

La trace du hadron charmé est reconstruite à partir des traces chargées attribuées au vertex du charme. Si l'on exclut le lepton, l'hémisphère ne contient, en principe, que les traces de fragmentation provenant du vertex primaire et les traces de désintégration du hadron charmé (fig. 4.3). Le vertex du charme est reconstruit à l'aide d'un algorithme standard dans ALEPH [78]. Le principe est le suivant : le vertex du charme est recherché dans un cylindre, centré sur la direction du jet contenant le lepton, de 1 cm de longueur à partir du vertex primaire

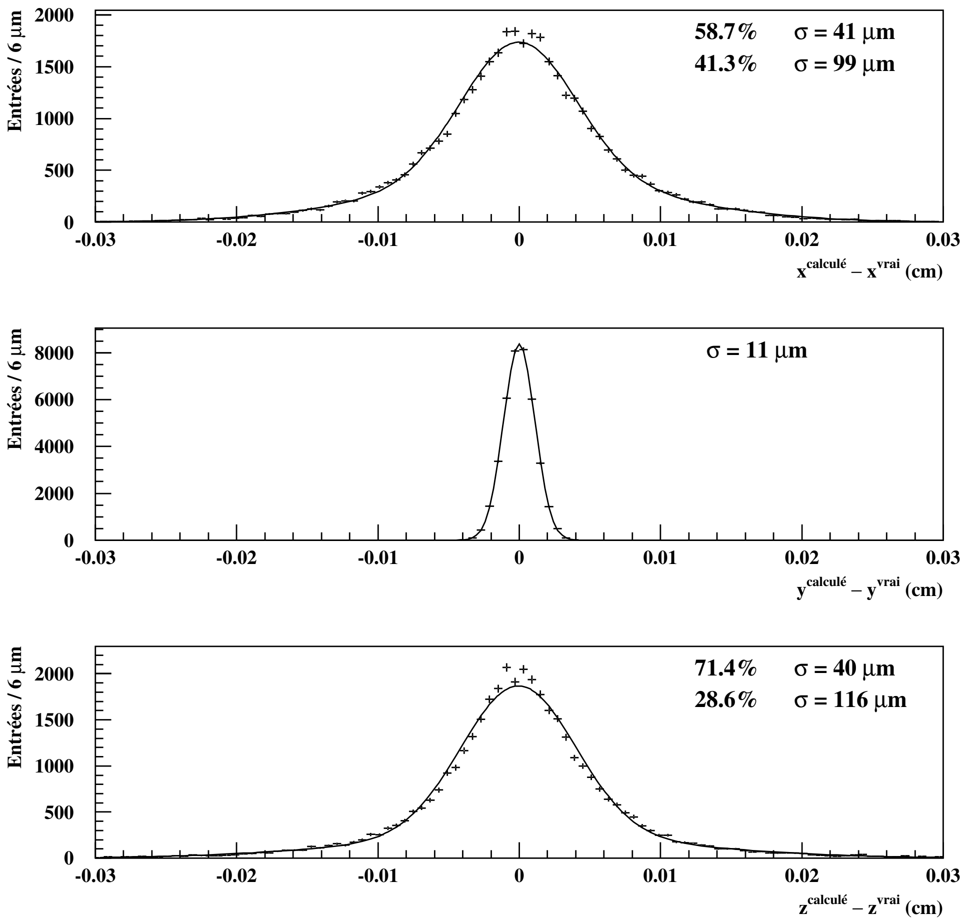

Figure 4.5: Distribution de la différence entre la position calculée et la position vraie du vertex primaire en x, y et z, dans le Monte–Carlo (croix). Les courbes superposées sont le résultat de l'ajustement par des gaussiennes (deux en x et z et une en y), dont les fractions et les écarts types respectifs sont indiqués.

(pour tenir compte de l'éloignement du vertex du charme) et de 500 μm de rayon (pour tenir compte de la résolution angulaire sur la direction de vol approchée).

Le χ^2 d'une trace par rapport à un point est défini par :

$$\chi^2 = \left(\frac{\delta}{\sigma_\delta}\right)^2$$

où δ est la distance d'approche minimale de la trace au point (paramètre d'impact) et σ_δ l'erreur sur cette distance.

A chaque nœud d'une grille de coordonnées spatiales 200 μm selon la direction du jet et 20 μm selon la direction transverse du jet, on mesure la différence $\Delta\chi^2$ entre :

- la somme des χ^2 de toutes les traces chargées par rapport au vertex primaire,
- la somme des χ^2 des traces, évalués soit par rapport au vertex primaire, soit par rapport au nœud considéré, suivant que la trace est plus proche de l'un ou l'autre.

Les valeurs des $\Delta\chi^2$ entre les nœuds de la grille sont extrapolées à partir des valeurs des $\Delta\chi^2$ aux nœuds, par des fonctions paraboliques. La position du vertex du charme est estimée par le point où $\Delta\chi^2$ est maximal.

Toute les traces présentes dans l'hémisphère sont ensuite classifiées et attribuées soit au vertex primaire, soit au vertex du charme. Dans cette classification, les traces mal reconstruites sont éliminées par les coupures de qualité suivantes :

- Le χ^2 par degrés de liberté de l'ajustement de la trace (§3.2.3) doit être inférieur à 4.
- Les distances minimales d'approche $|d_0|$ et $|z_0|$ de la trace au point d'interaction ne doivent pas excéder 3 mm ou la distance entre le vertex du charme et le vertex primaire. Cette coupure permet d'éliminer une partie des traces provenant d'autres vertex (pions, kaons), tout en conservant les traces de désintégration du hadron charmé.

Finalement, une trace est attribuée au vertex du charme si elle vérifie, en outre, les deux critères suivant :

- elle doit passer à moins de 1.4σ du vertex du charme, c'est-à-dire

$$\left|\frac{\delta}{\sigma_\delta}\right| < 1.4 \quad ;$$

- son impulsion doit être supérieure à 1.5 GeV/c, de façon à éliminer une partie des traces de fragmentation, moins énergétiques en moyenne, que les traces de désintégration du charme. De plus, les traces de faible impulsion ont une valeur de σ_δ élevée, à cause de la diffusion multiple.

Le vertex du charme est ensuite reconstruit, par une méthode d'ajustement des moindres carrés, en utilisant les paramètres des traces attribuées au vertex du charme et leur matrice d'erreur. D'une façon générale, on définit pour un ensemble de n particules, une variable χ^2 par :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(h_i - h(v,p_i)\right)^T C_i^{-1} \left(h_i - h(v,p_i)\right)$$

- Les h_i représentent les 5 paramètres de l'hélice de la trace i et C_i la matrice de covariance associée.
- p_i est l'impulsion de la trace i.
- h est la fonction donnant les paramètres de la trajectoire hélicoïdale passant par le vertex recherché v.

La minimisation de la variable χ^2 permet d'évaluer la position du vertex v, ainsi que sa matrice de covariance qui peut être interprétée comme un ellipsoïde d'incertitude entourant le vertex. Le nombre de degrés de liberté d'un tel ajustement est $N^{\rm ddl} = 2n - 3$. Pour améliorer la qualité de l'ajustement, on exige qu'au moins une des traces attribuées au vertex du charme ait un impact dans le détecteur de vertex, en (r, ϕ) ou en z. Si une seule trace est attribuée au vertex du charme, ce qui arrive dans 30% des cas, elle sert de trace charmée.

4.2.3 Reconstruction du vertex du hadron B

La position du vertex du hadron B est déterminée, en utilisant la méthode de minimisation de χ^2 expliquée au paragraphe précédent, appliquée au couple constitué de la trace du lepton et de la trace charmée. Pour améliorer la précision de la reconstruction, on exige que le lepton ait au moins un point de mesure dans le VDET, en (r, ϕ) ou en z. On impose de plus une condition sur la qualité de l'ajustement : le χ^2 du vertex du B doit être inférieur à 25 [2].

4.2.4 Longueur de vol projetée

Connaissant les positions des vertex primaire $\vec{V_P}$ et secondaire $\vec{V_B}$, il est immédiat d'en déduire la longueur de vol de nos candidats. Cependant, pour tenir compte des effets de résolution sur cette mesure, il est préférable d'utiliser la distance de vol projetée [79]:

$$\ell = (\vec{V}_B - \vec{V}_P) \cdot \vec{j} \tag{4.2}$$

où $\vec{j} = \overrightarrow{p_{jet}}/p_{jet}$ est un vecteur unitaire colinéaire à l'axe du jet contenant le lepton. Cette longueur est donc la distance entre les deux vertex, projetée sur la direction du jet contenant le lepton. Elle peut être négative, ce qui traduit les erreurs commises sur la position des vertex. Une estimation de l'erreur sur la longueur de vol, événement par événement, est obtenue à partir des matrices de covariance Σ_P du vertex primaire et Σ_B du vertex du B :

$$\sigma_\ell = \sqrt{\vec{j}^T \cdot (\Sigma_P + \Sigma_B) \cdot \vec{j}} \tag{4.3}$$

En utilisant le Monte–Carlo, cette estimation de l'erreur sur la longueur de vol peut être comparée à l'erreur vraie $\ell - \ell_0$, où ℓ_0 est la vraie longueur de vol. La distribution de $(\ell - \ell_0)/\sigma_\ell$, appelée *résolution normalisée*, n'est malheureusement pas gaussienne. Ceci est dû à deux effets :

- dans la procédure de reconstruction (§4.2.2), certaines traces sont attribuées au mauvais vertex;

[2]Puisque nous avons toujours deux traces dans cet ajustement, le nombre de degrés de liberté vaut 1. Par conséquent, le χ^2 et le $\chi^2/N^{\rm ddl}$ sont égaux.

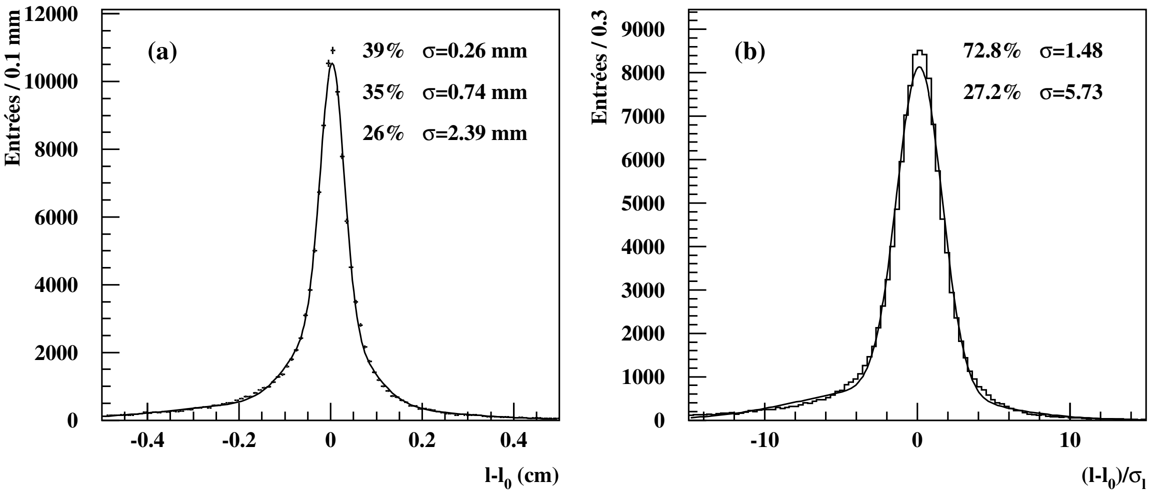

Figure 4.6: Avant les coupures du paragraphe 4.4; (a) résolution sur la longueur de vol, ajustée par la somme de trois gaussiennes; (b) résolution normalisée sur la longueur de vol ajustée par la somme de deux gaussiennes. Les fractions et les écarts types des gaussiennes sont indiqués (à comparer avec fig. 4.10 et fig. 4.13).

- le vertex du charme peut comporter des traces neutres (K^0, π^0, neutrinos) et ces dernières ne sont pas utilisées dans la reconstruction. Ceci entraîne une estimation biaisée de l'impulsion du charme, impulsion qui est utilisée pour reconstruire le vertex du B.

La figure 4.6 montre la résolution vraie et la résolution normalisée obtenues à ce stade de notre analyse. Nous verrons au paragraphe 4.4, comment améliorer la résolution.

4.3 Reconstruction de l'impulsion

4.3.1 Principe

La mesure de l'impulsion du hadron beau complète celle de la distance de vol dans la reconstruction du temps de vie propre. Cette mesure a été optimisée pour obtenir la meilleure résolution relative possible sur le terme de poussée, puisque cette quantité est celle qui intervient directement dans l'expression de la résolution sur le temps de vie (§4.5).

L'impulsion du candidat est donnée par :

$$p_B = \sqrt{E_B^2 - m_B^2}$$

où $m_B = 5.3$ GeV$/c^2$ est la masse du hadron B. Pour connaître l'énergie E_B du B, il suffit théoriquement de faire la somme des énergies de ses enfants : le lepton, le neutrino et le hadron charmé :

$$E_B = E_l + E_\nu + E_c$$

En pratique, l'énergie du lepton ne pose pas de problème, puisqu'elle est connue à environ 250 MeV près, grâce à l'impulsion mesurée dans la TPC et à l'énergie déposée dans le calorimètre

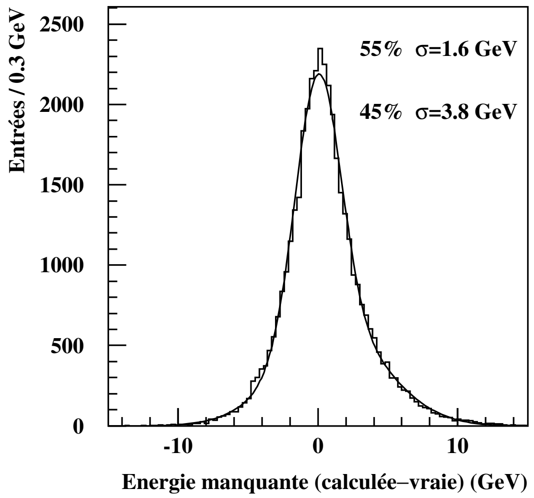

Figure 4.7: Résolution sur l'énergie manquante. L'histogramme est ajusté par la somme de deux gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués.

électromagnétique. En revanche, le neutrino échappe à toute détection et le hadron charmé n'est que partiellement reconstruit, comme nous allons le voir.

4.3.2 Energie manquante

L'énergie du ou des neutrinos présents dans l'hémisphère contenant le lepton est estimée à partir de l'énergie manquante dans cet hémisphère. Cette estimation repose sur la conservation de l'énergie et de l'impulsion en supposant que les impulsions des deux hémisphères de l'événement sont colinéaires [80]. L'impulsion d'un hémisphère est la somme vectorielle des impulsions des traces chargées et neutres qu'il contient. Dans ce qui suit, l'indice "s" (same) se rapporte à l'hémisphère contenant le lepton et l'indice "o" à l'hémisphère opposé. Dans l'hémisphère contenant le lepton, l'énergie manquante est la différence entre l'énergie totale théoriquement attendue et l'énergie visible :

$$E_s^{\mathrm{manquante}} = E_s^{\mathrm{totale}} - E_s^{\mathrm{visible}}$$

$$E_s^{\mathrm{totale}} = \frac{\sqrt{s}}{2} + \frac{M_s^2 - M_o^2}{2\sqrt{s}}$$

$\sqrt{s}$ désigne l'énergie totale dans le centre de masse; M_s et M_o sont les masses invariantes des deux hémisphères :

$$M_{s,o}^2 = E_{s,o}^2 - \overrightarrow{p_{s,o}}^2$$

où $E_{s,o}$ et $\overrightarrow{p_{s,o}}$ désignent l'énergie et l'impulsion visibles des hémisphères. La résolution obtenue sur l'énergie manquante est montrée sur la figure 4.7.

4.3.3 Terme correctif

Ayant estimé l'énergie du lepton et l'énergie manquante, nous désignons par terme correctif, la dernière quantité à ajouter pour obtenir l'énergie du B. Les précédentes analyses inclusives

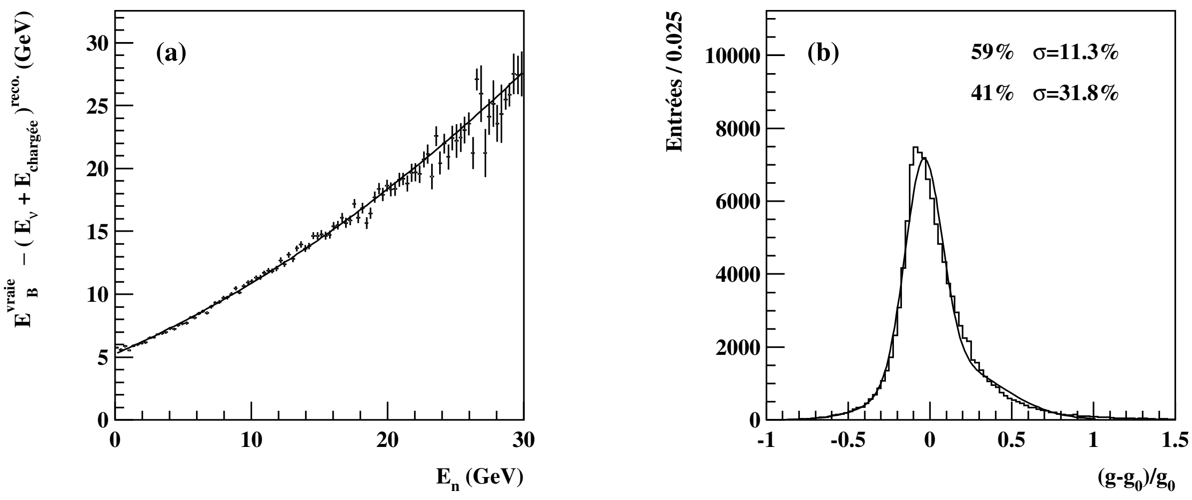

Figure 4.8: Estimation du terme de poussée, sans utiliser l'algorithme de jet nucléé. (a) Détermination du facteur de correction à appliquer à l'énergie du B (fonction $f(E_n)$). (b) Résolution relative obtenue sur le terme de poussée, ajustée par la somme de deux gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués. g_0 est le vrai terme de poussée.

d'ALEPH [58, 59, 81] ont utilisé une correction globale, fonction de l'énergie neutre du jet contenant le lepton, pour ajuster l'énergie du B. La meilleure résolution est obtenue dans [81]. Nous rappelons cette méthode, dans le but de la comparer à celle que nous avons utilisée et que nous expliquerons au paragraphe suivant.

Correction en fonction de l'énergie neutre

Dans [81], l'énergie du B est estimée par :

$$E_B = E_\nu + E_l + E_{\text{charme chargé}} + f(E_n)$$

où $E_{\text{charme chargé}}$ est l'énergie chargée au vertex du charme. $f(E_n)$ est un terme correctif dépendant de l'énergie neutre électromagnétique du jet contenant le lepton. L'énergie neutre hadronique, très imprécise et mal reproduite dans le Monte–Carlo, n'est pas utilisée. La fonction $f(E_n)$ est ajustée pour obtenir une estimation non biaisée de l'énergie totale du B, à partir de la simulation (voir fig. 4.8a). La résolution relative sur le terme de poussée obtenue par cette méthode est montrée sur la figure 4.8b.

Jet nucléé

Dans le but d'améliorer cette résolution, nous avons utilisé une autre méthode, inspirée de [79, 82]. L'énergie du charme est estimée en construisant un jet autour de la trace charmée déterminée au §4.2.2. Cet algorithme, dit de *"jet nucléé"*, consiste à additionner les quadri-impulsions des traces chargées et neutres les plus proches de la trace charmée, jusqu'à ce que la masse de l'objet ainsi obtenu atteigne 2.7 GeV/c^2. Le terme "proche" est défini au sens de l'algorithme de JADE (éq. 4.1). Dans cette "nucléation", les traces d'impulsion inférieure à 0.5 GeV/c sont

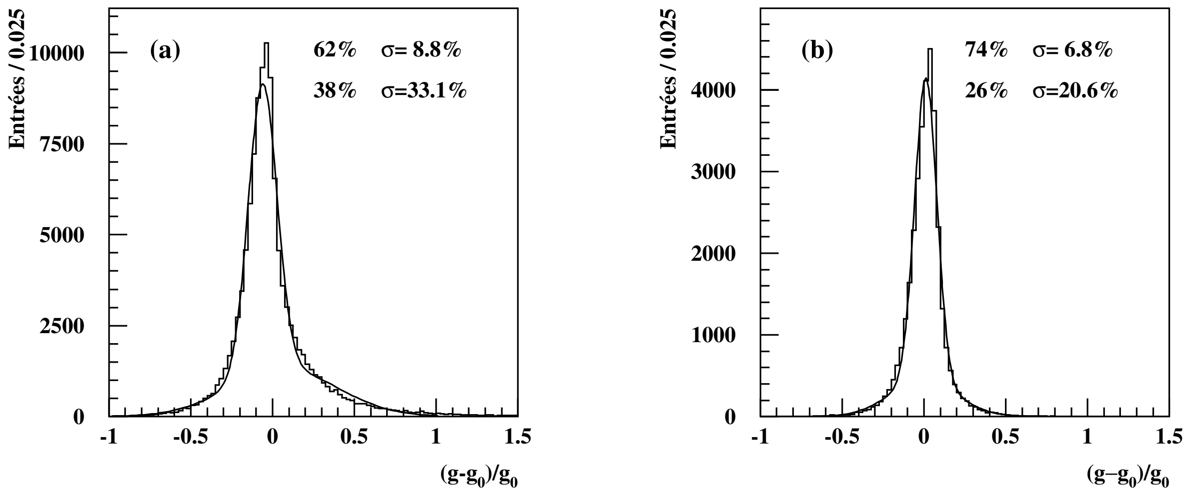

Figure 4.9: Résolution relative sur le terme de poussée, en utilisant l'algorithme de jet nucléé; (a) après la présélection, (b) après l'élimination des événements douteux (§4.4). Les histogrammes sont ajustés par la somme de deux gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués.

exclues car elles ont une probabilité plus importante de provenir de la fragmentation que du vertex du charme. La coupure sur la masse du jet, à 2.7 GeV/c^2, est optimisée pour obtenir la meilleure résolution relative sur le terme de poussée. La figure 4.9a montre la résolution relative obtenue sur le terme de poussée, par l'algorithme de jet nucléé. Sans aucune perte d'événements par rapport à la méthode précédente, le cœur de la distribution a un écart type plus petit, de 28% et la fraction de queues est plus petite.

4.4 Elimination des événements douteux

La résolution sur le temps de vie étant fondamentale pour espérer mesurer une valeur élevée de Δm_s, nous nous sommes efforcés d'améliorer cette résolution, en rejetant les événements potentiellement mal reconstruits. Les seuls événements que l'on souhaiterait idéalement conserver, dans notre échantillon, sont les désintégrations primaires de mésons B_s^0. Tous les autres types d'événements seront désignés par la suite par "bruit de fond".

L'idée d'éliminer une partie des événements de notre échantillon peut sembler curieuse, puisque nous utilisons une résolution événement par événement. On pourrait en effet s'attendre à perdre de l'information en rejetant des événements. Ceci serait exact si la résolution σ_ℓ estimait correctement la vraie erreur $\ell - \ell_0$. Or nous avons vu que la résolution normalisée (fig. 4.6) n'était pas gaussienne. Autrement dit, dans certains cas, l'estimateur σ_ℓ n'a pas seulement une valeur élevée, mais une valeur fausse. Nous avons recherché, dans la simulation, les caractéristiques des événements parasites présentant une estimation incorrecte de $\ell - \ell_0$, c'est-à-dire les événements présents dans les queues de la résolution normalisée. Dans cette procédure de "nettoyage de l'échantillon", nous avons également contrôlé les coupures susceptibles d'améliorer la résolution sur le terme de poussée et, d'une façon générale, d'augmenter le rapport signal sur bruit.

Le tableau 4.1 montre l'effet des différentes coupures adoptées, séparément et toutes ensemble. La première colonne indique la coupure considérée; la deuxième colonne, l'écart type de la résolution normalisée sur la longueur de vol; la troisième colonne, l'écart type de la résolution relative sur le terme de poussée. Notons que ces chiffres fournissent seulement une indication sur les résolutions. Pour comparer de façon correcte deux distributions non gaussiennes, il faudrait théoriquement fournir plus d'information (écarts types et fractions de queues). Les cinquième et sixième colonnes indiquent les pourcentages d'événements de type $Z \to c\bar{c}$ et uds dans l'échantillon. Les événements de type uds sont, soit des hadrons mal identifiés provenant de la fragmentation, soit des leptons provenant de la désintégration en vol de pions ou de kaons. La dernière colonne ("fragm.") indique, parmi les traces attribuées au vertex du charme, le pourcentage de celles qui proviennent réellement du vertex primaire. La première ligne ("Présélection") correspond aux propriétés de l'échantillon, après la reconstruction de l'impulsion (§4.3) et avant l'élimination des événements douteux.

Les arguments cinématiques suivants sont considérés dans la procédure de nettoyage.

- **Angles**

  Plus l'angle entre la trace charmée et le lepton $(\widehat{tc,l})$ est grand et plus la probabilité d'avoir attribué une trace de fragmentation au vertex du charme augmente. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de couper sur l'angle $(\widehat{tc,l}) < 30°$. Par ailleurs, lorsque cet angle est très petit, l'incertitude sur la longueur de vol est très grande, à cause des erreurs de parallaxe. Nous avons exigé $(\widehat{tc,l}) > 5°$. Pour ces mêmes raisons, nous avons coupé sur l'angle entre l'axe du jet et le lepton : $(\widehat{jet,l}) < 20°$. Les distributions de $(\widehat{tc,l})$ et $(\widehat{jet,l})$, ainsi que les coupures effectuées sont représentées sur les figures 4.11a et 4.11b.

- **Impulsion**

  Les traces de fragmentation ont, en moyenne, une impulsion inférieure à celle provenant du vertex du charme. Une étude Monte–Carlo nous a permis d'établir, qu'une coupure bi-dimensionnelle sur l'impulsion $|\vec{p}_{tc}|$ de la trace charmée et l'angle entre cette dernière et le lepton, permettait d'améliorer sensiblement la résolution normalisée $(\ell - \ell_0)/\sigma_\ell$. Nous avons choisi :

  $$\begin{cases} (\widehat{tc,l}) < 10° \Rightarrow |\vec{p}_{tc}| > 8 \text{ GeV}/c \\ (\widehat{tc,l}) \geq 10° \Rightarrow |\vec{p}_{tc}| > 4 \text{ GeV}/c \end{cases}$$

  Cette coupure apparaît à la ligne "Coupure sur $|\vec{p}_{tc}|$" dans le tableau 4.1.

- **Energie**

  Les événements beaux semi-leptoniques doivent, par définition, comporter un neutrino. En observant la distribution de l'énergie manquante dans l'hémisphère contenant le lepton (fig. 4.11c), on constate que cette énergie peut être très faible et même négative. Bien que cette énergie puisse, en principe, être négative à cause de la résolution, nous avons imposé qu'elle soit supérieure à -2 GeV, en constatant que cette coupure réduisait de façon notable le nombre d'événements de bruit de fond uds.

- **Masse**

  La masse de la trace chargée ne doit pas, en principe, excéder la masse d'un méson D_s^-, c'est-à-dire environ 2 GeV/c^2, aux effets de résolution près. Nous avons donc imposé que cette masse soit inférieure à 3 GeV/c^2. Nous avons ensuite calculé une estimation de la masse du hadron beau reconstruit de la façon suivante :

  $$m_B = \sqrt{E_B^2 - \vec{p_B}^2}$$

Tableau 4.1: Effets des principales coupures (voir texte).

Coupures	Effi. (%)	$\sigma\left(\frac{\ell-\ell_0}{\sigma_\ell}\right)$	$\sigma\left(\frac{g-g_0}{g_0}\right)$	c (%)	uds (%)	fragm. (%)
Présélection	100	3.25	0.265	6.86	5.05	40.1
$5° < (\widehat{tc,l}) < 30°$	79.3	2.77	0.226	5.35	3.90	31.7
$0° < (\widehat{jet,l}) < 20°$	78.8	2.61	0.221	5.79	3.80	29.8
Coupure sur $\lvert\vec{p}_{tc}\rvert$	54.9	2.78	0.230	5.17	4.98	35.2
$E^{\text{manquante}} > -2$ GeV	95.3	3.25	0.251	6.81	4.16	39.4
$0 \leq m_B \leq 8$ GeV$/c^2$	67.3	2.80	0.199	5.49	1.78	27.8
Toutes les coupures	35.5	2.09	0.123	2.31	0.95	9.7

La conservation du quadri-vecteur énergie impulsion du B impose :

$$\begin{cases} E_B &= E_l + E_\nu + E_c \\ \vec{p}_B &= \vec{p}_l + \vec{p}_\nu + \vec{p}_c \end{cases}$$

En supposant que la direction du jet soit parallèle à celle du B, l'impulsion du B est :

$$|\vec{p}_B| = \vec{p}_l.\vec{j} + \vec{p}_\nu.\vec{j} + \vec{p}_c.\vec{j}$$

où $\vec{j}$ est le vecteur défini en (4.2) et $\vec{p}_c$ l'impulsion du jet nucléé (§4.3.3). L'impulsion longitudinale du neutrino est :

$$\vec{p}_\nu.\vec{j} = \sqrt{{E_\nu}^2 - \overrightarrow{p_{\nu T}}^2}$$

et son impulsion transverse est donnée par :

$$\overrightarrow{p_{\nu T}} = -(\vec{p}_l + \vec{p}_c) \wedge \vec{j}$$

La distribution de la masse m_B est représentée sur la figure 4.11d et fait apparaître une longue queue vers les valeurs positives. En outre, pour environ 20% des événements, la quantité $E_B^2 - \vec{p_B}^2$ est négative et le calcul de m_B, par conséquent, impossible. Nous avons vérifié que ces événements étaient mauvais et imposé la coupure : $0 \leq m_B \leq 8$ GeV$/c^2$.

La dernière ligne du tableau 4.1 indique les propriétés de l'échantillon après toutes les coupures de nettoyage. L'efficacité totale est de 35.5%. On constate que les résolutions ont été sensiblement améliorées (fig. 4.10 et 4.9b). Les résolutions obtenues dans notre analyse sont également comparées à celles obtenues dans l'analyse inclusive d'ALEPH [59] (fig. 4.12 et 4.13). Les bruits de fond de type charme et *uds* ont été réduits respectivement par un facteur 3 et 5.8. Le pourcentage de traces attribuées au charme, provenant par erreur du vertex primaire, est passé de 40% à 9.7%.

4.5 Fonction de résolution sur le temps de vie

Munis de la longueur de vol, du terme de poussée et de leur résolution respective, nous pouvons décrire la fonction de résolution sur le temps de vie que nous utiliserons dans la fonction de vraisemblance au chapitre 6.

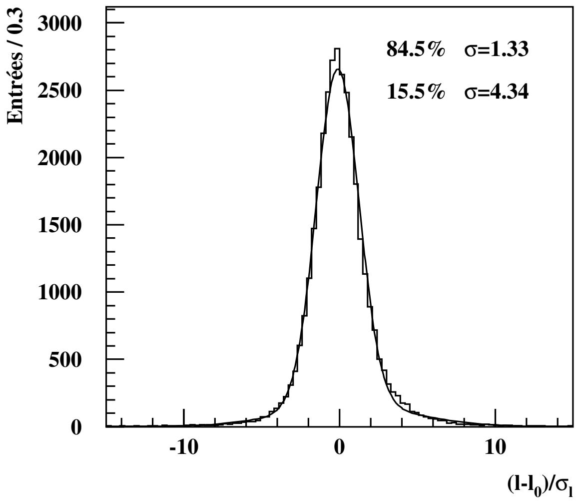

Figure 4.10: Résolution normalisée sur la longueur de vol, après toutes les coupures (à comparer avec fig. 4.6). L'histogramme est ajusté par la somme de deux gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués.

Tableau 4.2: Facteurs de correction obtenus à partir de $(\ell_{\rm brut} - \ell_0)/\sigma_\ell$ dans la simulation Monte–Carlo. Ils sont utilisés pour construire ℓ^α.

α	Fraction f_ℓ^α	Moyenne m_ℓ^α	Ecart type S_ℓ^α
1	0.845 ± 0.003	0.216 ± 0.004	1.328 ± 0.005
2	0.155 ± 0.003	1.010 ± 0.033	4.340 ± 0.033

Nous appelons $\ell_{\rm brut}$ et $g_{\rm brut}$ la longueur de vol et le terme de poussée, tels qu'ils ont été déterminés aux paragraphes précédents. La distribution $(\ell_{\rm brut} - \ell_0)/\sigma_\ell$, ajustée par la somme de deux gaussiennes, conduit aux fractions, moyennes et écarts types du tableau 4.2. Pour corriger les décalages m_ℓ^α et pour décrire les queues de cette distribution, deux longueurs de vol sont utilisées dans la fonction de vraisemblance :

$$\ell^\alpha = \ell_{\rm brut} - m_\ell^\alpha \sigma_\ell$$

où les indices $\alpha = 1, 2$ indiquent les deux gaussiennes. La distribution (fig. 4.10) a été obtenue après avoir pris en compte les facteurs de correction du tableau 4.2 [3]. De façon similaire, la distribution de $(g_{\rm brut} - g_0)/g_0$ est ajustée par la somme de deux gaussiennes dont les fractions, moyennes et écarts types sont indiqués dans le tableau 4.3. Pour corriger les décalages m_g^β et pour décrire les queues de cette distribution, deux termes de poussée sont utilisés dans la fonction de vraisemblance :

$$g^\beta = g_{\rm brut}/(1 + m_g^\beta)$$

[3] Sur la figure 4.10, chaque entrée de l'histogramme est : $\sum_{\alpha=1}^{2} f_\ell^\alpha \left[(\ell_i^\alpha - \ell_{0\,i})/\sigma_{\ell i}\right] w_i$, où i est l'indice de l'événement et w_i son poids (§3.4.2).

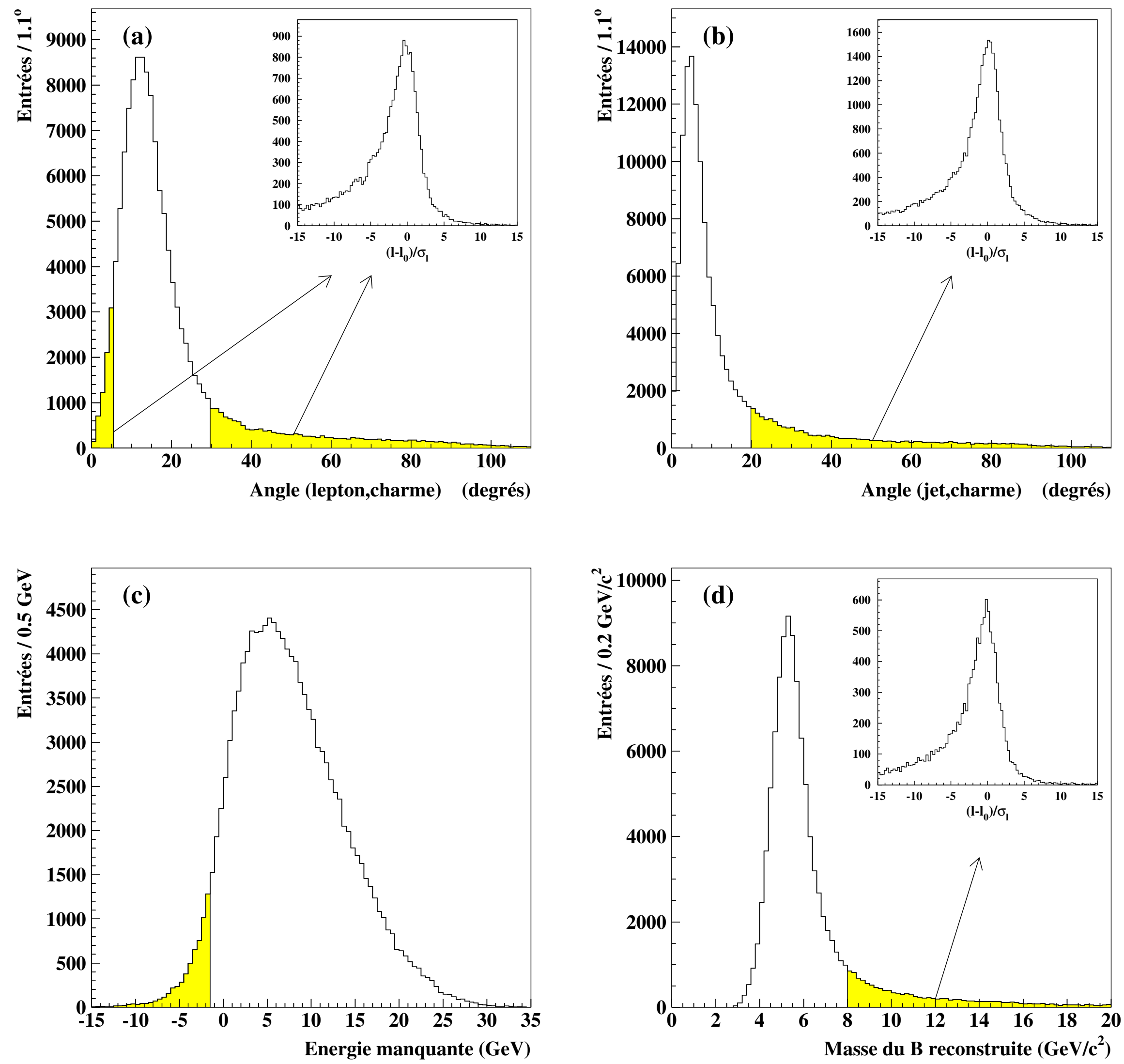

Figure 4.11: Dans la simulation, exemples de grandeurs physiques permettant d'éliminer les événements douteux. Les portions grisées correspondent aux coupures effectuées. Les histogrammes insérés montrent la résolution normalisée sur la longueur de vol des événements rejetés (l'échelle verticale est en nombre d'entrées par 0.3).

Tableau 4.3: Facteurs de correction obtenus à partir de $(g_{\mathrm{brut}} - g_0)/g_0$ dans la simulation Monte–Carlo. Ils sont utilisés pour construire g^{β}.

β	Fraction f_g^{β}	Moyenne m_g^{β}	Ecart type S_g^{β}
1	0.737 ± 0.004	-0.0621 ± 0.0003	0.0675 ± 0.0003
2	0.263 ± 0.004	-0.0775 ± 0.0011	0.2061 ± 0.0012

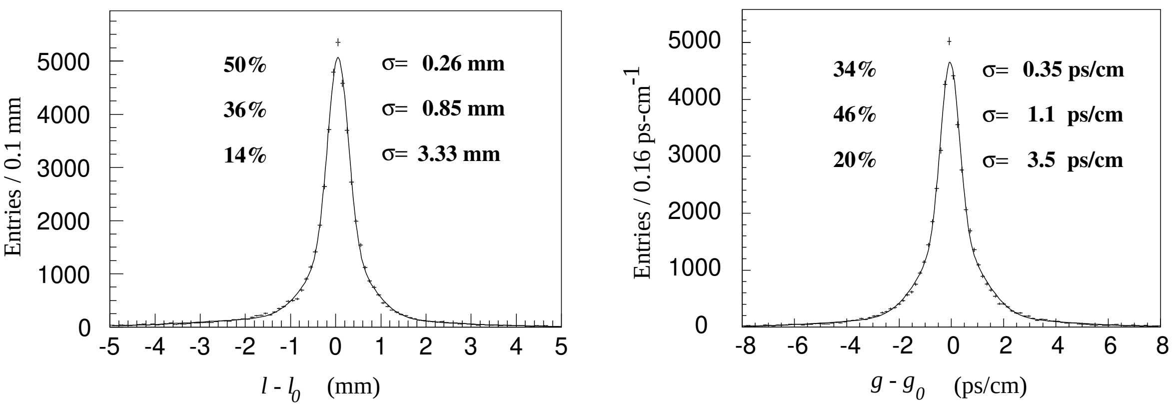

Figure 4.12: Résolution sur la longueur de vol et sur le terme de poussée, dans l'analyse [59] (à comparer avec fig. 4.13). Les histogrammes sont ajustés par la somme de trois gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués.

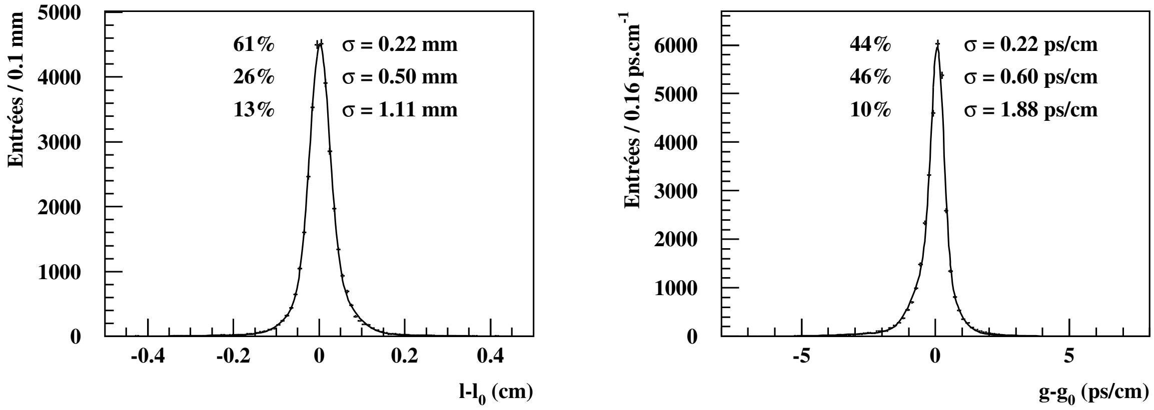

Figure 4.13: Résolution sur la longueur de vol et sur le terme de poussée, dans notre analyse (à comparer avec fig. 4.12). Les histogrammes sont ajustés par la somme de trois gaussiennes dont les fractions et les écarts types sont indiqués.

où les indices $\beta = 1, 2$ indiquent les deux gaussiennes. La distribution (fig. 4.9b) a été obtenue après avoir pris en compte les facteurs de correction du tableau 4.3 [4].

Le temps de vie propre de chaque candidat est estimé à partir de sa longueur de vol mesurée et de son terme de poussée :

$$t = \ell_{\mathrm{brut}} g_{\mathrm{brut}} \tag{4.4}$$

La fonction densité de probabilité conditionnelle du temps de vie propre t connaissant le temps de vie propre vrai t_0 sera désignée, dans la suite de ce mémoire par *"fonction de résolution"*. Cette fonction est estimée, événement par événement, en tenant compte des quatre gaussiennes décrites ci-dessus :

$$\mathrm{Res}(\, t \,|\, t_0) = \sum_{\alpha=1}^{2} \sum_{\beta=1}^{2} f_\ell^{\alpha\prime} f_g^\beta \frac{1}{\sqrt{2\pi}(1 + m_g^\beta)\sigma^{\alpha\beta}(t_0)} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t^{\alpha\beta} - t_0}{\sigma^{\alpha\beta}(t_0)} \right)^2 \right] \tag{4.5}$$

Les composantes événement par événement du temps de vie propre sont :

$$t^{\alpha\beta} = \ell^\alpha g^\beta = \frac{1}{1 + m_g^\beta}(t - m_\ell^\alpha \, \sigma_\ell \, g_{\mathrm{brut}}) \tag{4.6}$$

et les composantes correspondantes de la résolution sont :

$$\sigma^{\alpha\beta}(t_0) = \sqrt{(g^\beta S_\ell^{\mathrm{dat}} S_\ell^\alpha \sigma_\ell)^2 + (t_0 S_g^{\mathrm{dat}} S_g^\beta)^2} \tag{4.7}$$

Notons que l'écart type $\sigma^{\alpha\beta}(t_0)$ des gaussiennes utilisées dans la fonction de résolution (4.5) dépend de t_0. Cette dépendance, souvent négligée pour des raisons de simplicité, est ici prise en compte, pour obtenir une description correcte du temps de vie.

Pour tenir compte du fait que l'estimation de l'erreur sur la longueur de vol n'est pas forcément identique dans les données réelles et la simulation Monte–Carlo, nous avons introduit deux facteurs de correction, f_ℓ^{dat} et S_ℓ^{dat}. S_ℓ^{dat} tient compte du fait que la résolution normalisée est en moyenne plus large dans les données. f_ℓ^{dat} tient compte du fait que cette même résolution présente une fraction de queues plus importante dans les données. Ainsi dans (4.5), $f_\ell^{2\prime} = f_\ell^{\mathrm{dat}} f_\ell^2$ et $f_\ell^{1\prime} = 1 - f_\ell^{2\prime}$. Ces deux facteurs sont ajustés simultanément dans les données et conduisent à :

$$S_\ell^{\mathrm{dat}} = 1.06 \pm 0.02$$
$$f_\ell^{\mathrm{dat}} = 1.27 \pm 0.08$$

Les incertitudes sur ces facteurs seront prises en compte dans l'étude des erreurs systématiques (§6.3). De façon analogue, le facteur S_g^{dat}, égal à 1, autorise à prendre en compte les effets systématiques dus à la reconstruction du terme de poussée.

La figure 4.14 montre la résolution sur le temps de vie propre obtenue dans le Monte–Carlo, pour différents intervalles de vrais temps de vie t_0. La paramétrisation de la résolution, obtenue à partir de (4.5), est superposée.

[4] Sur la figure 4.9b, chaque entrée de l'histogramme est : $\sum_{\beta=1}^{2} f_g^\beta \left[(g_i^\beta - g_{0\,i})/g_{0\,i} \right] w_i$.

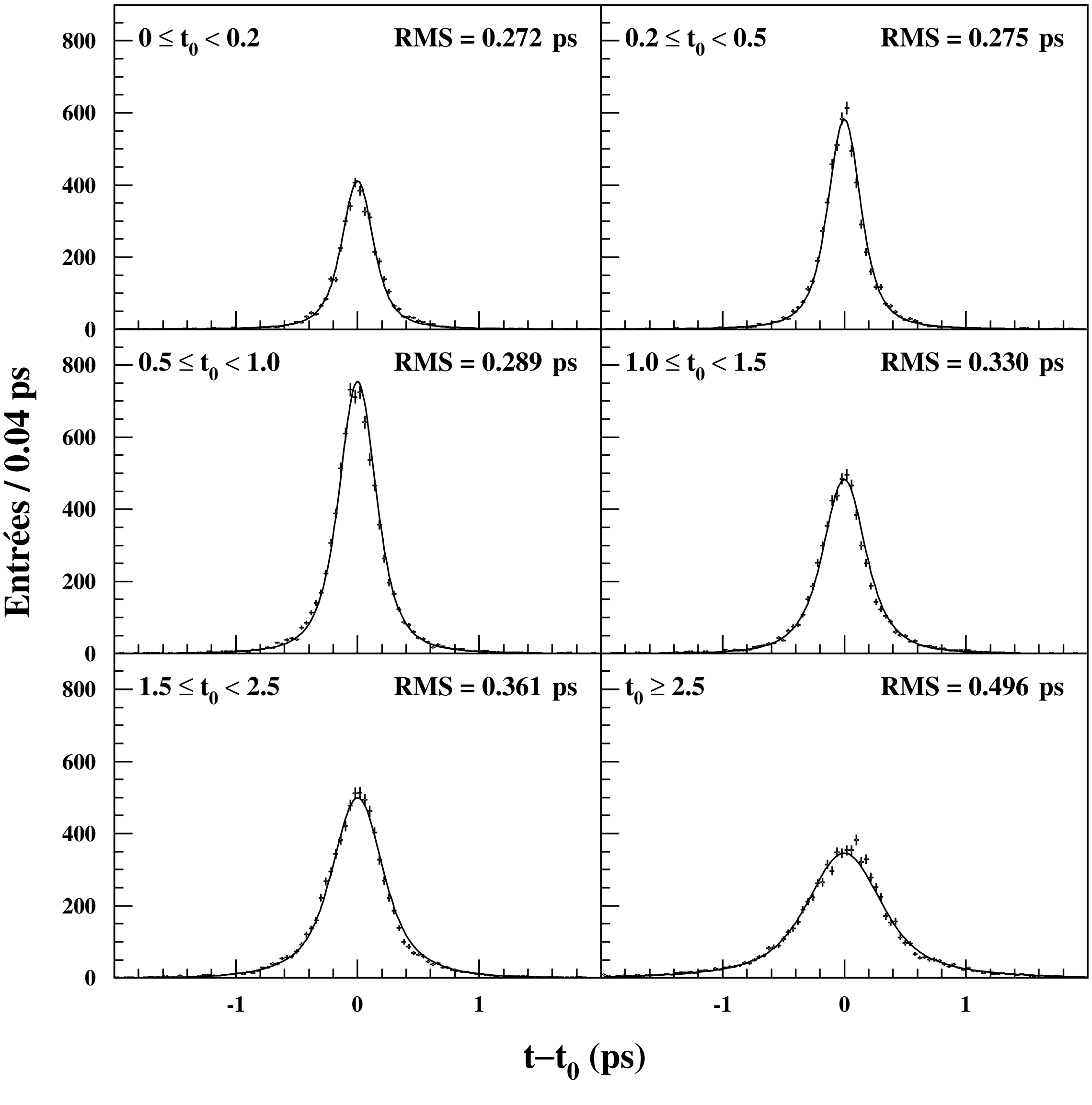

Figure 4.14: Dans le Monte–Carlo, résolution sur le temps de vie propre pour des événements B par intervalle de vrai temps de vie propre t_0 (en ps). Les courbes correspondent à la fonction de résolution (4.5) utilisée dans la la fonction de vraisemblance (chap. 6). Plus précisément, chaque entrée de l'histogramme est : $\sum_{\alpha=1}^{2}\sum_{\beta=1}^{2} f_\ell^\alpha f_g^\beta (t_i^{\alpha\beta} - t_{0i})w_i$ et les courbes superposées sont obtenues en calculant $\sum_i \mathrm{Res}_i(\,t\,|\,t_{0i})w_i$ au centre t de chaque intervalle, la somme s'étendant à tous les événements de l'échantillon.

B_s^0	B_d^0	autres B	*charme*	*uds*
Après la présélection (93023 événements) :				
9.50 ± 0.08	35.87 ± 0.12	42.72 ± 0.13	6.86 ± 0.07	5.05 ± 0.06
Après l'élimination des événements douteux (33023 événements):				
10.35 ± 0.08	38.53 ± 0.13	47.86 ± 0.14	2.31 ± 0.06	0.95 ± 0.05

Tableau 4.4: Composition de l'échantillon estimée à partir du Monte–Carlo (%), avant et après l'élimination des événements douteux (§4.4).

4.6 Composition de l'échantillon et efficacités de reconstruction

4.6.1 Composition de l'échantillon

En partant des 4 millions de désintégrations hadroniques de Z^0 enregistrées par ALEPH entre 1991 et 1995, 33023 événements passent toutes les coupures précédemment décrites. La composition de notre échantillon, estimée à partir du Monte–Carlo est donnée dans le tableau 4.4.
Après l'élimination des événements douteux, les "autres B" sont constitués de $(42.46 \pm 0.13)\%$ de B^+ et de $(5.41 \pm 0.07)\%$ de baryons B (principalement des Λ_b^0). Dans la suite de ce mémoire, les différentes composantes de notre échantillon seront désignées par un indice j allant de 1 à 5 ($j = 1$ représente les B_s^0, $j = 5$ les uds). Parmi les leptons provenant de vrais B, 6.1% sont de type cascade $b \to c \to l$, le reste étant des leptons primaires $b \to l$.

4.6.2 Efficacités

L'efficacité totale de sélection de notre échantillon décroît avec le vrai temps de vie, comme le montre la figure 4.15. Les histogrammes ont été obtenus en faisant le rapport :

$$\frac{\text{distribution du temps de vie propre vrai } t_0 \text{ après toutes coupures}}{\frac{1}{\tau_j} e^{-t_0/\tau_j}}$$

où τ_j est la durée de vie de la composante considérée. La distribution au numérateur, obtenue séparément pour chaque composante $j = 1$ à 3, est normalisée à 1 avant d'effectuer le rapport. Les coupures sévères que nous avons appliquées au paragraphe 4.4, notamment pour diminuer le nombre de traces de fragmentation attribuées aux vertex du charme, entraînent une perte d'efficacité aux petits temps de vie. La perte d'efficacité, aux grands temps de vie, a déjà été observée dans des analyses inclusives similaires [81,45]. Elle est due principalement à la coupure sur le χ^2 du vertex du B et à l'exigence qu'au moins une trace soit trouvée au vertex du charme. Il est important de noter que moins de 5% des événements ont un temps de vie supérieur à 4 ps, à cause de la distribution exponentielle du temps de vie. Par conséquent, la perte en efficacité n'est pas aussi dramatique que la figure 4.15 pourrait le laisser croire.

Les efficacités sont paramétrées par des polynômes de degré sept, séparément pour chaque type de hadron beau. Ces efficacités sont indépendantes du fait que le candidat soit étiqueté mélangé ou non mélangé. Elles seront prises en compte dans l'ajustement de Δm_s (chap. 6).

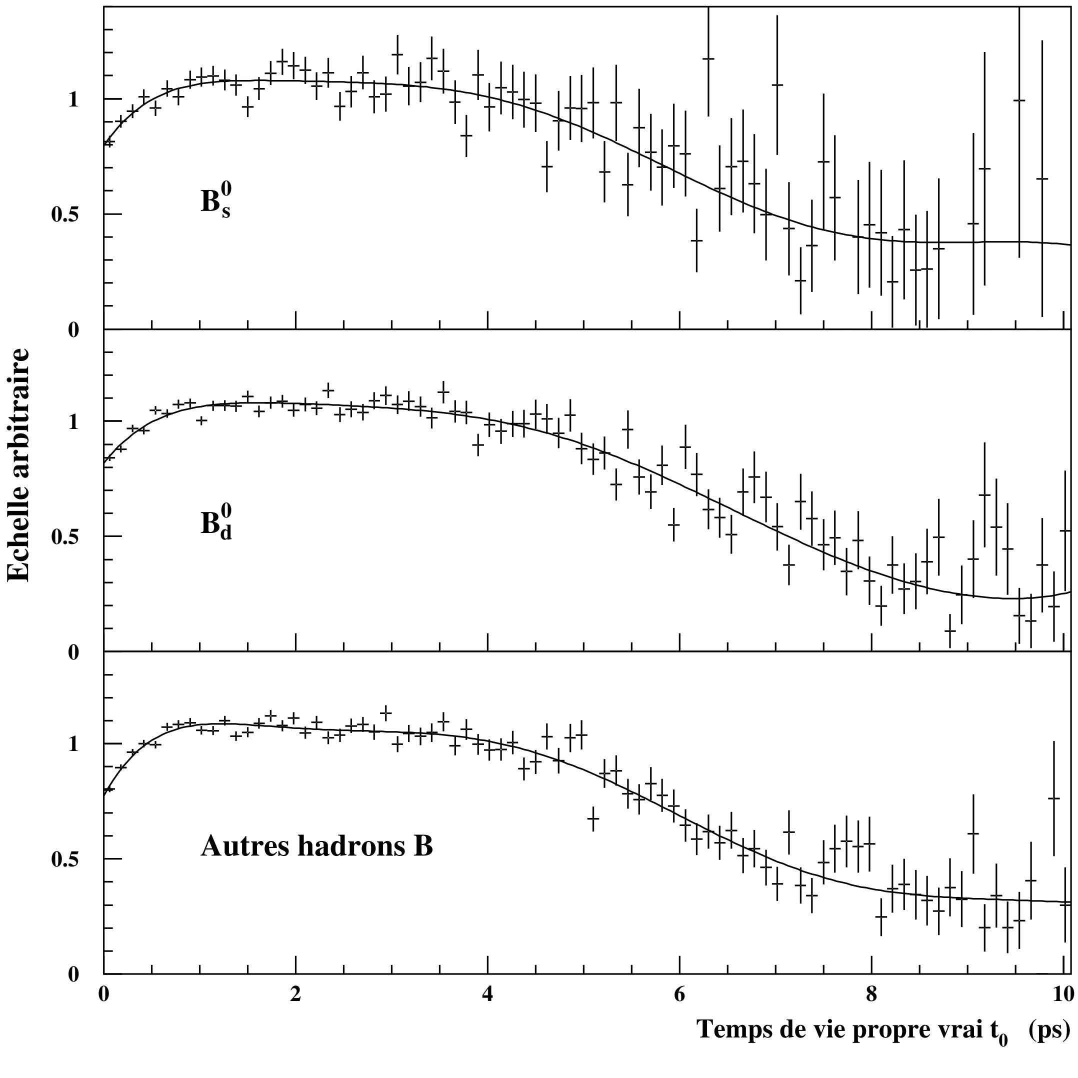

Figure 4.15: Efficacités de reconstruction en fonction du vrai temps de vie, pour les différents types de hadrons beaux, obtenues dans le Monte–Carlo. L'échelle verticale est arbitraire. Les courbes montrent les paramètrisations, $\epsilon_j(t_0)$, utilisées dans la fonction de vraisemblance (chap 6).

Chapitre 5

Classification des événements et étiquetage des saveurs

Nous expliquons comment l'échantillon sélectionné au chapitre précédent peut être partagé en sous-classes, pour augmenter la signification statistique de l'analyse. Ces classes reposent sur une pureté plus ou moins élevée en B_s^0 (§5.1) et sur les informations concernant la qualité de l'étiquetage de la saveur initiale (§5.2).

5.1 Enrichissement en B_s^0

Nous désignons par "enrichissement en B_s^0", la procédure qui consiste à classifier notre échantillon en différents sous-ensembles contenant une fraction plus ou moins élevée en B_s^0. La pureté moyenne en B_s^0 de l'échantillon total (10.35%) est donc inchangée par cette procédure et le terme "enrichissement en B_s^0" veut simplement dire que la signification statistique de l'analyse est améliorée, comme nous allons le voir.

5.1.1 Principe de l'enrichissement

Nous avons réalisé des études Monte–Carlo montrant que la signification statistique de l'analyse pouvait être améliorée, en séparant l'échantillon en sous-ensembles enrichis ou appauvris en B_s^0 (fig. 5.1). Nous avons donc construit dans notre échantillon un certain nombre de sous-classes, en utilisant les informations physiques suivantes sur les traces chargées attribuées au vertex du charme :

(1) multiplicité,
(2) corrélations de charge avec le lepton,
(3) impulsions,
(4) identification comme kaon ou ϕ.

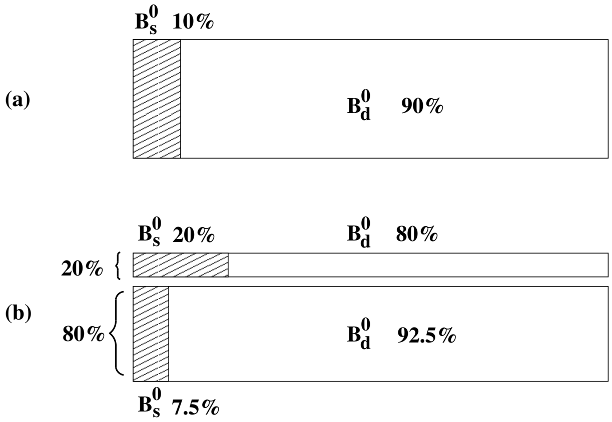

Figure 5.1: Principe de l'enrichissement en B_s^0 : parvenir à passer de (a) à (b).

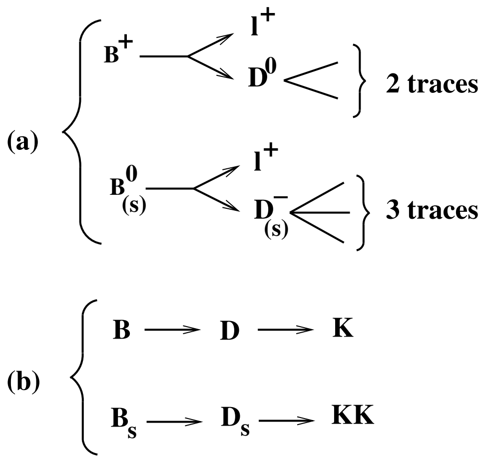

Figure 5.2: Exemples de processus physiques permettant de différencier (a) les B chargés des B neutres et (b) les B_s^0 des autres hadrons beaux.

5.1.2 Mise en pratique

La première distinction entre les différents événements présents dans notre échantillon concerne les B neutres et les B chargés (fig. 5.2). Les B chargés se désintégrant de façon semileptoniques donnent un hadron charmé neutre qui donne ensuite un nombre *pair* de traces chargées. Les B neutres au contraire, sont caractérisés par un nombre *impair* de traces chargées au vertex du charme. Malheureusement, la trace charmée n'est pas complètement reconstruite et certaines traces sont mal attribuées dans la procédure de reconstruction (§4.4).

Nous avons classé nos événements en fonction du nombre de traces au vertex du charme (1,2,3 ou plus de 3) et vérifié, dans le Monte–Carlo, que la pureté en B neutres est plus élevée lorsque le nombre de traces est impair. Par exemple, la pureté en B_s^0 vaut 7.9% avec deux traces et 11.4% lorsqu'une seule trace est trouvée.

Nous avons ensuite observé la corrélation de signe entre le lepton et les différentes traces chargées au vertex du charme. Exiger que le lepton et la trace chargée de plus forte impulsion au vertex du charme aient des charges opposées permet d'enrichir l'échantillon en B neutres. Plus une trace attribuée au vertex du charme a une impulsion élevée et plus la probabilité qu'elle ait été correctement attribuée augmente.

Enfin, nous avons cherché à identifier des kaons ou des ϕ parmi les produits de désintégration du charme. En effet, à cause de la présence du quark s, un méson B_s^0 donne en moyenne plus de kaons et de ϕ, lorsqu'il se désintègre, que les autres hadrons beaux. Un candidat kaon est défini comme une trace chargée d'impulsion supérieure à 2 GeV/c et satisfaisant : $\chi_\pi + \chi_K < 0$ et $|\chi_K| < 2$, où χ_π et χ_K sont les estimateurs utilisant les pertes d'énergie par ionisation dans la TPC (§3.2.5). Un candidat ϕ est une paire de traces chargées de signes opposés pour laquelle la masse invariante m_{KK} se situe dans la fenêtre 1.01–1.03 GeV/c^2. Cette masse invariante est calculée en supposant que chaque trace chargée (1,2) a la masse d'un kaon ($m_K = 493.677$ MeV) :

$$m_{KK} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 + (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

où $E_{1,2} = \sqrt{|\vec{p}_{1,2}|^2 + m_K^2}$. La figure 5.3 montre, dans les données et le Monte–Carlo, la distribution des variables utilisées dans la définition des kaons et des ϕ.

La définition des onze *"classes de puretés"* ainsi construites est donnée par le tableau 5.1 (voir aussi fig. 5.4). La dernière classe contenant les événements ne satisfaisant pas les critères de sélection des classes précédentes, la procédure d'enrichissement a une efficacité de 100%.

On remarque que la pureté en B_s^0 varie de 5.2% à 24% selon les classes. En utilisant la formule (2.8), un *poids* qui quantifie le gain statistique équivalent apporté, peut être calculé pour chaque classe. Ce poids est calculé de la manière suivante :

$$w_m = \epsilon_m \left(\frac{p_m}{< p_s >}\right)^2$$

où m=1 à 11 est le numéro de la classe considérée, ϵ_m la fraction de cette classe, dans les données, p_m sa pureté en B_s^0, $< p_s >$ la pureté moyenne en B_s^0 de l'échantillon, soit 10.35%. Un poids analogue est calculé pour les B_d^0. Ces poids sont indiqués dans le tableau 5.2. Pour les B_s^0, la somme des poids vaut 1.28 ± 0.03, démontrant que la procédure d'enrichissement est statistiquement équivalente à augmenter la taille de notre échantillon de (28 ± 3)%. La somme des poids pour les B_d^0 vaut 1.03 ± 0.01. Par conséquent, la signification statistique de l'analyse n'est pas beaucoup améliorée pour Δm_d.

La validité de la procédure d'enrichissement qui à ce stade de l'analyse repose sur le Monte–Carlo, peut être testée dans les données, en utilisant l'amplitude d'oscillation des B_d^0, comme nous le verrons au pararaphe 6.4.3 du chapitre 6.

5.2 Etiquetages des saveurs initiale et finale

La figure 5.5 résume les informations utilisées pour étiqueter la saveur des candidats. La saveur au moment de la désintégration est toujours déterminée à partir du signe, $S(l_s)$, du lepton reconstruit :

$$\boxed{B_s^0} \longrightarrow X\ \boxed{l^+}\ \nu$$

$$\boxed{\overline{B_s^0}} \longrightarrow \bar{X}\ \boxed{l^-}\ \bar{\nu}$$

Puisque 6.1% des vrais hadrons B que contient notre échantillon se désintègrent en leptons de type cascades $b \to c \to l$, la fraction de mauvais étiquetages *final* est en moyenne de 6.1%. Nous allons maintenant expliquer comment est étiquetée la saveur du candidat à l'instant de sa production.

5.2.1 Indicateurs de saveur initiale

Trois différents indicateurs de saveur initiale sont considérés : la charge du lepton dans l'hémisphère opposé, la charge du kaon de fragmentation dans l'hémisphère contenant le candidat et la charge de l'hémisphère opposé. Pour un candidat donné, un seul de ces trois indicateurs est utilisé.

Lepton dans l'hémisphère opposé

En utilisant les critères de sélection standards (§3.2.5), un lepton d'impulsion supérieure à 3 GeV/c est recherché dans l'hémisphère opposé. Si plus d'un candidat est trouvé, celui d'impulsion transverse la plus élevée est conservé. Comme nous l'avons vu (§2.4.3), le signe,

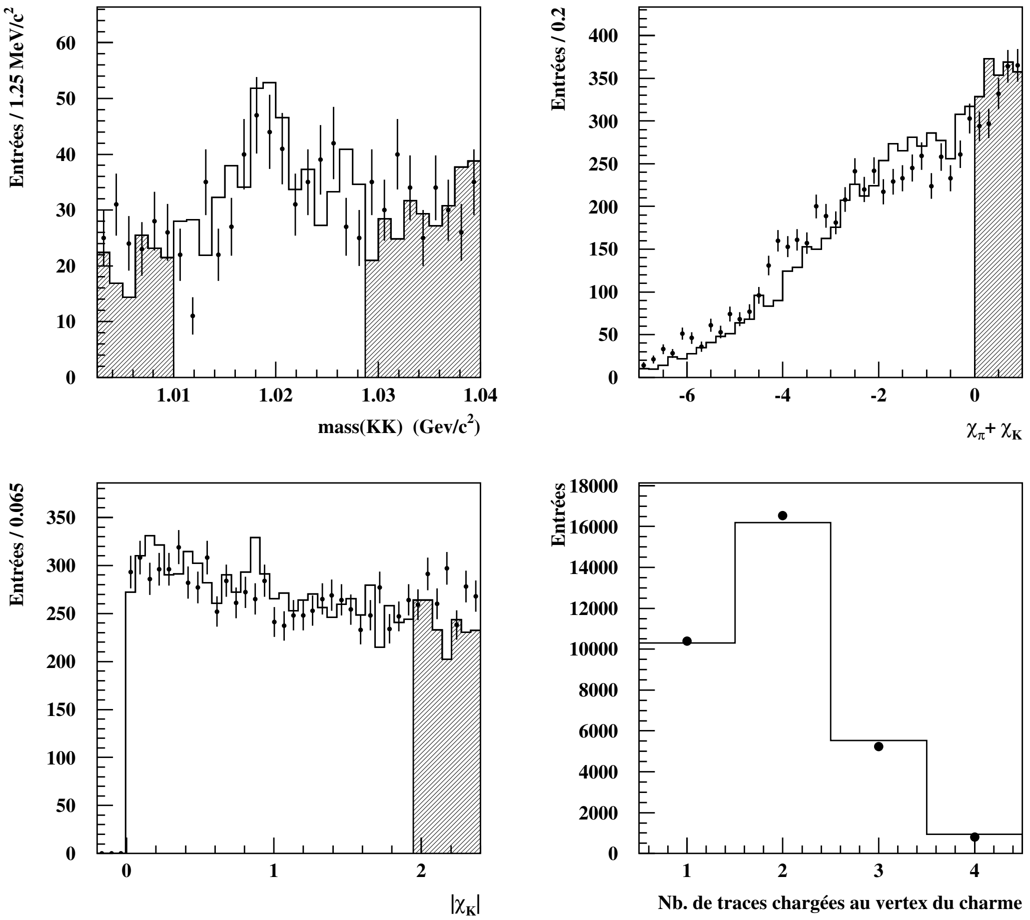

Figure 5.3: Distributions des variables utilisées dans la définition des classes de puretés de la procédure d'enrichissement en B_s^0 pour les données (points) et le Monte–Carlo (histogrammes). Les portions hachurées correspondent aux coupures adoptées dans la définition des candidats kaons et ϕ.

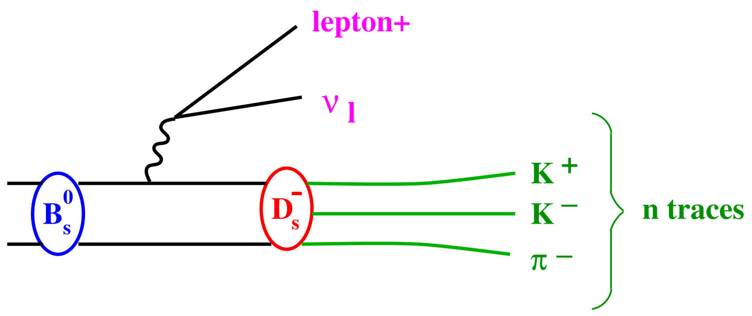

Figure 5.4: Exemple de désintégration semi-leptonique d'un méson B_s^0.

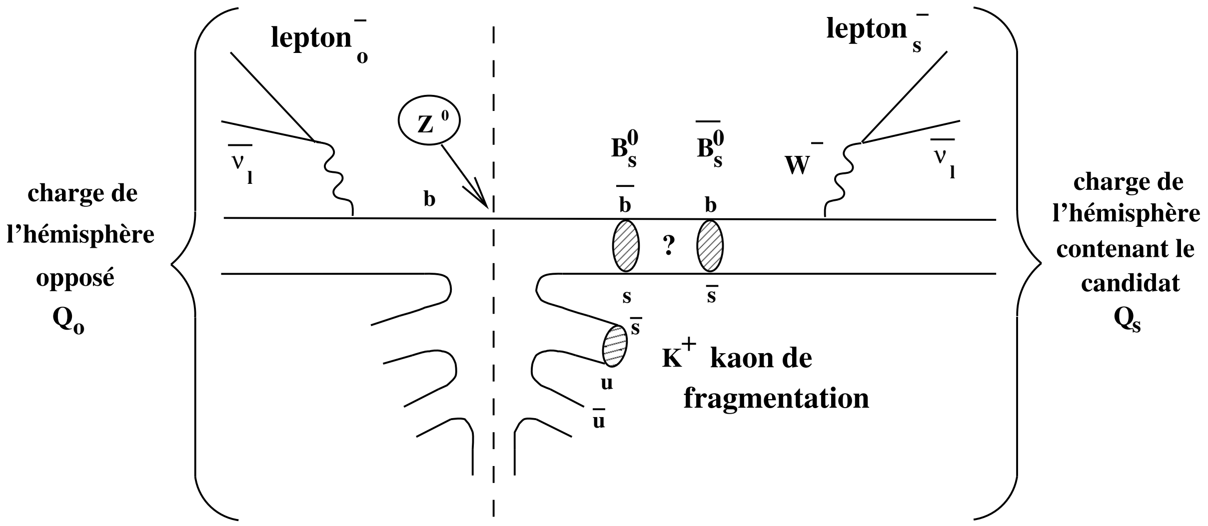

Figure 5.5: Informations utilisées pour étiqueter les saveurs initiale et finale de mésons B_s^0.

Tableau 5.1: Définition des onze classes de puretés. La première colonne indique le nombre de traces chargées au vertex du charme. La seconde colonne indique si la charge de ces traces est identique (I) ou opposée (O) à celle du lepton, les traces étant classées par impulsion décroissante. La troisième colonne indique les sous–classes définies par la présence de candidats kaon ou ϕ. La quatrième colonne indique la fraction d'événements des données tombant dans chaque classe. Enfin, les colonnes 5 et 6 donnent la pureté en B_s^0 et B_d^0 dans chacune des classes, estimées grâce au Monte–Carlo. Les erreurs mentionnées proviennent uniquement de la statistique.

Nb. de traces	Charge	Identification kaons, ϕ	Fraction (données) (%)	Pureté en B_s^0 (MC) (%)	Pureté en B_d^0 (MC) (%)
1	O	1 kaon	3.8 ± 0.1	24.0 ± 0.6	31.7 ± 0.6
		0 kaon	14.9 ± 0.2	14.7 ± 0.3	47.1 ± 0.4
2	OI, IO	ϕ	1.2 ± 0.1	21.1 ± 1.0	30.6 ± 1.1
	OI, IO	0 kaon	17.8 ± 0.2	7.0 ± 0.2	36.0 ± 0.3
	OI, IO	1 kaon	17.4 ± 0.2	5.2 ± 0.1	35.2 ± 0.3
	OI, IO	2 kaons	2.3 ± 0.1	8.4 ± 0.5	30.5 ± 0.8
	OO		8.3 ± 0.2	16.7 ± 0.4	40.6 ± 0.5
3	OOI		2.9 ± 0.1	19.4 ± 0.6	44.1 ± 0.8
	OIO		3.8 ± 0.1	18.0 ± 0.5	50.3 ± 0.7
	IOO		3.9 ± 0.1	14.5 ± 0.5	53.5 ± 0.7
reste			23.6 ± 0.2	5.7 ± 0.1	34.1 ± 0.3

Tableau 5.2: Poids statistiques des différentes classes de puretés, permettant d'apprécier celles qui sont les plus sensibles aux B_s^0 et aux B_d^0.

Classe	Poids B_s^0	Poids B_d^0
1	0.207 ± 0.013	0.026 ± 0.001
2	0.303 ± 0.013	0.223 ± 0.006
3	0.052 ± 0.006	0.008 ± 0.001
4	0.081 ± 0.004	0.155 ± 0.004
5	0.043 ± 0.003	0.145 ± 0.004
6	0.015 ± 0.002	0.014 ± 0.001
7	0.217 ± 0.012	0.092 ± 0.003
8	0.114 ± 0.008	0.064 ± 0.003
9	0.103 ± 0.008	0.038 ± 0.002
10	0.077 ± 0.006	0.076 ± 0.003
11	0.071 ± 0.004	0.184 ± 0.004
Somme	1.284 ± 0.027	1.027 ± 0.011

$S(l_o)$, d'un tel lepton étiquette la nature du quark b initial dans l'hémisphère opposé et donc la saveur initiale du candidat B_s^0 :

$$\begin{aligned} S(l_o) < 0 &\Longrightarrow B_s^0 \\ S(l_o) > 0 &\Longrightarrow \overline{B_s^0} \end{aligned}$$

Aucune coupure en impulsion transverse ($p_T(l_o)$) n'est imposée, car la valeur de $p_T(l_o)$ sera utilisée comme variable discriminante (§5.2.2). On s'attend, par conséquent, à une certaine contamination des bruits de fond $b \to c \to l$ et $c \to l$ aux petites valeurs de $p_T(l_o)$. Cet indicateur n'est disponible que dans 16.7% des cas, à cause de la faible valeur du rapport de branchement semi-leptonique, mais il permet d'obtenir la plus faible fraction de mauvais étiquetages, lorsque $p_T(l_o)$ est suffisamment grand. Il a priorité sur les autres indicateurs, lorsqu'il est disponible.

Kaon de fragmentation

Comme nous l'avons vu (§2.4.3), pendant la fragmentation, la formation d'un B_s^0 peut être accompagnée d'un kaon relativement énergétique qui a une charge corrélée avec celle du B_s^0. Le signe de ce kaon, $S(K)$, indique donc la saveur du quark b initial dans l'hémisphère contenant le candidat.

$$\begin{aligned} S(K) > 0 &\Longrightarrow B_s^0 \\ S(K) < 0 &\Longrightarrow \overline{B_s^0} \end{aligned}$$

Nous recherchons un tel kaon uniquement parmi les traces qui n'ont pas été attribuées au vertex du charme. Le kaon de fragmentation est défini comme la trace d'impulsion la plus élevée, attribuée au vertex primaire (§4.2.2) et située à moins de 45° de la direction du jet contenant le B_s^0. Il doit aussi satisfaire : $\chi_K < 0.5$ et $\chi_K - \chi_\pi > 0.5$. Le signe du kaon de fragmentation est utilisé si aucun lepton n'est trouvé dans l'hémisphère opposé. Cet indicateur est disponible dans 14.4% des cas.

Charge de l'hémisphère opposé

La charge de l'hémisphère opposé est calculée de la façon suivante :

$$Q_o = \frac{\sum\limits_i q_i \, |p_{\parallel}^i|^\kappa}{\sum\limits_i |p_{\parallel}^i|^\kappa}, \tag{5.1}$$

où la somme est relative à toutes les traces chargées de l'hémisphère opposé, $p_{\parallel}^i$ est l'impulsion de la $i^{\text{ième}}$ trace projetée sur l'axe de poussée et q_i sa charge. Le facteur $\kappa = 0.5$ a été optimisé [81] pour obtenir le meilleur étiquetage possible. Le signe de Q_o, $S(Q_o)$, indique la charge du quark b dans l'hémisphère opposé.

$$\begin{aligned} S(Q_o) < 0 &\Longrightarrow B_s^0 \\ S(Q_o) > 0 &\Longrightarrow \overline{B_s^0} \end{aligned}$$

Cet indicateur est toujours disponible, mais il est moins bon que les deux précédents indicateurs. C'est pourquoi il n'est utilisé que si aucun autre indicateur n'est disponible.

5.2.2 Classes et variables discriminantes

La puissance de l'étiquetage est améliorée au moyen de variables discriminantes qui ont certaines capacités à différencier les événements correctement et incorrectement étiquetés. Cette approche, baptisée *"étiquetage optimal"*, a été utilisée pour la première fois dans l'analyse D_s^-–lepton d'ALEPH [61] et affinée dans l'analyse D_s^-–hadron [62].

Cependant, dans ces deux analyses, l'étiquetage optimal n'était utilisé que pour déterminer la saveur initiale des mésons. Nous avons adapté l'algorithme pour inclure l'étiquetage final de la saveur. Ainsi, les fractions de mauvais étiquetages que nous mentionnerons par la suite incluent les étiquetages initial et final. De plus, la puissance de l'étiquetage optimal est ici couplée à la procédure d'enrichissement en B_s^0, décrite au paragraphe 5.1.

En fonction de la disponibilité et des résultats des trois indicateurs précédemment décrits, l'échantillon est partagé en cinq classes exclusives (tableau 5.3). Pour différencier ces dernières, des classes de puretés utilisées dans l'enrichissement en B_s^0, nous les désignerons par *"classes d'étiquetages"*. On détermine ensuite, pour chaque candidat, la probabilité qu'il soit incorrectement étiqueté en fonction des valeurs que prennent les variables discriminantes de l'événement considéré. Ceci sera expliqué au paragraphe suivant.

Les classes et leurs variables discriminantes associées sont les suivantes :

- **La classe 1** contient les événements dans lesquels, ni lepton dans l'hémisphère opposé, ni kaon de fragmentation n'est trouvé. L'indicateur de saveur initiale est le signe de la charge de l'hémisphère opposé. Le candidat est étiqueté de la façon suivante :

$$\boxed{\begin{array}{lcl} S(Q_o) \times S(l_s) > 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté mélangé} \\ S(Q_o) \times S(l_s) < 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté non mélangé} \end{array}}$$

  Les variables discriminantes de cette classe sont la valeur absolue de Q_o et la quantité $S(Q_o) \times Q_s$, où Q_s est la somme des charges q_i de toutes les traces dans l'hémisphère contenant le candidat :

$$Q_s = \sum_i q_i \tag{5.2}$$

  Bien que les produits de désintégration du B_s^0 soient inclus dans la sommation, Q_s ne dépend pas de la saveur du B_s^0 au moment de sa désintégration. En effet la somme des charges provenant de la désintégration d'une particule de charge nulle vaut zéro. En conséquence, Q_s apporte de l'information uniquement sur la saveur initiale du B_s^0.

- **La classe 2** contient les événements avec un kaon de fragmentation, mais sans lepton opposé. L'indicateur de saveur initiale est le signe du kaon de fragmentation. Le candidat est étiqueté de la façon suivante :

$$\boxed{\begin{array}{lcl} S(K) \times S(l_s) < 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté mélangé} \\ S(K) \times S(l_s) > 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté non mélangé} \end{array}}$$

  Les variables discriminantes sont $S(K) \times Q_o$, $S(K) \times Q_s$, χ_π, le temps de vie reconstruit du candidat t et Z_K,

$$Z_K = \frac{p_K}{E_{\text{faisceau}} - E_B} \tag{5.3}$$

  où p_K est l'impulsion du candidat kaon de fragmentation, E_{faisceau} est l'énergie du faisceau et E_B l'énergie du candidat. Un vrai kaon de fragmentation doit porter une fraction relativement importante de l'énergie disponible car il s'agit de la première particule créée (après le B_s^0), pendant l'hadronisation (chap. 2 fig. 2.9). On s'attend donc à ce que l'indicateur kaon fonctionne mieux pour les grandes valeurs de Z_K. On s'attend également à ce qu'il fonctionne mieux pour les grandes valeurs de χ_π, car dans ce cas, la probabilité que la trace sélectionnée soit un vrai pion diminue, au profit de l'hypothèse qu'elle soit un vrai kaon. En incluant le temps de vie t comme variable discriminante, on tient compte du fait que la probabilité de mauvais étiquetages augmente lorsqu'on se rapproche du vertex primaire, à cause des erreurs d'attribution des traces dans la reconstruction des vertex.

- **La classe 3** contient les événements avec un lepton opposé, mais sans kaon de fragmentation. L'indicateur de saveur initiale est la charge du lepton opposé. Le candidat est étiqueté de la façon suivante :

$$\boxed{\begin{array}{lcl} S(l_o)\times S(l_s) > 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté mélangé} \\ S(l_o)\times S(l_s) < 0 & \Longrightarrow & \text{étiqueté non mélangé} \end{array}}$$

  Les variables discriminantes sont $S(l_o)\times Q_o$, $S(l_o)\times Q_s$ et $p_T(l_o)$.

- **Les classes 4 et 5** contiennent les événements dans lesquels le lepton de l'hémisphère opposé et le kaon de fragmentation sont disponibles simultanément. L'indicateur de saveur initiale est la charge du lepton opposé et le candidat est déclaré mélangé ou non mélangé de la même façon que dans la classe 3. Les variables discriminantes sont $S(l_o)\times Q_o$, $S(l_o)\times Q_s$, $p_T(l_o)$, χ_π, t et Z_K. Dans la classe 4, le kaon de fragmentation et le lepton de l'hémisphère opposé sont en accord sur la saveur initiale du candidat B_s^0, c'est-à-dire $S(K) = -S(l_o)$. Dans la classe 5, ils sont en désaccord, c'est-à-dire $S(K) = S(l_o)$.

Il est important de noter qu'aucune inefficacité n'est introduite par la procédure d'étiquetage, puisque chaque événement est trié dans une des classes ci-dessus.

Dans chaque classe d'étiquetages et dans chaque classe de puretés (soit 55 classes), les fractions de mauvais étiquetages et les distributions des variables discriminantes sont déterminées, séparément pour le signal (B_s^0) et les bruits de fond. Cette détermination repose sur le Monte–Carlo. Les fractions de mauvais étiquetages (η), pour chacune des composantes de l'échantillon, sont indiquées dans le tableau 5.3. La figure 5.6 montre des exemples de variables discriminantes, pour des vrais B_s^0. La figure 5.2.3 montre la distribution des variables $p_T(l_0)$ et Z_K dans les données et dans le Monte–Carlo. Une méthode utilisant plusieurs indicateurs de saveurs a été développée en [62] pour comparer les distributions des charges des hémisphères Q_o et Q_s, séparément dans des hémisphères de quarks b et $\bar{b}$. Comme le montre la figure 5.8, l'accord est satisfaisant.

5.2.3 Variable discriminante effective

Dans le but de combiner l'ensemble des variables discriminantes exposées ci-dessus et d'incorporer cette information dans la fonction de vraisemblance qui servira à ajuster Δm_s, une nouvelle variable, x^{eff}, est construite. Bien qu'initialement créée pour améliorer la séparation entre événements correctement et incorrectement étiquetés, cette variable permet également de distinguer les différentes composantes de l'échantillon (B_s^0, B_d^0 et bruits de fond). Cette variable est définie, dans chaque classe d'étiquetages et chaque classe de puretés, en fonction des variables

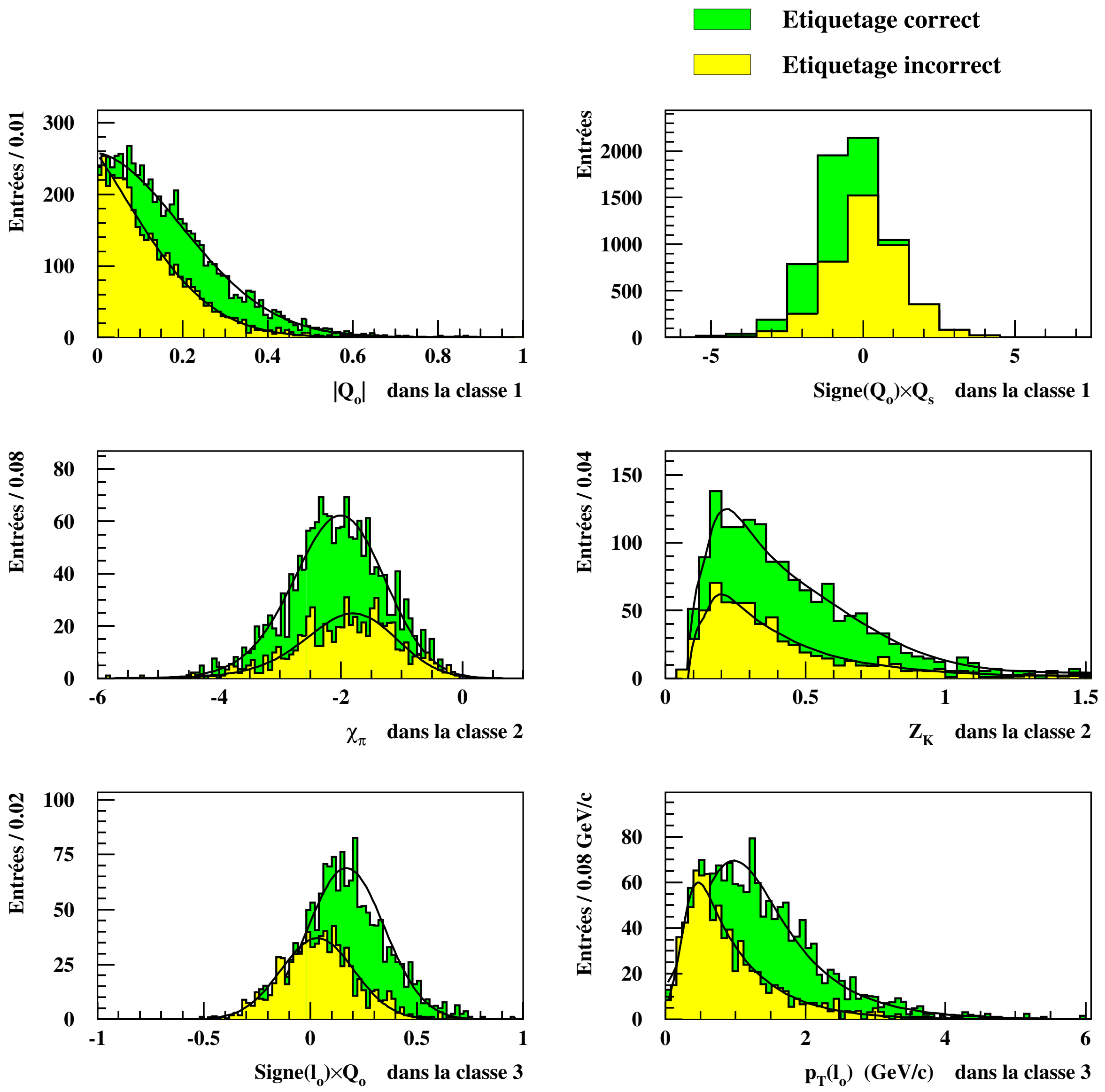

Figure 5.6: Dans le Monte–Carlo, exemples de variables discriminantes utilisées pour construire la variable effective x^{eff}. Les courbes superposées permettent, après normalisation, de construire les fonctions r et w (voir le texte).

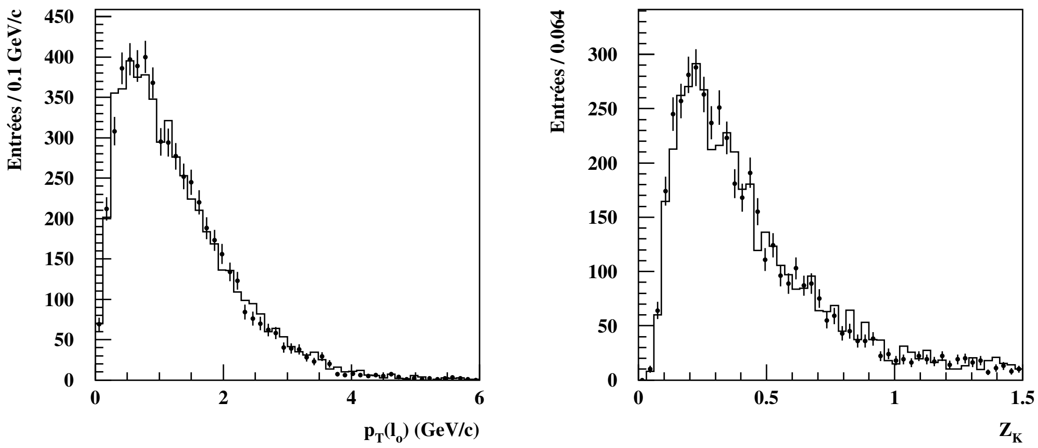

Figure 5.7: Distributions des variables discriminantes $p_T(l_0)$ et Z_K dans les données (points) et le Monte–Carlo (histogrammes).

discriminantes $x_1, x_2, \ldots$ choisies dans cette classe, en suivant la méthode [83] :

$$x^{\text{eff}} = \frac{\eta\, w_1(x_1)\, w_2(x_2)\, \cdots}{(1-\eta)\, r_1(x_1)\, r_2(x_2)\, \cdots + \eta\, w_1(x_1)\, w_2(x_2)\, \cdots} \tag{5.4}$$

η est la fraction de mauvais étiquetages du signal dans la classe considérée. $r_i(x_i)$ ($w_i(x_i)$) est la fonction densité de probabilité de la variable x_i pour des vrais B_s^0 correctement (incorrectement) étiquetés, dans la classe considérée. x^{eff} ne peut prendre que des valeurs comprises entre 0 et 1. Une petite (grande) valeur de x^{eff} indique que le candidat a une probabilité élevée (faible) d'être correctement étiqueté. Les fonctions r et w dont quelques exemples sont donnés sur la figure 5.6, sont déterminées dans le Monte–Carlo.

Notons que dans la cas où une seule variable discriminante serait utilisée, par exemple $p_T(l_o)$, la variable x^{eff} s'écrirait :

$$x^{\text{eff}} = \frac{\eta\, w(p_T(l_o))}{(1-\eta)\, r(p_T(l_o)) + \eta\, w(p_T(l_o))}$$

Elle serait alors égale à la probabilité pour un candidat d'être incorrectement étiqueté, lorsque l'impulsion transverse mesurée du lepton de l'hémisphère opposé vaut $p_T(l_o)$.

Le calcul des probabilités de mauvais étiquetages que nous utiliserons dans la fonction de vraisemblance (chap. 6) nécessite la détermination des fonctions densité de probabilité de x^{eff}, notées $G^c_{jkm}(x^{\text{eff}})$. Ces fonctions sont déterminées séparément :

- pour chaque composante j de l'échantillon,
- dans chaque classe d'étiquetages k,
- dans chaque classe de puretés m,

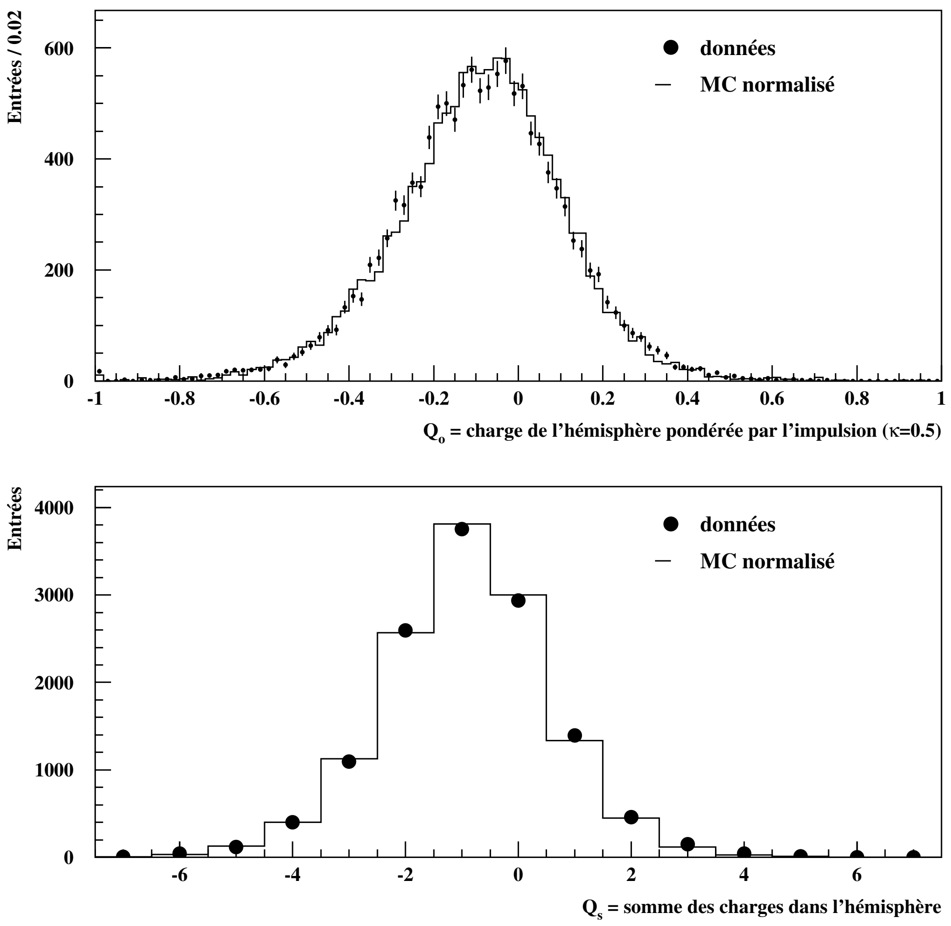

Figure 5.8: Comparaison données–Monte–Carlo de la charge d'hémisphère contenant des quarks b. Les distributions obtenues séparément pour des hémisphères b et $\bar{b}$ ont été additionnée, après avoir changé le signe de la charge des hémisphère contenant un $\bar{b}$. La proportion de vrais b, estimée à partir du Monte–Carlo est de 92 %.

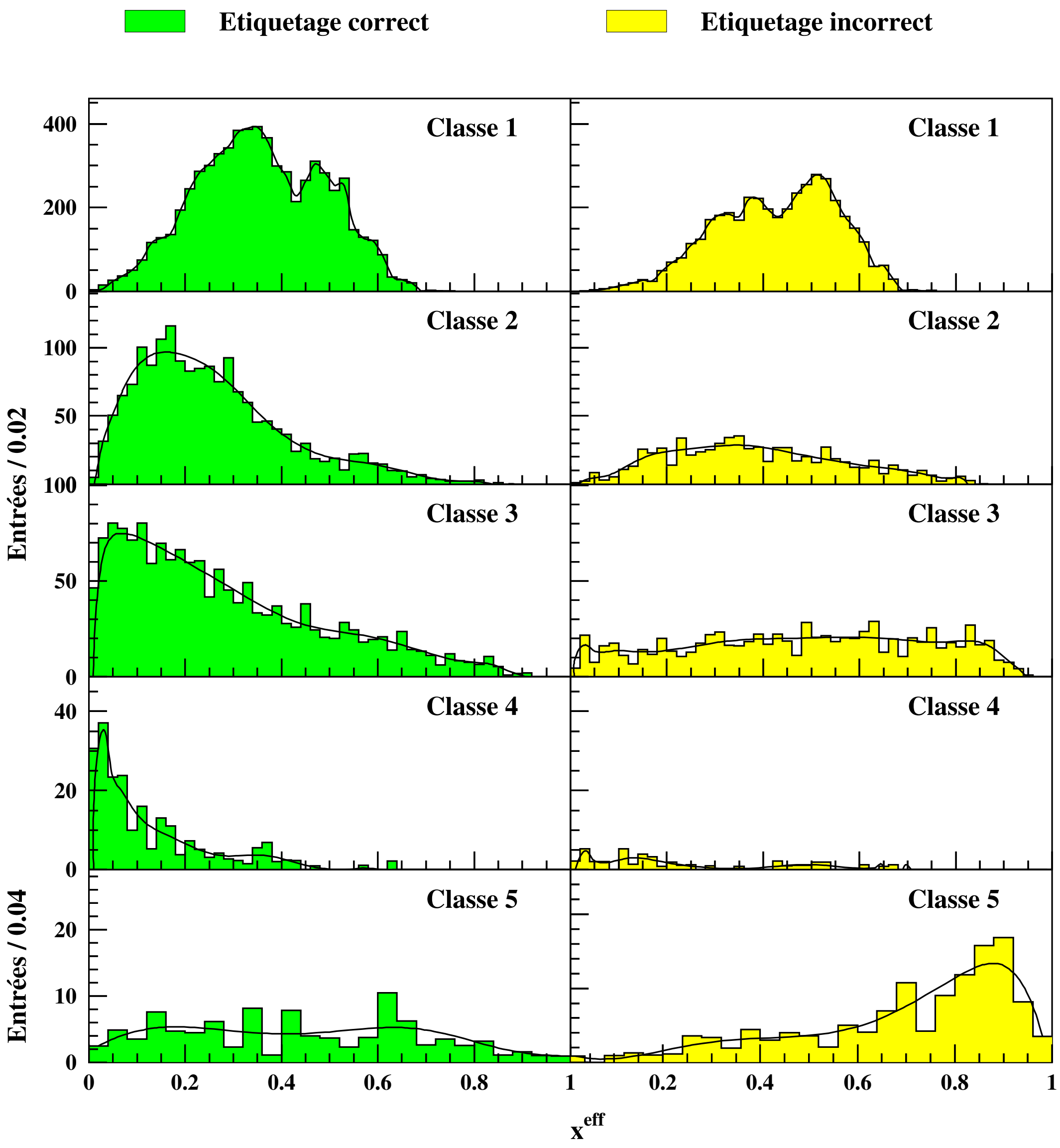

Figure 5.9: Dans le Monte–Carlo, distributions de $x^{\rm eff}$ pour le signal (B_s^0) dans chaque classe d'étiquetages, pour des événements correctement et incorrectement étiquetés. Les courbes superposées permettent, après normalisation, de construire les fonctions G^+ et G^- (voir le texte).

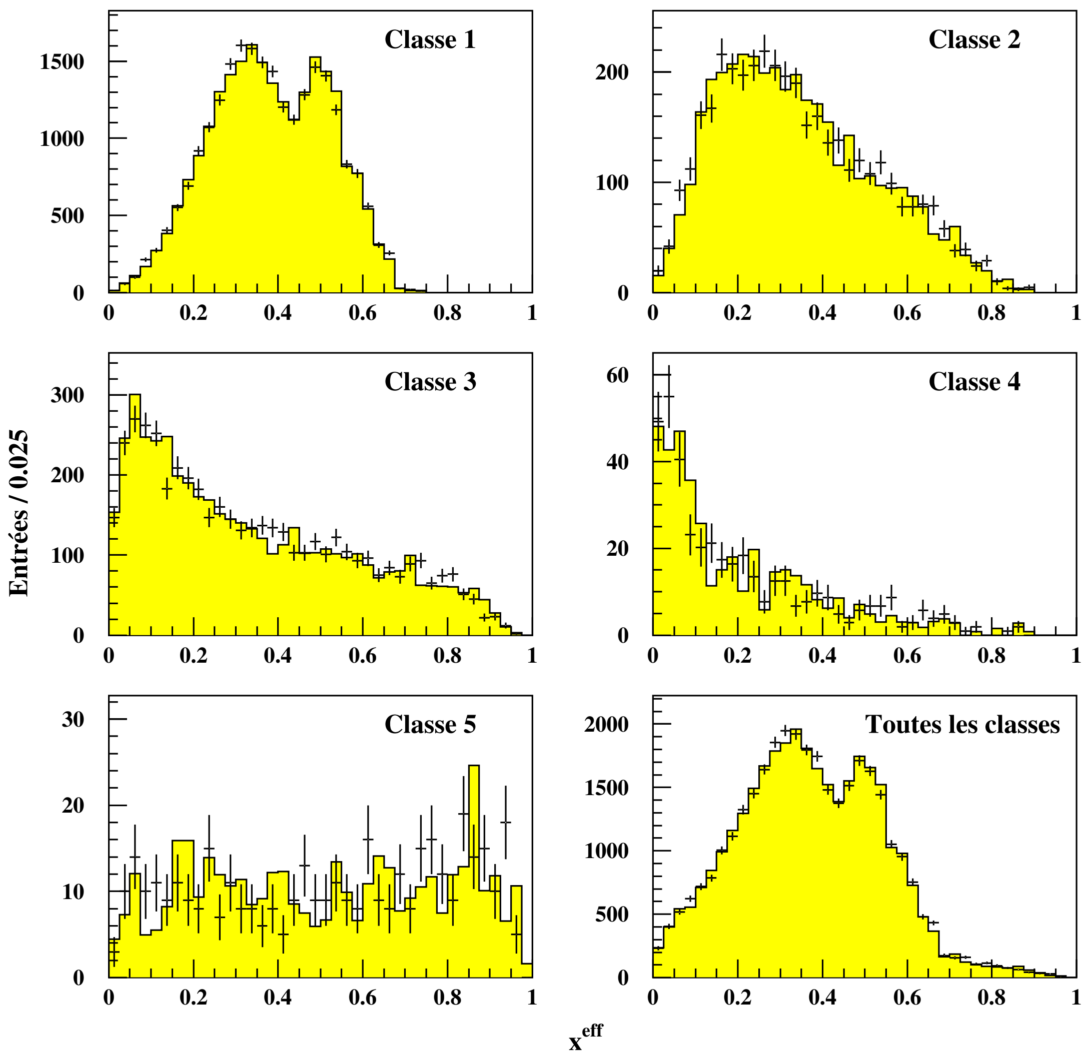

Figure 5.10: Distributions de x^{eff} dans chaque classe d'étiquetages, pour les données (croix) et le Monte–Carlo (histogrammes).

Tableau 5.3: Indicateurs de saveur initiale et variables discriminantes utilisés dans chaque classe d'étiquetages. Les quantités $S(Q_o)$, $S(K)$ et $S(l_o)$ désignent les signes de la charge de l'hémisphère opposé, du kaon de fragmentation et du lepton dans l'hémisphère opposé. Les classes 3 à 5 utilisent toutes le signe du lepton dans l'hémisphère opposé comme indicateur de saveur initiale. Dans la classe 3, aucun kaon de fragmentation n'est identifié. Dans la classe 4 (classe 5) un kaon de fragmentation est identifié avec un signe opposé (identique) à celui du lepton de l'hémisphère opposé. Les puretés et les fractions de mauvais étiquetages (η) sont estimées à partir du Monte–Carlo (%). Le terme "η effectif" est expliqué au paragraphe 5.2.4. Les erreurs mentionnées proviennent uniquement de la statistique.

Classes	1	2	3	4	5
Indic. saveur initiale	$S(Q_o)$	$S(K)$	$S(l_o)$	$S(l_o)= -S(K)$	$S(l_o)=S(K)$
Variables discriminantes utilisées	$\|Q_o\|$ $S(Q_o)Q_s$ $p_T(l_s)$	$S(K)Q_o$ $S(K)Q_s$ χ_π Z_K t $p_T(l_s)$	$S(l_o)Q_o$ $S(l_o)Q_s$ $p_T(l_o)$ $p_T(l_s)$	χ_π Z_K $S(l_o)Q_o$ $S(l_o)Q_s$ $p_T(l_o)$ t $p_T(l_s)$	χ_π Z_K $S(l_o)Q_o$ $S(l_o)Q_s$ $p_T(l_o)$ t $p_T(l_s)$
Fraction (données)	71.4 ± 0.2	11.9 ± 0.2	14.2 ± 0.2	1.3 ± 0.1	1.2 ± 0.1
Pureté en B^0_s	9.8 ± 0.1	13.1 ± 0.3	10.1 ± 0.2	15.6 ± 1.0	11.8 ± 0.8
η B^0_s	38.6 ± 0.5	28.9 ± 1.0	34.0 ± 1.1	16.1 ± 2.3	55.9 ± 3.5
η effectif B^0_s	31.9	24.7	24.2	13.7	26.4
Pureté en B^0_d	39.4 ± 0.2	33.3 ± 0.4	39.2 ± 0.3	34.0 ± 1.2	33.9 ± 1.1
η B^0_d	38.4 ± 0.2	48.5 ± 0.7	35.4 ± 0.5	35.5 ± 2.0	39.9 ± 2.0
η effectif B^0_d	31.8	33.4	24.8	25.9	25.3
η autres B	37.6 ± 0.2	61.4 ± 0.5	34.2 ± 0.5	43.8 ± 1.8	24.1 ± 1.4
η charme	38.2 ± 1.4	54.2 ± 3.2	14.2 ± 3.1	50.0 ± 50.0	8.6 ± 8.2
η uds	47.8 ± 2.8	56.9 ± 6.0	46.0 ± 12.9	50.0 ± 50.0	50.0 ± 50.0

- pour les événements correctement étiquetés ($c = +1$),
- pour les événements incorrectement étiquetés ($c = -1$),

ce qui représente $5 \times 5 \times 11 \times 2 = 550$ fonctions.

Cette détermination, tout comme l'estimation des taux de mauvais étiquetages η_{jkm}, repose sur le Monte–Carlo. A cause de la faible statistique Monte–Carlo disponible pour certains bruits de fond, les fonctions $G^c_{4km}(x^{\mathrm{eff}})$ (charme) sont supposées identiques dans toutes les classes de puretés, c'est-à-dire $G^c_{4km}(x^{\mathrm{eff}}) = G^c_{4k}(x^{\mathrm{eff}})$; de même pour le bruit de fond *uds* : $G^c_{5km}(x^{\mathrm{eff}}) = G^c_{5k}(x^{\mathrm{eff}})$.

La figure 5.9 montre les distributions de la variable x^{eff}, pour les B^0_s, sommées sur toutes les classes de puretés. Les pics observés dans la classe 1 sont dus aux valeurs discrètes de la charge de l'hémisphère contenant le candidat (variable Q_s). La figure 5.10 montre les distributions de x^{eff} dans les classes d'étiquetages pour les données et le Monte–Carlo. L'accord est tout à fait satisfaisant.

La ligne "Pureté en B^0_s" du tableau 5.3 montre qu'en plus d'améliorer l'étiquetage, la division de l'échantillon en classes d'étiquetages permet d'améliorer la séparation entre les B^0_s et les différents bruits de fond. En effet, les classes dans lesquelles la présence d'un kaon de fragmentation est exigée, ont une pureté en B^0_s plus élevée que la moyenne.

5.2.4 Fractions effectives de mauvais étiquetages

L'amélioration de l'étiquetage, apportée par la variable x^{eff}, dépend de la différence entre les distributions $G^+_{jkm}(x^{\mathrm{eff}})$ et $G^-_{jkm}(x^{\mathrm{eff}})$ et peut être quantifiée en terme de *"mauvais étiquetages effectifs"*. On définit à ce propos un facteur de superposition [83] :

$$\mathcal{S}_j = \int_0^1 \frac{\left[(1-\eta_j)\, G^+_j(x^{\mathrm{eff}}) - \eta_j\, G^-_j(x^{\mathrm{eff}})\right]^2}{(1-\eta_j)\, G^+_j(x^{\mathrm{eff}}) + \eta_j\, G^-_j(x^{\mathrm{eff}})}\, dx^{\mathrm{eff}} \tag{5.5}$$

où η_j est la fraction de mauvais étiquetages de la composante j. Les autres indices (k, m) ont été omis, pour plus de clarté. Ce facteur, compris entre 0 et 1 est maximal lorsque les deux distributions sont totalement séparées, c'est-à-dire lorsque $G^+_j(x^{\mathrm{eff}})G^-_j(x^{\mathrm{eff}}) = 0$. On peut alors définir la fraction effective de mauvais étiquetages :

$$\eta^{\mathrm{eff}}_j = \frac{1 - \sqrt{\mathcal{S}_j}}{2} \tag{5.6}$$

qui est comprise entre 0 et η_j. La différence entre η_j et η^{eff}_j reflète le gain obtenu grâce à la variable discriminante x^{eff}, dans la procédure d'étiquetage. Les fractions effectives de mauvais étiquetages apparaissent aux lignes "η effectif", dans le tableau 5.3. Ces fractions valent en moyenne 28.9% pour les B^0_s et 30.6% pour les B^0_d, alors que les fractions de mauvais étiquetages moyennes valent 36.3% pour les B^0_s et 38.9% pour les B^0_d.

Chapitre 6

Limite inférieure sur Δm_s

A partir de l'échantillon sélectionné (chap. 4), nous tentons d'extraire Δm_s, par la construction d'une fonction de vraisemblance (§6.1) qui inclut les sous-classes précédemment décrites (chap. 5). Nous vérifions la validité de la méthode adoptée en mesurant Δm_s, dans la simulation Monte–Carlo. N'ayant pu réaliser une mesure dans les données réelles, nous fixons une limite inférieure sur Δm_s, par la méthode d'ajustement de l'amplitude (§6.2). Le paragraphe suivant (§6.3) est consacré à l'étude des incertitudes systématiques. Nous présentons ensuite différentes vérifications de notre résultat (§6.4). La combinaison et la comparaison de ce résultat avec les autres analyses LEP est exposée au paragraphe 6.5. Nous résumons les résultats présentés dans ce mémoire (§6.6), avant de conclure sur l'avenir de Δm_s (§6.7).

6.1 Construction de la fonction de vraisemblance de l'échantillon

6.1.1 Introduction

Définissons pour chaque candidat de notre échantillon, les variables suivantes[1] :

$$\begin{cases} t_0 &= \text{temps de vie propre vrai, continue entre 0 et } +\infty \\ t &= \text{temps de vie propre reconstruit, continue entre } -\infty \text{ et } +\infty \end{cases}$$

$$\mu_0 = \begin{cases} -1 & \text{si le candidat est réellement mélangé} \\ +1 & \text{si le candidat est réellement non mélangé} \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} -1 & \text{si le candidat est étiqueté mélangé} \\ +1 & \text{si le candidat est étiqueté non mélangé} \end{cases}$$

Nous avons établi au premier chapitre (éq. 1.24), la fonction densité de probabilité conjointe de μ_0 et de t_0 [2] :

$$\mathrm{fdp}(\mu_0, t_0) = \frac{e^{-t_0/\tau_s}}{2\tau_s}\left[1 + \mu_0 \cos\left(\Delta m_s\, t_0\right)\right]$$

La fonction de vraisemblance *d'un échantillon idéal* de N événements, contenant uniquement des mésons B_s^0, avec une résolution en temps et un étiquetage parfaits, est par définition, le

[1] La vocabulaire concernant l'étiquetage a été défini au paragraphe 2.4.1.

[2] Au premier chapitre, les indices "zéro" des variables μ et t ont été omis, pour des raisons de clarté.

produit des N valeurs prises par la fonction densité de probabilité :

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{N} \mathrm{fdp}(\mu_{0i}, t_{0i})$$

En pratique, notre échantillon n'est pas idéal et la fonction de vraisemblance que nous cherchons à construire dépend des valeurs prises par trois variables aléatoires mesurées dans chaque événement de l'échantillon sélectionné. Ces variables sont :

- le temps de vie reconstruit t;
- le résultat de l'étiquetage μ;
- la variable discriminante effective x^{eff} introduite au chapitre 5 §5.2.3.

Pour construire la fonction de vraisemblance de notre échantillon, il faut tenir compte de ses propriétés :

- les 5 composantes B_s^0, B_d^0, autres B, charme et *uds* (§4.6.1);
- la résolution sur le temps de vie propre $\mathrm{Res}(t \,|\, t_0)$ (§4.5) et les variations d'efficacités dans le temps $\epsilon_j(t_0)$ (§4.6.2);
- les fractions de mauvais étiquetages (§5.2);
- les 11 classes de puretés (§5.1);
- les 5 classes d'étiquetages (§5.2.2).

Nous commençons par décrire les composantes (§6.1.2, §6.1.3), puis nous introduisons les fractions de mauvais étiquetages, les classes et la variable x^{eff} (§6.1.4).

6.1.2 Hadrons beaux

1. *Hadrons beaux oscillants*

   La fonction densité de probabilité conjointe des variables μ_0 et t_0 est :

   $$q_j(\mu_0, t_0) = \frac{e^{-t_0/\tau_j}}{2\tau_j} \left[1 + \mu_0 \cos\left(\Delta m_j \, t_0\right)\right] \qquad (6.1)$$

   où τ_j et Δm_j sont la durée de vie et la fréquence d'oscillation des B_s^0 ($j = 1$) et des B_d^0 ($j = 2$).

2. *Hadrons beaux non oscillants*

   La composante $j = 3$ représente les hadrons beaux non oscillants, c'est-à-dire principalement les B^+ et les Λ_b^0. Ces hadrons sont, par définition, réellement non mélangés ($\mu_0 = +1$). En conservant la même notation que celle du paragraphe précédent, on a donc :

   $$q_3(-1, t_0) = 0$$

Rigoureusement, la fonction $q_3(+1, t_0)$ devrait s'écrire :

$$p\frac{1}{\tau_u}e^{-t_0/\tau_u} + (1-p)\frac{1}{\tau_{\text{baryon } b}}e^{-t_0/\tau_{\text{baryon } b}}$$

où p est la fraction de B^+ parmi les hadrons beaux non oscillants, τ_u la durée de vie de B^+ et $\tau_{\text{baryon } b}$ la durée de vie des baryons beaux (tableau 2.2 chap. 2). Ceci nous obligerait à déterminer les puretés et les fractions de mauvais étiquetages séparément pour les B^+ et les baryons b. Par souci de simplicité, nous avons utilisé l'approximation suivante (extrêmement bien vérifiée) :

$$q_3(+1, t_0) = \frac{1}{\tau_3}e^{-t_0/\tau_3}$$

avec $\tau_3 \equiv \tau_{\text{autres } B} = p\tau_u + (1-p)\tau_{\text{baryon } b}$.

La fonction densité de probabilité conjointe du temps de vie reconstruit t et de μ_0 est obtenue en convoluant $q_j(\mu_0, t_0)$ avec la fonction de résolution $\text{Res}(t \mid t_0)$ et en prenant en compte la variation d'efficacité avec le temps de vie propre vrai $\epsilon_j(t_0)$:

$$h_j(\mu_0, t) = \frac{\displaystyle\int_0^\infty \epsilon_j(t_0)\, q_j(\mu_0, t_0)\, \text{Res}(t \mid t_0)\, dt_0}{\displaystyle\int_0^\infty \epsilon_j(t_0)\, \frac{1}{\tau_j}e^{-t_0/\tau_j}\, dt_0} \quad ; \quad j = 1, 2, 3 \qquad (6.2)$$

Nous avons signalé au chapitre 4 (§4.5) que l'écart type $\sigma^{\alpha\beta}(t_0)$ des gaussiennes utilisées dans la fonction de résolution (4.5) dépend de t_0. Cette dépendance a pour conséquence que les intégrales de (6.2) ne peuvent pas s'exprimer simplement à l'aide de la fonction d'erreur complexe. Elles doivent être évaluées numériquement. Nous les avons calculées par la méthode de Gauss [84]. Elles sont extrêmement coûteuses en temps de calcul.

6.1.3 Bruits de fond charme et uds

Les bruits de fond de type charme ($j = 4$) et uds ($j = 5$) sont, par définition, réellement non mélangés. En conservant les notations du paragraphe précédent, on a donc :

$$h_j(-1, t) = 0 \quad ; \quad j = 4, 5$$

Les fonctions $h_j(+1, t)$ sont déterminées à partir du Monte–Carlo, en ajustant les distributions du temps de vie propre reconstruit d'événements charme et uds, par la somme de trois gaussiennes (voir fig. 6.1).

6.1.4 Classes et variable discriminante effective x^{eff}

Pour expliquer comment les fractions de mauvais étiquetages sont introduites dans la fonction de vraisemblance, considérons, dans un premier temps, un échantillon simplifié contenant une seule composante j. Supposons qu'une fraction η_j de cet échantillon soit incorrectement étiquetée. La fonction densité de probabilité conjointe des variables μ et t s'écrit alors :

$$\text{fdp}(\mu, t) = (1-\eta_j)h_j(\mu, t) + \eta_j h_j(-\mu, t)$$

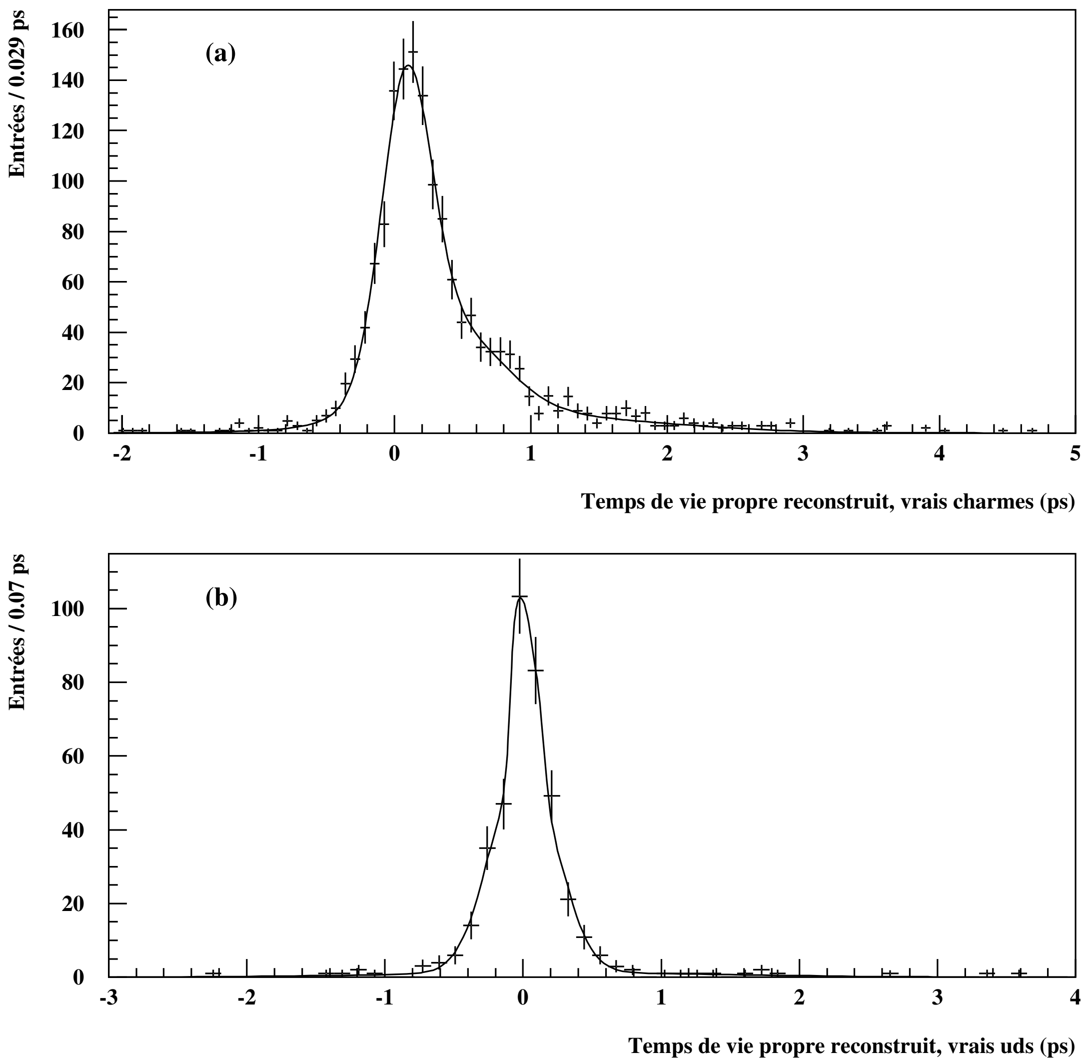

Figure 6.1: Distributions du temps de vie propre reconstruit, pour des événements de bruit de fond de type charme (a) et *uds* (b), déterminées grâce au Monte–Carlo. Ces distributions sont paramétrées par la somme de trois gaussiennes (courbes superposées).

Avec les cinq composantes de notre échantillon, de puretés respectives p_j, cette fonction devient :

$$\sum_{j}^{5\ \text{composantes}} p_j\left[(1-\eta_j)h_j(\mu,t)+\eta_j h_j(-\mu,t)\right] \tag{6.3}$$

L'utilisation de la variable discriminante x^{eff}, dans la fonction de vraisemblance, se résume à l'utilisation de deux ensembles de fonctions de x^{eff}, $X_{jkm}(x^{\text{eff}})$ et $Y_{jkm}(x^{\text{eff}})$, dont les valeurs peuvent être interprétées comme les probabilités de mauvais étiquetages et les fractions des différentes composantes, événement par événement [85].

La fonction de vraisemblance de l'échantillon total s'écrit :

$$\mathcal{L} = C \prod_{m}^{11\ \text{cl. puretés}} \ \prod_{k}^{5\ \text{cl. étiquetages}} \ \prod_{i}^{N_{km}\ \text{événements}} f_{km}(x^{\text{eff}}_{ikm},\mu_{ikm},t_{ikm}) \tag{6.4}$$

où C[3] est une constante de normalisation indépendante des oscillations et des durées de vie des hadrons beaux, N_{km} est le nombre de candidats sélectionnés appartenant à fois à la classe de puretés m et à la classe d'étiquetages k. La fonction f_{km} est une généralisation de (6.3) qui tient compte de x^{eff} et des différentes classes utilisées :

$$f_{km}(x^{\text{eff}},\mu,t) = \sum_{j}^{5\ \text{composantes}} Y_{jkm}(x^{\text{eff}})\left[\left(1-X_{jkm}(x^{\text{eff}})\right)h_j(\mu,t)+X_{jkm}(x^{\text{eff}})h_j(-\mu,t)\right]$$

Les quantités $X_{jkm}(x^{\text{eff}})$ et $Y_{jkm}(x^{\text{eff}})$ sont calculées événement par événement, à partir des distributions $G^{c}_{jkm}(x^{\text{eff}})$ et des fractions de mauvais étiquetages η_{jkm} introduites au chapitre 5 (§5.2) :

$$X_{jkm}(x^{\text{eff}}) = \eta_{jkm}\,\frac{G^{-}_{jkm}(x^{\text{eff}})}{G_{jkm}(x^{\text{eff}})}, \qquad Y_{jkm}(x^{\text{eff}}) = p_{jkm}\,\frac{G_{jkm}(x^{\text{eff}})}{\sum_{j'} p_{j'km}G_{j'km}(x^{\text{eff}})} \tag{6.5}$$

où

$$G_{jkm}(x^{\text{eff}}) = (1-\eta_{jkm})G^{+}_{jkm}(x^{\text{eff}}) + \eta_{jkm}G^{-}_{jkm}(x^{\text{eff}})$$

et où p_{jkm} sont les puretés des différentes composantes, dans les 55 classes. Elles satisfont :

$$\sum_{j=1}^{5\ \text{composantes}} p_{jkm} = 1$$

Les valeurs moyennes de $X_{jkm}(x^{\text{eff}})$ et $Y_{jkm}(x^{\text{eff}})$ sont respectivement égales aux fractions de mauvais étiquetages et aux puretés par classe η_{jkm} et p_{jkm}.

La figure 6.2 montre la distribution de la fraction de B^0_s événement par événement, $Y_{1km}(x^{\text{eff}})$, dans les données et le Monte–Carlo, ainsi que la probabilité qu'un B^0_s soit incorrectement étiqueté, $X_{1km}(x^{\text{eff}})$; l'accord est satisfaisant.

[3]
$$C = \prod_{m}^{11\ \text{cl. puretés}} \ \prod_{k}^{5\ \text{cl. étiquetages}} \ \prod_{i}^{N_{km}\ \text{évts}} \ \sum_{j} p_{jkm}G_{jkm}(x^{\text{eff}}_{ikm})$$

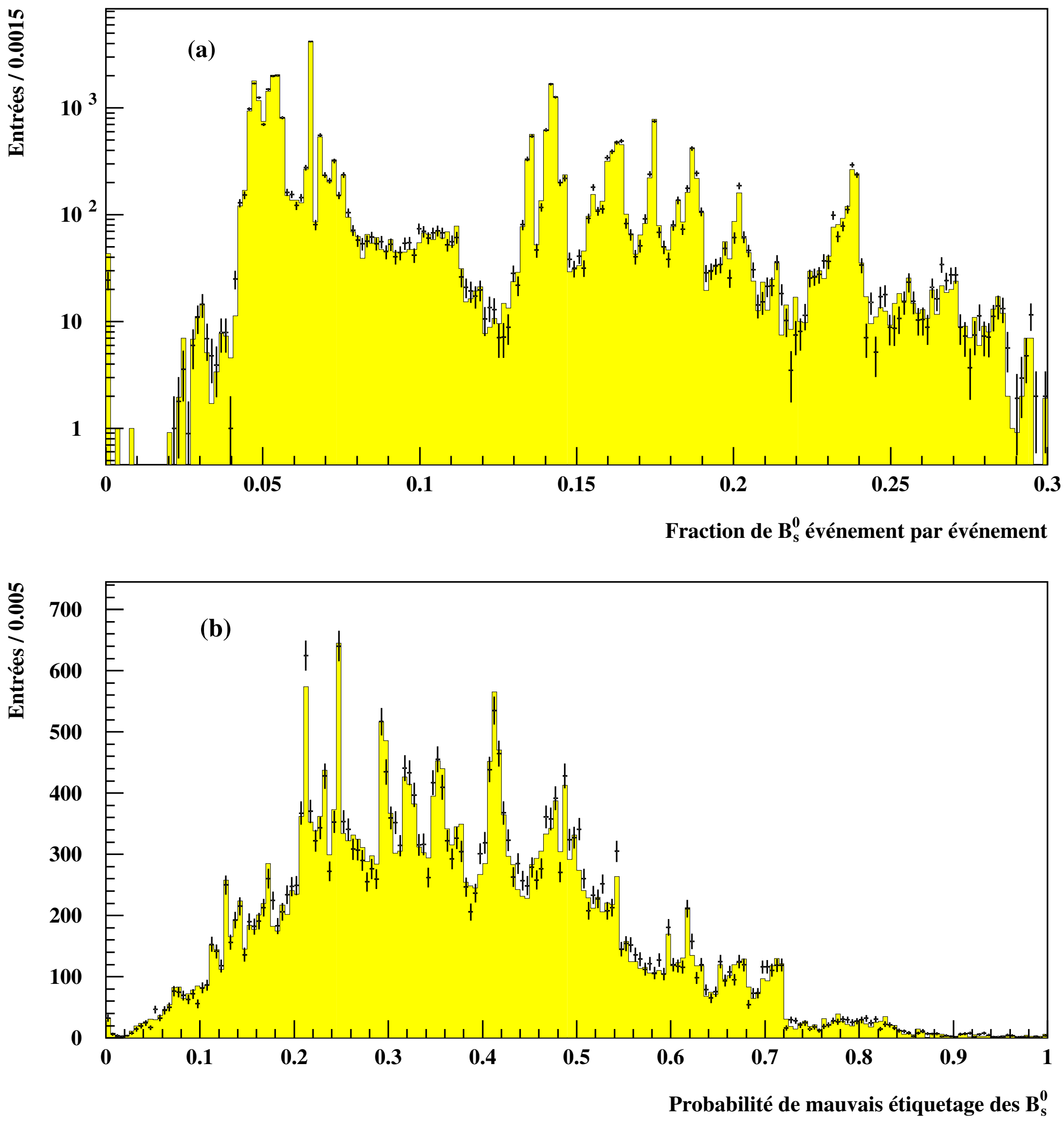

Figure 6.2: (a) Fraction de B_s^0 événement par événement Y_{1km} et (b) probabilité qu'un B_s^0 soit incorrectement étiqueté X_{1km}, pour les données (croix) et le Monte–Carlo (histogrammes).

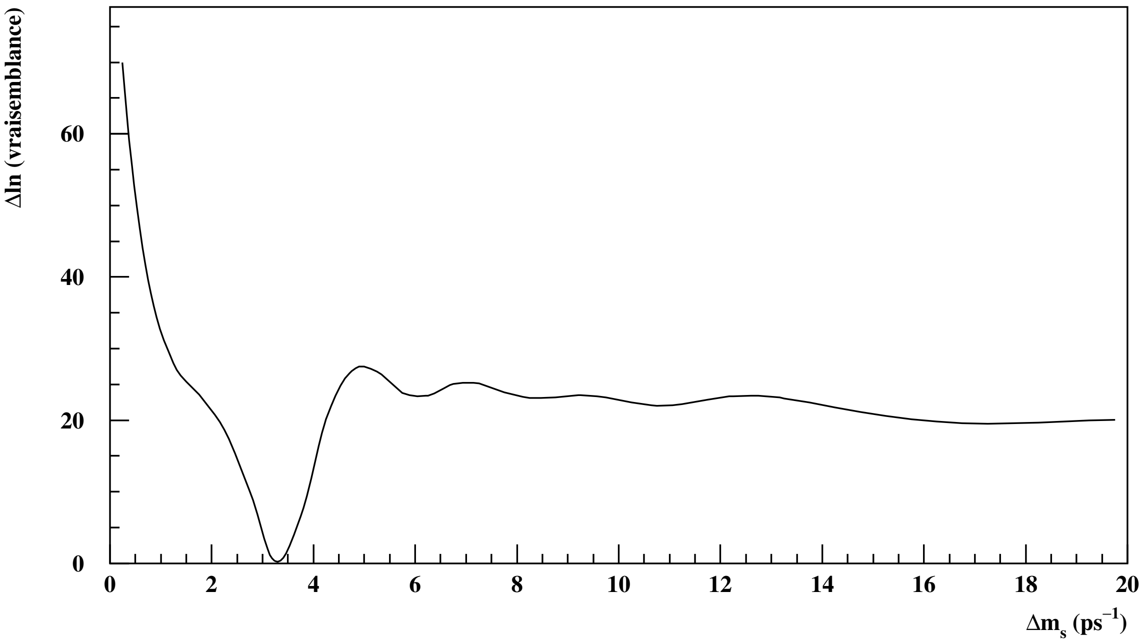

Figure 6.3: $\Delta \ln \mathcal{L}$ en fonction de Δm_s, dans le Monte–Carlo (voir le texte). La valeur engendrée de Δm_s est 3.33 ps^{-1}.

6.1.5 Maximum de la fonction de vraisemblance

L'étape qui suit la construction de la fonction de vraisemblance consiste à déterminer la valeur de Δm_s la plus probable, c'est-à-dire celle qui maximise cette fonction. En pratique, pour des raisons numériques, on préfère minimiser l'opposé du logarithme de la fonction de vraisemblance, $-\ln \mathcal{L}(\Delta m_s)$. Nous avons effectué cette minimisation avec le programme MINUIT [86], en laissant libre Δm_s et en fixant tous les autres paramètres.

Dans le Monte–Carlo, la valeur de Δm_s ajustée est 3.32 ± 0.12 ps^{-1}, en accord avec la valeur engendrée[4] qui est de 3.33 ps^{-1}. La figure 6.3 montre, dans le Monte–Carlo, la fonction :

$$\Delta \ln \mathcal{L}(\Delta m_s) = -\ln \mathcal{L}(\Delta m_s) - [-\ln \mathcal{L}(\Delta m_s^{\min})]$$

où $\Delta m_s^{\min}$ est la valeur de Δm_s minimisant $-\ln \mathcal{L}$ (Δm_s). Le minimum aux alentours de 3.3 ps^{-1} est clairement visible.

La figure 6.4 montre $\Delta \ln \mathcal{L}$ dans les données. Le minimum global se situe à 15.5 ps^{-1}, mais sa profondeur est insuffisante pour conclure qu'il s'agit de la vraie valeur de Δm_s. La fonction $\Delta \ln \mathcal{L}$ reste constante, pour les valeurs de Δm_s supérieures à 20 ps^{-1}.

La signification statistique en nombre d'écarts types (N_σ) d'une différence de vraisemblance en logarithme ($\Delta \ln \mathcal{L}$), s'exprime par :

$$N_\sigma = \sqrt{2 \Delta \ln \mathcal{L}}$$

[4]La valeur de Δm_s engendrée dans le Monte–Carlo ALEPH, 3.33 ps^{-1} qui correspond à $x_s = 5$, a été historiquement choisie suffisamment "petite" pour être observable par une analyse.

Dans notre cas, la différence $\Delta \ln \mathcal{L}$ vaut 1.16 entre le minimum global et l'infini. La signification statistique de ce minimum, en ignorant tout effet systématique, est donc de 1.5σ. On peut écrire la valeur de Δm_s au minimum (voir fig. 6.5):

$$\Delta m_s^{\mathrm{min}} = 15.5^{+1.6}_{-1.5}\ \mathrm{ps}^{-1} \quad \text{(stat. uniquement)}$$

6.1.6 Difficultés de la méthode du maximum de vraisemblance

N'ayant pu réaliser une mesure de Δm_s, nous avons fixé une limite inférieure sur sa valeur. Comme nous allons le voir, la méthode du maximum de vraisemblance, idéale dans le cas d'une mesure, ne l'est plus lorsqu'il s'agit de fixer une limite.

Si la vraie valeur de Δm_s, $\Delta m_s^{\mathrm{vrai}}$, se situe bien en dessous de la sensibilité de l'analyse, on s'attend à ce que le minimum global de $-\ln \mathcal{L}$ soit profond (c'est-à-dire plusieurs unités par rapport aux autres minima locaux). On s'attend, de plus, à ce que ce minimum soit situé au voisinage de $\Delta m_s^{\mathrm{vrai}}$. Une mesure a alors été effectuée. L'erreur statistique à 1σ sur la mesure peut être obtenue à partir des valeurs de Δm_s qui satisfont : $\Delta \ln \mathcal{L} = \Delta \ln \mathcal{L}^{\mathrm{min}} + 0.5$. D'une façon similaire, les erreurs à 95% CL peuvent être obtenues en utilisant : $\Delta \ln \mathcal{L} = \Delta \ln \mathcal{L}^{\mathrm{min}} + 1.92$.

Si au contraire, la vraie valeur de Δm_s se situe hors de portée de la sensibilité de l'analyse, le minimum de $-\ln \mathcal{L}$ n'apparaît pas forcément au voisinage de la vraie valeur de $\Delta m_s^{\mathrm{vrai}}$, mais quelque part dans la zone sensible. Ce minimum est alors la conséquence d'une fluctuation statistique et n'a pas de signification particulière. Par conséquent, la règle consistant à remonter de 1.92 unité par rapport au minimum, pour trouver la limite à 95% CL ne s'applique plus [87].

Ce problème a été résolu par les premières analyses cherchant à fixer une limite inférieure sur Δm_s [58, 59]. La courbe correspondant à 95% de niveau de confiance est alors obtenue par des simulations qui incluent les erreurs systématiques. La méthode est extrêmement lourde et consomme un temps de calcul excessif sur ordinateur.

De plus, il est si compliqué de combiner les limites obtenues dans de telles conditions, par différentes expériences, que cette méthode a été abandonnée au profit de celle décrite au prochain paragraphe.

6.2 Méthode d'ajustement de l'amplitude

6.2.1 Principe

La méthode d'ajustement d'amplitude [60, 67] est inspirée de l'analyse de Fourier : plutôt que de chercher une oscillation dans la distribution de temps de vie propre de l'échantillon, on recherche un pic dans le spectre de fréquences Δm_s. Dans cette méthode, l'amplitude d'oscillation des B_s^0 est mesurée à différentes valeurs fixes de Δm_s, en utilisant une fonction de vraisemblance modifiée qui dépend d'un nouveau paramètre : l'amplitude $\mathcal{A}$ d'oscillation des B_s^0. Ceci est obtenu en remplaçant la fonction densité de probabilité de la composante B_s^0 dans (6.1) par :

$$\frac{e^{-t_0/\tau_s}}{2\tau_s}\left[1 + \mu_0 \mathcal{A} \cos\left(\Delta m_s\, t_0\right)\right] \tag{6.6}$$

A chaque valeur de Δm_s, la quantité $-\ln \mathcal{L}$ est minimisée par rapport à $\mathcal{A}$, en fixant tous les autres paramètres, y compris Δm_s. Le minimum est toujours très proche d'une parabole (voir fig. 6.6). A chaque valeur de Δm_s, on obtient ainsi une mesure de l'amplitude avec une erreur

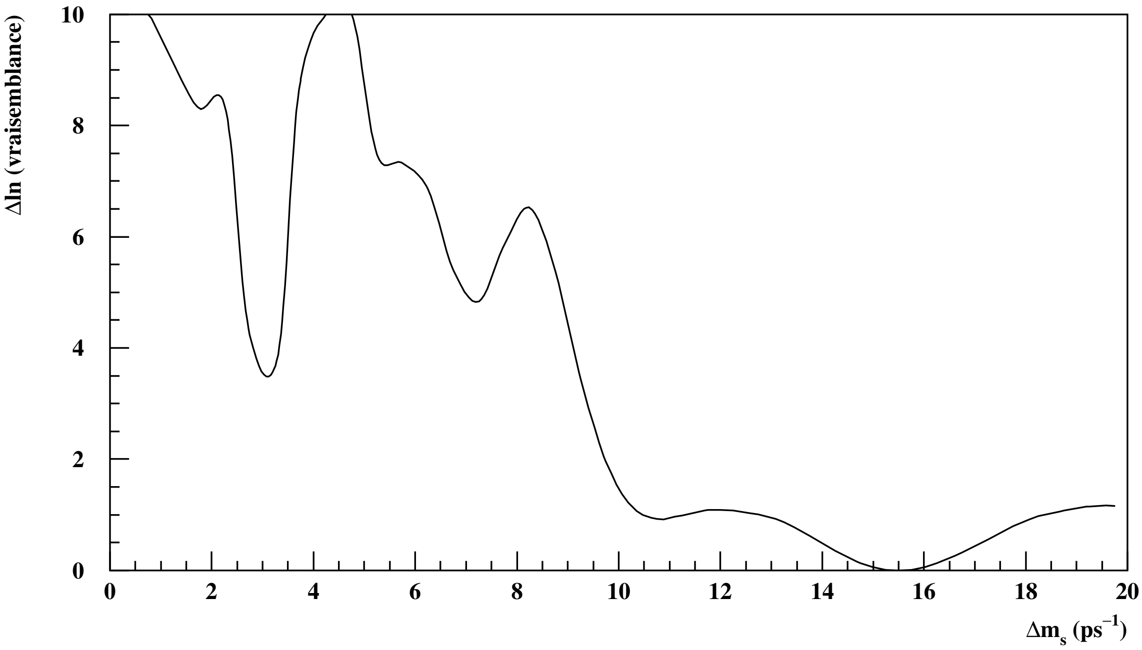

Figure 6.4: $\Delta \ln \mathcal{L}$ en fonction de Δm_s, dans les données (voir le texte).

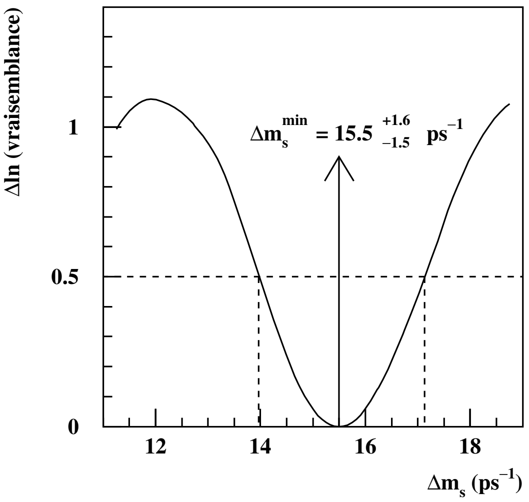

Figure 6.5: $\Delta \ln \mathcal{L}$ en fonction de Δm_s, agrandissement de la figure 6.4, dans la région du minimum global. La valeur préférée de Δm_s est $15.5^{+1.6}_{-1.5}$ ps^{-1}, mais la profondeur du minimum n'est que de 1.16 unités, soit 1.5σ.

gaussienne : $\mathcal{A} \pm \sigma_{\mathcal{A}}$. Si Δm_s est proche de sa vraie valeur, on s'attend à ce que $\mathcal{A}$ vaille 1, à l'erreur estimée près. Par contre, si Δm_s est très éloignée de sa vraie valeur, on s'attend à ce que $\mathcal{A}$ soit compatible avec zéro.

Une valeur de Δm_s peut être exclue à 95% CL si $\mathcal{A} + 1.645\sigma_{\mathcal{A}} < 1$:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{1.645} e^{-a^2/2} da \simeq 0.95$$

A cause de la résolution en temps, $\sigma_{\mathcal{A}}$ est une fonction croissante de Δm_s, autrement dit les fréquences élevées sont plus difficiles à observer. On définit la ***sensibilité*** de l'analyse comme la valeur de Δm_s pour laquelle $1.645\, \sigma_{\mathcal{A}} = 1$.

L'ajustement de l'amplitude, dans le Monte–Carlo, est représenté sur la figure 6.7. On vérifie qu'un pic est clairement visible, à la valeur d'entrée du Monte Carlo ($\Delta m_s = 3.33$ ps^{-1}), l'amplitude étant compatible avec 1. La sensibilité, en ignorant tout effet systématique vaut 10.8 ps^{-1} dans le Monte Carlo.

En ignorant les incertitudes systématiques, la moyenne de plusieurs amplitudes, mesurées à la même valeur de Δm_s par des analyses statistiquement indépendantes, se fait de façon standard, en pondérant chaque amplitude mesurée par l'inverse du carré de son erreur. Par exemple, dans le cas de deux mesures ($\mathcal{A}_1 \pm \sigma_{\mathcal{A}_1}$) et ($\mathcal{A}_2 \pm \sigma_{\mathcal{A}_2}$), l'amplitude moyenne $\bar{\mathcal{A}}$ et son erreur $\sigma_{\bar{\mathcal{A}}}$ sont obtenues par :

$$\frac{1}{\sigma_{\bar{\mathcal{A}}}^2} = \frac{1}{\sigma_{\mathcal{A}_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{\mathcal{A}_2}^2}$$

$$\bar{\mathcal{A}} = \left(\frac{\mathcal{A}_1}{\sigma_{\mathcal{A}_1}^2} + \frac{\mathcal{A}_2}{\sigma_{\mathcal{A}_2}^2} \right) \sigma_{\bar{\mathcal{A}}}{}^2$$

Nous discuterons de la combinaison des résultats entre plusieurs analyses, en incluant les erreurs systématiques, au paragraphe 6.5.

6.2.2 Limite sur Δm_s (statistique)

Les amplitudes d'oscillation des B_s^0 mesurées en fonction de Δm_s, obtenues dans les données, sont représentées sur la figure 6.8. La sensibilité, ignorant tout effet systématique, est de 10.0 ps^{-1}. Cette sensibilité est plus faible que celle mesurée dans le Monte–Carlo, car la résolution sur la longueur de vol est meilleure dans le Monte–Carlo (facteurs S_ℓ^{dat} et f_ℓ^{dat} §4.5). Un pic dans l'amplitude est visible pour les valeurs de Δm_s comprises entre 14 ps^{-1} et 18 ps^{-1}, mais, comme pour la fonction de vraisemblance, il n'est pas suffisamment significatif pour proclamer une mesure. En ignorant les incertitudes systématiques, toutes les valeurs de Δm_s inférieures à 9.5 ps^{-1} sont exclues à 95% CL.

Pour quantifier les gains en sensibilité, apportés par chacune des spécificités de notre analyse, nous avons répété l'ajustement de l'amplitude dans chacune des conditions suivantes :

- aucune classe et étiquetage "standard" (expliqué ci–dessous);
- classes de puretés seules (sans les classes d'étiquetages);
- classes d'étiquetages seules (sans les classes de puretés);

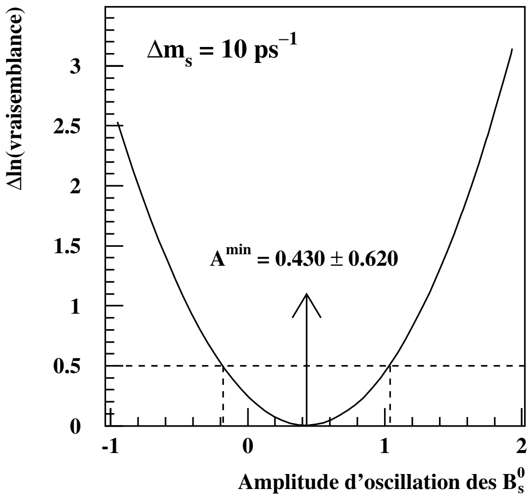

Figure 6.6: $\Delta \ln \mathcal{L}$ en fonction de l'amplitude d'oscillation des B_s^0, dans les données, pour Δm_s=10 ps^{-1}. Les lignes discontinues verticales indiquent les valeurs de l'amplitude lorsque $\Delta \ln \mathcal{L} = \Delta \ln \mathcal{L}^{\min} + 0.5$ et définissent l'intervalle d'erreur standard sur la mesure de l'amplitude.

Méthode	Sensibilité à Δm_s (stat.)
Etiquetage standard	7.4 ps^{-1}
Enrichissement en B_s^0 seul	8.2 ps^{-1}
Etiquetage optimal seul	9.3 ps^{-1}
Enrichissement en B_s^0 et étiquetage optimal	10.0 ps^{-1}

Tableau 6.1: Effet des principales améliorations de notre analyse, sur la sensibilité à Δm_s, dans les données. Aucun effet systématique n'est considéré dans cette comparaison.

L'étiquetage standard utilise les charges des deux hémisphères, pondérées par l'impulsion projetée sur l'axe de poussée, avec un facteur $\kappa = 0.5$ (voir §2.4.2). L'étiquetage se fait de la façon suivante :

$$\begin{array}{lcl} |S(l_s) \times (Q_o - Q_s)| < -0.2 & \Longrightarrow & \text{étiqueté mélangé} \\ |S(l_s) \times (Q_o - Q_s)| > +0.2 & \Longrightarrow & \text{étiqueté non mélangé} \end{array}$$

Les notations employées sont les mêmes qu'au chapitre 5. Cette méthode permet d'obtenir une fraction de mauvais étiquetages pour les B_s^0 d'environ 26.5%, avec une efficacité de 50%. Cette performance est à peu près celle de l'analyse [59].

Le tableau 6.1 donne les résultats de cette comparaison. Ce tableau ne montre pas l'effet de l'amélioration de la résolution sur le temps de vie propre (chap. 4) qui est d'environ 1.5 ps^{-1}.

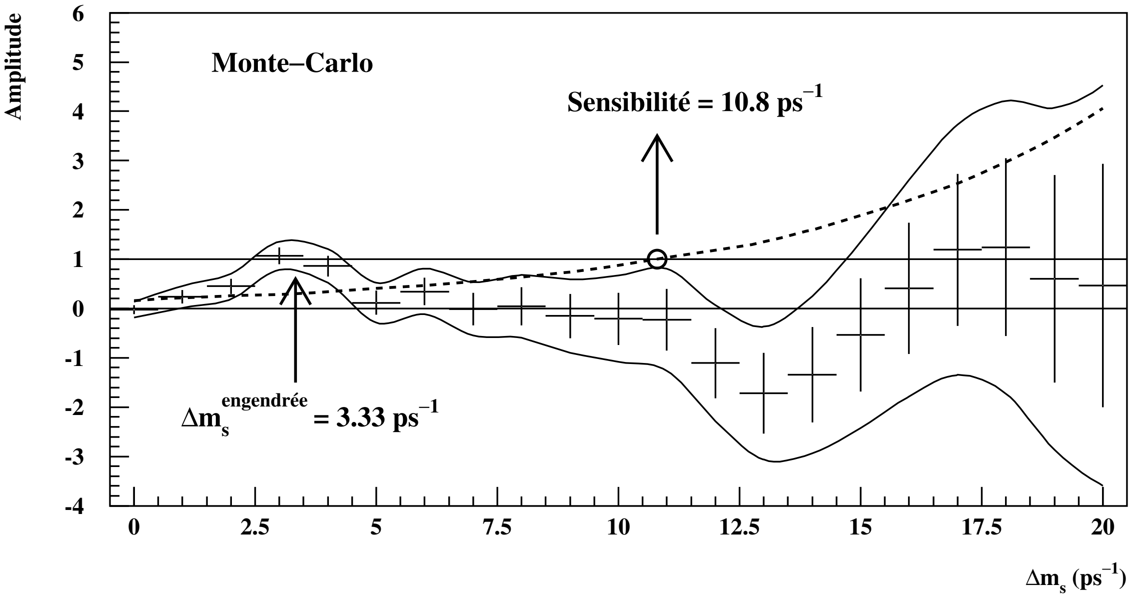

Figure 6.7: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s, dans le Monte–Carlo. Les barres d'erreur représentent l'incertitude totale à 1σ et les courbes en trait plein les contours d'exclusion à 95% CL (sans les incertitudes systématiques). La courbe discontinue correspond à $1.645\,\sigma$. La valeur engendrée est $\Delta m_s = 3.33$ ps^{-1}.

6.3 Incertitudes systématiques

6.3.1 Introduction

Les incertitudes systématiques sur l'amplitude d'oscillation des B_s^0 ($\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{syst}}$) sont calculées de la façon suivante [67] :

$$\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{syst}} = \mathcal{A}^{\text{nouv}} - \mathcal{A}^{\text{nom}} \quad + \quad (1 - \mathcal{A}^{\text{nom}}) \frac{\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nouv}} - \sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nom}}}{\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nom}}} \tag{6.7}$$

L'indice "nom" désigne les valeurs de l'amplitude et de son incertitude statistique, déterminées en utilisant les valeurs nominales des différents paramètres. L'indice "nouv" désigne la nouvelle amplitude et son incertitude statistique, obtenues après qu'un certain paramètre a été changé et l'analyse répétée.

- Le terme $\mathcal{A}^{\text{nouv}} - \mathcal{A}^{\text{nom}}$ dans (6.7) est la variation d'amplitude lorsqu'on modifie un paramètre.
- Le terme $(1 - \mathcal{A}^{\text{nom}})(\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nouv}} - \sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nom}})/\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{nom}}$ dans (6.7) tient compte du fait que la modification d'un paramètre peut aussi affecter l'incertitude statistique de la nouvelle valeur de l'amplitude obtenue.

Notons que ce $\sigma_{\mathcal{A}}^{\text{syst}}$ peut être positif ou négatif. L'incertitude systématique totale est la somme quadratique des différentes contributions décrites dans les paragraphes suivants. Le tableau 6.2 résume les différents effets pris en compte.

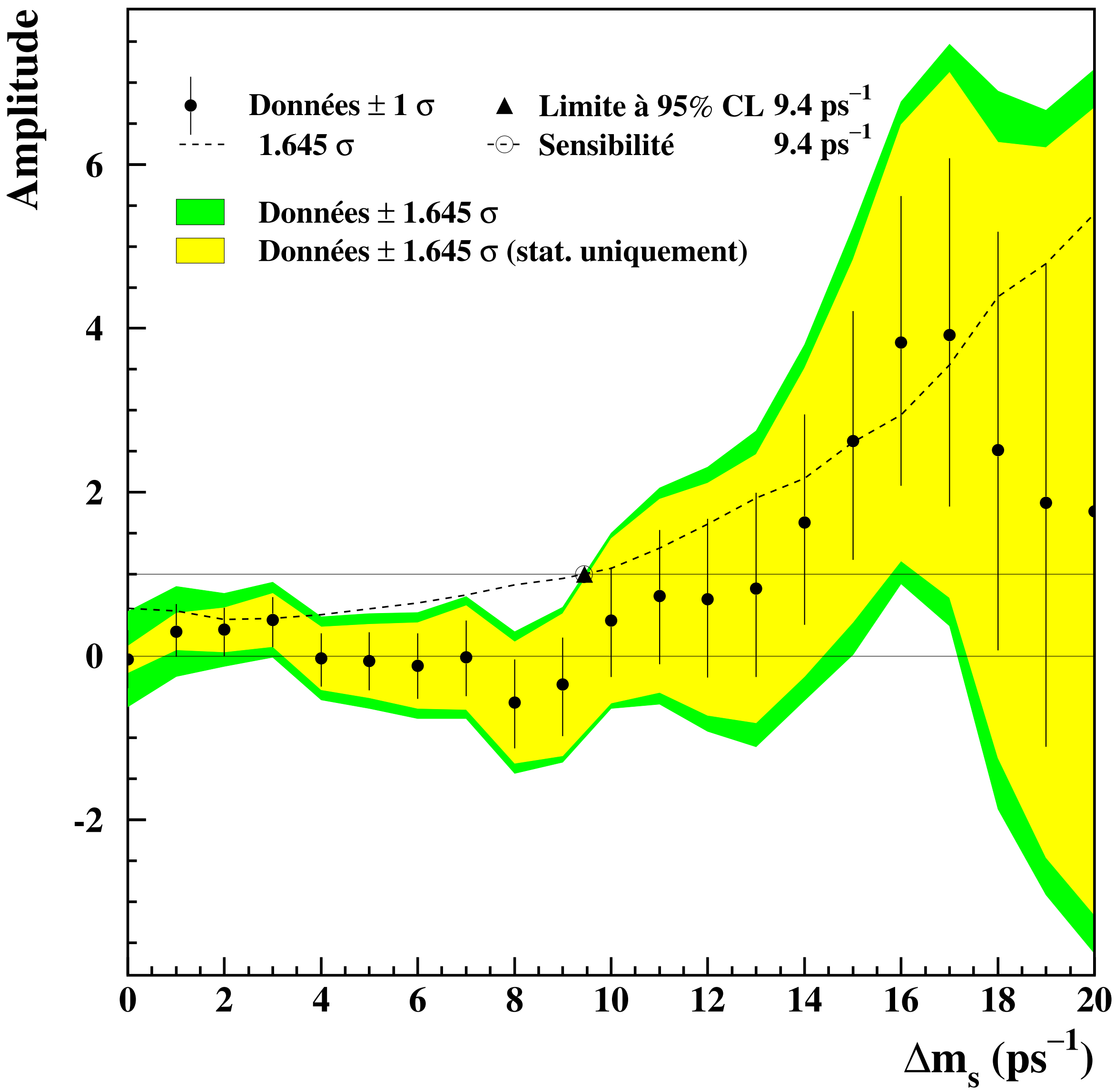

Figure 6.8: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s, dans les données. Les barres d'erreur représentent l'incertitude totale à 1σ et les bandes grisées montrent les contours d'exclusion à 95% CL avec et sans les incertitudes systématiques.

Tableau 6.2: Amplitudes d'oscillation des B_s^0, $\mathcal{A}$, mesurées à différentes valeurs de Δm_s, avec l'incertitude statistique $\sigma_{\mathcal{A}}^{\rm stat}$ et l'incertitude systématique totale $\sigma_{\mathcal{A}}^{\rm syst}$. Une décomposition de $\sigma_{\mathcal{A}}^{\rm syst}$ en différentes catégories d'effets systématiques est également donnée (voir §6.3.1 à §6.3.9). Seulement trois chiffres significatifs sont indiqués ce qui entraîne que les valeurs inférieures à $5 \cdot 10^{-4}$ (en valeur absolue) sont représentées par 0.000. Les deux lignes en gras correspondent aux deux effets systématiques dominants.

Δm_s	0 ps^{-1}	2 ps^{-1}	5 ps^{-1}	10 ps^{-1}	15 ps^{-1}
$\mathcal{A}$	-0.040	0.319	-0.062	0.430	2.625
$\sigma_{\mathcal{A}}^{\rm stat}$	± 0.099	± 0.164	± 0.273	± 0.610	± 1.346
$\sigma_{\mathcal{A}}^{\rm syst}$	$^{+0.341}_{-0.340}$	$^{+0.218}_{-0.280}$	$^{+0.221}_{-0.233}$	$^{+0.223}_{-0.316}$	$^{+0.924}_{-0.550}$
Contributions systématiques :					
– R_b, R_c	$^{+0.001}_{-0.001}$	$^{+0.002}_{-0.002}$	$^{+0.002}_{-0.001}$	$^{+0.001}_{-0.002}$	$^{+0.001}_{-0.005}$
– $f_s = \mathcal{B}r(\bar{b} \to B_s^0)$	$\mathbf{^{+0.046}_{-0.035}}$	$\mathbf{^{+0.097}_{-0.077}}$	$\mathbf{^{+0.146}_{-0.112}}$	$\mathbf{^{+0.133}_{-0.109}}$	$\mathbf{^{+0.217}_{-0.173}}$
– $f_{\text{baryon } b} = \mathcal{B}r(b \to \text{baryon } b)$	$^{+0.008}_{-0.010}$	$^{+0.025}_{-0.017}$	$^{+0.026}_{-0.018}$	$^{+0.028}_{-0.023}$	$^{+0.007}_{-0.002}$
– Fraction uds	$^{+0.008}_{-0.008}$	$^{+0.018}_{-0.020}$	$^{+0.023}_{-0.026}$	$^{+0.032}_{-0.038}$	$^{+0.078}_{-0.091}$
– Fraction charme	$^{+0.012}_{-0.012}$	$^{+0.020}_{-0.019}$	$^{+0.019}_{-0.016}$	$^{+0.021}_{-0.018}$	$^{+0.051}_{-0.043}$
– $b \to l, b \to c \to l, b \to \bar{c} \to l, c \to l$	$^{+0.065}_{-0.013}$	$^{+0.074}_{-0.009}$	$^{+0.000}_{-0.055}$	$^{+0.000}_{-0.121}$	$^{+0.464}_{-0.000}$
– Puretés (stat. MC)	$^{+0.047}_{-0.041}$	$^{+0.073}_{-0.066}$	$^{+0.078}_{-0.070}$	$^{+0.076}_{-0.075}$	$^{+0.104}_{-0.108}$
– Enrichissement B_s^0	$^{+0.017}_{-0.009}$	$^{+0.044}_{-0.045}$	$^{+0.000}_{-0.007}$	$^{+0.010}_{-0.018}$	$^{+0.140}_{-0.187}$
– Δm_d	$^{+0.037}_{-0.037}$	$^{+0.007}_{-0.007}$	$^{+0.002}_{-0.002}$	$^{+0.001}_{-0.001}$	$^{+0.000}_{-0.003}$
– Durées de vie des hadrons beaux	$^{+0.033}_{-0.000}$	$^{+0.028}_{-0.009}$	$^{+0.000}_{-0.046}$	$^{+0.027}_{-0.037}$	$^{+0.282}_{-0.000}$
– Résolution longueur de vol	$^{+0.001}_{-0.001}$	$^{+0.009}_{-0.009}$	$^{+0.020}_{-0.020}$	$^{+0.037}_{-0.041}$	$^{+0.285}_{-0.000}$
– Résolution terme de poussée	$^{+0.001}_{-0.001}$	$^{+0.011}_{-0.010}$	$^{+0.008}_{-0.007}$	$^{+0.004}_{-0.017}$	$^{+0.276}_{-0.000}$
– Fonction de fragmentation du b	$^{+0.023}_{-0.000}$	$^{+0.053}_{-0.000}$	$^{+0.012}_{-0.070}$	$^{+0.067}_{-0.085}$	$^{+0.509}_{-0.403}$
– Etiquetages saveurs	$\mathbf{^{+0.317}_{-0.332}}$	$\mathbf{^{+0.142}_{-0.149}}$	$\mathbf{^{+0.138}_{-0.132}}$	$\mathbf{^{+0.132}_{-0.207}}$	$\mathbf{^{+0.233}_{-0.219}}$
– $\Delta\Gamma_s/\Gamma_s = 0.27$	$^{+0.000}_{-0.002}$	$^{+0.010}_{-0.000}$	$^{+0.012}_{-0.000}$	$^{+0.011}_{-0.000}$	$^{+0.018}_{-0.000}$
– Biais cascades	$^{+0.060}_{-0.000}$	$^{+0.000}_{-0.206}$	$^{+0.000}_{-0.087}$	$^{+0.000}_{-0.085}$	$^{+0.000}_{-0.069}$

Il arrive que les incertitudes systématiques soient très asymétriques. Ceci peut se produire quand la variation d'amplitude $\mathcal{A}^{\text{nouv}} - \mathcal{A}^{\text{nom}}$ se fait dans le même sens, lorsqu'on modifie un paramètre de $+1\sigma$ et de -1σ.

Les incertitudes systématiques sont généralement petites devant les incertitudes statistiques sauf aux petites valeurs de Δm_s, où les incertitudes statistiques sont très faibles. A Δm_s=10 ps^{-1}, les incertitudes systématiques dominantes sont celles dues à la constante physique f_s et à l'étiquetage de la saveur.

6.3.2 Composition de l'échantillon

L'incertitude systématique due à la composition de l'échantillon est la somme quadratique des erreurs sur l'amplitude obtenues dans les étapes suivantes :

- **Paramètres physiques**

  On fait varier les valeurs de R_b et de R_c d'une quantité égale à leur erreur respective : $+1\sigma$ puis -1σ. Ces paramètres sont donnés dans le tableau 2.2 (chap. 2). L'incertitude systématique engendrée est très faible.

  On fait également varier les fractions de hadrons B, f_s et $f_{\text{baryon }b}$, ce qui affecte toutes les autres fractions de l'échantillon, pour conserver une somme de fractions égale à l'unité : $f_s + 2f_d + f_{\text{baryon }b} = 1$. Par exemple, lorsque f_s est changée à $f_s^{\text{nouv}} = f_s^{\text{nom}} - 1\sigma$, les fractions de B_d^0 et de baryons beaux deviennent respectivement :

$$\begin{aligned} f_d^{\text{nouv}} &= \frac{1 - f_s^{\text{nouv}}}{f_{\text{baryon }b}^{\text{nom}}/f_d^{\text{nom}} + 2} \\ f_{\text{baryon }b}^{\text{nouv}} &= 1 - f_s^{\text{nouv}} - 2f_d^{\text{nouv}} \end{aligned}$$

  L'effet de ces variations est ensuite propagé dans chacune des 55 classes utilisées (onze classes de puretés et cinq classes d'étiquetages). L'incertitude systématique engendrée par l'incertitude sur le paramètre f_s est l'une des plus importantes. En outre, on fait varier de $\pm 25\%$ les fractions de bruit de fond de type charme et *uds* pour tenir compte d'une comparaison entre les données et le Monte–Carlo effectuée par ALEPH [81].

  En ce qui concerne les fractions des différentes sources de leptons ($b \to l$, $b \to c \to l$, etc ...), deux cas sont considérés : une situation dans laquelle l'ensemble de paramètres choisi augmente la sensibilité à Δm_s et une situation opposée :

  - *situation la plus favorable*
    $\mathcal{B}r(b \to l)$ $+1\sigma$
    $\mathcal{B}r(b \to \bar{c} \to l)$ -1σ
    $\mathcal{B}r(b \to c \to l)$ -1σ
    $\mathcal{B}r(c \to l)$ -1σ

  - *situation la moins favorable*
    $\mathcal{B}r(b \to l)$ -1σ
    $\mathcal{B}r(b \to \bar{c} \to l)$ $+1\sigma$
    $\mathcal{B}r(b \to c \to l)$ $+1\sigma$
    $\mathcal{B}r(c \to l)$ $+1\sigma$

Dans chacune des deux situations, les paramètres de la fonction de résolution (§4.5), les fractions de mauvais étiquetages η_{jkm} ainsi que les distributions de $G^{\pm}_{jkm}(x^{\text{eff}})$ (§5.2.3) sont recalculées.

- **Statistique du Monte–Carlo**

  L'incertitude systématique due à la statistique du Monte–Carlo est obtenue en faisant varier les puretés de chaque composante de l'échantillon d'une quantité égale à leur erreur statistique respective et ceci simultanément dans les 55 classes. Par exemple, on change la pureté des B^0_s (55 nombres) en faisant : $p^{\text{nouv}}_{1km} = p^{\text{nom}}_{1km} - 1\sigma$. Les autres puretés ($j \neq 1$) sont alors affectées de la façon suivante :

$$p^{\text{nouv}}_{jkm} = \frac{p^{\text{nom}}_{jkm}(1 - p^{\text{nouv}}_{1km})}{\sum_{j=2}^{5} p^{\text{nom}}_{jkm}}$$

  On recommence alors l'analyse pour aboutir à un nouveau *spectre*, c'est-à-dire un couple $(\mathcal{A}^{\text{nouv}}, \sigma_{\mathcal{A}^{\text{nouv}}})$, pour chaque valeur de Δm_s. Grâce à la formule (6.7), on calcule l'incertitude systématique engendrée, on la note σ_{1-}, où le "1−" rappelle que cette systématique est due à une variation de la pureté de la composante $j = 1$ (B^0_s) de -1σ, dans les 55 classes. On procède alors de façon analogue, en faisant varier la pureté de $+1\sigma$, puis on répète l'opération pour les quatre autres composantes de l'échantillon. Finalement, l'incertitude totale positive reportée dans le tableau 6.2, à la ligne "Puretés (stat. MC)", pour une valeur donnée de Δm_s, est :

$$\sqrt{\sum_{\sigma_{j\pm}>0} \sigma^2_{j\pm}}$$

  et l'incertitude totale négative :

$$\sqrt{\sum_{\sigma_{j\pm}<0} \sigma^2_{j\pm}}$$

- **Enrichissement en B^0_s**

  L'incertitude systématique due à la procédure d'enrichissement en B^0_s est estimée en décalant les puretés des différentes composantes de l'échantillon (p_{jkm}), dans la direction de la pureté moyenne (p_j) et dans la direction opposée, d'une quantité proportionnelle à la différence par rapport à la moyenne :

$$p^{\text{nouv}}_{jkm} = p^{\text{nom}}_{jkm} \pm 0.2(p^{\text{nom}}_{jkm} - p_j)$$

  La variation relative de $\pm 20\%$ adoptée, correspond à une variation absolue de plusieurs pour cent sur les puretés dans les différentes classes. Ces variations sont faites de façon cohérente, simultanément dans les 55 classes, ce qui assure que les puretés moyennes demeurent inchangées.

6.3.3 Durées de vie des hadrons beaux

On fait varier les durées de vie de tous hadrons beaux simultanément de $+1\sigma$ puis de -1σ. Ceci entraîne une incertitude systématique relativement faible, mentionnée à la ligne "Durées de vie des hadrons beaux" dans le tableau 6.2.

6.3.4 Δm_d

On fait varier le paramètre Δm_d d'une quantité égale à son erreur. Ceci entraîne une incertitude systématique très faible, mentionnée à la ligne "Δm_d" dans le tableau 6.2.

6.3.5 Résolution sur le temps propre

- **Résolution sur la longueur de vol**

  Dans un premier temps, les paramètres de la fonction de résolution sont modifiés pour refléter les erreurs provenant de la statistique du Monte–Carlo. Les erreurs du tableau 4.2 (chap. 4) sont utilisées. On considère deux cas :

  – *situation la plus favorable*
    La fraction de queues et les écarts types sont diminués et les moyennes rapprochées de zéro.

  – *situation la moins favorable*
    La fraction de queues et les écarts types sont augmentés et les moyennes éloignées de zéro.

  L'incertitude systématique provenant des différences entre les données et le Monte–Carlo est ensuite traitée, en faisant varier les facteurs $S_\ell^{\rm dat}$ et $f_\ell^{\rm dat}$ d'une quantité égale à leur erreur respective (§4.5). Là aussi deux cas sont considérés, la situation la moins favorable correspondant à une fraction de queues et des écarts types augmentés.

- **Résolution sur le terme de poussée**

  L'incertitude systématique due à la reconstruction du terme de poussée est effectuée d'une façon similaire à celle décrite au paragraphe précédent. Les erreurs dues à la statistique du Monte–Carlo (chap. 4 tableau 4.3) sont dans un premier temps propagées. Puis on fait varier le paramètre $S_g^{\rm dat}$ (§4.5) de $\pm 10\%$. L'effet de la modélisation de la fragmentation est considéré au paragraphe suivant.

6.3.6 Fragmentation du quark b

On fait varier de $+1\sigma$ puis de -1σ, le paramètre $\epsilon_b = 0.0037^{+0.0014}_{-0.0008}$ de la fonction de fragmentation de Peterson (§2.2.1). Les puretés de chaque composante dans les 55 classes, les paramètres de la fonction de résolution, les fractions de mauvais étiquetages η_{jkm} ainsi que les distributions de $G^{\pm}_{jkm}(x^{\rm eff})$ sont recalculés à chaque fois.

6.3.7 Etiquetages des saveurs

Une partie des incertitudes systématiques liées à l'étiquetage des saveurs est effectuée en faisant varier les fractions des différentes sources de leptons (§6.3.2) et le paramètre de la fonction de fragmentation (§6.3.6) puisque dans chaque cas, l'ensemble de la procédure d'étiquetage est renouvelé, avec les paramètres modifiés.

On fait ensuite varier chaque fraction de mauvais étiquetages d'une quantité égale à son erreur statistique, erreur due au nombre fini d'événements que contient le Monte–Carlo.

En plus, une variation absolue de $\pm 0.8\%$ pour la première classe d'étiquetage (charge de l'hémisphère opposé) et de $\pm 2\%$ pour les autres classes (kaon de fragmentation et lepton opposé) est appliquée. Ces chiffres reposent sur une comparaison entre les propriétés des données et celles du Monte–Carlo, effectuée dans [62] (voir aussi §5.2.2). Toutes ces variations sont effectuées de façon cohérente, simultanément dans toutes les classes, ce qui est plus conservateur que de faire des variations indépendantes dans chaque classe. L'étiquetage des saveurs est, avec la constante f_s, la plus importante source d'incertitude systématique.

6.3.8 Différences de largeur entre les états propres de masse

Dans la fonction de vraisemblance (6.4), nous avons négligé les différences de largeur $\Delta\Gamma_d/\Gamma_d$ et $\Delta\Gamma_s/\Gamma_s$. Alors que la valeur prédite de $\Delta\Gamma_d/\Gamma_d$ est inférieure à 1%, $\Delta\Gamma_s/\Gamma_s$ pourrait atteindre une valeur suffisamment élevée pour biaiser le résultat (voir §1.3.3). Nous avons donc répété notre analyse, en fixant $\Delta\Gamma_s/\Gamma_s$ à 0.27, ce qui correspond à la prédiction théorique [20], $\Delta\Gamma_s/\Gamma_s = 0.16^{+0.11}_{-0.09}$ plus une fois son erreur positive. La fonction de vraisemblance modifiée est obtenue en partant des équations (1.19) et (1.20) du chapitre 1. On remplace alors la fonction densité de probabilité de la composante B_s^0 dans (6.1) par :

$$\frac{{\Gamma_s}^2 - \left(\frac{\Delta\Gamma_s}{2}\right)^2}{2\Gamma_s} e^{-\Gamma_s t_0} \left[\mathrm{ch}\left(\frac{\Delta\Gamma_s t_0}{2}\right) + \mu_0 \cos(\Delta m_s t_0)\right]$$

L'incertitude systématique engendrée est faible et indiquée à la ligne "$\Delta\Gamma_s/\Gamma_s = 0.27$" du tableau 6.2.

6.3.9 Biais dû au traitement des cascades

Dans l'expression (6.4) de la fonction de vraisemblance, chaque composante de hadrons beaux (B_s^0, B_d^0, et autres B) est traitée en utilisant une seule fonction de résolution et une seule fraction de mauvais étiquetages. Nous n'avons pas séparé explicitement les deux types de désintégrations $b \to l$ (primaires) et $b \to c \to l$ (cascades). Cependant, les désintégrations primaires sont caractérisées par une bonne résolution en temps et une bonne identification de la saveur finale, alors que les cascades ont une résolution sur la longueur de vol dégradée et légèrement biaisée, à cause du temps de vie du charme. De plus, le signe du lepton est opposé à celui des désintégrations primaires, ce qui conduit à une fraction de mauvais étiquetages totale différente.

La raison principale qui nous empêche de prendre en compte explicitement une composante "cascade" dans notre fonction de vraisemblance est la statistique finie du Monte–Carlo que nous utilisons. Nous ne disposons pas de suffisamment d'événements Monte–Carlo pour déterminer les propriétés des cascades qui représentent seulement 6% de notre échantillon, dans les 55 classes utilisées. On aurait en effet besoin de déterminer leurs puretés, leurs résolutions, leurs fractions de mauvais étiquetages et leurs distributions de x^{eff}.

Pour étudier la possibilité d'un biais provenant de l'utilisation d'une fonction de résolution et de fractions de mauvais étiquetages obtenues à partir d'un mélange de désintégrations primaires et de cascades, deux types de Monte–Carlo simplifiés ont été engendrés (voir §6.4.1), chacun avec une vraie valeur de Δm_s égale à 50 ps^{-1}. Dans le premier, les désintégrations de hadrons beaux ont été engendrées en utilisant des fractions de mauvais étiquetages et des résolutions moyennes; dans le deuxième, les désintégrations $b \to l$ et $b \to c \to l$ ont été engendrées séparément, chacune avec leurs propres fractions de mauvais étiquetages et leurs propres résolutions.

Comme le montre la figure 6.9a, l'expérience Monte–Carlo engendrée avec les propriétés moyennes des hadrons beaux, donne un spectre compatible avec zéro[5]. C'est le résultat attendu puisque la fonction d'ajustement repose sur les mêmes distributions de probabilités que le générateur Monte–Carlo simplifié.

Par contre, l'expérience dans laquelle les désintégrations directes et en cascades ont été engendrées séparément (fig. 6.9b), présente un spectre légèrement biaisé aux faibles et très grandes valeurs de Δm_s. Des études supplémentaires montrent que ce biais provient de l'interférence des fractions de mauvais étiquetages et des résolutions des B_d^0 avec les autres hadrons beaux de l'échantillon.

Puisque le décalage d'amplitude observé est positif, ce biais entraîne une limite sur Δm_s légèrement sous–estimée. De plus, cet effet étant très faible dans la région 8–12 ps^{-1}, où notre résultat se situe, nous n'avons pas corrigé ce biais, mais nous avons traité la déviation de l'amplitude par rapport à zéro comme une incertitude systématique qui apparaît à la ligne "Biais cascades" dans le tableau 6.2.

6.3.10 Limite sur Δm_s (systématiques)

En prenant en compte les incertitudes systématiques (§6.3.1 à §6.3.9), la limite sur Δm_s est (voir fig. 6.8) :

$$\Delta m_s > 9.4 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

et la sensibilité est 9.4 ps^{-1}. Ce résultat est donc complètement dominé par la statistique et non par la systématique.

6.4 Vérifications

Nous avons effectué trois types de tests pour vérifier notre résultat. Ces tests concernent :

- la calibration de l'amplitude, à l'aide de Monte–Carlo simplifiés,
- la durée de vie de hadrons beaux,
- les oscillations des B_d^0.

6.4.1 Monte–Carlo simplifiés

Pour vérifier la calibration de la méthode de l'amplitude, c'est-à-dire le comportement $\mathcal{A} = 0$ ou $\mathcal{A} = 1$ en fonction de l'absence ou de la présence d'un signal, nous avons réalisé un générateur Monte–Carlo simplifié. Il permet d'engendrer un grand nombre d'échantillons Monte–Carlo indépendants, à différentes vraies valeurs de Δm_s. Il est également très utile pour étudier et contrôler les différents aspects de l'analyse. Le générateur Monte–Carlo est aussi utilisé dans l'étude des incertitudes systématiques (§6.3.9).

La génération d'un échantillon Monte–Carlo donné dépend des valeurs attribuées à un ensemble de paramètres décrivant les propriétés moyennes d'une expérience (composition de l'échantillon, paramètres de la fonction de résolution, fractions de mauvais étiquetages, etc...). Les valeurs nominales de ces paramètres correspondent aux suppositions faites lorsqu'on calcule la fonction de vraisemblance dans les données réelles. Pour tenir compte d'effets systématiques

[5] c'est-à-dire que les valeurs de l'amplitude sont compatibles avec zéro, à chaque valeur de Δm_s.

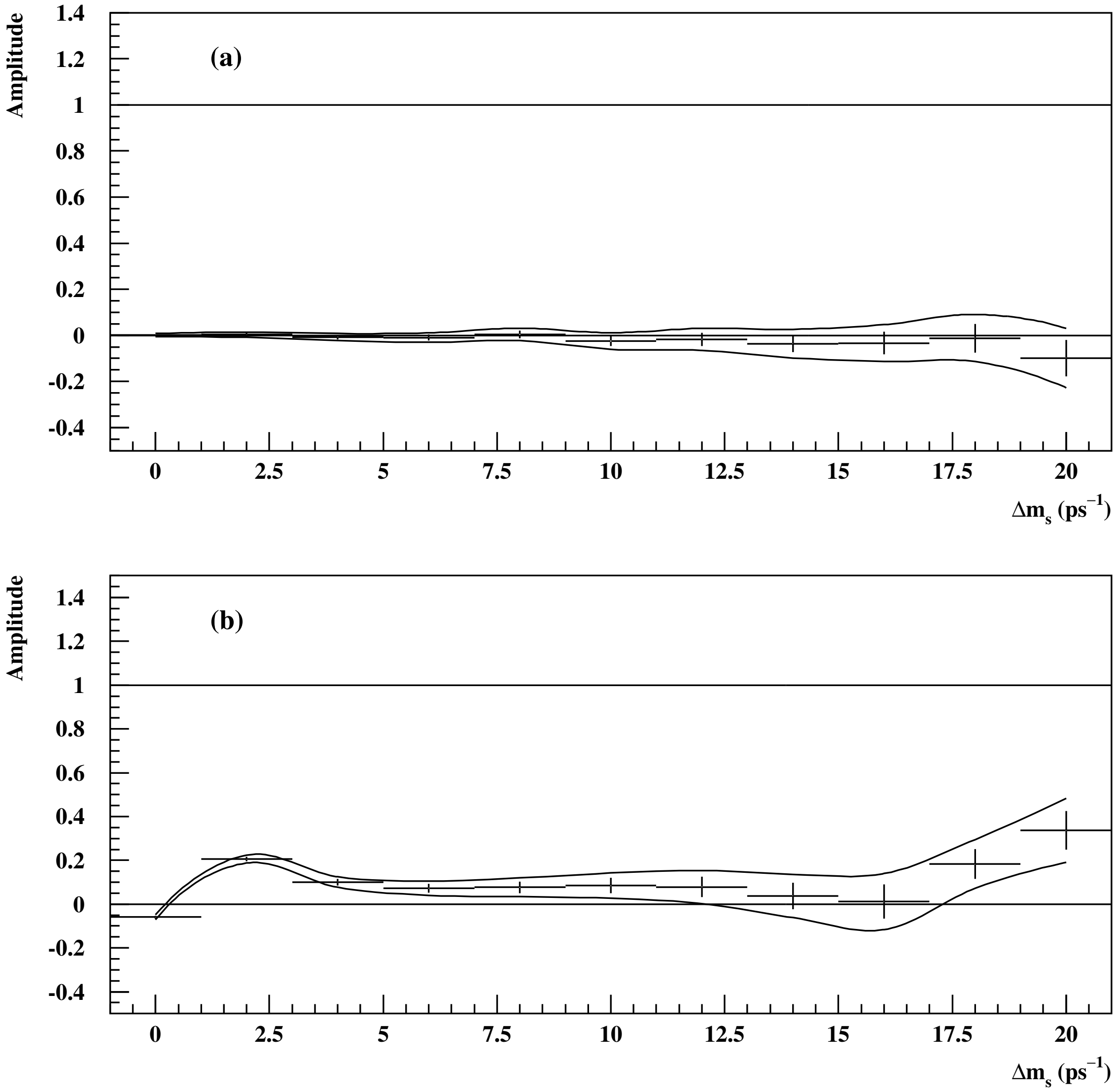

Figure 6.9: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s dans des échantillons Monte–Carlo simplifiés, engendrés (a) avec des propriétés moyennes pour les désintégrations primaires et les cascades et (b) avec des composantes séparées pour les primaires et les cascades (voir texte). Dans les deux cas, la fonction de vraisemblance utilise les propriétés moyennes. La valeur engendrée de Δm_s est 50 ps^{-1}.

Tableau 6.3: Paramètres utilisés dans la génération des Monte–Carlo simplifiés pour la composante $b \to l$.

α	Fraction f_ℓ^α	Moyenne m_ℓ^α	Ecart type S_ℓ^α
1	0.856	0.192	1.312
2	0.144	0.633	4.249
β	Fraction f_g^β	Moyenne m_g^β	Ecart type S_g^β
1	0.749	-0.063	0.0644
2	0.251	-0.102	0.1935
Fraction de mauvais étiquetages des B_s^0			0.225
Fraction de mauvais étiquetages des B_d^0			0.209
Fraction de mauvais étiquetages des autres B			0.194

Tableau 6.4: Paramètres utilisés dans la génération des Monte–Carlo simplifiés pour la composante $b \to c \to l$.

α	Fraction f_ℓ^α	Moyenne m_ℓ^α	Ecart type S_ℓ^α
1	0.716	0.673	1.497
2	0.284	3.176	3.921
β	Fraction f_g^β	Moyenne m_g^β	Ecart type S_g^β
1	0.599	-0.0202	0.0851
2	0.401	0.0632	0.1915
Fraction de mauvais étiquetages des B_s^0			0.754
Fraction de mauvais étiquetages des B_d^0			0.769
Fraction de mauvais étiquetages des autres B			0.775

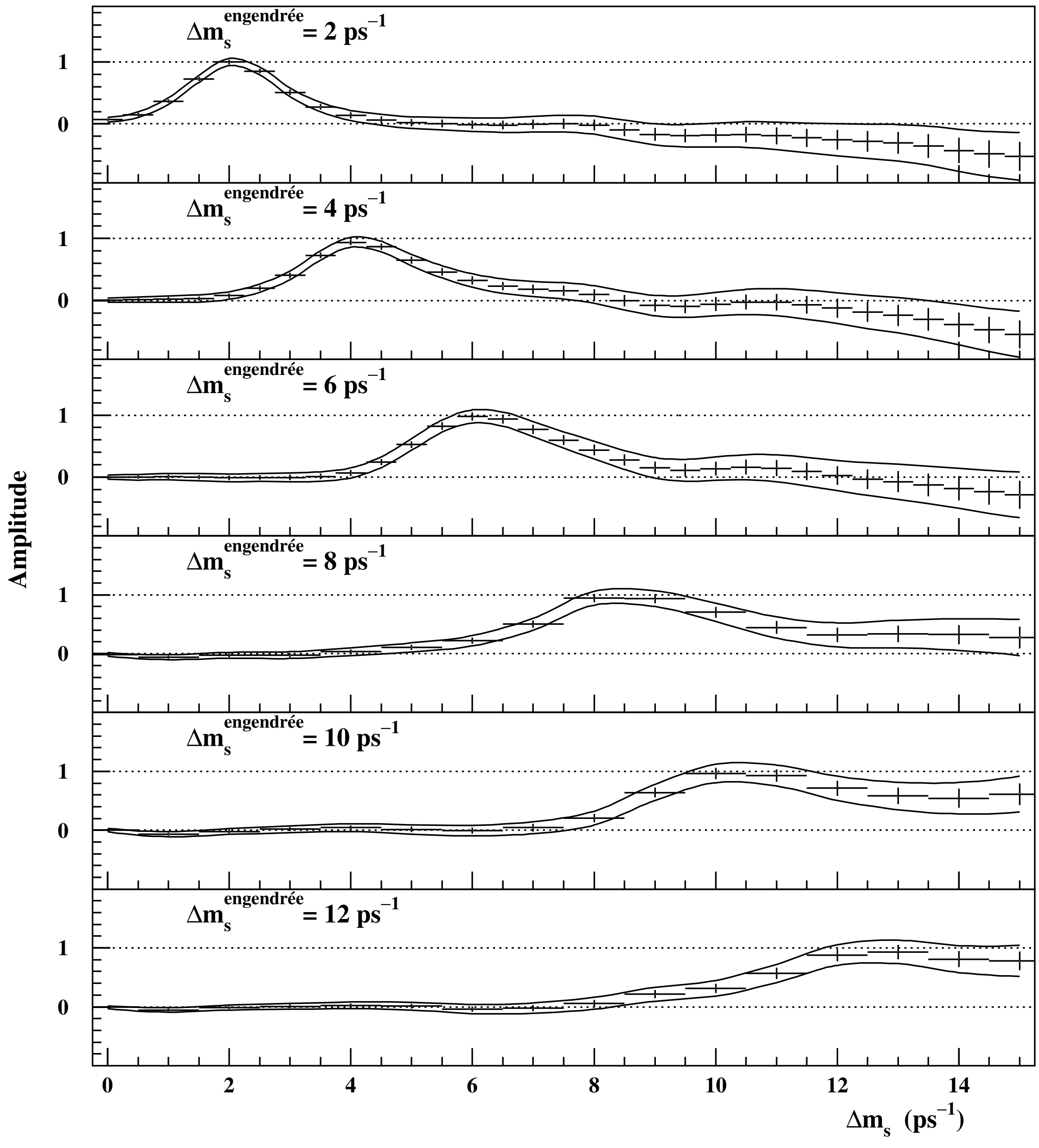

Figure 6.10: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s, dans des échantillons Monte–Carlo simplifiés, engendrés avec $\Delta m_s{}^{\text{engendrée}}$=2, 4, 6, 8, 10, et 12 ps^{-1}. Les barres d'erreur représentent l'incertitude statistique à 1σ et les courbes en trait plein les contours d'exclusion à 95% CL.

dans la génération des Monte–Carlo simplifiés, on fait varier les paramètres autour de leur valeur centrale d'un échantillon à l'autre. Cependant, tous les événements contenus dans un même échantillon sont engendrés en utilisant le même ensemble de paramètres.

Les paramètres qu'on cherche à engendrer sont la longueur de vol $\boxed{\ell_{\rm brut}}$ et son erreur $\boxed{\sigma_\ell}$, le terme de poussée $\boxed{g_{\rm brut}}$, la variable discrète $\boxed{\mu}$ et la variable discriminante $\boxed{x^{\rm eff}}$. La génération de chaque échantillon se fait de la façon suivante[6]:

- L'événement est affecté à l'une des 11 classes de puretés (m), en fonction[7] des fractions ϵ_m du tableau 5.1 (chap. 5).

$$\epsilon_m = \frac{N_m}{N}$$

  où N_m est le nombre d'événements dans la classe m et N le nombre total d'événements dans l'échantillon ($\sum_{m=1}^{11} \epsilon_m = 1$).

- L'événement est affecté à l'une des 5 classes d'étiquetages (k), en fonction des fractions ϵ_{km} des classes d'étiquetages de la classe de puretés dans laquelle il se trouve.

$$\epsilon_{km} = \frac{N_{km}}{N_m}$$

  où N_{km} est le nombre d'événements appartenant à la fois à la classe de puretés m et à la classe d'étiquetages k ($\sum_{k=1}^{5} \epsilon_{km} = 1$).

- Le type de composante (j) de l'événement est choisi en fonction de sa classe de puretés et de sa classe d'étiquetages (p_{jkm}).

- L'événement est déclaré correctement ou incorrectement étiqueté, en fonction de la fraction de mauvais étiquetages η_{jkm} de la classe km dans laquelle il se trouve.

- La génération du temps de vie dépend du type de composante (j) :

  1. Pour les hadrons beaux, le vrai temps de vie t_0 est, dans un premier temps, engendré à partir des distributions de t_0 du Monte–Carlo (différentes pour les B_s^0, B_d^0 et autres B), après la sélection, pour tenir compte de la variation de l'efficacité avec t_0. Le vrai terme de poussée g_0 et la résolution événement par événement $\boxed{\sigma_\ell}$ sont engendrés à partir des distributions de g_0 et σ_ℓ dans le Monte–Carlo (après toutes les coupures de sélection). ℓ_0 est le rapport de t_0 sur g_0.

     La longueur de vol reconstruite $\boxed{\ell_{\rm brut}}$ est obtenue en dégradant ℓ_0, à l'aide des facteurs du tableau 4.2 qui caractérisent les deux gaussiennes de la résolution normalisée :

$$\ell_{\rm brut} = \ell_0 + m_\ell^\alpha \sigma_\ell + S_\ell^\alpha \sigma_\ell \Omega$$

     où Ω désigne un nombre aléatoire tiré selon une loi normale.

[6] Les trois premiers points constituent un simple tirage aléatoire en trois dimensions des quantités j, k et m.

[7] Dans tout ce paragraphe le terme "en fonction" signifie qu'un paramètre est engendré aléatoirement ce qui permet de prendre en compte les fluctuations statistiques d'une expérience Monte–Carlo à l'autre. Par exemple, pour choisir la classe de puretés m, on tire un nombre x uniformément dans l'intervalle $[0, 1]$. La comparaison entre x et ϵ_m donne m.

Le terme de poussée reconstruit $\boxed{g_{\mathrm{brut}}}$ est obtenu en dégradant g_0, à l'aide des facteurs du tableau 4.3 :

$$g_{\mathrm{brut}} = g_0(1 + m_g^\beta + S_g^\beta \Omega')$$

où Ω' désigne un nombre aléatoire tiré selon une loi normale.

Enfin, le temps de vie reconstruit est le produit :

$$t = \ell_{\mathrm{brut}} g_{\mathrm{brut}}$$

2. Le temps de vie reconstruit des bruits de fond *uds* et charme, est engendré directement à partir des distributions de t dans le Monte Carlo, pour ces deux composantes respectivement (fig. 6.1).

- Si l'événement est un hadron beau non oscillant, un charme ou un *uds* (i.e. $j = 3, 4, 5$), il est déclaré réellement non mélangé. Si l'événement est un vrai B_s^0 ou un vrai B_d^0, il est déclaré réellement mélangé ($\mu_0 = -1$) ou non mélangé ($\mu_0 = 1$) en fonction de son vrai temps de vie t_0 et de Δm_j [8].
- En fonction de μ_0 et de la fraction de mauvais étiquetages de la classe dans laquelle l'événement se trouve, il est étiqueté mélangé $\boxed{\mu = -1}$ ou étiqueté non mélangé $\boxed{\mu = +1}$
- La variable $\boxed{x^{\mathrm{eff}}}$ est engendrée aléatoirement à partir de la distribution de $G_{jkm}^c(x^{\mathrm{eff}})$ du Monte–Carlo ($c = \mu\mu_0$).

Notre analyse est ensuite appliquée sur des échantillons Monte–Carlo simplifiés, engendrés à différentes vraies valeurs de Δm_s et conduit aux spectres de la figure 6.10. Pour obtenir des barres d'erreurs suffisamment petites, le nombre d'événements engendrés par échantillon est plus important que dans les données réelles (20 fois plus pour Δm_s=2, 4, 6 ps^{-1}; 30 fois plus pour Δm_s=8, 10 ps^{-1} et 40 fois plus pour Δm_s=12 ps^{-1}). On vérifie que l'amplitude est compatible avec zéro, en l'absence de signal et compatible avec 1, à la valeur engendrée de Δm_s. Signalons que la génération de ces Monte–Carlo simplifiés nécessite plusieurs semaines de temps de calcul sur ordinateur, essentiellement à cause de l'évaluation numérique des intégrales de la relation (6.2).

Dans le cas où le Monte–Carlo simplifié inclut deux types de leptons, primaires et cascades (§6.3.9), les classes de puretés et d'étiquetages ne sont pas simulées, pour les mêmes raisons qu'on ne prend pas en compte explicitement une composante cascade dans notre fonction de vraisemblance. En revanche, les B_s^0, B_d^0 et hadrons beaux non oscillants sont engendrés en deux composantes (primaires et cascades), avec leurs fractions de mauvais étiquetages et leur fonction de résolution respectives (voir tableaux 6.3 et 6.4).

6.4.2 Durées de vie des hadrons beaux

[8] Plus précisément, on tire un nombre x uniformémemt dans l'intervalle [0,1] puis,

$$\begin{cases} x < \frac{1}{2}[1 - \cos(\Delta m_j t_0)] & \Longrightarrow \quad \mu_0 = -1 \\ x > \frac{1}{2}[1 - \cos(\Delta m_j t_0)] & \Longrightarrow \quad \mu_0 = +1 \end{cases}$$

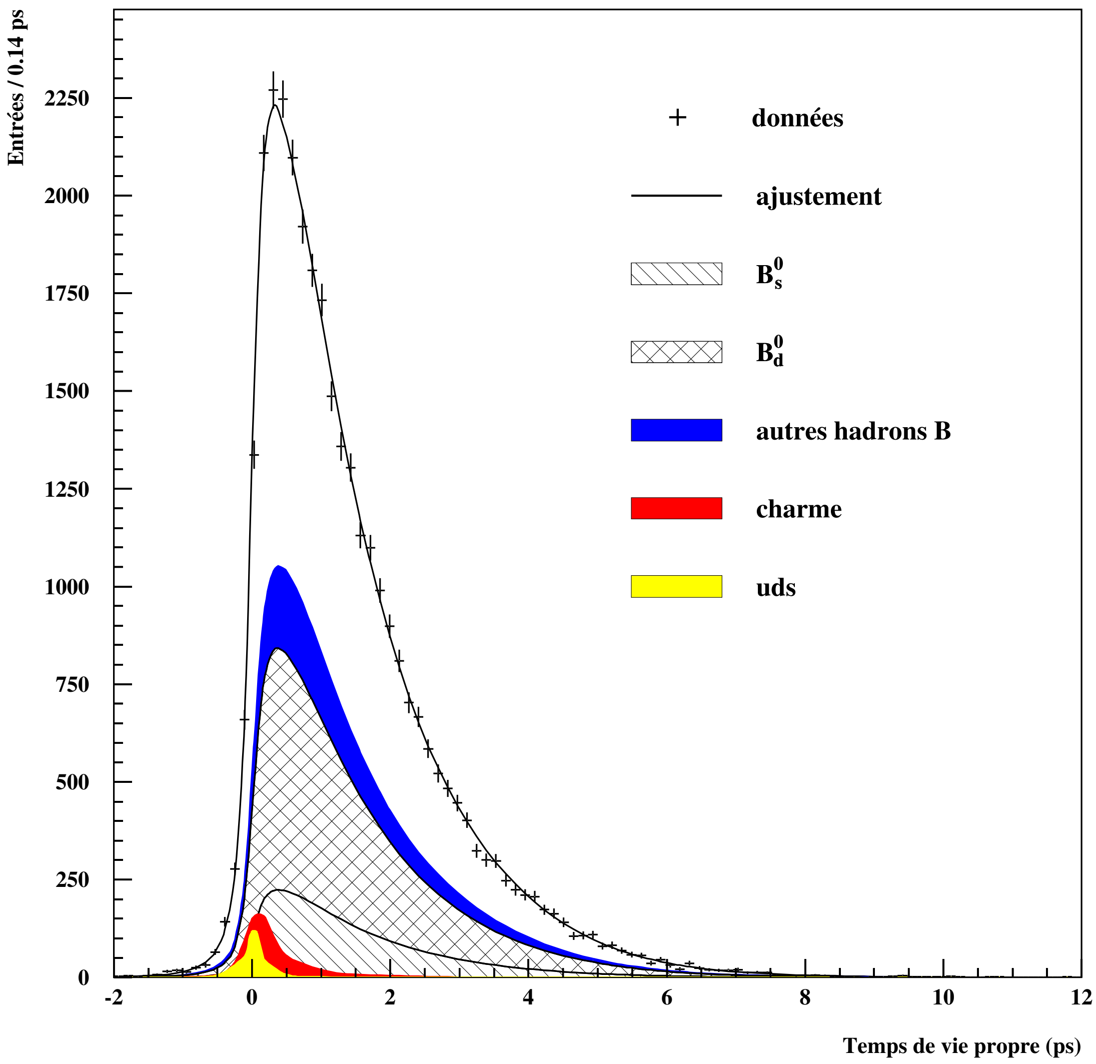

Figure 6.11: Temps de vie propre reconstruits des événements sélectionnés dans les données (croix). La courbe superposée est le résultat de l'ajustement de la durée de vie moyenne des hadrons B de l'échantillon. Les contributions des différentes composantes sont indiquées.

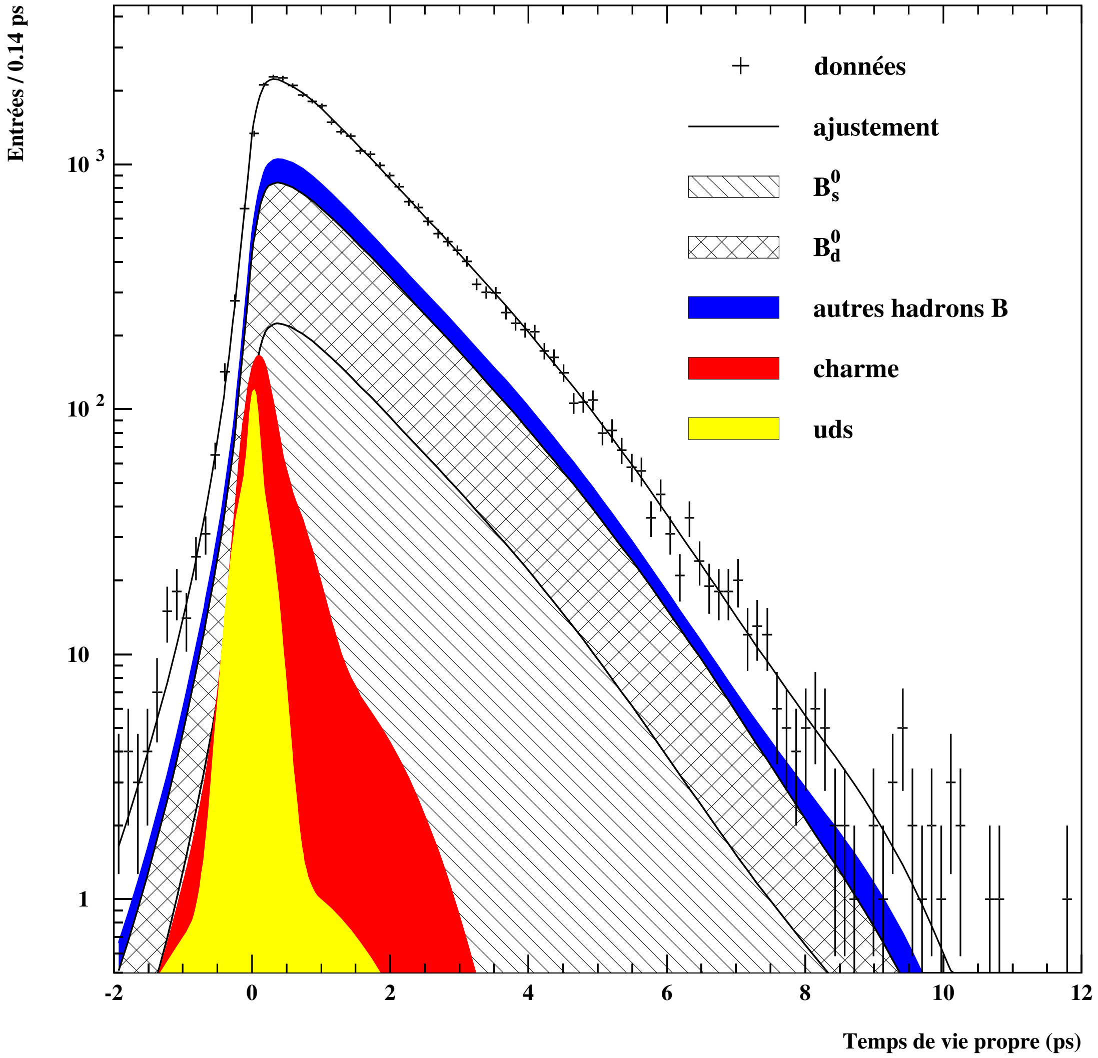

Figure 6.12: Figure 6.11 représentée en échelle logarithmique.

Durée de vie	Attendue (ps)	Ajustée Monte–Carlo (ps)	Ajustée données (ps)
τ_s	1.49 ± 0.06	1.50 ± 0.08	1.31 ± 0.08
τ_d	1.57 ± 0.04	1.60 ± 0.03	1.54 ± 0.03
$\tau_{\text{autres } B}$	1.62 ± 0.05	1.63 ± 0.02	1.59 ± 0.02
$< \tau_b >$	1.59 ± 0.03	1.59 ± 0.01	1.57 ± 0.01

Tableau 6.5: Durées de vie attendues et ajustées, dans le Monte–Carlo et les données. Les durées de vie τ_s et τ_d sont les valeurs moyennes mondiales (voir tableau 2.2 chap. 2), les durées de vie $\tau_{\text{autres } B}$ et $< \tau_b >$ sont expliquées dans le texte. Les incertitudes sur les durées de vie ajustées proviennent uniquement de la statistique.

Les durées de vie moyennes et individuelles des différents hadrons beaux de notre échantillon ont été ajustées.

Nous avons, dans un premier temps, ajusté les durées de vie individuelles des différentes composantes “hadrons beaux” de notre échantillon. Dans ces ajustements, une durée de vie τ_j est ajustée tandis que les autres sont fixées à leur valeur moyenne mondiale. Les résultats, pour le Monte–Carlo et les données, sont présentés dans le tableau 6.5. Les valeurs ajustées sont compatibles avec les valeurs attendues, sauf la valeur de la durée de vie des B_s^0, ajustée dans les données qui est un peu faible. Le rapport ${\tau_s}^{\text{attendue}}$ sur ${\tau_s}^{\text{ajustée}}$ vaut 1.14 ± 0.08. L'écart entre les deux valeurs a donc une signification statistique de 1.7σ. Notons cependant que seule l'incertitude statistique a été considérée et que la prise en compte de l'incertitude systématique ne peut que diminuer cet écart.

Les mesures individuelles actuellement les plus précises des durées de vie des B_s^0 et des B_d^0 sont respectivement :

$$\tau_s = 1.42 \pm 0.09(\text{stat.}) \pm 0.05(\text{syst.}) \text{ ps [89]}$$

et

$$\tau_d = 1.53 \pm 0.04(\text{stat.}) \pm 0.04(\text{syst.}) \text{ ps [88]}$$

On peut donc remarquer que les durées de vie des B_s^0 et des B_d^0 que nous avons ajustées présentent des erreurs statistiques légèrement plus faibles que celles des meilleures mesures existantes.

Dans un deuxième temps, nous avons remplacé dans la fonction de vraisemblance, les durées de vie individuelles des hadrons beaux τ_j par un seul paramètre $< \tau_b >$. Ce paramètre a été ajusté. Les résultats, pour le Monte–Carlo et les données, sont présentés dans le tableau 6.5. La durée de vie ajustée $< \tau_b >$ doit être comparée à la moyenne des durées de vie de chaque hadron beau, pondérées par les puretés spécifiques à notre échantillon :

$$< \tau_b >^{\text{attendue}} = \frac{1}{N} \left(p_s \tau_s + p_d \tau_d + p_u \tau_u + p_{\text{baryon } b} \tau_{\text{baryon } b} \right) = 1.59 \pm 0.03 \text{ ps}$$

où $N = p_s + p_d + p_u + p_{\text{baryon } b}$.

Les figures 6.11 et 6.12 montrent le résultat de l'ajustement du temps de vie moyen $< \tau_b >$, dans les données, respectivement en échelle linéaire et logarithmique.

6.4.3 Oscillations des B_d^0

Les propriétés d'oscillation du méson B_d^0 constituent un test idéal pour vérifier différents aspects de notre analyse puisque Δm_d est très bien connu, la moyenne mondiale étant [21]:

$$\Delta m_d = 0.463 \pm 0.018 \text{ ps}^{-1}$$

Ajustement de Δm_d

En fixant Δm_s à 50 ps^{-1}, nous avons ajusté la valeur de Δm_d dans les données, avec la fonction de vraisemblance (6.4). Nous trouvons :

$$\Delta m_d = 0.457 \pm 0.024 \text{ ps}^{-1} \quad \text{(stat. uniquement)}$$

Ce résultat est compatible avec la moyenne mondiale. Il présente également une incertitude statistique plus faible que celle de toutes les mesures individuelles effectuées jusqu'à présent (voir fig. 2.13 chap. 2).

Amplitude d'oscillation des B_d^0

En suivant la démarche adoptée pour les B_s^0 (§6.2.1), il est possible de mesurer *l'amplitude d'oscillation des* B_d^0 $\mathcal{A}_d$, en remplaçant la fonction densité de probabilité de la composante B_d^0 dans (6.1) par :

$$\frac{e^{-t_0/\tau_d}}{2\tau_d}\left[1 + \mu_0 \mathcal{A}_d \cos\left(\Delta m_d\, t_0\right)\right]$$

En fixant Δm_s à 50 ps^{-1} et l'amplitude d'oscillation des B_s^0 à 1, nous avons mesuré l'amplitude d'oscillation des B_d^0. Le résultat est montré sur la figure 6.13a, pour les données et 6.13b, pour le Monte–Carlo. Le signal est clairement visible et l'amplitude est compatible avec 1 à la valeur de Δm_d qui maximise la vraisemblance de l'échantillon.

Nous avons ensuite effectué l'ajustement d'amplitude des B_d^0, séparément dans les différentes classes utilisées. Si les valeurs des puretés et les fractions de mauvais étiquetages supposées dans les différentes classes sont correctes, une valeur de l'amplitude compatible avec 1, aux incertitudes près, est attendue à la valeur de Δm_d qui maximise la vraisemblance de l'échantillon. C'est effectivement le cas, comme le montrent les figures 6.14 et 6.15.

Le fait que le maximum de l'amplitude ne corresponde pas à la vraie valeur de Δm_d est normal. L'explication est fournie dans l'annexe B.

6.5 Combinaisons et comparaisons avec les autres analyses

6.5.1 Combinaisons avec les autres analyses

Pour combiner notre limite sur Δm_s avec celles obtenues dans d'autres analyses, nous avons utilisé la méthode du groupe de travail du LEP sur les oscillations des B (LEPBOS WG) [21,90].

Combinaison ALEPH

En ce qui concerne les analyses d'ALEPH, nous avons combiné notre résultat avec les analyses reposant sur la reconstruction d'un méson D_s^- [61,62] (voir tableau 6.6). Pour comparer ces trois analyses, il faut, en plus des informations contenues dans ce tableau, tenir compte du fait que la

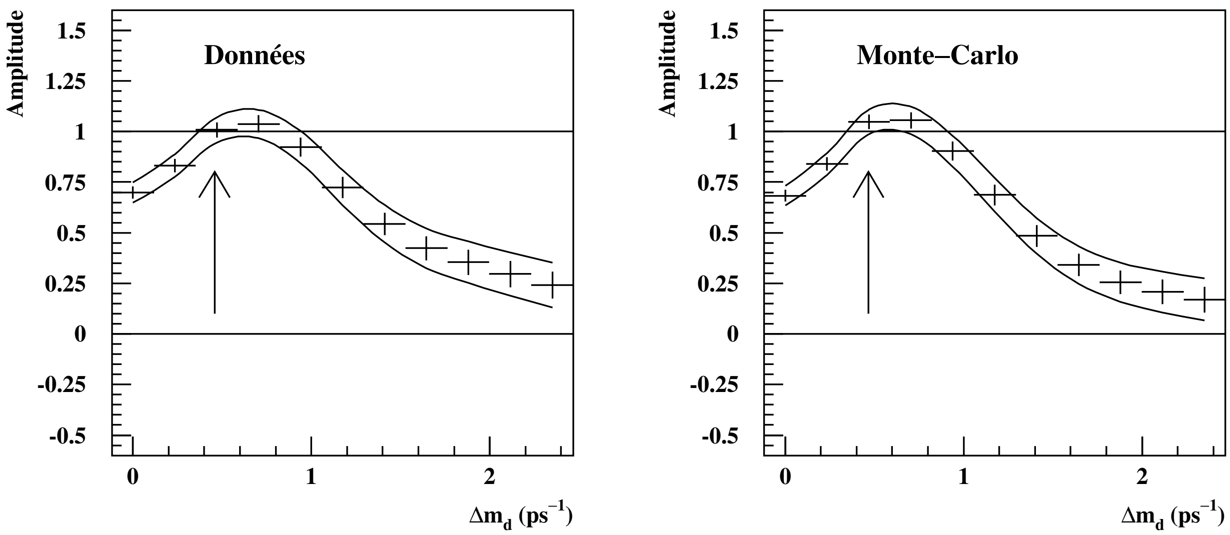

Figure 6.13: Amplitude d'oscillation des B_d^0 mesurée en fonction de Δm_d dans (a) les données et (b) le Monte–Carlo. Les barres d'erreur représentent l'incertitude statistique à 1σ et les courbes en trait plein les contours d'exclusion à 95% CL (sans les incertitudes systématiques). Les flèches indiquent les valeurs Δm_d ajustées par la méthode du maximum de vraisemblance.

résolution sur le temps de vie est meilleure dans les analyses avec un D_s^- reconstruit que dans la nôtre. Cette résolution est également meilleure dans l'analyse D_s^-–lepton que dans l'analyse D_s^-–hadron. Enfin, la pureté en B_s^0 indiquée est une pureté moyenne et ne tient pas compte de la procédure d'enrichissement en B_s^0, spécifique à notre analyse.

108 événements sont communs à l'analyse D_s^-–lepton et à la nôtre. Afin d'avoir des échantillons statistiquement indépendants, ces événements sont retirés de notre analyse, pour effectuer la combinaison.

Les sources d'incertitudes systématiques suivantes sont considérées complètement corrélées :

- f_s,
- $f_{\text{baryon } b}$,
- Δm_d,
- les différentes durées de vie des hadrons beaux,
- le biais sur la résolution de la longueur de vol observé dans la simulation Monte–Carlo,
- l'utilisation de la variable discriminante effective x^{eff}.

Les valeurs supposées des paramètres physiques utilisés dans les différentes analyses n'étant pas exactement les mêmes, les amplitudes des autres analyses sont ajustées à l'ensemble des valeurs les plus récentes, c'est-à-dire celles du tableau 2.2 (chap. 2) et ceci, avant de faire la combinaison.

La figure 6.16 montre l'amplitude d'oscillation mesurée, en fonction de Δm_s, pour la combinaison ALEPH. La limite inférieure sur Δm_s est passée de 9.4 à 9.5 ps^{-1}, par rapport à notre analyse seule. La sensibilité a augmenté de 9.4 à 10.6 ps^{-1}.

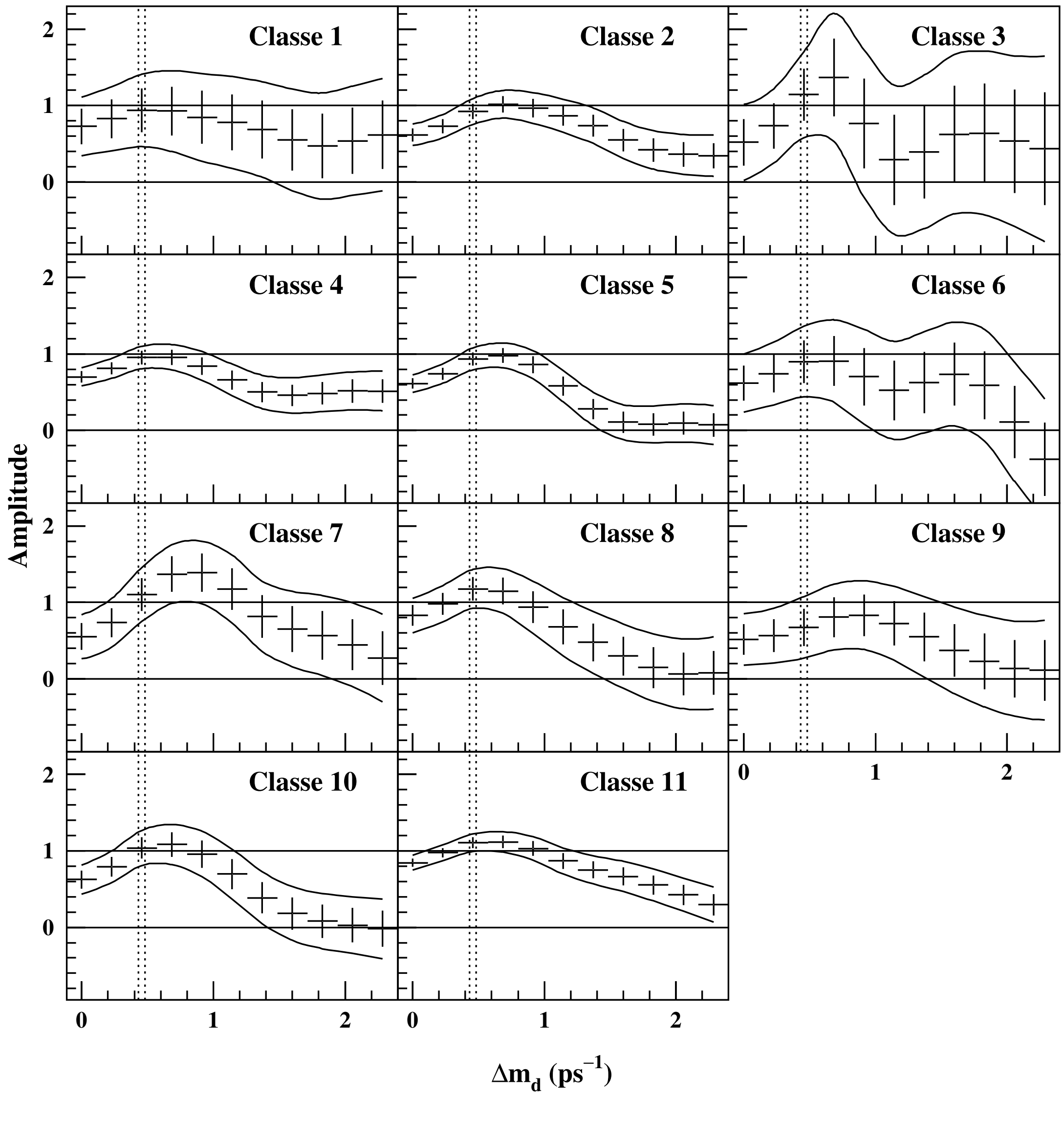

Figure 6.14: Amplitude d'oscillation des B_d^0 mesurée en fonction de Δm_d dans les onze **classes de puretés**, dans les données. Les lignes pointillées verticales correspondent à la valeur ajustée de Δm_d dans tout l'échantillon, par la méthode du maximum de vraisemblance : Δm_d=0.457 $\pm$ 0.024 ps^{-1}. Les barres d'erreur représentent l'incertitude statistique à 1σ et les courbes en trait plein les contours d'exclusion à 95% CL (sans les incertitudes systématiques).

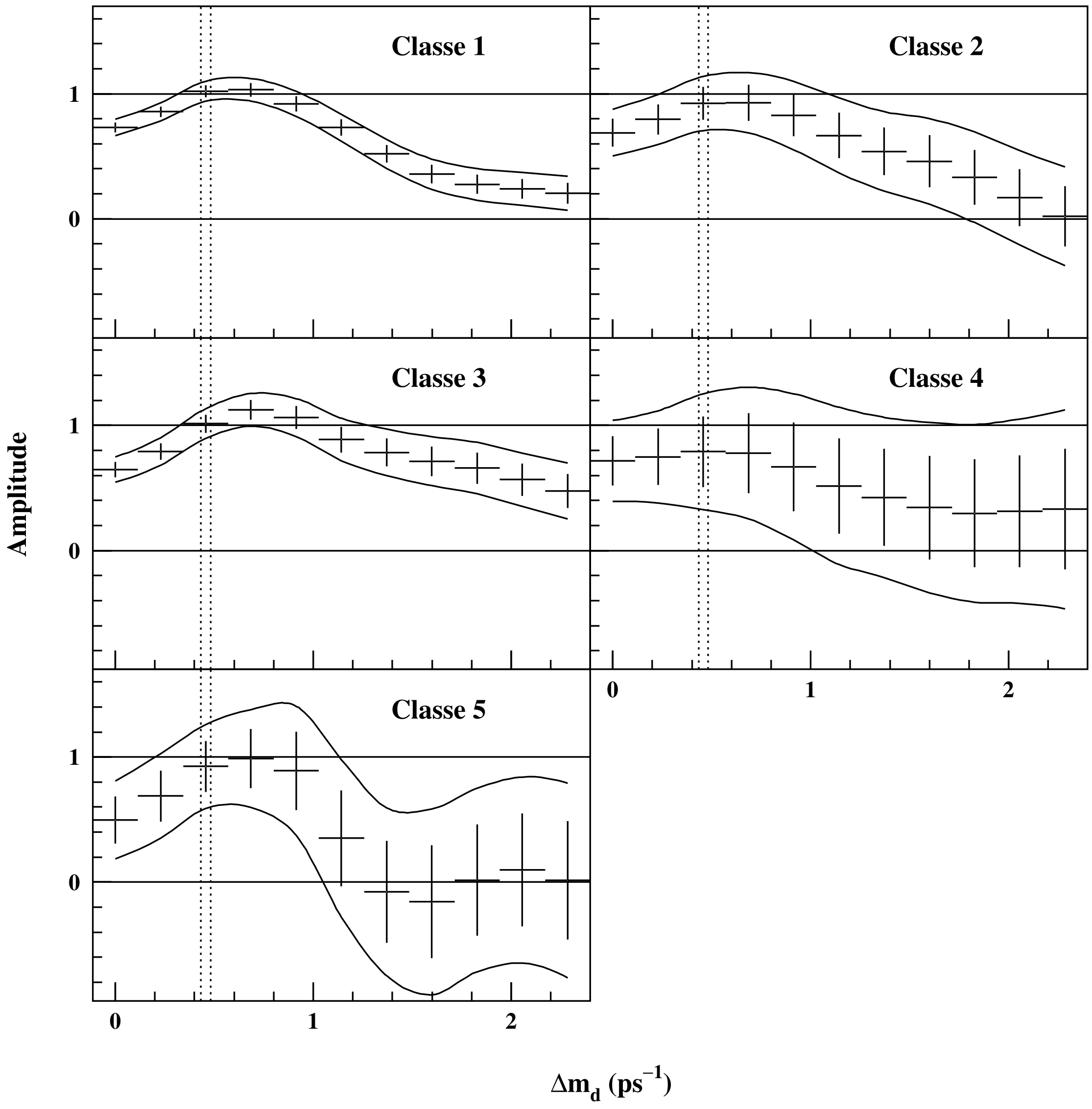

Figure 6.15: Amplitude d'oscillation des B_d^0 mesurée en fonction de Δm_d dans les cinq **classes d'étiquetages**, dans les données. Les lignes pointillées verticales correspondent à la valeur ajustée de Δm_d dans tout l'échantillon, par la méthode du maximum de vraisemblance : Δm_d=0.457 ± 0.024 ps^{-1}. Les barres d'erreur représentent l'incertitude statistique à 1σ et les courbes en trait plein les contours d'exclusion à 95% CL (sans les incertitudes systématiques).

Analyses	Nombre d'événements	Pureté en B_s^0	Mauvais étiquetages de l'état initial	Sensibilité (ps^{-1})	Limite (ps^{-1})
D_s^-–lepton	277	0.656	0.27	6.7	6.8
D_s^-–hadron	1620	0.218	0.26	4.1	3.9
Cette analyse	33023	0.103	0.26	9.4	9.4
Combinées				10.6	9.5

Tableau 6.6: Caractéristiques essentielles des différentes analyses d'ALEPH utilisées dans la combinaison. Les fractions de mauvais étiquetages mentionnées sont des fractions effectives, définies au chapitre 5 (§5.2.4).

Combinaison LEP

Nous avons également effectué la combinaison entre le résultat d'ALEPH et ceux des autres expériences LEP [63, 64, 66]. Le résultat de la combinaison est montré sur la figure 6.17. Les valeurs de Δm_s inférieures à 9.6 ps^{-1} sont exclues à 95% CL. La sensibilité vaut 12.1 ps^{-1}. Avec une telle sensibilité, on s'attendrait à mesurer Δm_s avec une signification statistique d'au moins 3σ si la vraie valeur de Δm_s était inférieure ou égale à 8.5 ps^{-1}. On s'attendrait à mesurer Δm_s avec une signification statistique d'au moins 5σ si la vraie valeur de Δm_s était inférieure ou égale à 4.8 ps^{-1}. Cependant, aucun signal n'est déclaré. La valeur de l'amplitude à Δm_s=15 ps^{-1} vaut :

$$\mathcal{A}(\Delta m_s = 15 \text{ ps}^{-1}) = 1.864 \pm 0.947$$

A cette valeur de Δm_s, l'amplitude d'oscillation des B_s^0 se situe donc à 1.97σ de zéro.

6.5.2 Comparaisons avec les autres analyses

La figure 6.18 présente les limites et les sensibilités des différentes analyses existantes sur Δm_s. A l'heure actuelle, aucune expérience n'a permis de mesurer ce paramètre. Le LEP est le seul à fournir des résultats sur Δm_s. Les limites et sensibilités présentées dans ce mémoire de thèse sont les plus élevées à ce jour.

En ignorant notre résultat, les limites et sensibilités (à 95% CL) seraient respectivement de 7.9 ps^{-1} et 8.4 ps^{-1}, pour la combinaison ALEPH et de 8.9 ps^{-1} et 10.6 ps^{-1} pour la combinaison LEP.

6.6 Résultats

A partir des données enregistrées par le détecteur ALEPH entre 1991 et 1995, un échantillon de 33023 désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux a été sélectionné. Cet échantillon contient en moyenne 10.3% de mésons B_s^0. Par la méthode d'ajustement d'amplitude, une limite inférieure sur le paramètre Δm_s a été fixée :

$$\Delta m_s > 9.4 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL} \quad \text{avec une sensibilité de } 9.4 \text{ ps}^{-1}.$$

Ce résultat a été combiné avec les analyses d'ALEPH utilisant un méson D_s^- reconstruit. La limite issue de la combinaison est :

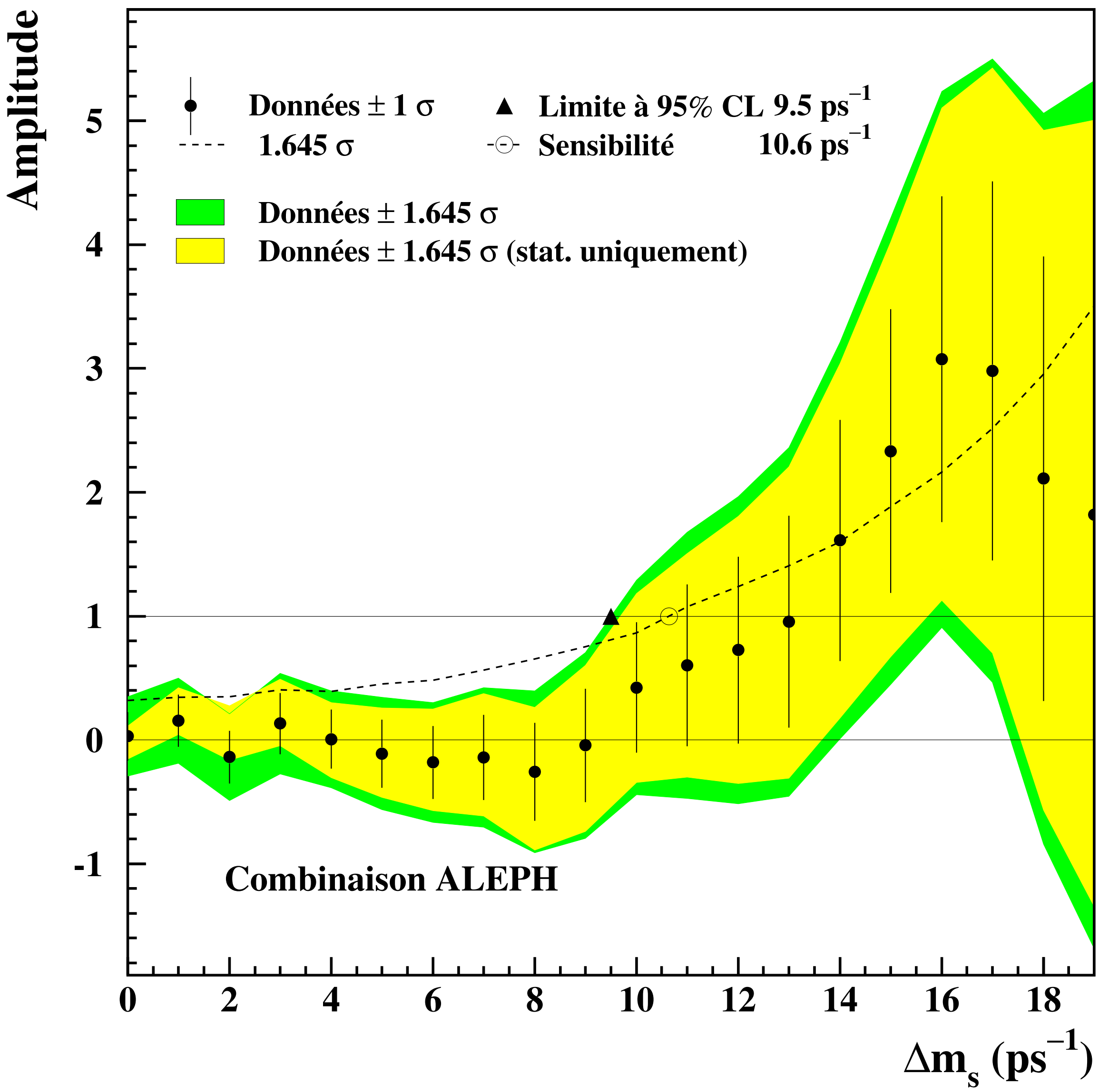

Figure 6.16: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s, dans les données, pour la combinaison de notre analyse avec les analyses ALEPH utilisant des D_s^-.

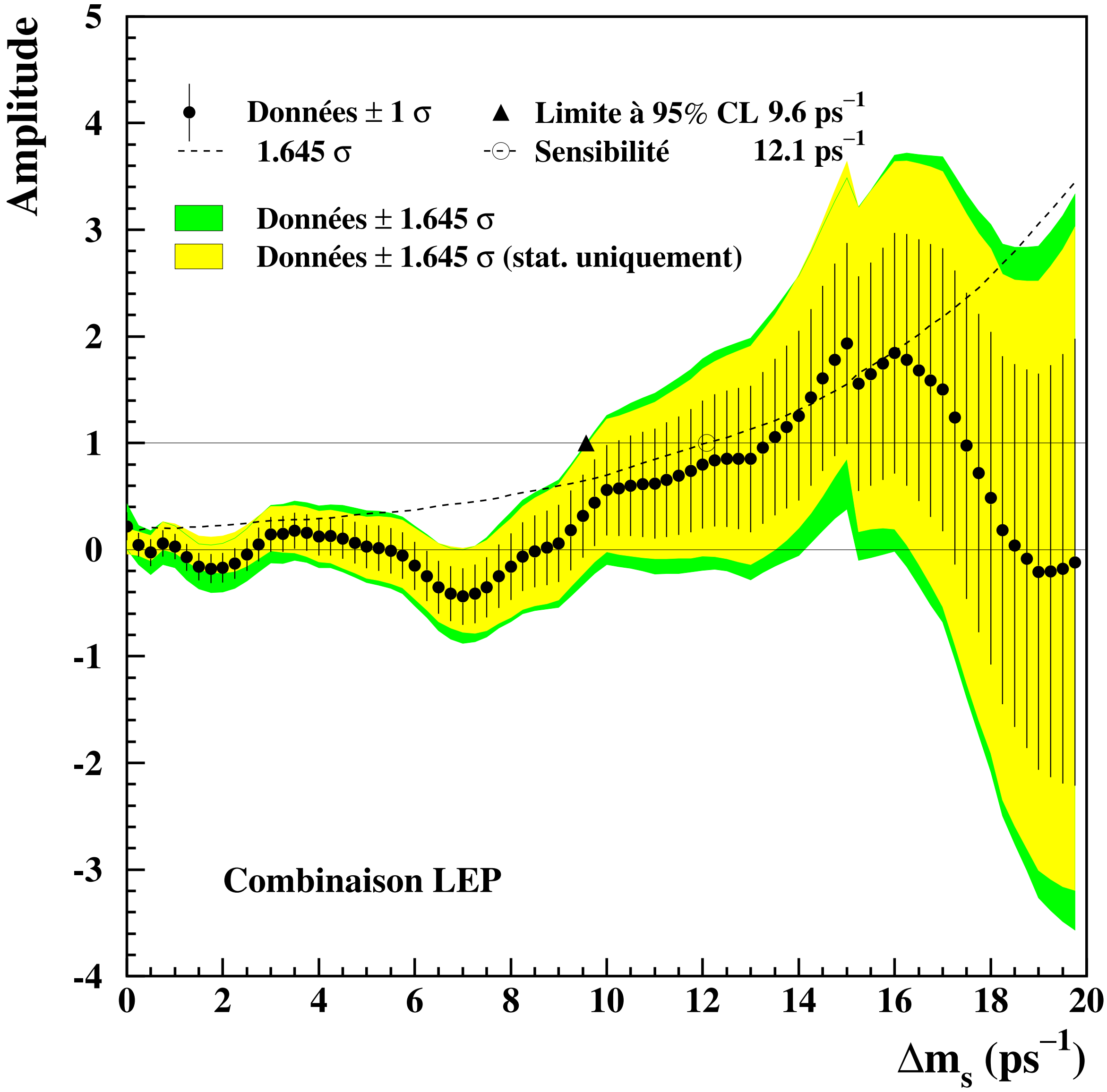

Figure 6.17: Amplitude d'oscillation des B_s^0 mesurée en fonction de Δm_s, dans les données, pour la combinaison LEP. Les discontinuités du graphe sont dues au fait que certaines expériences ne fournissent pas les valeurs de l'amplitude jusqu'à Δm_s=20 ps^{-1}.

$$\Delta m_s > 9.5 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL} \quad \text{avec une sensibilité de } 10.6 \text{ ps}^{-1}$$

Une publication rassemblant les résultats ci–dessus est en préparation [92].

En utilisant les valeurs moyennes mondiales de Δm_d, $M_{B_s^0}$, $M_{B_d^0}$ et $\xi = 1.14 \pm 0.08$ (chap. 1 tableau 1.2), la limite d'ALEPH entraîne :

$$\left|\frac{V_{ts}}{V_{td}}\right| > 3.7 \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

et permet de contraindre de façon significative le côté droit du Triangle d'Unitarité de la matrice CKM (chap.1 fig. 1.5).

La combinaison avec les autres expériences LEP a également été effectuée. La limite issue de la combinaison est :

$$\Delta m_s > 9.6 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL} \quad \text{avec une sensibilité de } 12.1 \text{ ps}^{-1}$$

6.7 Avenir de Δm_s

Au LEP, puisque qu'aucune nouvelle prise de données importante n'est prévue au pic du Z^0, les potentialités d'améliorations de la limite sur Δm_s présentée dans ce mémoire, dépendent d'éventuelles nouvelles analyses. Par contre, SLD fonctionne toujours et espère 0.5 million d'événements $Z \to q\bar{q}$, dès la fin de l'année 1998. Bien qu'il s'agisse d'un nombre d'événements 8 fois inférieur à celui dont dispose ALEPH, l'utilisation des faisceaux polarisés du SLC permet à SLD d'obtenir une fraction de mauvais étiquetages de 16% sur la saveur initiale des mésons beaux[9] [46]. SLD possède de plus un excellent détecteur de vertex à pixels CCD (Charges Coupled Device), constitué de quatres couches concentriques placées entre 29 et 41 mm autour de l'axe du faisceau. Ceci lui permet d'obtenir une excellente résolution sur la longueur de vol. Avec ces caractéristiques, SLD espère atteindre une sensibilité à Δm_s de 14 ps^{-1} dès la fin 1998 et de 18.5 ps^{-1} en l'an 2000, si le projet d'extension est approuvé [93].

CDF mesure Δm_d et les durées de vie des différents hadrons beaux avec une précision comparable à celle atteinte par les expériences LEP. Cependant, au LEP les hadrons beaux sont produits avec une énergie moyenne de 35 GeV, dans des collisions e^+e^-. Au TEVATRON, les hadrons beaux sont produits dans des collisions $p\bar{p}$, avec une énergie moyenne de 15 GeV. Ainsi, au TEVATRON, les jets sont moins bien séparés qu'au LEP et l'étiquetage de la saveur des mésons par la charge des jets est moins bon. Toutefois, le TEVATRON prépare une deuxième phase de prise de données qui doit débuter en 1999 et au cours de laquelle chacune des expériences CDF et D0 espère enregistrer 2 fb^{-1}, en deux ans. Avec ces données, le FERMILAB espère pouvoir mesurer Δm_s avec une précision statistique d'au moins 5σ, si la vraie valeur de Δm_s est inférieure à 24.8 ps^{-1} [94].

L'expérience HERA-B [95], à Hambourg qui devrait commencer à prendre des données dès cette année, n'espère pas atteindre une sensibilité à Δm_s supérieure à 11.4 ps^{-1}.

Le projet BTeV [96] au FERMILAB qui devrait voir le jour en 2004, espère pouvoir mesurer Δm_s (à 5σ) jusqu'à 13.33 ps^{-1} en un an de prise de données et jusqu'à 26.7 ps^{-1} en deux ans.

[9] en combinant l'information fournie par la polarisation des faisceaux avec celle fournie par d'autres indicateurs de saveur.

Les expériences ATLAS [97] et CMS [98], pensent pouvoir mesurer Δm_s (à 5σ) jusqu'à 25.5 ps^{-1}, en une année de prise de données au LHC.

Enfin, LHCb devrait couvrir une région de Δm_s s'étendant bien au–delà de ce qu'autorise le Modèle Standard, puisqu'une étude récente [99] prévoit la possibilité de mesurer Δm_s avec une précision statistique d'au moins 5σ, si la vraie valeur de Δm_s est inférieure à 48 ps^{-1}, ou d'exclure les valeurs de Δm_s jusqu'à 58 ps^{-1} à 95% CL; ceci en utilisant 90500 désintégrations $B_s^0 \to D_s^- \pi^+$ complètement reconstruites.

La figure 6.19 résume les pronostics sur l'avenir de Δm_s.

Notons que dans le cadre du Modèle Standard, M. Beneke et al. ont établi la relation suivante [20] :

$$\Delta\Gamma_s/\Delta m_s = (5.6 \pm 2.6) \cdot 10^{-3}$$

avec une incertitude indépendante des éléments de matrice CKM et principalement due aux incertitudes hadroniques. Ainsi, plus Δm_s est grand et difficile à mesurer et plus $\Delta\Gamma_s$ est grand et facile à mesurer. Ceci permet d'espérer pouvoir faire une mesure indirecte de Δm_s dans le cas où sa vraie valeur serait trop grande, car dans ce cas, $\Delta\Gamma_s$ devrait être mesurable, expérimentalement.

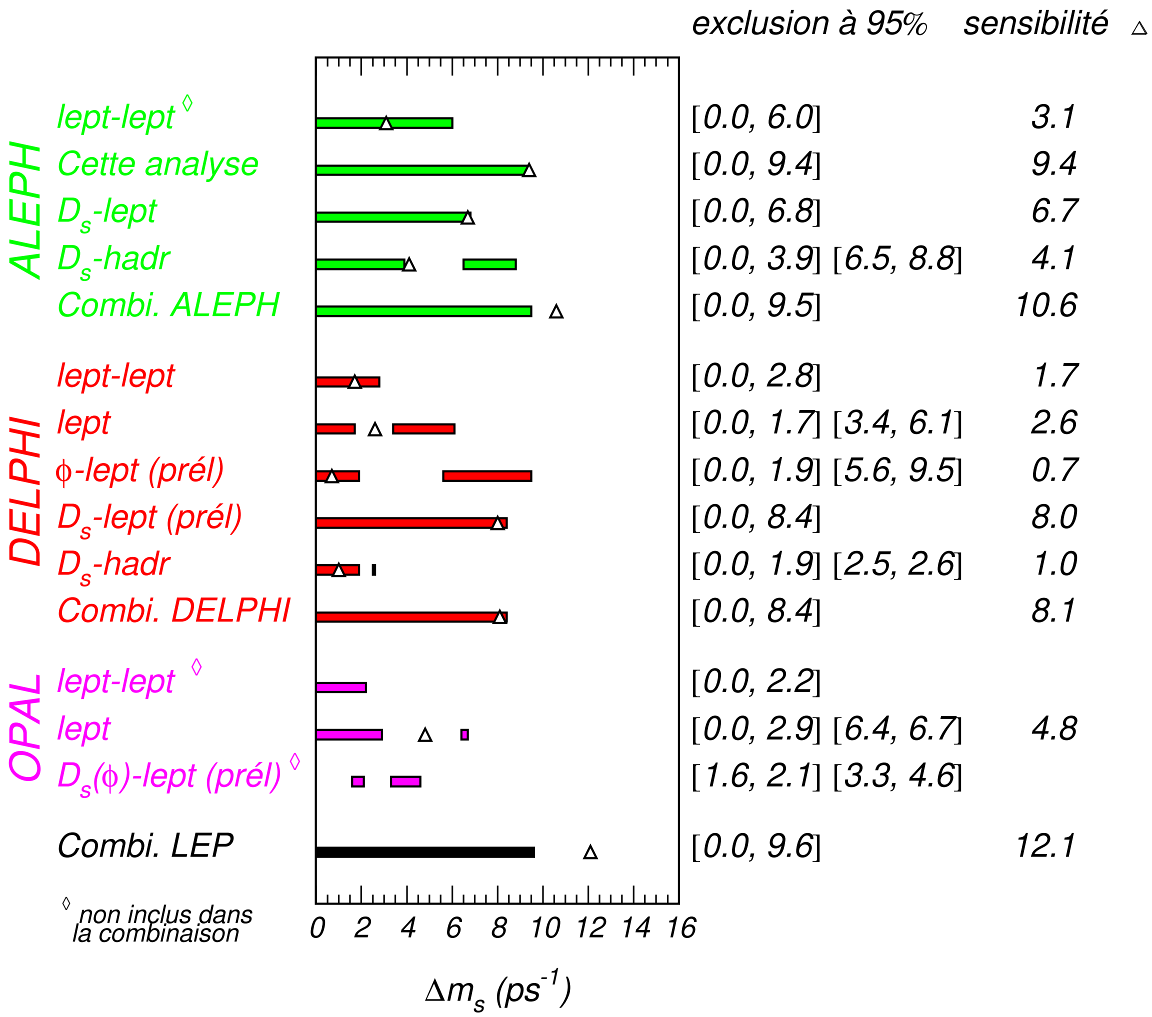

Figure 6.18: Comparaison des différents résultats sur Δm_s [61–66, 91]. Les rectangles grisés sont les valeurs de Δm_s exclues à 95% CL par l'analyse correspondante. Les sensibilités (triangles) sont mentionnées uniquement pour les analyses utilisant la méthode de l'amplitude. Notre analyse apparaît à la deuxième ligne. Les résultats des combinaisons ALEPH et LEP présentés dans ce mémoire sont mentionnés aux lignes "Combi. ALEPH" et "Combi. LEP".

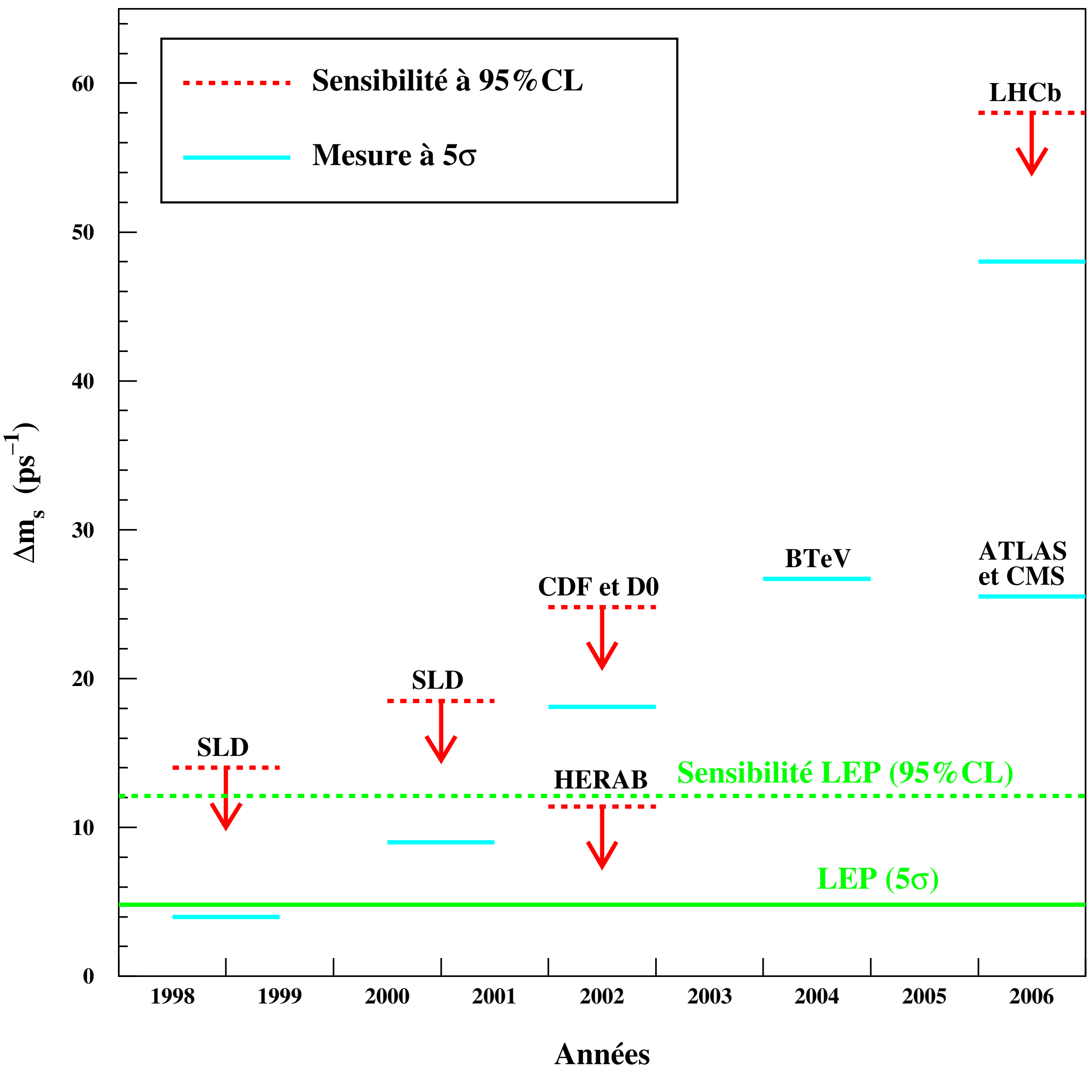

Figure 6.19: Pronostics sur les futures mesures de Δm_s. Les chiffres fournis par les différentes expériences mentionnées ne sont pas toujours rigoureusement comparables. Les lignes en trait plein correspondent à une mesure à 5σ et les traits discontinus, à une à la sensibilité à 95% CL. Les lignes "LEP (5σ)" et "sensibilité LEP (95 %CL)" correspondent aux résultats présentés dans ce mémoire (§6.5.1).

Conclusion

Résultats

A partir des données enregistrées par le détecteur ALEPH entre 1991 et 1995, un échantillon de 33023 désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux a été sélectionné. Cet échantillon contient en moyenne 10.3% de mésons B_s^0.

Le temps propre de chaque candidat a été reconstruit à partir de sa longueur de vol et de son impulsion. Par l'utilisation d'un algorithme de jet nucléé pour estimer l'énergie du charme et d'un ensemble de coupures cinématiques sévères, la résolution en temps obtenue est sensiblement meilleure que celle des précédentes analyses inclusives sur ce sujet.

Une procédure d'enrichissement en B_s^0 a été développée. Elle consiste, en fonction des propriétés physiques des événements, à attribuer à certains sous-échantillons des données, une fraction plus ou moins élevée en B_s^0.

La saveur de chaque candidat, à l'instant de production et de désintégration a été déterminée par un algorithme d'étiquetage optimal. La saveur finale est donnée par le signe du lepton provenant de la désintégration du candidat. La saveur initiale est étiquetée par le signe du lepton de l'hémisphère opposé, le signe de la charge de l'hémisphère opposé ou le signe du kaon de fragmentation de l'hémisphère contenant le candidat. La qualité de l'étiquetage est améliorée par l'utilisation de variables discriminantes. Une fraction effective de mauvais étiquetages de 28.9% est obtenue, pour les B_s^0. En outre, les fractions de mauvais étiquetages et les puretés des différentes composantes de l'échantillon, sont estimées événement par événement.

Des ajustements par la méthode du maximum de vraisemblance, événement par événement, permettent d'extraire la limite :

$$\boxed{\Delta m_s > 9.4 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL}} \quad \text{avec une sensibilité de } 9.4 \text{ ps}^{-1}$$

Ce sont les plus hautes limite et sensibilité atteintes jusqu'à présent.

Ce résultat a été combiné avec les analyses d'ALEPH utilisant un méson D_s^- reconstruit, en suivant la méthode du groupe de travail du LEP sur les oscillations des B. La limite issue de la combinaison est :

$$\Delta m_s > 9.5 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ CL} \quad \text{avec une sensibilité de } 10.6 \text{ ps}^{-1}$$

En utilisant les valeurs moyennes mondiales de Δm_d, $M_{B_s^0}$, $M_{B_d^0}$ et $\xi = 1.14 \pm 0.08$, la limite ci-dessus entraîne :

$$\left|\frac{V_{ts}}{V_{td}}\right| > 3.7 \text{ à } 95\% \text{ CL}$$

et permet de contraindre de façon significative le côté droit du Triangle d'Unitarité de la matrice CKM.

Perspectives

Au LEP, puisque qu'aucune nouvelle prise de données n'est prévue au pic du Z^0, les potentialités d'améliorations de ce résultat dépendent d'éventuelles nouvelles analyses. Par contre, l'expérience SLD qui fonctionne toujours, espère atteindre une sensibilité ultime à Δm_s de 15 ps^{-1}, grâce notamment à l'excellente résolution de son nouveau détecteur de vertex. CDF devrait également participer à la recherche des oscillations B_s^0-$\overline{B_s^0}$, avec ses données actuelles. En cas d'échec, la mesure de Δm_s devra attendre le démarrage des prochaines prises de données par HERA-B au DESY (1998) et par CDF, D0 (1999) et BTeV (2004) au FERMILAB. Enfin Δm_s sera certainement mesuré avec précision aux expériences LHC (ATLAS et CMS) et en particulier à LHCb.

Annexe A

Un B_s^0 changeant de saveur

La figure A.1 montre un exemple de désintégration d'un $\overline{B_s^0}$ en $D_s^+\pi^-$, enregistré par ALEPH en 1992 [100]. Le D_s^+ est reconstruit dans le canal $\phi\pi^+$ ($\phi \to K^+K^-$). Cet événement est très propre, avec seulement deux autres traces dans l'hémisphère contenant le $\overline{B_s^0}$, toutes deux associées au vertex primaire. Une de ces deux traces, celle d'impulsion la plus élevée, est identifiée sans ambiguïté comme un kaon, en utilisant les mesures d'ionisation dans la TPC. Il s'agit du kaon de fragmentation attendu, qui doit théoriquement accompagner la formation d'un B_s^0. Ceci indique qu'un B_s^0 a été produit et qu'il a oscillé en $\overline{B_s^0}$. La présence d'un électron énergétique dans l'hémisphère opposé confirme cette hypothèse. Malheureusement, il est extrêmement rare de reconstruire si clairement de tels événements !

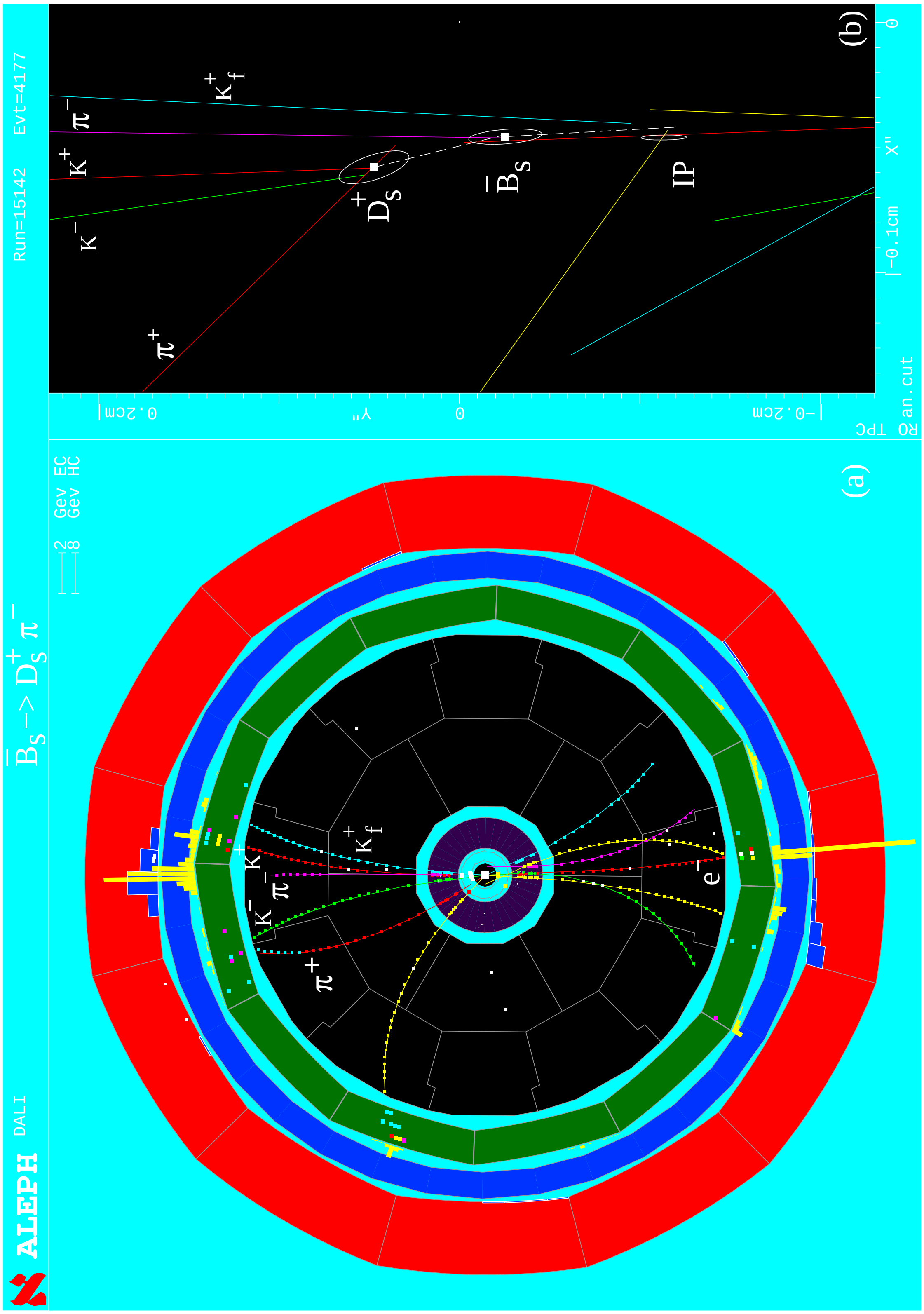

Figure A.1: Candidat $\overline{B_s^0} \rightarrow D_s^+\pi^-$ enregistré par ALEPH. (a) Visualisation de l'événement dans le plan transverse au faisceau. (b) Zoom sur la région centrale, avec reconstruction du point d'interaction e^+e^- (IP), du vertex de désintégration du $\overline{B_s^0}$ et de celui du D_s^+.

Annexe B

Amplitude d'oscillation des B_d^0

Pour expliquer le fait que le maximum de l'amplitude ne corresponde pas à la vraie valeur de Δm_d, dans les figures 6.13, 6.14 et 6.15, nous avons besoin de donner quelques précisions sur la méthode d'ajustement de l'amplitude.

Supposons que l'on recherche la fréquence d'oscillation Δm d'une fonction :

$$f(t_0) = \Gamma \exp(-\Gamma t_0) \cos(\Delta m \, t_0)$$

La partie réelle de la transformée de Fourier de f est proportionnelle à la somme de deux Breit–Wigner :

$$g(\nu) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\nu - \Delta m)^2} + \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\nu + \Delta m)^2} \tag{B.1}$$

L'amplitude d'oscillation théorique attendue, en fonction d'une fréquence ν, est par définition [67] :

$$\mathcal{A}(\nu) = \frac{g(\nu)}{N(\nu)}$$

où le facteur de normalisation $N(\nu)$ est égal à la valeur que prend la fonction g lorsque $\Delta m = \nu$:

$$N(\nu) = 1 + \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4\nu^2}$$

La figure B.1 repésente les fonctions $\mathcal{A}$, g et N, pour une grande (6 ps^{-1}) et une petite (0.457 ps^{-1}) valeur de Δm. Dans les deux cas, Γ est fixé à 0.64 ps^{-1}, c'est-à-dire à l'inverse de la durée de vie des B_d^0.

- Dans le premier cas (a), $\Delta m \gg \Gamma$ et la deuxième Breit–Wigner dans la relation (B.1) est négligeable. Les fonctions $\mathcal{A}(\nu)$ et $g(\nu)$ sont quasiment superposées. La fonction $\mathcal{A}$ est maximale pour $\nu = \Delta m$.

- Dans le deuxième cas (b), $\Delta m < \Gamma$ et la deuxième Breit–Wigner dans la relation (B.1) n'est pas négligeable. La fonction $\mathcal{A}$ vaut 1 lorsque $\nu = \Delta m$, mais son maximum se situe à une valeur de ν légèrement supérieure à Δm.

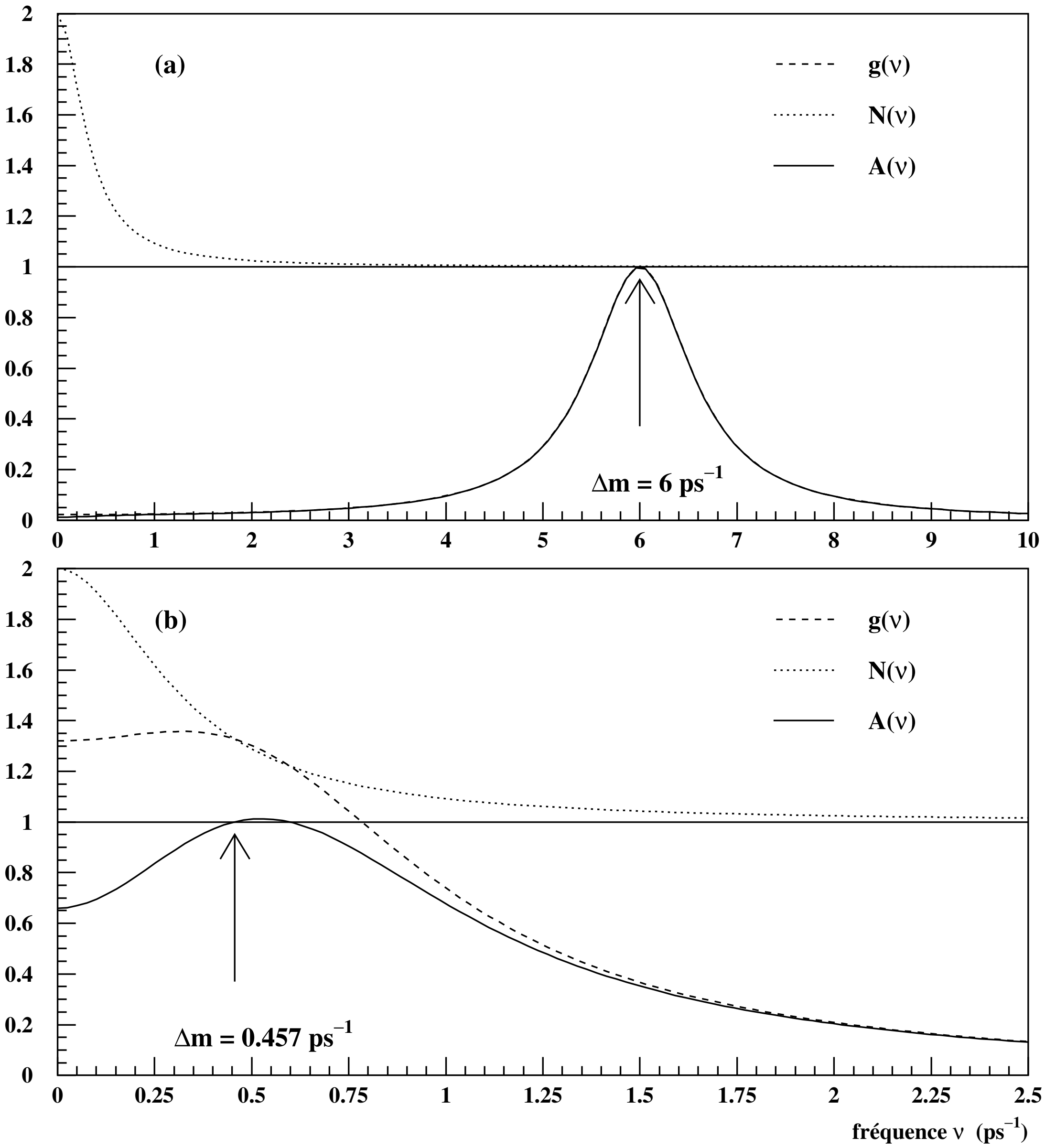

Figure B.1: Les courbes en trait plein représentent la fonction $\mathcal{A} = g/N$ (voir le texte). (a) $\Delta m >> \Gamma$: les fonctions $\mathcal{A}$ et g sont quasiment superposées. (b) $\Delta m < \Gamma$: $\mathcal{A}(\Delta m)$ vaut 1, mais le maximum de la fonction $\mathcal{A}$ a lieu pour une fréquence ν légèrement supérieure à Δm.

Bibliographie

[1] ALEPH Collaboration, *"Search for B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations using inclusive lepton events"*, contribution 269 to the 18th International Symposium on Lepton-Photon Interactions, Hamburg, Germany (1997); contribution 612 to the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jerusalem, Israel (1997).

[2] O. Leroy, for the ALEPH Collaboration, *"B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations in ALEPH"*, talk given at the 15th meeting on Elementary Particle Physics, Spåtind, Norway (jan. 1998).

[3] A.J. Buras et R. Fleischer, *"Quark mixing, CP violation and rare decays after the top quark discovery"*, à paraître dans Heavy Flavours II (1997), éd. A.J. Buras et M. Linder, hep-ph/9704376.

[4] S.L. Glashow, *"Partial–symmetries of weak interactions"*, Nucl. Phys. **22** (1961) 579.

[5] S. Weinberg, *"A Model of Leptons"*, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.

[6] A. Salam, dans *"Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity"*, Nobel Symposium n°8 (N. Svartholm, éd.), Almqvist and Wiksell, Stockholm (1968) 367.

[7] P.W. Higgs, *"Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons"*, Phys. Rev. **145** (1966) 1156.

[8] S.L. Glashow, J. Iliopoulos et L. Maiani, *"Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry"*, Phys. Rev. **D 2** (1970) 1285.

[9] T. Maskawa et M. Kobayashi, *"CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction"*, Prog. Th. Phys. **49** (1973) 652.

[10] N. Cabibbo, *"Unitarity Symmetry and Leptonic Decays"*, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531.

[11] S.W. Herb et al., *"Observation of a Dimuon Resonance at 9.5 GeV in 400-GeV Proton-Nucleus Collisions"*, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 252.

[12] Particle Data Group, Phys. Rev. **D 50** (1996).

[13] L. Wolfenstein, *"Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix"*, Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1945.

[14] M. Feindt, *"B physics"*, talk given at the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jerusalem, Israel (août 1997).

[15] CDF Collaboration, *"Direct measurement of $|V_{tb}|$ at CDF"*, à paraître dans : proceedings of the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jerusalem, Israel (août 1997).

[16] E787 Collaboration, *"Evidence for the Decay $K \to \pi^+ \nu\bar{\nu}$ "*, Phys. Lett. **B 79** (1997) 2204.

[17] M. Gell-Mann et A. Pais, *"Behaviour of Neutral particles under Charge Conjugation"*, Phys. Rev. **97** (1955) 1387.

[18] V.F. Weisskopf et E. Wigner, *"Berechnung der natürlichen Linienbreite auf Grund der Diracschen Lichttheorie"*, Z. Phys. **63** (1930) 54.
Pour des explications plus récentes (et en anglais) de la méthode d'approximation de Weisskopf-Wigner, voir aussi :
O. Nachtmann, *"Elementary Particle Physics"*, Texts and Monographs in Physics, Appendix I.

[19] I.I. Bigi, V.A. Khoze, N.G. Uraltev et A.I. Sanda, dans *"CP Violation"*, éd. C. Jarlskog (World Scientific, Singapore) (1989) 175.

[20] M. Beneke, G. Buchalla et I. Dunietz, *"The width difference in the B_s^0-$\overline{B_s^0}$ system"*, Phys. Rev. **D 54** (1996) 4419.

[21] The LEP B Oscillations Working Group, *"LEP Combined Results on B^0 Oscillations"*, LEPBOSC Note 97/2.

[22] A.J. Buras, M. Jamin et P.H. Weisz, *"Leading and Next-To-Leading QCD Corrections to ϵ-Parameter and B^0-$\overline{B^0}$ Mixing in the Presence of a Heavy Top Quark"*, Nucl. Phys. **B 347** (1990) 491.

[23] M.K. Gaillard et B.W. Lee, *"Rare decay modes of the K - mesons in gauge theories"*, Phys. rev. **D 10** (1974) 897.

[24] J.M. Flynn et C.T. Sachrajda, *"Heavy Quark Physics From Lattice QCD"*, à paraître dans Heavy Flavours II (1997), éd. A.J. Buras et M. Lindner, hep-lat/9710057.

[25] S. Herrlich et U. Nierste, *"Enhancement of the $K_L^0 - K_S^0$ Mass Difference by Short Distance QCD Corrections Beyond Leading Logarithms"*, Nucl. Phys. **B 419** (1994) 292.

[26] S. Herrlich et U. Nierste, *"Indirect CP Violation in the Neutral Kaon System Beyond Leading Logarithms"*, Phys. Rev. **D 52** (1995) 6505;
"The complete $|\Delta S| = 2$ - hamiltonian in the next-to-leading order", Nucl. Phys. **B 476** (1996) 27.

[27] A. Ali, *"Flavor changing neutral current processes and CKM phenomenology"*, à paraître dans : proceedings of the First APCTP Workshop: Pacific Particle Physics Phenomenology (P4 97), Seoul, Korea (nov. 1997), hep-ph/9801270.

[28] P. Paganini, *"Etude du mélange B^0-$\overline{B^0}$ et mesure de la durée de vie du méson B_d^0 avec le détecteur DELPHI à LEP"*, thèse, Université J. Fourier, Grenoble (1996).

[29] P. Paganini, F. Parodi, P. Roudeau et A. Stocchi, *"Measurements of ρ and η parameters of the V_{CKM} matrix and perspectives"*, hep-ph/9711261.

[30] F. Parodi, P. Roudeau et A. Stocchi, *"Constraints on the parameters of the V_{CKM} matrix at the end of 1997"*, hep-ph/9802289.

[31] Y. Grossman, Y. Nir, S. Plaszczynski et M.-H. Schune, *"Implications of the Fleischer-Mannel bound"*, SLAC-PUB-7622, hep-ph/9709288.

[32] S.K. Bose et E.A. Paschos, *"Weak interactions in six and eight quark models"*, Nucl. Phys. **B 169** (1980) 384.

[33] Y. Nir, *"Z mediated flavor changing neutral currents and their implications for CP asymmetries in B^0 decays"*, Phys. Rev. **D 42** (1990) 1477.

[34] Y. Nir, *"Naturally small x_s ?"*, Phys. Lett. **B 327** (1994) 85.

[35] R. Fleisher, *"CP violation beyond the standard model"* , à paraître dans : proceedings of 7th International Symposium on Heavy Flavor Physics, Santa Barbara, CA (juil. 1997), hep-ph/9709291.

[36] G.Altarelli et P.J. Franzini, *"B^0-$\overline{B^0}$ mixing within and beyond the Standard Model"*, Z. Phys. **C 37** (1988) 271.

[37] T. Sjöstrand et M. Bengtsson, Computer Phys. Commun. **43** (1987) 367.

[38] G. Altarelli et G. Parisi, *"Asymptotic freedom in parton language"*, Nucl. Phys. **B 126** (1977) 298.

[39] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman et T. Sjostrand, *"Parton fragmentation and string dynamics"*, Phys. Rept. 97 (1983) 31.

[40] ALEPH Collaboration, *"Studies of Quantum Chromodynamics with the ALEPH Detector"*, Physics Reports 294 (1998) 1. G. Rudolph, communication privée.

[41] C. Peterson, D. Schlatter, I. Schmidt et P.M. Zerwas, *"Scaling violations in inclusive e^+e^- annihilation spectra"*, Phys. Rev. **D 27** (1983) 105.

[42] ALEPH, DELPHI, L3, OPAL Collaborations, *"Combining heavy flavour electroweak measurements at LEP"*, Nucl. Instrum. Methods A **378** (1996) 101.

[43] D. Calvet, *"Mesure des durées de vie des mésons B^+ et B^0 par reconstruction exclusive avec le détecteur ALEPH"*, thèse, Université d'Aix-Marseille II (1995).

[44] DELPHI Collaboration, *"Measurement ot the B^0-$\overline{B^0}$ mixing parameter in DELPHI"*, Phys. Lett. **B 332** (1994) 448.

[45] ALEPH Collaboration, *"Inclusive lifetime and mixing measurements using topological vertexing"*, contribution 596 to the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jerusalem, Israel (1997).

[46] SLD Collaboration, *"Measurement of time-dependent B_d^0-$\overline{B_d^0}$ mixing using inclusive semileptonic decays"*, SLAC-PUB-7228, contribution PA08-026A to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996);
"Measurement of time-dependent B_d^0-$\overline{B_d^0}$ mixing using topology and charge selected semileptonic B decays", SLAC-PUB-7229, contribution PA08-026B to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996);
"Preliminary measurements of the time dependence of B_d^0-$\overline{B_d^0}$ mixing with kaon and charge dipole tags", SLAC-PUB-7230, contribution PA08-027/028 to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996).

[47] ALEPH Collaboration, *"Resonant Structure and Flavour Tagging in the B System using Fully Reconstructed B Decays"*,, CERN-EP/98-017, soumis à Phys. Lett. **B**

[48] CDF Collaboration, *"Observation of $\pi - B$ meson charge-flavour correlations and measurement of time dependent B_d^0-$\overline{B_d^0}$ mixing in $p\bar{p}$ collisions"*, FERMILAB-CONF-96/175-E, contribution PA08-032 to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996).

[49] O. Schneider, *"Heavy quark spectroscopy, lifetimes and oscillations"*, CERN–PPE/97–143, à paraître dans : proceedings of the 18th International Symposium on Lepton-Photon Interactions, Hamburg, Germany (juil. 1997).

[50] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the LEP Electroweak Working Group and the SLD Heavy Flavour Group, *"A Combination of Preliminary Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model"*, CERN-PPE/97-154.

[51] ARGUS Collaboration, *"Observation of B^0-$\overline{B^0}$ mixing"*, Phys. Lett. **B 192** (1987) 245.

[52] CLEO Collaboration, *"B^0-$\overline{B^0}$ mixing at the $\Upsilon(4S)$"*, Phys. Rev. Lett **62** (1989) 2233.

[53] UA1 Collaboration, *"Search for B^0-$\overline{B^0}$ oscillations at the CERN proton-antiproton collider"*, Phys. Lett. **B 186** (1987) 247.

[54] ALEPH Collaboration, *"Observation of the semileptonic decays of B_s^0 and Λ_b^0 hadrons at LEP"*, Phys. Lett. **B 294** (1992) 145.

[55] ALEPH Collaboration, *"Measurement of B^0-$\overline{B^0}$ mixing at the Z using a jet charge method"*, Phys. Lett. **B 284** (1992) 177.

[56] S.M. Walther, *"Direct measurement of the integral mixing parameter χ_s, for the B_s^0-meson using $D_s^\pm$–Lepton correlations"*, ALEPH 94-72 (1994).

[57] ALEPH Collaboration, *"Observation of the time dependence of the B_d^0-$\overline{B_d^0}$ mixing"*, Phys. Lett. **B 313** (1993) 498.

[58] ALEPH Collaboration, *"An investigation of B_d^0 and B_s^0 oscillation"*, Phys. Lett. **B 322** (1994) 441.

[59] ALEPH Collaboration, *"Limit on B_s^0 oscillation using a jet charge method"*, Phys. Lett. **B 356** (1995) 409.

[60] ALEPH Collaboration, *"Time dependent B_s^0 mixing from lepton-kaon correlations with the ALEPH detector"*, contribution 0410 to the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, Belgium (1995).

[61] ALEPH Collaboration, *"Study of the $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ oscillation frequency using $D_s^- - \ell^+$ combinations in Z decays"* , Phys. Lett. **B 377** (1996) 205.

[62] ALEPH Collaboration, *"Study of B_s^0 oscillations and lifetime using fully reconstructed D_s^- decays"*, CERN–PPE/97–157, à paraître dans Eur. Phys. J. **C**.

[63] DELPHI Collaboration, *"Search for B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations"*, Phys. Lett. **B 414** (1997) 382.

[64] DELPHI Collaboration, *"Search for B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations and measurement of the B_s^0 lifetime"*, contribution 495 to the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Jerusalem, Israel (1997).

[65] OPAL Collaboration, *"Investigation of the B_s^0 oscillation frequency using ϕ–ℓ and D_s^-–ℓ correlations"*, contribution PA08-014 to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996).

[66] OPAL Collaboration, *"An updated study of B meson oscillations using dilepton events"*, Z. Phys. **C 76** (1997) 417;
"A study of B meson oscillations using hadronic Z decays containing leptons", Z. Phys. **C 76** (1997) 401.

[67] H.-G. Moser et A. Roussarie, *"Mathematical Methods for B^0-$\overline{B^0}$— Oscillations Analyses"*, Nucl. Instrum. Methods A **384** (1997) 491.

[68] S. Myers, *"The LEP collider, from design to approval and commissioning"*, CERN 91-08.

[69] LEP Injector Study Group, *"LEP design report. vol. 1. The LEP injector chain"*, CERN-LEP/TH/83-29.

[70] C. Bowdery, ALEPH Handbook 1995, Vol.1.

[71] C. Bowdery, ALEPH Handbook 1995, Vol.2.

[72] ALEPH Collaboration, *"Heavy quarks tagging with leptons in the ALEPH detector"*, Nucl. Instrum. Methods A **346** (1994) 461.

[73] J. Boucrot et al., ALPHA User's Guide, *"ALEPH Physics Analysis Package"*. Version $\geq$ 122, ALEPH 97-058. Voir aussi `http://alephwww.cern.ch/LIGHT/alpha.html`

[74] Une description des projections et des autres possibilités du programme DALI se trouvent dans : *"Event display: can we see what we see what we want to see ?"*, CERN/ECP 95-25 and proceedings of the CERN school of computing, CERN 95-05 p.17. Voir aussi `http://alephwww.cern.ch/DALI/`

[75] JADE Collaboration, *"Experimental investigation of the energy dependence of the strong coupling strength"*, Phys. Lett. **B 213** (1988) 235.

[76] S. Emery, *"Etude de la dépendance temporelle des oscillations B^0-$\overline{B^0}$ par la méthode de la charge du jet sur l'expérience ALEPH "*, thèse, Université de Paris VII (1995).

[77] D.Brown, *"QFNDIP, a primary vertex finder"*, ALEPH 92-47 (mars 1992).

[78] T.S. Mattison, *"QVSRCH, A Tool for Inclusive Secondary Vertex Finding"*, ALEPH 92-173 (nov. 1992).

[79] D. Rousseau, *"Mesure de la durée de vie des hadrons B dans le canal de désintégration en J/ψ à l'expérience ALEPH au LEP"*, thèse, Université d'Aix-Marseille II (1992).

[80] ALEPH Collaboration, *"Measurement of the B_s^0 lifetime"*, Phys. Lett. **B 322** (1994) 275.

[81] ALEPH Collaboration, *"Improved measurement of the B_d^0-$\overline{B_d^0}$ oscillation frequency"*, Z. Phys. C **75** (1997) 397.

[82] ALEPH Collaboration, *"Measurement of mean lifetime and branching fractions of b hadrons decaying to J/ψ"*, Phys. Lett. **B 295** (1992) 396.

[83] D.E. Jaffe, F. Le Diberder et M.-H. Schune, *"Improvement of a CP-violation or B_s^0 oscillation measurement through the optimal use of discriminating variables"*, LAL 94–67 et FSU-SCRI 94–101;
"Treatment of weighted events in a likelihood analysis of B_s^0 oscillations or CP-violation", ALEPH 94–022 (fév. 1994).

[84] CERNLIB-CERN Program Library Short Writeups (mars 1995).

[85] O. Schneider, *"Likelihood expression for time-dependent mixing analyses using a discriminating variable"*, ALEPH 97–028 (mars 1997).

[86] MINUIT *"Function Minimization and Error Analysis"*, CERN Program Library Long Writeups $D506$, Version 92.1 (mars 1992).

[87] R. Forty, "A study of the likelihood method for Δm_s limits", ALEPH 95–127 (nov. 1995).

[88] DELPHI Collaboration, *"A precise measurement of the B_d^0 meson lifetime using a new technique"*, CERN–PPE/96–139, soumis à Z. Phys. **C**.

[89] M. Paulini, CDF Collaboration, *"Heavy Quarks at the Tevatron : Top & Bottom"*, FERMILAB-CONF-97/376-E, à paraître dans : Proceedings IVth International Workshop on Progress in Heavy Quark Physics, Rostock, Germany (sep. 1997).

[90] O. Schneider et H. Seywerd, *"COMBOS: a program to COMbine results from B Oscillations analyses"*, Version 2.32 (juil. 1997).

[91] ALEPH Collaboration, *"Combined limit on the B_s^0 oscillation frequency"*, contribution PA08–020 to the 28th International Conference on High Energy Physics, Warsaw, Poland (1996).

[92] J.J. Aubert, P. Coyle, O. Leroy et O. Schneider, *"Search for B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations using inclusive lepton events"* ALEPH 97-117 (déc. 1997).
ALEPH Collaboration, *"Search for B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations using inclusive lepton events"*, à soumettre à Phys. Lett. **B** (jan. 1998).

[93] S. Willocq, communication privée.

[94] K.T. Pitts, *"Prospects for Measuring CP Violation, B_s^0 Mixing and Rare B Decays at the Tevatron"*, FERMILAB-Conf-97/396-E.
M. Paulini, communication privée.

[95] T. Lohse et al. *"HERA–B An experiment to Study CP Violation in the B System Using Internal Target at the HERA Proton Ring"*, Proposal (1994).
E. Hartouni et al. *"HERA–B An experiment to Study CP Violation in the B System Using Internal Target at the HERA Proton Ring"*, Technical Design Report (1995).

[96] A. Santoro et al. *"BTeV: An Expression of Interest for a Heavy Quark Program at C0"* (1997).

[97] P. Eerola *"B Physics potential of ATLAS"*, LHCC Open meeting (mars 1998).

[98] D. Denegri *"B Physics in CMS expected performance"*, LHCC Open meeting (mars 1998).

[99] S. Amato et al., *"A Large Hadron Collider Beauty Experiment for Precision Measurements of CP Violation and Rare Decays"*, LHCb Technical Proposal, CERN LHCC 98-4 (1998).

[100] ALEPH Collaboration, *"First measurement of the B_s^0 meson mass"*, Phys. Lett. **B 311** (1993) 425.

Index

Etude du mélange B_s^0-$\overline{B_s^0}$ avec le détecteur ALEPH au LEP

Résumé

Nous avons cherché à mesurer le paramètre Δm_s des oscillations B_s^0-$\overline{B_s^0}$, dans un échantillon de désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux, enregistré par le détecteur ALEPH, auprès du collisionneur LEP, entre 1991 et 1995. Par rapport aux précédentes analyses inclusives, la résolution en temps et l'étiquetage des saveurs des mésons ont été sensiblement améliorés. De plus, certains sous-échantillons des données ont été enrichis en B_s^0. Des ajustements, par la méthode du maximum de vraisemblance, événement par événement, nous ont permis d'obtenir la limite inférieure sur Δm_s la plus élevée à ce jour :

$$\Delta m_s > 9.4 \text{ ps}^{-1} \text{ à } 95\% \text{ de niveau de confiance.}$$

La combinaison avec les analyses ALEPH reposant sur la reconstruction de D_s^- donne :
$\Delta m_s > 9.5$ ps^{-1} à 95% de niveau de confiance. Ceci entraîne une contrainte significative sur le côté droit du Triangle d'Unitarité de la matrice CKM.

Mots clefs : LEP, ALEPH, mésons beaux, mélange B_s^0-$\overline{B_s^0}$, oscillations, Δm_s, Δm_d, V_{td}, V_{ts}

B_s^0-$\overline{B_s^0}$ oscillations study with the ALEPH detector at LEP

Abstract

A search for B_s^0 oscillations is performed in a sample of semileptonic B hadron decays collected by the ALEPH experiment during 1991–1995. Compared to previous inclusive analyses, the proper time resolution and mesons flavour tagging are significantly improved. In addition, subsamples of the data are enriched in B_s^0. Unbinned maximum likelihood fits are performed to derive :

$$\Delta m_s > 9.4 \text{ ps}^{-1} \text{ at } 95\% \text{ confidence level,}$$

which is the highest limit to date. Combining with the ALEPH D_s^- based analyses yields $\Delta m_s > 9.5$ ps^{-1} at 95% confidence level. This provides a significant constraint on the right side of the Unitarity Triangle of the CKM matrix.

Keywords : LEP, ALEPH, Beauty mesons, B_s^0-$\overline{B_s^0}$ mixing, oscillations, Δm_s, Δm_d, V_{td}, V_{ts}