Untersuchung der Substruktur von Quarkjets und Gluonjets aus dem Z^0-Zerfall

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Frank Stephan
aus Siegen

eingereicht beim Fachbereich 7
der Universität-Gesamthochschule-Siegen

Siegen 1997

Abstract

The substructure of identified quark and gluon jets is studied by measuring the mean and the width of their subjet multiplicity distributions. This analysis is based on about $3 \cdot 10^6$ hadronic Z^0 decays recorded by the ALEPH detector at the LEP storage ring. From these events, approximately 72 000 nearly symmetric three-jet events are selected using the Durham algorithm with a jet resolution parameter $y_{cut} = y_1 = 0.1$. The jets are then analyzed using a smaller cut-off y_0 ($< y_1$) so that subjets are resolved. A gluon jet is identified by requiring evidence for long-lived heavy-flavour hadrons in the other two jets of the three-jet event; this results in a sample of 4005 gluon jet candidates with a purity of 94.4%.

By measuring the mean and the standard deviation of the subjet multiplicity distribution for quark and gluon jets as a function of the subjet resolution scale y_0, one can study the transition from hard to soft QCD. That is, one can determine the range of subjet scales in which perturbative predictions are reliable, and at what scale nonperturbative effects become large. These observables are also studied as a function of jet energy, opening a new degree of freedom for QCD tests. When comparing quark and gluon jets one can see that within a certain range of jet energy the mean subjet multiplicities differ by up to a factor of about 3 and the standard deviations differ by up to a factor of about 2.

All the measured quantities are compared with the predictions of Monte Carlo models and perturbative QCD calculations, which are now available for quark and gluon jets separately. The latter comparison shows that leading and next-to-leading logarithmic contributions are necessary to extend perturbative descriptions down to lower momentum-transfers. From the comparison of the measured mean subjet multiplicities with a LO(α_s)+NLLA(y_1/y_0) perturbative prediction the QCD parameters C_A, $n_f T_R$, and α_s are determined, showing good agreement with the standard model values and the world average α_s.

Gutachter dieser Dissertation: Prof. Dr. S. Brandt
Prof. Dr. C. Grupen

Tag der mündlichen Prüfung: 16. 12. 1997

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Theoretische Grundlagen **5**
2.1 Theorie der starken Wechselwirkung 5
2.2 Überprüfung der QCD mit Messungen bei LEP 11
2.3 Monte-Carlo-Modelle zur Simulation von QCD-Ereignissen 14

3 Meßgrößen: Definitionen und theoretische Erwartungen **18**
3.1 Einleitung 18
3.2 Definition der Meßgrößen 21
3.3 Theoretische Erwartungen und Motivation 23

4 Der LEP-Speicherring und das ALEPH-Experiment **29**
4.1 Der LEP-Speicherring 29
4.2 Der ALEPH-Detektor 31
4.3 Spurrekonstruktion und Teilchenidentifizierung 37

5 Die Messung **41**
5.1 Ereignisselektion und Jetdefinition 41
5.2 Identifizierung von Gluonjetkandidaten 42
5.2.1 Der 'b-tagging Algorithmus' 43
5.2.2 Definition der gluonenangereicherten Jetmenge 47
5.3 Simulation von ALEPH-Ereignissen 48
5.4 Bestimmung der Gluonjetreinheit 48
5.5 Detektorkorrekturen und Entfaltung 51
5.5.1 Detektorkorrekturfaktoren 51
5.5.2 Entfaltung 52
5.6 Abschätzung der systematischen Fehler 53
5.6.1 Generatorabhängigkeit der Detektorkorrekturfaktoren 54
5.6.2 Detektorsimulation 55
5.6.3 Simulation der Eigenschaften von b- und c-Hadronen 55
5.6.4 Kombination der Beiträge zum gesamten systematischen Fehler . . 56

6 Ergebnisse **58**
6.1 Vergleich der Meßergebnisse mit Vorhersagen von MC-Modellen 58
6.2 Vergleich der Meßergebnisse mit perturbativen QCD-Vorhersagen 68

7 Bestimmung von QCD-Parametern **76**

8 Zusammenfassung **82**

Anhänge **84**

A Die Subjetmultiplizität für spezielle Ereignistypen **85**

B Andere Cluster-Algorithmen **88**
B.1 Der Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße 88
B.2 Ein 'verbesserter' Durham-Algorithmus 91

C Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen **95**

D Die Subjetmultiplizität als Funktion der Größe $k_t^{min}/2$ **98**

E Ergebnisse in numerischer Form **103**

Abbildungsverzeichnis **122**

Tabellenverzeichnis **124**

Literaturverzeichnis **125**

Danksagung **129**

Lebenslauf **130**

Kapitel 1

Einleitung

Die Physik der starken Wechselwirkungen hat seit den letzten 20 bis 30 Jahren bemerkenswerte Fortschritte gemacht. Dies ist in besonderem Maße dem Erfolg der Quantenchromodynamik (QCD) zu verdanken, welche nun allgemein als theoretische Grundlage der starken Wechselwirkung anerkannt wird. Die QCD ist in der Lage, eine konsistente Vorhersage und Beschreibung vieler Aspekte von Prozessen der starken Wechselwirkung zu liefern, wobei diese Theorie nur von wenigen freien Parametern abhängt: der Kopplungs-'Konstanten' α_s und den Quarkmassen. Aufgrund der Natur der Theorie, welche nicht beobachtbare Hadronen, sondern Quarks und Gluonen beschreibt, sind experimentelle Überprüfungen der QCD jedoch nicht so einfach und präzise wie Untersuchungen der Quantenelektrodynamik (QED) oder des Standardmodells (SM) der elektroschwachen Wechselwirkungen.

Hadronische Endzustände von e^+e^--Annihilationen bei hohen Energien sind besonders geeignet für eine möglichst genaue Untersuchung der starken Wechselwirkung. Bei solchen Prozessen vernichten sich Elektron und Positron zu einem hoch virtuellen Photon oder zu einem Z^0-Boson, welche dann anschließend in ein Quark-Antiquark-Paar zerfallen. Diese Quarks können dann ein oder mehrere Gluonen abstrahlen. Die wesentlichen Vorteile von e^+e^--Annihilationsprozessen für genaue Überprüfungen der Theorie im Vergleich zu anderen tiefinelastischen Streuprozessen wie Hadron-Hadron-Kollisionen oder Lepton-Nukleon-Streuungen sind wie folgt:

- Aufgrund der punktförmigen Kopplung der Elektronen, Positronen und Quarks an das Eichboson sind die Quantenzahlen und die Energie des harten Streuprozesses bekannt. Es gibt keine zusätzlichen Projektilfragmente.

- Hadronische Endzustände können aufgrund ihrer klaren Signatur leicht identifiziert werden (hohe Teilchenmultiplizität; Teilchenimpulse sind im Ereignis balanciert, und die Summe der gemessenen Teilchenenergien ist etwa gleich der Schwerpunktenergie). Untergrundereignisse von τ-Paarproduktion und $\gamma\gamma$-Austauschprozessen können leicht unterdrückt werden.

- Für einen großen Bereich von genau definierten Schwerpunktenergien sind Daten verfügbar: beginnend mit Energien der Resonanzen von schweren Quarks (einige GeV), über die Z^0-Resonanz (91.2 GeV), bis hin zur W^+W^--Schwelle und darüber hinaus (bis zu 183 GeV im Jahre 1997). Diese Daten ermöglichen es, sowohl eine Überprüfung der sogenannten asymptotischen Freiheit der Theorie als auch Studien im Bereich des sogenannten Quark-Confinements durchzuführen.

Besonders seit am Speicherring LEP mit sehr hoher Statistik Daten bei einer Schwerpunktenergie von etwa 91.2 GeV gewonnen werden konnten, ist eine Fülle von präzisen QCD-Studien durchgeführt worden. Der Vorteil von Analysen bei LEP im Vergleich zu früheren e^+e^--Beschleunigern liegt nicht nur in der hohen Anzahl der Ereignisse, die durch den sehr starken Anstieg des Wirkungsquerschnittes auf der Z^0-Resonanz ermöglicht werden. Auch die hohe Schwerpunktenergie, die eine engere Beziehung zwischen den Hadronjets und den sie hervorrufenden Quarks und Gluonen liefert (Hadronisierungseffekte werden mit zunehmender Schwerpunktenergie kleiner), macht sich positiv bemerkbar.

Obwohl viele der grundlegenden Eigenschaften von Quarks und Gluonen bereits schon früher untersucht wurden, gibt es in diesem Bereich der Elementarteilchenphysik noch viel Raum für interessante, neue Analysen. Erste Hinweise darauf, daß Quarks einen Spin von $1/2\,\hbar$ haben, wurden bereits 1975 gefunden [1], als gezeigt werden konnte, daß die Ausrichtung der Sphärizitätsachse der Vorhersage für Spin 1/2 Teilchen folgt. Im Jahr 1979 konnte erstmalig ein kleiner Anteil von planaren, gut getrennten 3-Jet-Ereignissen mit Schwerpunktenergien von etwa 30 GeV bei den PETRA Experimenten am DESY in Hamburg beobachtet werden. Diese Ereignisse konnten überzeugend der Emission eines dritten Partons ohne elektrische Ladung und mit Spin $1\,\hbar$ zugeordnet werden; genau wie es für Gluonbremsstrahlung von der QCD vorhergesagt wurde [2, 3, 4]. Neben diesen Untersuchungen von 3-Jet-Ereignissen gab es bereits kurz vorher auch deutliche Hinweise auf den Zerfall des Υ in drei Gluonen [5]. Die ersten Hinweise auf eine Gluonselbstkopplung, d.h., daß das Gluon selbst Farbladung trägt, erhielt man 1989 aus der Messung von 4-Jet-Winkelkorrelationen bei TRISTAN [6]. Die Ansätze dieser Analyse wurden bei den LEP-Experimenten weiter verfeinert und auf die hohe Datenstatistik angewendet [7, 8, 9, 10, 11]. Da die Schwerpunktenergie hier deutlich höher liegt, sind die Hadronisierungseffekte kleiner und die Jetdefinition bei kleinen Auflöseparametern, wo die charakteristischen Eigenschaften der Gluonen sehr deutlich zu Tage treten, ist verläßlicher. Auch in der vorliegenden Arbeit wird die perturbative Struktur der QCD (Wahrscheinlichkeit für Gluonabstrahlung von Quarks, Gluonselbstkopplung, Gruppenstruktur) untersucht. Jedoch wird ein anderer Zugang gewählt. Dabei kommt der Definition der hadronischen Jets eine große Bedeutung zu.

Die Frage, ob sich Jets, welche durch Quarks bzw. Gluonen initiiert werden, in ihren Eigenschaften unterscheiden, ist Gegenstand vieler theoretischer und experimenteller Untersuchungen. In der QCD wird dem Gluon als Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Gluonabstrahlung der Farbfaktor $C_A = 3$ zugeordnet, während das Quark einen Farbfaktor $C_F = 4/3$ trägt. Daher erwartet man für asymptotisch hohe Jetenergien in führender Ordnung QCD ein Verhältnis von $C_A/C_F = 9/4$ für die Multiplizität von weichen Gluonen von beiden Jetarten. Wenn man gleiche Energien für Quark- und Gluonjets fordert, dann bedeutet dies, daß das Teilchenenergiespektrum für Gluonjets weicher sein sollte als für Quarkjets, d.h., daß ein Teilchen im Gluonjet im Mittel weniger Energie hat als im Quarkjet. Wenn man annimmt, daß der Impuls der Teilchen transversal zur Jetachse für beide Jetarten etwa gleich ist, dann erwartet man auch, daß die Winkel zwischen Teilchenimpuls und Jetachse im Gluonjet größer sind, d.h., daß Gluonjets breiter sind als

Quarkjets (ein Beispiel für den experimentellen Nachweis dieser Eigenschaften findet man u.a. in [12]).

In der Anfangszeit der Suche nach Unterschieden zwischen Quark- und Gluonjets war es nicht möglich, die Jettypen innerhalb eines Ereignisses zu identifizieren. So wurden entweder Jets unterschiedlicher Energie verglichen (z.B. ist der Jet niedrigster Energie in einem 3-Jet-Ereignis in der Regel ein Gluonjet), oder 2-Jet-Ereignisse gemessen bei niedrigerer Schwerpunktenergie wurden mit dem energieärmsten Jet in einem 3-Jet-Ereignis bei höherer Schwerpunktenergie verglichen. In beiden Fällen sind jedoch die zwei Jettypen in unterschiedliche Ereignisumgebungen eingebettet, so daß ein direkter Vergleich problematisch ist. Daher waren die experimentellen Ergebnisse oft widersprüchlich oder nicht überzeugend, und immer waren Modellstudien nötig, um die beschriebenen Einflüsse zu korrigieren. Seit einigen Jahren haben sich die Möglichkeiten zur Identifikation des Jettyps im einzelnen Ereignis deutlich verbessert. Besonders die Fähigkeit zur Beobachtung der Lebensdauer von b- und c-Hadronen bewirkte einen großen Schritt in diese Richtung. So können z.B. in einem 3-Jet-Ereignis gegebenenfalls 2 der Jets den primären $b\bar{b}$-Quarks zugeordnet werden, während der dritte Jet dann mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Gluonjet darstellt.

Die vorliegende Dissertation befaßt sich mit dem Studium der QCD im Rahmen der Jetphysik. Tatsächlich wird die Substruktur von Quark- und Gluonjets aus dem Z^0-Zerfall untersucht. Dazu werden nahezu symmetrische 3-Jet-Ereignisse mit einem hohen Auflöseparameter selektiert (mercedessternartige Ereignisse), was eine gute Trennung und Vergleichbarkeit der einzelnen Jets sichert. Außerdem schafft die Wahl eines großen Jetauflöseparameters Raum für die Untersuchung einer inneren Struktur der Jets, die mit perturbativen Rechnungen beschrieben werden kann und somit den Vergleich zwischen Messung und Theorie erlaubt. Durch genaue Vermessung der Spuren von geladenen Zerfallsprodukten langlebiger, schwerer Hadronen ist es möglich, in einem Teil der verwendeten Ereignisse Gluonjetkandidaten mit hoher Reinheit zu identifizieren. Unter Verwendung einer vereinfachten Entfaltungstechnik können dann die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets gewonnen werden. Im Detail wird die Subjet-Multiplizitätsverteilung beider Jetarten vermessen. Dabei bezeichnet der Begriff Subjet ein Teilchen oder Teilchenbündel innerhalb eines Jets. Die Auflösbarkeit solcher Subjets wird wieder durch einen Auflöseparameter definiert. Die Meßergebnisse werden sowohl mit den Vorhersagen verschiedener Monte-Carlo-Simulationen (MC) als auch mit aktuellen perturbativen Rechnungen verglichen. Aus dem zuletzt genannten Vergleich können mit Hilfe der mittleren Subjetmultiplizität von Quark- und Gluonjets dann auch Parameter der QCD bestimmt werden.

Das folgende Kapitel enthält eine Skizze der theoretischen Grundlagen der starken Wechselwirkung. In Kapitel 3 werden die in dieser Analyse verwendeten Meßgrößen definiert und die theoretischen Erwartungen dafür vorgestellt und diskutiert. Der LEP-Speicherring und der ALEPH-Detektor, mit dem die verwendeten Daten aufgenommen wurden, werden in Kapitel 4 beschrieben. Kapitel 5 enthält eine ausführliche Beschreibung der Durchführung der Messung. Anschließend werden in Kapitel 6 die Ergebnisse vorgestellt und mit MC-Modellen und perturbativen Rechnungen verglichen. Kapitel 7 beschreibt die Bestimmung von QCD-Parametern aus dem Vergleich der Messung mit den perturbativen Rechnungen. Abschließend werden die Analysemethode und die Ergebnisse nochmals zusammengefaßt. In den Anhängen A bis D sind die Ergebnisse verschiedener MC-Studien dargestellt. Anhang A enthält die MC-Vorhersagen der untersuchten Meßgrößen für spezielle Ereignistypen (Z^0-Zerfälle in leichte bzw. schwere Quarkzustände). Anhang B stellt die Vorhersagen unterschiedlicher Cluster-Algorithmen vor. Der Einfluß auf die Meßgrößen bei der Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen für die Definition des Teilcheninhaltes eines Jets wird in Anhang C untersucht. In Anhang D werden die Meßgrößen als Funktion einer anderen Größe statt der sonst gezeigten Abhängigkeit von der Jetenergie dargestellt. Die numerische Angabe der Meßergebnisse der vorliegenden Arbeit mit ihren statistischen und systematischen Fehlern erfolgt in Anhang E.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden einerseits fundamentale Eigenschaften der Quantenchromodynamik (QCD), die für die vorliegende Arbeit von Bedeutung sind, dargestellt und andererseits verschiedene Modelle für die Realisierung dieser Theorie im Rahmen von Monte-Carlo-Simulationen (MC) beschrieben. Dabei wird unter Verwendung von Analogieüberlegungen ein möglichst direkter Zugang gewählt. Zunächst werden im folgenden Abschnitt einige Eigenschaften der QCD im Vergleich zur Quantenelektrodynamik (QED) beschrieben und die QCD-Farbfaktoren definiert. Anschließend wird spezieller auf verschiedene Effekte der starken Wechselwirkung am Speicherring LEP bei einer Schwerpunktenergie von 91.2 GeV eingegangen. Im dritten Abschnitt dieses Kapitels werden drei unterschiedliche MC-Modelle zur Simulation von QCD-Ereignissen erläutert.

2.1 Theorie der starken Wechselwirkung[1]

Ein direkter Zugang zur Quantenchromodynamik ergibt sich über den Vergleich mit der Quantenelektrodynamik, die im folgenden als weitgehend bekannt vorausgesetzt wird. Beide sind Feldtheorien, so daß sich die Teilchen der Theorie durch die Quantisierung von Feldern ergeben. Diese werden bei der Definition der Lagrangedichte des jeweils betrachteten physikalischen Systems eingeführt, woraus sich mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die 'Bewegungsgleichungen' der Felder bestimmen lassen. Auf diese Weise werden physikalische Systeme im Rahmen der Feldtheorie berechnet. Dabei kommt der Definition der Lagrangedichte entscheidende Bedeutung zu.

Die QED ist eine abelsche Eichtheorie, die auf der Gruppe U(1) (Gruppe der unitären 1×1-Matrizen[2]; d.h. Gruppe der Zahlen $e^{i\varphi}$, dabei ist φ eine reelle Zahl) aufbaut[3]. Da diese Gruppe nur eine Erzeugende hat (reelle Zahl φ), gibt es nur ein Eichbosonfeld, das den Austausch der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen bewirkt. Dabei handelt es sich um das Photon, das im Rahmen der Feldtheorie meist mit

[1] Grundlage für die in diesem Abschnitt aufgeführten Eigenschaften von QED und QCD waren die Quellen [13, 14, 15, 16].

[2] Ein Operator U ist unitär, wenn gilt: $UU^\dagger = 1 = U^\dagger U$.

[3] Die Theorie wird als 'abelsch' (vertauschbar) bezeichnet, weil für jedes Produkt zweier beliebiger Elemente U_1 und U_2 der Gruppe U(1) gilt: $U_1 \cdot U_2 = e^{i\varphi_1} \cdot e^{i\varphi_2} = e^{i\varphi_2} \cdot e^{i\varphi_1} = U_2 \cdot U_1$, weil komplexe Zahlen vertauschen.

dem Feld A^μ (elektromagnetisches Viererpotential) bezeichnet wird. Die Lagrangedichte für ein Teilchen der Ladung $(-e)$ und der Masse m_e (z.B. ein Elektron, das zugehörige Feld wird mit ψ bezeichnet) in einem elektromagnetischen Feld mit dem Potential $A^\mu = (\phi, \vec{A})$ ist gegeben durch [13]

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QED}} \;=\; \overline{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m_e)\psi \;-\; \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \tag{2.1}$$

(es gilt die Einsteinsche Summenkonvention, wonach über oben- und untenstehende gleiche Indices eines Terms summiert wird). In dem obigen Ausdruck ist die kovariante Ableitung D_μ definiert als

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu\,, \tag{2.2}$$

und der Feldstärketensor des elektromagnetischen Feldes $F^{\mu\nu}$ ergibt sich in der üblichen Weise aus dem Potential:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu\,. \tag{2.3}$$

In der so angegebenen Lagrangedichte lassen sich drei Terme unterscheiden: der Ausdruck $\overline{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_e)\psi$ beschreibt ein freies Elektron, aus dem Term $\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ läßt sich das reine elektromagnetische Feld berechnen, und der Ausdruck $e\overline{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi$ beschreibt die Wechselwirkung des Elektrons mit dem elektromagnetischen Feld. Eine entsprechende Unterteilung läßt sich später auch für die starke Wechselwirkung angeben.

Die QCD ist eine nicht-abelsche Eichtheorie, welche auf der Gruppe SU(3) aufbaut. Dies ist die Gruppe der unitären 3×3-Matrizen, deren Determinante gleich $+1$ ist. Die Elemente U dieser Gruppe lassen sich wiederum durch eine Exponentialfunktion darstellen[4]. Dabei steht im Exponenten diesmal allerdings keine Zahl, sondern eine Linearkombination aus 3×3-Matrizen λ_a: $U = \exp(i\sum_{a=1}^{8} c_a\lambda_a)$, wobei die c_a beliebige reelle Zahl sind. Die Matrizen λ_1, λ_2, ..., λ_8 sind die acht Erzeugenden der Gruppe SU(3); es sind linear unabhängige, spurlose[5], hermitesche 3×3-Matrizen. Damit ist auch klar, warum die QCD als nicht-abelsche Theorie bezeichnet wird, denn das Produkt zweier Matrizen ist im allgemeinen nicht kommutativ. Eine häufige Darstellung der Größen λ_a bilden die Gell-Mann-Matrizen [13]:

$$\begin{aligned}
&\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
&\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
&\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

[4] Eine unitäre Größe U läßt sich mit Hilfe der Exponentialfunktion und Verwendung einer hermiteschen Matrix H (hermitesch, d.h. $H^\dagger = H$) ausdrücken als $U = e^{iH}$, denn $UU^\dagger = e^{iH}e^{-iH^\dagger} = e^{iH}e^{-iH} = e^0 = 1$.

[5] Die Bedingung $+1 \stackrel{!}{=} \det U = \det(e^{iH}) = e^{i\mathrm{Spur}(H)}$ ist u.a. erfüllt, wenn gilt: $\mathrm{Spur}(H) = 0$.

Die λ-Matrizen erfüllen die Vertauschungsrelationen

$$\left[\frac{\lambda_a}{2} , \frac{\lambda_b}{2} \right] = i \sum_{c=1}^{8} f^{abc} \frac{\lambda_c}{2} \quad . \tag{2.5}$$

Dabei ergeben sich für die f^{abc} reelle Zahlen, die als Strukturkonstanten der SU(3) bezeichnet werden[6]. Wenn man sich die Größe f^{abc} als einen Tensor dritter Stufe vorstellt, so ist dieser total antisymmetrisch, und die unabhängigen, von Null verschiedenen Komponenten sind nur $f^{123} = 1$, $f^{458} = f^{678} = \sqrt{3}/2$ und $f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = 1/2$. Die Strukturkonstanten f^{abc} spielen neben den λ_a-Matrizen eine zentrale Rolle bei der Definition der QCD-Farbfaktoren, die die starke Wechselwirkung charakterisieren und von denen zwei in der vorliegenden Arbeit gemessen werden.

Da die Gruppe SU(3) acht Erzeugende besitzt, gibt es auch ebenso viele verschiedene Eichbosonfelder, die den Austausch der starken Wechselwirkung zwischen den Materieteilchen übernehmen. Dies sind die acht Gluon-Viererpotentiale, die im folgenden mit G^a_μ bezeichnet werden ($a = 1, 2, ..., 8$ ist der Index der Gruppe SU(3); $\mu = 0, 1, 2, 3$ ist der Lorentz-Index). Diese Potentiale sind das Analogon zum Photonpotential A^μ. Der Unterschied ist hier zunächst nur, daß es in der QCD acht Felder gibt und in der QED nur eines.

Die Lagrangedichte in der Quantenchromodynamik [13] hat äußerlich eine sehr ähnliche Gestalt wie die der Quantenelektrodynamik:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} = \sum_{\vec{q}=\vec{u},\vec{d},...} \overline{\vec{q}} \left(i\gamma^\mu D_\mu - m_q \right) \vec{q} - \frac{1}{4} F^a{}_{\mu\nu} F^{a\,\mu\nu} \tag{2.6}$$

(wieder gilt die Einsteinsche Summenkonvention, zusätzlich wird im letzten Term auch über $a = 1, ..., 8$ summiert). Jedoch werden hier die Felder der Quarks $\vec{q}$ nun als Vektoren dargestellt:

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_{\mathrm{rot}} \\ q_{\mathrm{grün}} \\ q_{\mathrm{blau}} \end{pmatrix} \quad . \tag{2.7}$$

Die drei Komponenten von $\vec{q}$ stehen für die drei unterschiedlichen Farben eines Quarktyps. Die Notwendigkeit zur Einführung von drei verschiedenen Farben für die Quarks ergibt sich beispielsweise aus der Beobachtung des Δ^{++}-Baryons. Dieses läßt sich als ein gebundener Zustand von drei gleichartigen u-Quarks nur dann in Übereinstimmung mit dem Pauli-Prinzip erklären, wenn man für jedes der Quarks eine unterschiedliche Farbe einführt. Daher wird einem Quark neben seiner elektrischen Ladung ($+2/3$ der Elementarladung für u-, c- und t-Quarks; $-1/3$ der Elementarladung für d-, s- und b-Quarks) stets auch eine Farbladung (rot, grün oder blau) zugeordnet. Die drei Farben der Quarks liefern damit nachträglich auch eine Erklärung, warum 3×3-Matrizen zur Beschreibung der QCD verwendet werden. Da die starke Wechselwirkung an jede Quarksorte koppelt, ist in der Lagrangedichte die Summe über alle Quarktypen (u-, d-, s-, ..., Quarks) enthalten.

[6] Die Zahlen f^{abc} sind das Analogon zu den Zahlen ε^{ijk} in der Vertauschungsrelation der Pauli-Matrizen der Drehgruppe SU(2): $[\sigma^i, \sigma^j] = 2i \sum_{k=1}^{3} \varepsilon^{ijk} \sigma^k$.

Die in Gleichung 2.6 verwendete kovariante Ableitung D_μ hat die Gestalt

$$D_\mu \;=\; \partial_\mu \;+\; i\; g_s \sum_{a=1}^{8} G_\mu^a \,\frac{\lambda_a}{2}\;; \tag{2.8}$$

dabei ist g_s ein Maß für die Kopplungsstärke der starken Wechselwirkung (in der QED war dies $-e$, siehe Gleichung 2.2). In beiden Theorien enthält der zweite Term von D_μ die Austauschteilchen der jeweiligen Wechselwirkung. Im Unterschied zur Quantenelektrodynamik gibt es in der QCD jedoch acht Gluon-Viererpotentiale G_μ^a, die mit den Gell-Mann-Matrizen als Basis für die SU(3)-Algebra in der Definition der kovarianten Ableitung enthalten sind[7]. Während in der QED das Austauschteilchen an alle elektrisch geladenen Elementarteilchen koppelt, vermitteln die Gluonen in der QCD die starke Wechselwirkung zwischen allen farbgeladenen Teilchen. Daher spricht man bei der QCD auch oft von der 'Farbwechselwirkung'.

Der Feldstärketensor der starken Wechselwirkung ${F^a}_{\mu\nu}$, der ebenfalls in die Lagrangedichte eingeht (siehe Gleichung 2.6), ist definiert als

$${F^a}_{\mu\nu} \;=\; \partial_\mu G_\nu^a \;-\; \partial^\nu G_\mu^a \;-\; g_s \sum_{b,c=1}^{8} f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c\,. \tag{2.9}$$

Die ersten beiden Terme in dieser Definition stellen analog zur QED die partiellen Ableitungen der Potentiale der Austauschteilchen dar (vergleiche mit Gleichung 2.3). Dagegen hat der dritte Term, der die Kopplungsstärke der QCD, die Strukturkonstanten der SU(3) (siehe Gleichung 2.5) und zwei Gluon-Viererpotentiale enthält, keine Entsprechung in der QED. Er ist nötig, damit der Feldstärketensor des QCD ein einfaches Verhalten bei lokalen Eichtransformationen zeigt[8]. Dieser dritte Term ist typisch für nicht-abelsche Eichtheorien und beschreibt hier die Selbstwechselwirkung von Gluonen. Dies bedeutet, daß ein Gluon nicht nur an ein Quark oder Antiquark koppelt (Quark-Gluon Vertex in Abbildung 2.1(a)), wie auch ein Photon an ein elektrisch geladenes Teilchen koppelt, sondern daß ein Gluon auch mit einem Gluon wechselwirken kann. So ist es möglich, daß sich ein Gluon in zwei Gluonen aufspaltet (siehe Abbildung 2.1(b)) oder zwei Gluonen so miteinander wechselwirken, daß zwei neue Gluonen entstehen (siehe Abbildung 2.1(c)). Um diese Tatsache mit der Aussage, daß Gluonen nur an farbgeladene Teilchen koppeln, in Einklang zu bringen, ordnet man den acht Gluonen jeweils eine besondere Farb-Antifarb-Kombination zu. Dies ist ein entscheidender Unterschied zur QED: Während in der Quantenelektrodynamik das Photon selbst keine elektrische Ladung trägt und nur an andere elektrisch geladene Teilchen koppelt, besitzt in der Quantenchromodynamik das Gluon eine Farb-Antifarb-Ladung und kann so auch mit sich selbst wechselwirken.

Da nun alle Terme der QCD-Lagrangedichte definiert sind, sei noch analog zur QED auf die unterschiedliche Bedeutung der verschiedenen Terme eingegangen. Der Ausdruck

[7] Die SU(3)-Einheitsmatrix, die bei den Termen D_μ und ∂_μ in Gleichung 2.8 noch fehlt, um sie zu einer richtigen Matrizengleichung zu machen, wird meist nicht geschrieben. Ebenso ist auch bei dem Term m_q in Gleichung 2.6 die SU(3)-Einheitsmatrix implizit enthalten.

[8] Das Prinzip, daß die Größen in der Lagrangedichte ein einfaches Verhalten bei lokalen Eichtransformationen zeigen müssen, besagt, daß die Phasen der Felder in der Feldtheorie an verschiedenen Orten unterschiedlich wählbar sein müssen, weil nur die Betragsquadrate der Felder eine physikalische Bedeutung haben.

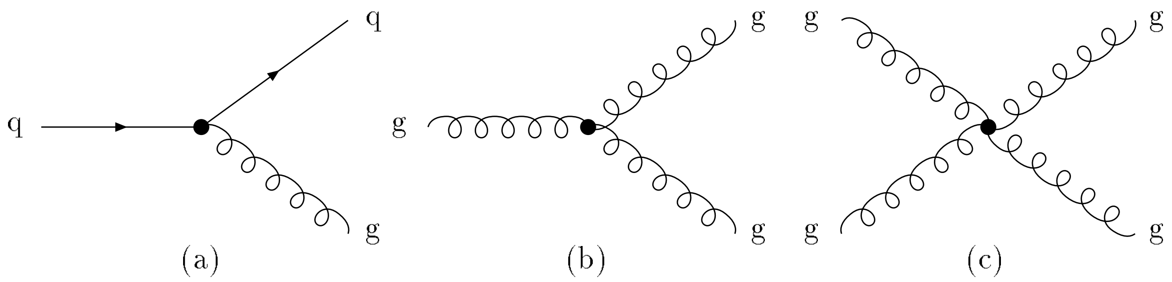

Abbildung 2.1: Die fundamentalen Vertices der QCD: (a) Quark-Gluon Vertex, (b)Triple-Gluon Vertex, (c) Vier-Gluon Vertex

$\overline{\vec{q}}\,(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_q)\,\vec{q}$ beschreibt ein freies Quark, der Term $\frac{1}{4}F^a{}_{\mu\nu}F^{a\mu\nu}$ kennzeichnet das reine Gluonfeld und der Ausdruck $g_s\overline{\vec{q}}\gamma^\mu \sum_{a=1}^{8} G^a_\mu \frac{\lambda_a}{2}\vec{q}$ beschreibt die Wechselwirkung des Quarks mit dem Gluonfeld.

Aus dem Vergleich der Terme in den beiden Lagrangedichten, die die Wechselwirkung der Austauschteilchen mit den Materieteilchen beschreiben, läßt sich ablesen, daß die Kopplungsstärken in QED und QCD unterschiedlich sind. In der üblichen Definition ist die Kopplungs-'Konstante' der elektromagnetischen Wechselwirkung gegeben durch $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ und die der starken Wechselwirkung durch $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ [9]. Obwohl sich der Begriff Kopplungs-'Konstante' im Sprachgebrauch eingebürgert hat, sind beide Kopplungsstärken tatsächlich abhängig von dem Viererimpulsübertrag Q^2 des betrachteten Prozesses. Während in der QED α nur eine sehr kleine Abhängigkeit von Q^2 zeigt ($\alpha \approx 1/137$ für $Q = 0\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha \approx 1/128$ für $Q = 80\,\mathrm{GeV}$), variiert die Kopplungsstärke der QCD α_s sehr stark ($\alpha_s \approx 0.37$ für $Q = 1.8\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha_s \approx 0.12$ für $Q = 91.2\,\mathrm{GeV}$) [17]. Auch die Form der Q^2-Abhängigkeit ist unterschiedlich. So steigt α mit größer werdendem Q^2 leicht an, während α_s mit zunehmendem Q^2 stark abfällt. Diese Annäherung von α_s an Null bei sehr großen Impulsüberträgen bezeichnet man als asymptotische Freiheit. Demgegenüber hängt der starke Anstieg von α_s für $Q^2 \to 0$ mit dem Begriff 'Confinement' zusammen. Damit soll ausgedrückt werden, daß die Quarks und Gluonen der QCD bei kleinen Viererimpulsüberträgen in ihrem eigenen Feld gefangen sind, und daher nicht als freie Teilchen beobachtet werden. Stattdessen bilden sich bei kleinen Impulsüberträgen, wie sie sich beispielsweise nach mehreren Verzweigungen entsprechend Abbildung 2.1(a) und 2.1(b) ergeben, gebundene farbneutrale Zustände von Quarks, Antiquarks und/oder Gluonen (genannt Hadronen), die dann nachgewiesen werden können. Diesen Übergang von den farbgeladenen Teilchen der QCD zu den Hadronen bezeichnet man als Hadronisierung. Weil der Übergang bei kleinen Impulsüberträgen stattfindet und dort die Kopplungsstärke α_s stark anwächst, ist eine störungstheoretische Beschreibung nicht möglich, denn eine Störungsreihe als Potenzreihenentwicklung in α_s würde nur schlecht oder überhaupt nicht konvergieren. Daher verwendet man unterschiedliche phänomenologische Modelle zur Beschreibung dieses Vorgangs, die in verschiedenen MC-Simulationen realisiert sind (siehe Abschnitt 2.3). Der eben beschriebene Effekt stellt einen weiteren entscheidenden Unter-

[9] In der QED wird der Ausdruck Kopplungskonstante auch oft für die Elementarladung e benutzt. Die Größe α heißt dann gewöhnlich Feinstrukturkonstante

schied zur Quantenelektrodynamik dar: Während in der QED die Teilchen der Theorie (Photonen, Elektronen und andere geladene Teilchen) auch in der Natur beobachtet werden, sind die farbgeladenen Teilchen der QCD (Quarks und Gluonen) in der Natur nicht als freie Teilchen beobachtbar. Daher sind präzise Überprüfungen der Quantenchromodynamik prinzipiell schwieriger als solche der QED.

Weil in der Natur, wie gerade diskutiert, nur farbneutrale Teilchen beobachtet werden, muß zur Beschreibung derselben über die verschiedenen Farbfreiheitsgrade in der Theorie summiert werden. Auf diese Weise werden unter Verwendung der λ-Matrizen und der Strukturkonstanten der SU(3) die sogenannten Farbfaktoren der QCD definiert [18]. Da es verschiedene Möglichkeiten gibt, über die Farbzustände zu summieren, werden drei unterschiedliche Farbfaktoren C_A, C_F und T_R festgelegt.

Durch geeignete Summation über die Strukturkonstanten der SU(3) erhält man den Farbfaktor C_A:

$$\sum_{a,b=1}^{8} f^{abc} f^{abd} \;=\; C_A\, \delta^{cd}\,. \tag{2.10}$$

Für jede Gruppe SU(N_c) ist das Ergebnis dieser Rechnung, daß C_A die Anzahl der Farben N_c darstellt. Mit einer Messung von C_A (siehe Kapitel 7) kann man somit feststellen, ob die Natur mit der Erwartung $C_A = 3$ für die QCD in Einklang steht. Die physikalische Bedeutung dieser Größe ergibt sich aus der Betrachtung der Verzweigungswahrscheinlichkeit eines Gluons in zwei Gluonen (Prozeß $g \to gg$): diese ist proportional zu $\alpha_s \cdot C_A$.

Durch die Summation über die Produkte zweier gleicher λ-Matrizen wird der Farbfaktor C_F definiert:

$$\sum_{a=1}^{8} \left(\frac{\lambda_a}{2}\,\frac{\lambda_a}{2}\right)_{ik} \;=\; C_F\, \delta_{ik}\,. \tag{2.11}$$

Für jede beliebige Gruppe SU(N_c) kann dieser nach der Formel $C_F = \frac{N_c^2-1}{2N_c}$ aus der Anzahl der Farben N_c berechnet werden. Für die QCD ergibt sich $C_F = 4/3$. Die physikalische Interpretation der Größe C_F läßt sich aus der Verzweigungswahrscheinlichkeit eines Quarks in ein Gluon und ein Quark gewinnen (Prozeß $q \to qg$): diese ist proportional zu $\alpha_s \cdot C_F$.

Mit einer anderen Möglichkeit über das Produkt zweier λ-Matrizen zu summieren, definiert man den dritten Farbfaktor T_R:

$$\mathrm{Spur}\left(\frac{\lambda_a}{2}\,\frac{\lambda_b}{2}\right) \;=\; T_R\, \delta_{ab}\,. \tag{2.12}$$

Dieser ist für jede Gruppe SU(N_c), also auch für die QCD, gleich 1/2, ohne von der Anzahl der Farben N_c abzuhängen. Die physikalische Bedeutung des Farbfaktors T_R ergibt sich aus der Verzweigungswahrscheinlichkeit eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar (Prozeß $g \to q\bar{q}$): diese ist proportional zu $\alpha_s \cdot T_R$. Mit einer Messung von T_R kann überprüft werden, ob generell eine Theorie, die auf einer Gruppe unitärer Matrizen mit Determinante +1 aufbaut, mit den Daten verträglich ist. Da die theoretische Rechnung, die in der vorliegenden Arbeit zum detaillierten Vergleich mit den Messungen verwendet wird [19], nur das Produkt von T_R und der Anzahl aktiver Quarktypen n_f enthält, kann mit der Messung dieses Produktes und der Fixierung von T_R auf den Wert 1/2 die Größe n_f bestimmt werden. Für die Schwerpunktenergien bei LEP werden fünf aktive Quarksorten erwartet (u-, d-, s-, c- und b-Quarks), da das t-Quark zu schwer ist ($m_t \approx 180\,\mathrm{GeV}$ [17]). Spezielle supersymmetrische Modelle sagen jedoch die Existenz eines leichten Gluinos (fermionischer Partner des Gluons) voraus, was in führender Ordnung einfach die Anzahl der fermionischen Freiheitsgrade auf $n_f = 8$ erhöhen würde [11]. In Kapitel 7 ist ein Vergleich dieser Vorhersage mit den Meßergebnissen für das Produkt $n_f T_R$ dargestellt.

2.2 Überprüfung der QCD mit Messungen bei LEP

In Abbildung 2.2 ist schematisch ein hadronisches Ereignis in der e^+e^--Annihilation dargestellt. Die erste Phase der Elektron-Positron-Wechselwirkung läßt sich mit Hilfe der elektroschwachen Theorie berechnen [20, 21, 22]. Diese ermöglicht eine vereinheitlichte Beschreibung von elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkungen. Zunächst annihilieren Elektron und Positron in eines der beiden neutralen Austauschteilchen der elektroschwachen Theorie (Z^0-Boson oder Photon), welches anschließend in ein Quark-Antiquark-Paar zerfällt. Da die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten bei einer Schwerpunktenergie des e^+e^--Paares von etwa 91.2 GeV aufgenommen wurden, dominiert in diesem Prozeß der Z^0-Austausch. Dies wird deutlich, wenn man die Propagatoren der beiden Austauschteilchen betrachtet [13], die in die Berechnung des Wirkungsquerschnittes für die e^+e^--Annihilation eingehen. Wenn k den Viererimpuls des Austauschteilchens, $g^{\mu\nu}$ den metrischen Tensor, m_Z die Masse des Z^0-Bosons ($m_Z = 91.187 \pm 0.007\,\mathrm{GeV}/c^2$ [17]) und $i\epsilon$ einen kleinen imaginären Wert (nur zur Normierbarkeit der Integrale) darstellt, dann hat der Z^0-Propagator die Form

$$\frac{-i\left(g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{m_Z^2}\right)}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon}\,, \tag{2.13}$$

und für das Photon gilt

$$\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon}\,. \tag{2.14}$$

Da k^2 das Quadrat der Schwerpunktenergie von Elektron und Positron kennzeichnet, ist aus dem Nenner beider Ausdrücke leicht zu erkennen, daß der Z^0-Austausch bei Schwerpunktenergien in der Nähe der Z^0-Masse dominiert und einen starken Anstieg des Wirkungsquerschnittes verursacht, während der Photonaustausch bei kleinen Schwerpunktenergien den Hauptbeitrag liefert.

In der zweiten Phase der Entstehung eines hadronischen Ereignisses werden von dem primären Quark-Antiquark-Paar Gluonen abgestrahlt, die sich ihrerseits wiederum in ein Gluon-Gluon- oder Quark-Antiquark-Paar aufspalten können. In dieser QCD-Entwicklung ist jeder Verzweigungsvertex u.a. proportional zur Kopplungsstärke α_s, so daß ein N-Parton-Endzustand (Partonen sind Quarks, Antiquarks oder Gluonen) der Berechnung eines QCD-Übergangsmatrixelements der Ordnung $N-2$ in α_s entspricht. Da die

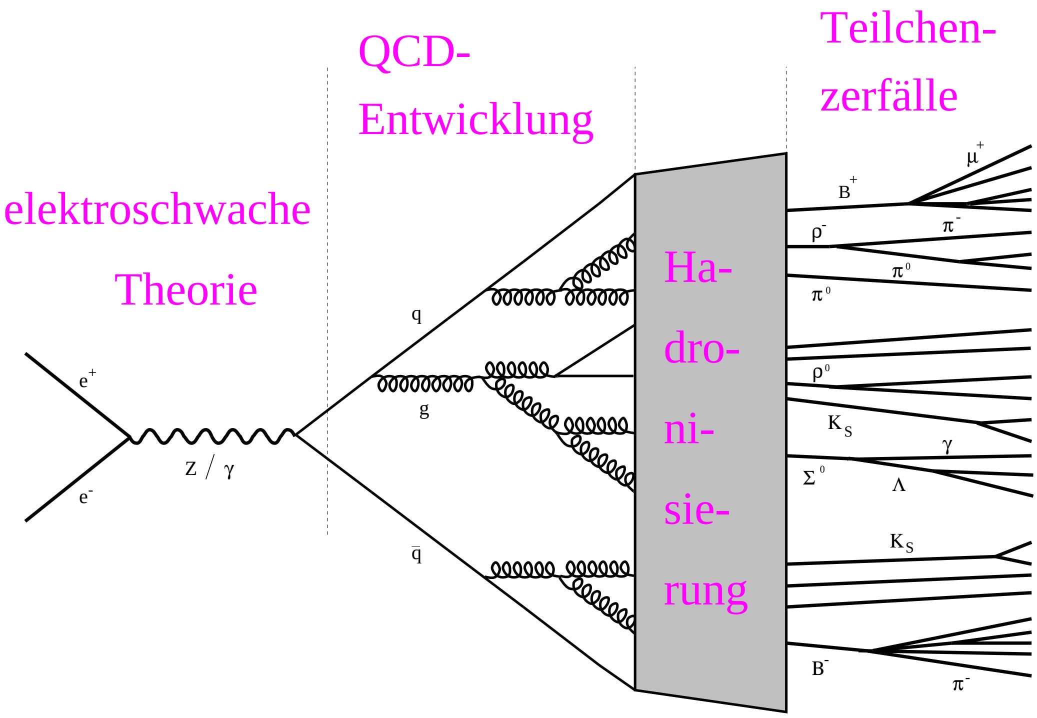

Abbildung 2.2: *Schematische Darstellung eines hadronischen Ereignisses in e^+e^--Annihilationen.*

Anzahl der Feynmandiagramme, die zur vollständigen Berechnung einer festen Anzahl von Partonen benötigt werden, mit zunehmendem N sehr stark ansteigt, ist bis heute das vollständige QCD-Matrixelement nur bis zur 2. Ordnung in α_s verfügbar. Damit lassen sich also nur Zustände mit bis zu 4 Partonen ($q\bar{q}$, $q\bar{q}g$, $q\bar{q}gg$ und $q\bar{q}q'\bar{q}'$) berechnen. Für speziell ausgewählte Meßgrößen, die aus den hadronischen Ereignissen bestimmt werden sollen, ist es möglich, in perturbativen Rechnungen[10] (z.B. [19]) weitere Terme einer störungstheoretischen Entwicklungsreihe zu berücksichtigen. Um dies zu verdeutlichen, ist im folgenden eine solche Störungsreihe für eine beliebige Meßgröße X als Funktion von α_s und des Logarithmus L einer charakteristischen Variablen in tabellarischer Form aufgeschrieben:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
X & = & C_{00} & + & C_{12}\alpha_s L^2 & + & C_{24}\alpha_s^2 L^4 & + \ldots & + & C_{i\,2i}\alpha_s^i L^{2i} & + \ldots \\
 & & & + & C_{11}\alpha_s L & + & C_{23}\alpha_s^2 L^3 & + \ldots & + & C_{i\,2i-1}\alpha_s^i L^{2i-1} & + \ldots \\
 & & & + & C_{10}\alpha_s & + & C_{22}\alpha_s^2 L^2 & + \ldots & + & C_{i\,2i-2}\alpha_s^i L^{2i-2} & + \ldots \\
 & & & & & + & C_{21}\alpha_s^2 L & + \ldots & + & C_{i\,2i-3}\alpha_s^i L^{2i-3} & + \ldots \\
 & & & & & + & C_{20}\alpha_s^2 & + \ldots & + & C_{i\,2i-4}\alpha_s^i L^{2i-4} & + \ldots \\
 & & & & & & & + \ldots & + & \ldots & + \ldots \\
 & & & & & & & + \ldots & + & C_{ii}\alpha_s^i L^i & + \ldots \\
 & & & & & & & + \ldots & + & \ldots & + \ldots \\
 & & & & & & & & + & C_{i0}\alpha_s^i & + \ldots \\
 & & & & & & & & & & + \ldots
\end{array} \qquad (2.15)$$

[10] Das sind Rechnungen, die mit störungstheoretischen Methoden ausgeführt werden.

Wenn eine Rechnung exakt in führender Ordnung in α_s ist, dann entspricht dies der Summation der Terme C_{00}, $C_{12}\alpha_s L^2$, $C_{11}\alpha_s L$ und $C_{10}\alpha_s$. Ist eine Meßgröße exakt bis zur Ordnung α_s^2 berechnet, so sind die ersten drei Spalten in der obigen Tabelle addiert. Für geeignet gewählte Meßgrößen lassen sich durch Exponentiation auch verschiedene Zeilen der Tabelle berechnen. So wird mit der Reihe $\sum_{i=0}^{\infty} C_{i\,2i}\alpha_s^i L^{2i}$ (oberste Zeile) die Aufsummation der führenden Logarithmen durchgeführt (Kurzbezeichnung: LLA, engl.: leading logarithmic approximation). Die Addition der Terme in der zweiten Zeile (nachfolgende Logarithmen) $\sum_{i=1}^{\infty} C_{i\,2i-1}\alpha_s^i L^{2i-1}$ wird mit NLLA bezeichnet (engl: next-to-leading logarithmic approximation). Die Aufsummation der Terme in der dritten Zeile kennzeichnet die 'next-to-next-to-leading logarithmic approximation' (NNLLA). Auf diese Weise wurden perturbative Vorhersagen unterschiedlicher Genauigkeit für die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Meßgrößen bestimmt. Diese sind in Abschnitt 3.3 beschrieben. Ein Beispiel für eine solche Rechnung, die in Kapitel 7 auch zur Bestimmung von QCD-Parametern verwendet wird, ist in Referenz [19] ausgeführt.

Die hier vorgestellte Bezeichnungsweise für die Summation der logarithmischen Terme ist nicht für alle Meßgrößen und bei allen Autoren identisch. So können bei einigen Meßgrößen verschiedene der oben aufgeführten Terme in der Entwicklung nicht auftreten. Jedoch entsprechen die Definitionen hier auch der Bezeichnungsweise in den theoretischen Veröffentlichungen, deren Ergebnisse mit denen der vorliegenden Arbeit verglichen werden.

Die Aufsummation der führenden und nachfolgenden Logarithmen liefert dann eine gute Näherung der Realität, wenn der Wert von L groß ist. Das ist allgemein der Fall, wenn die kollineare oder weiche Abstrahlung von Partonen im Laufe der QCD-Entwicklung betrachtet wird. Dies ist z.B. auch aus der Definition von L für die vorliegende Arbeit ersichtlich: $L = \ln\frac{y_1}{y_0}$ [19]. Dabei ist y_1 ein Parameter, der die Trennung von hadronischen Jets in einem Ereignis kennzeichnet und hier auf den Wert 0.1 fixiert ist, und y_0 ist ein Parameter, der die Trennung der inneren Struktur der Jets beschreibt und in der vorliegende Arbeit zwischen 10^{-6} und 0.1 variiert wird (siehe Abschnitt 3.2). So wird deutlich, daß die LLA- und NLLA-Vorhersagen die Daten besonders für kleine y_0 beschreiben sollten. Andere Effekte, die diese Erwartung etwas modifizieren, werden in den Abschnitten 3.3 und 6.2 diskutiert.

Dahingegen lassen theoretische Rechnungen, die nur die führenden Ordnungen von α_s enthalten, dann eine gute Beschreibung der Daten erwarten, wenn der Impulsübertrag des betrachteten Prozesses recht groß ist. In solchen Fällen ist die Kopplungsstärke α_s relativ klein, und die niedrigen Potenzen von α_s dominieren in der Störungsreihe 2.15. In der vorliegenden Arbeit entspricht dies dem Bereich großer Subjet-Auflöseparameter $y_0 \lesssim y_1$, da dort die Teilchenabstrahlung mit hohen Viererimpulsüberträgen während der QCD-Entwicklung untersucht wird und die Logarithmen L recht klein sind.

In den verschiedenen MC-Modellen, die in Abschnitt 2.3 beschrieben werden, ist die QCD-Entwicklungsphase mit unterschiedlichen Techniken simuliert. Allen Modellen ist jedoch gemeinsam, daß sich die verfügbare Energie mit jeder Abstrahlung aufteilt und der Partonschauer dann abbricht, wenn die invariante Masse der beiden Sekundärteilchen der einzelnen Verzweigung so klein wird (und damit α_s so groß wird), daß eine störungstheoretische Beschreibung nicht mehr sinnvoll ist (meist im Bereich von $Q_0 \approx 1\,\mathrm{GeV}/c^2$). Dann schließt sich die dritte Phase der Entstehung eines hadronischen Ereignisses an, in der der

Übergang von den farbgeladenen Partonen zu den farbneutralen Hadronen simuliert wird. Dies geschieht mit Hilfe unterschiedlicher phänomenologischer Modelle (siehe Abschnitt 2.3), da eine geschlossene theoretische Beschreibung dieses Übergangs noch nicht vorliegt.

Nachdem sich die Hadronen gebildet haben, zerfallen einige von ihnen wieder in andere Teilchen, bevor sie in einem Detektor nachgewiesen werden können. Diese vierte Phase der Entstehung eines hadronischen Ereignisses ist ebenfalls in den MC-Modellen enthalten, indem die Lebensdauern und Zerfallsmoden der unterschiedlichen Hadronen bekannt sind. Wenn in den folgenden Kapiteln im Zusammenhang mit MC-Modellen von Hadronniveau gesprochen wird, dann sind damit die Teilchen am Ende der gesamten Entwicklung gemeint, die auch in einem Detektor nachgewiesen werden könnten. Dabei wird von einer Nachweiswahrscheinlichkeit von 100% ausgegangen. In ähnlicher Weise ist auch das Partonniveau eines MC-Modells definiert. Dieses beinhaltet die Quarks, Antiquarks und Gluonen am Ende des Partonschauers, bevor die Simulation der Hadronisierung einsetzt.

Am Schluß dieses Abschnitts sei anhand der vorangegangenen Diskussionen noch kurz auf das Ziel der vorliegenden Arbeit und die Motivation der eingesetzten Analysemethode eingegangen (eine detaillierte Diskussion ist in Kapitel 3 zu finden). Das Thema der Arbeit ist die Untersuchnung der störungstheoretisch berechenbaren Struktur hadronischer Jets und des Übergangs von perturbativen zu nicht-perturbativen Effekten. Die Durchführung erfolgt mit Hilfe der Subjet-Methode, bei der einzelne Teilchen eines Jets zu Teilchenbündeln kombiniert werden. Ein Vergleich entsprechender Teilchenbündel auf Hadron- und Partonniveau zeigt, daß die Zusammenfassung von Teilchen den Einfluß der Hadronisierung deutlich reduziert. So ist es möglich, gemessene Größen direkt mit perturbativen Vorhersagen zu vergleichen. Durch die Variation eines Parameters, der das Ausmaß der Kombination von Teilchen kennzeichnet, kann der Übergang von perturbativen zu nicht-perturbativen Effekten, wie z.B. Hadronisierungs- und Masseneffekten, untersucht werden.

2.3 Monte-Carlo-Modelle zur Simulation von QCD-Ereignissen

In diesem Abschnitt werden die drei MC-Modelle Jetset, Herwig und Ariadne diskutiert. Generell erfolgt die Simulation hadronischer Ereignisse in zwei Schritten: a) die perturbative QCD-Entwicklung und b) der Übergang zu farbneutralen Hadronen. Im folgenden ist zunächst das Jetset-Modell mit beiden Teilschritten beschrieben. Anschließend werden für das Herwig- und das Ariadne-Modell nur die vom Jetset-Modell abweichenden Teilbereiche erläutert.

Das heutzutage weitestverbreitete MC-Modell zur Simulation von hadronischen Ereignissen ist das Jetset-Partonschauer-Modell [23]. Hierbei wird die Entwicklung des Partonsystems als ein fortlaufender Verzweigungsprozeß behandelt, welcher auf der LLA-Näherung basiert. In diesem Bild durchlaufen die Partonen Zerfälle der Art $q \to qg$, $g \to gg$ oder $g \to q\bar{q}$. Die Wahrscheinlichkeit für die verschiedenen Verzweigungsprozesse und die Festlegung der Energieaufteilung zwischen den Tochterteilchen wird mit Hilfe der DGLAP-Entwicklungsgleichung und den Altarelli-Parisi-Verzweigungsfunktionen bestimmt (siehe z.B. [24]). Um über die LLA-Näherung hinaus QCD-Effekte zu berücksichtigen, sind verschiedene Verfeinerungen dieses grundlegenden Bildes in das Jetset-Programm eingebaut. So wird z.B. bei der ersten Verzweigung der primären Quarks und Antiquarks eine Technik zur Akzeptierung oder Ablehnung dieser Verzweigung angewendet, um den 3-Jet-Wirkungsquerschnitt, wie er mit vollständiger führender Ordnung in α_s bestimmt ist, zu reproduzieren. Auf diese Weise wird sichergestellt, daß Abstrahlungsprozesse mit hohen Viererimpulsüberträgen in der Anfangsphase des Partonschauers durch die QCD gut beschrieben sind. Weiterhin werden wichtige Kohärenzeffekte zwischen den Partonen berücksichtigt, indem verlangt wird, daß die Emissionswinkel für nachfolgende Verzweigungen stets kleiner werden (Winkelordnung). Andere Effekte höherer Ordnung werden ebenfalls berücksichtigt, wie z.B. die azimutale Verteilung in Gluonzerfällen aufgrund von Spin oder Kohärenzeffekten. Die Partonschauerentwicklung wird abgebrochen, wenn die Virtualität der Partonen unter eine Schranke Q_0 fällt. In der für die vorliegende Arbeit verwendeten Einstellung der Parameter des Jetset-Modells lag der Wert von Q_0 bei $1.57\,\mathrm{GeV}/c^2$ [25].

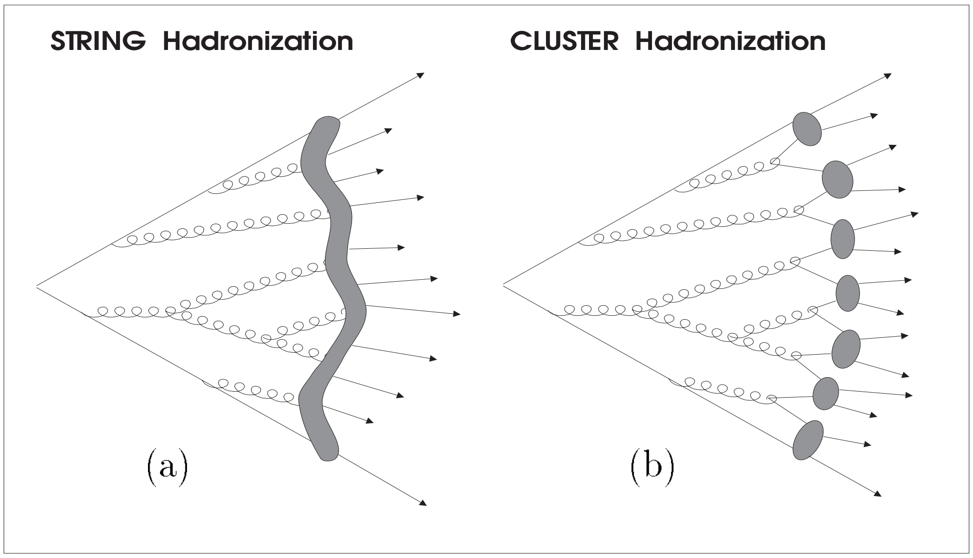

Abbildung 2.3: *Unterschiedliche Hadronisierungsmodelle [18]: a) das Stringmodell, b) das Clustermodell.*

Der Prozeß der Hadronisierung, d.h. der nicht störungstheoretisch berechenbare Übergang von den farbgeladenen Partonen zu den farbneutralen Hadronen, wird mit Hilfe eines phänomenologischen Modells beschrieben. Für das Jetset-Programm ist dies das Stringmodell [26]. Hierbei wird ein Farbflußschlauch (String) von Quark zu Antiquark gespannt. Dieser Ansatz ist durch die Beobachtung motiviert, daß sich die Feldlinien des statischen Farbfeldes aufgrund der Gluonselbstkopplung anziehen und einen Flußschlauch bilden. Wenn man annimmt, daß dieser String eine konstante Energie pro Längeneinheit enthält, dann erwartet man, daß das QCD-Potential mit großen Abständen linear anwächst. Solch ein langreichweitiges Verhalten liefert eine natürliche Erklärung für den Confinement-Effekt der QCD [18]. Wie bereits erwähnt, wird der String zwischen Quark und Antiquark gespannt. In diesem Bild können Gluonen (sie tragen Farb- und Antifarbladung) verstanden werden, als würden sie gleichzeitig einen String beenden und einen neuen beginnen; daher wirken Gluonen als Knick in dem ursprünglichen String (siehe Abbildung

2.3(a)). Wenn sich die Partonen aufgrund ihres Impulses auseinanderbewegen, wird mehr und mehr Energie im Farbflußschlauch gespeichert, bis dieser aufbricht und ein neues Quark und Antiquark erzeugt, welche die entstehenden Teilstrings abschließen. Dieser Prozeß wird solange fortgesetzt, bis sich die Schwerpunktenergie soweit aufgeteilt hat, daß aus den Quarks und Antiquarks Hadronen mit reellen Massen gebildet werden können; damit entspricht jedem Hadron ein Teil des Strings. Die Transversalimpulse der entstehenden Quarks und Antiquarks werden unter Annahme einer Gaußverteilung generiert. Die longitudinalen Hadronimpulse werden mit Hilfe von phänomenologischen Fragmentationsfunktionen bestimmt. Die Produktion von $u\bar{u}$- und $d\bar{d}$-Paaren im String wird gleichwahrscheinlich angenommen, die von $s\bar{s}$ ist um einen Faktor von etwa 3 unterdrückt. Die Entstehung von Baryonen wird dadurch ermöglicht, daß beim Aufbrechen des Strings auch Diquark-Antidiquark-Paarproduktion erlaubt wird. Um jedoch die gemessenen Impulse von Baryonen richtig zu beschreiben, ist es nötig, die Diquarkproduktion in der Nähe der Endpunkte des ursprünglichen Strings zu unterdrücken. Für diese und viele weitere Effekte werden zur Beschreibung im Rahmen der MC-Simulation eine Vielzahl von Parametern eingeführt, die durch eine Anpassung an Messungen von inklusiven Verteilungen geladener Teilchen und Ereignisformvariablen festgelegt werden [25].

Die Partonschauerentwicklung des Herwig-Modells [27] entspricht im wesentlichen dem Verfahren, wie es zuvor für das Jetset-Modell beschrieben wurde. Der wesentliche Unterschied zwischen dem Herwig- und dem Jetset-Modell liegt jedoch in einer anderen Simulation der Hadronisierung. Dazu ist das Clustermodell in das Herwig-Programm implementiert. Hierbei werden die Gluonen am Ende des Partonschauers in ein Quark-Antiquark-Paar aufgespalten und anschließend farbneutrale $q\bar{q}$-Paare, die möglichst im Phasenraum benachbart sind, zu massiven Clustern zusammengefaßt (siehe Abbildung 2.3(b)). Diese zerfallen normalerweise in zwei Hadronen. Sehr leichte Cluster bilden jedoch nur ein einzelnes Hadron, und sehr schwere Cluster teilen sich zunächst in weitere Cluster auf, bevor sie in Hadronen zerfallen. Baryonen werden über den Zerfall eines Clusters in ein Baryon-Antibaryon-Paar produziert. In der Regel sind die Clusterzerfälle isotrop in ihrem Ruhesystem. Falls jedoch ein Cluster ein Quark oder Antiquark aus der perturbativen Phase des Partonschauers enthält (gemeint sind nicht solche aus der nicht-perturbativen Gluonaufspaltung), so wird jenes Hadron, das das perturbative Parton enthält, bevorzugt in Richtung des perturbativen Quarks oder Antiquarks emittiert. Beim Herwig-Modell werden die globale Ereignisform und die Impulsspektren der Hadronen im wesentlichen durch die Parameter des Partonschauers bestimmt. Das Hadronspektrum wird einerseits durch Phasenraumeffekte festgelegt und andererseits mit Hilfe eines zusätzlichen Parameters für die $s\bar{s}$-Produktion kontrolliert. Das Cluster-Hadronisierungsmodell ist eine interessante Alternative zum Stringmodell, da es keine expliziten Annahmen über Fragmentationsfunktionen oder die Generierung von Transversalimpulsen benötigt. Andererseits hat das QCD motivierte Stringmodell das Potential, auch im Übergangsbereich zwischen perturbativer und nicht-perturbativer Phase echte Effekte der QCD zu berücksichtigen, jedoch nur, wenn die freien Parameter der Fragmentationsfunktionen geeignet angepaßt sind.

Eine andere Methode zur Simulation der perturbativen Phase der QCD-Entwicklung ist mit dem Ariadne-Modell [28] verwirklicht. Hier wird der Partonschauer nicht als eine Reihe von Quark- und Gluonzerfällen, sondern als fortlaufende Farbdipolabstrahlung formuliert [29]. Nach diesem Ansatz strahlt der ursprünglich erzeugte Farbdipol (das primäre $q\bar{q}$-Paar) entsprechend dem QCD-Matrixelement erster Ordnung ein Gluon ab. Das neu entstandene $q\bar{q}g$-System wird dann als aus zwei unabhängigen Dipolen bestehend betrachtet: ein Farbdipol zwischen Quark und Gluon und der andere zwischen Gluon und Antiquark. Jede weitere Gluonemission erzeugt jeweils einen neuen Dipol, welche alle unabhängig voneinander Gluonen abstrahlen. Das Ende der Partonkaskade wird mit Hilfe eines Abschneideparameters für den minimalen Transversalimpuls einer Dipolabstrahlung festgelegt. Der Farbdipolansatz in Ariadne berücksichtigt in natürlicher Weise Kohärenzeffekte, die azimutale Abhängigkeit der Gluonzerfälle und die exakte Beschreibung der Abstrahlung energiereicher Gluonen in der Ordnung α_s, welche in den Ansatz mit Partonzerfällen, wie er in Jetset und Herwig implementiert ist, erst künstlich eingebaut werden müssen. Die nicht-perturbative Hadronproduktion aus den Gluonen, Quarks und Antiquarks wird in Ariadne unter Verwendung des Stringmodells durchgeführt, wie es zuvor bereits für das Jetset-Modell beschrieben wurde.

Kapitel 3

Meßgrößen: Definitionen und theoretische Erwartungen

3.1 Einleitung

Die Untersuchung von hadronischen Jets und ihrer Substruktur ermöglicht eine anschauliche Überprüfung der Partonentwicklung in e^+e^--Annihilationen bei hoher Energie. So kann z.B. die Jetstruktur in einem hadronischen Ereignis oft aus der einfachen Darstellung der Impulse der entstandenen Zerfallsprodukte abgelesen werden (siehe Abbildung 3.1). Die quantitative Untersuchung der Jetproduktion erfordert jedoch eine exakte Definition von *auflösbaren* Jets, welche normalerweise durch einen oder mehrere Auflöseparameter und eine genaue Vorschrift zur Kombination von nicht auflösbaren Teilchen oder Teilchenbündeln gegeben ist. Idealerweise sollte eine solche Definition infrarot und kollinear sicher sein, d.h. das Ergebnis der Jetsuche sollte sich nicht drastisch ändern, falls ein energiearmes Teilchen dem hadronischen Endzustand hinzugefügt wird oder ein Teilchen in zwei kollinear weiterfliegende zerfällt. Außerdem muß eine geeignete Definition sowohl für experimentelle Analysen als auch für theoretische Berechnungen anwendbar sein, damit ein Vergleich zwischen beiden sinnvoll wird.

Ein weit verbreiteter Algorithmus zur Definition von auflösbaren Jets in hadronischen Ereignissen (Cluster-Algorithmus) wurde von der JADE Kollaboration eingeführt [30]. Dabei wird gefordert, daß das skalierte Massenquadrat eines Paares i und j von auflösbaren Jets, $y_{ij} = M_{ij}^2/E_{vis}^2$, eine Schwelle y_{cut} übersteigt. Hierbei bezeichnet E_{vis} die gesamte registrierte ('sichtbare') Energie im Ereignis und M_{ij} ist die invariante Masse des Paares. In einem iterativen Prozeß wird aus allen Teilchen im Ereignis stets das Paar mit dem kleinsten Wert von y_{ij} zu einem Pseudoteilchen zusammengefaßt und dann im Algorithmus weiter verwendet, bis für alle verbleibenden Kombinationen von Teilchen oder Pseudoteilchen der Wert von y_{ij} größer als der zuvor festgelegte Schwellenwert y_{cut} ist.

Für verschiedene Varianten des JADE-Algorithmus wird die Größe M_{ij} unterschiedlich definiert: So kann man z.B. das Quadrat der Summe der jeweiligen Viererimpulse

[1] Dieses Ereignis wurde so ausgewählt, daß die Impulskomponente in Richtung der Strahlachse für jeden der drei Jets nur sehr klein ist. Damit sind alle wesentlichen Informationen in der Projektion senkrecht zur Strahlachse enthalten.

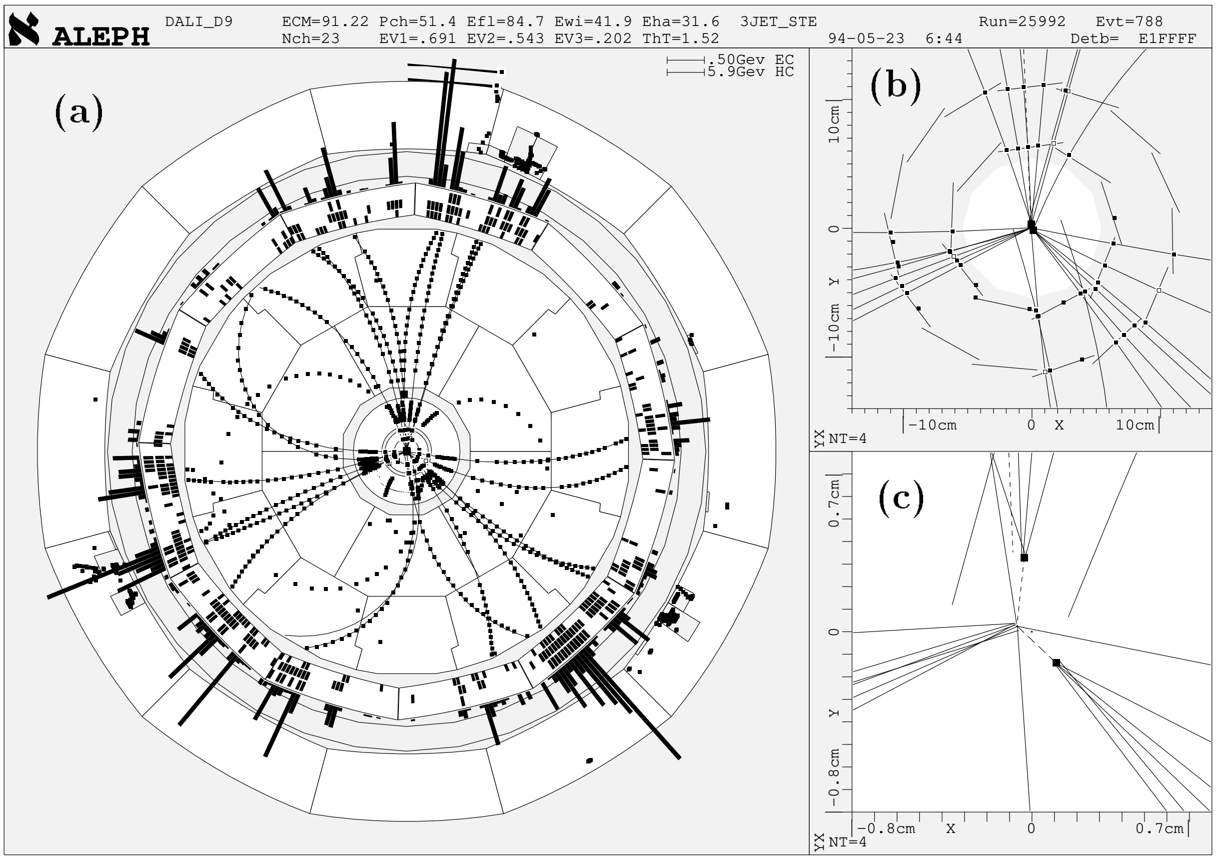

Abbildung 3.1: *Ein Beispiel für ein 3-Jet-Ereignis aus den ALEPH-Daten.*
Alle drei Teilbilder zeigen die Projektion des Ereignisses in die Ebene senkrecht zur Strahlachse[1]. *Bild (a) gibt die Gesamtansicht des Detektors wieder, wobei der Maßstab so verzerrt ist, daß die inneren Spurdetektoren größer dargestellt sind. Die beiden äußeren Ringe mit Balkendiagrammen zeigen das elektromagnetische und das hadronische Kalorimeter. In der Mitte des Bildes sind die zwei Lagen des Silizium-Vertexdetektors dargestellt. Dieser ist von einer zylindrischen Drahtkammer (ITC) umgeben, die bis zu acht Messungen pro Spur durchführen kann. Daran schließt sich ein großes Driftvolumen (TPC) an, das sich bis zum elektromagnetischen Kalorimeter erstreckt und bis zu 21 Spurmeßpunkte liefert. Am oberen Bildrand zeigen sich außerhalb des hadronischen Kalorimeters noch zwei Meßpunkte in den Myonkammern. Bild (b) stellt eine Vergrößerung der Messungen des Vertexdetektors dar. Eine weitere Vergrößerung des zentralen Bereichs um den nominellen Wechselwirkungspunkt ist in Bild (c) wiedergegeben. In allen drei Bildern ist klar die mercedessternartige Struktur des Ereignisses zu erkennen ($y_{ij}^{min} \approx 0.259$). Für zwei der Jets im Ereignis konnte ein deutliches Signal für schwere Hadronen mit langer Lebensdauer nachgewiesen werden. Deren wahrscheinliche Zerfallsvertices sind in Bild (c) durch zwei kleine Quadrate dargestellt. Die auf diese Weise gekennzeichneten Jets stellen Quarkjetkandidaten dar, während der dritte Jet mit hoher Wahrscheinlichkeit durch ein energiereiches Gluon initiiert wurde. Die gestrichelte Linie, die in Bild (c) beginnt und sich in Bild (b) fortsetzt, kennzeichnet die Flugrichtung eines weiteren neutralen Teilchens, das erst im Übergang zwischen ITC und TPC eine Wechselwirkung zeigt (Quadrat in Bild (a)); weiter außen sind dann zwei Spuren geladener Teilchen sichtbar. Hierbei könnte es sich um ein Photon handeln, das in der Innenwand der TPC ein e^+e^--Paar erzeugt.*

$(p_i^\mu + p_j^\mu)^2$ für M_{ij}^2 einsetzen oder auch den Ausdruck $2 \cdot E_i \cdot E_j \cdot (1 - \cos\theta_{ij})$, welcher sich aus dem vorherigen ergibt, wenn man die Massen der Teilchen i und j vernachlässigt. Auch die Kombinationsvorschrift für nicht auflösbare Paare von Teilchen läßt verschiedene Freiheiten der Definition zu: So können die Teilchen i und j zu dem Pseudoteilchen k zusammengefaßt werden, indem

(a) die Viererimpulse addiert werden (E-Schema: $p_k^\mu = p_i^\mu + p_j^\mu$),

(b) die Impulse addiert und die Energie darauf skaliert wird (p-Schema: $\vec{p_k} = \vec{p_i} + \vec{p_j}$; $E_k = |\vec{p_k}|$) oder

(c) die Energien addiert und der Impuls entsprechend skaliert wird (E0-Schema: $E_k = E_i + E_j$; $\vec{p_k} = \frac{E_k \cdot (\vec{p_i} + \vec{p_j})}{|\vec{p_i} + \vec{p_j}|}$).

Die Motivation für die Einführung dieser vielen verschiedenen Definitionen ist im wesentlichen theoretischer Natur. So existieren QCD-Rechnungen höherer Ordnung nur für masselose Partonen, jedoch wird bei der Addition der Viererimpulse von zwei Teilchen (oder Partonen) im allgemeinen eine invariante Masse erzeugt. Daher vernachlässigen verschiedene der Varianten Massenterme entweder bei der Festlegung der Größe M_{ij} oder bei der Kombinationsvorschrift für zwei Teilchen. Damit wird dann jedoch die Lorentzinvarianz oder die Viererimpulserhaltung verletzt.

Die verschiedenen Versionen des JADE-Algorithmus haben über viele Jahre der Untersuchung von hadronischen Ereignissen und dem Vergleich mit theoretischen Rechnungen gedient. Neuere Entwicklungen haben jedoch einen anderen iterativen Cluster-Algorithmus entstehen lassen, welcher nun auch in der vorliegenden Arbeit Verwendung findet: der Durham-Algorithmus [31, 32, 33]. Hierbei wird nicht mehr die Masse eines Teilchenpaares zur Berechnung der Größe y_{ij} verwendet, sondern das Maß k_t, welches analog zur Definition eines Transversalimpulses nun die Energie eines energiearmen Teilchens transversal zur Flugrichtung eines energiereicheren Teilchens beschreibt (die sogenannte 'transversale Energie k_t'). Somit wird für jede Kombination zweier Teilchen i und j im Ereignis der Wert von y_{ij} nach der Formel

$$y_{ij} = \frac{2 \cdot \min(E_i^2, E_j^2) \cdot (1 - \cos\theta_{ij})}{E_{vis}^2} \;\widehat{=}\; \frac{k_t^2}{E_{vis}^2}$$

berechnet. Dabei bezeichnen E_i und E_j die Teilchenenergien, θ_{ij} den Winkel zwischen beiden Teilchenimpulsen und E_{vis} die gesamte sichtbare Energie im Ereignis[2]. Das Teilchenpaar mit dem kleinsten Wert von y_{ij} wird ausgewählt und durch ein Pseudoteilchen ersetzt, falls y_{ij}^{min} kleiner als ein zuvor festgelegter Auflöseparameter y_{cut} ist. Dabei wird als Kombinationsvorschrift das E-Schema gewählt ($p_k^\mu = p_i^\mu + p_j^\mu$). Danach wird der Algorithmus mit der neuen Menge von Teilchen und Pseudoteilchen so lange wiederholt, bis

[2] Genaugenommen ergibt sich aus der obigen Definition von y_{ij} für den Durham-Algorithmus die Größe k_t zu $k_t = 2 \cdot \min(E_i, E_j) \cdot \sin(\theta_{ij}/2)$, was nur im Grenzfall kleiner Winkel exakt gleich der transversalen Energie eines energieärmeren Teilchens im Vergleich zur Impulsrichtung des energiereicheren ist. Die Aussage, daß der Zähler von y_{ij} das Quadrat der transversalen Energie darstellt, ist somit nur eine Näherung.

alle Werte von y_{ij} größer/gleich dem Auflöseparameter y_{cut} sind[3]. Auf diese Weise wird jedes Teilchen im Ereignis eindeutig einem Jet zugeordnet. Die Auflösbarkeit eines Teilchens oder Teilchenbündels und damit die Anzahl von Jets hängt somit nur von dem von außen vorgegebenen Parameter y_{cut} ab. Dieser Durham-Algorithmus wird in der vorliegenden Arbeit sowohl für die Selektion von 3-Jet-Ereignissen als auch zur Definition von Teilchenbündeln innerhalb eines Jets (sogenannten Subjets) verwendet (Abschnitt 3.2).

Der Durham-Algorithmus bietet gegenüber den verschiedenen Versionen des JADE-Algorithmus den entscheidenden Vorteil, daß er in theoretischen Rechnungen neben den gewöhnlichen $O(\alpha_s^2)$ Termen (harte Abstrahlung von Teilchen) auch die Aufsummation von logarithmischen Termen, welche die weiche und kollineare Abstrahlung von Teilchen beschreiben, zuläßt [34]. Dies wird auch intuitiv verständlich, wenn man beispielsweise einen 4-Parton-Endzustand betrachtet: Seien zwei der Partonen (z.B. Quarks) recht energiereich mit etwa antiparallelen Impulsrichtungen und die beiden anderen Partonen (z.B. Gluonen) seien energiearm. Dann werden mit dem JADE-Algorithmus generell zunächst die beiden Teilchen niedrigster Energie (im Beispiel die Gluonen) zu einem Pseudoteilchen zusammengefaßt, selbst wenn sie einen großen Winkel zueinander bilden oder sogar antiparallele Impulsrichtungen besitzen. Dagegen werden im Durham-Algorithmus die energiearmen Gluonen jeweils meist dem energiereichen Quarkjet zugeordnet, der eine ähnliche Flugrichtung besitzt wie sie selbst. Dieses Verhalten ermöglicht es, die weiche und kollineare Abstrahlung von Teilchen für den Durham-Algorithmus in allen Ordnungen von α_s aufzusummieren, während dies für den JADE-Algorithmus nicht möglich ist [32]. Somit können theoretische Rechnungen unter Verwendung des Durham-Algorithmus deutlich zuverlässigere Vorhersagen für solche kinematischen Bereiche liefern, in denen Effekte der weichen QCD wichtig werden. Dies ist auch der Grund dafür, daß in dieser Arbeit der Durham-Algorithmus verwendet wird.

3.2 Definition der Meßgrößen

In diesem Abschnitt werden die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Meßgrößen definiert. Wie diese Observablen aus den verwendeten ALEPH-Daten extrahiert werden, ist in Kapitel 5 beschrieben. Die hier vorgestellten Definitionen lassen sich jedoch bereits auf MC-Modelle anwenden, so daß im folgenden Abschnitt 3.3 Vorhersagen für die verschiedenen Meßgrößen gewonnen werden können.

Zunächst werden 3-Jet-Ereignisse unter Verwendung des Durham-Algorithmus selektiert, wobei der Auflöseparameter y_{cut}, der im folgenden für die Ereignisselektion mit y_1 bezeichnet ist, gleich 0.1 gewählt wird. Durch die Wahl dieses hohen Auflöseparameters, y_{ij} kann für ein 3-Jet-Ereignis maximal den Wert 1/3 erreichen, werden Ereignisse, deren Struktur einem Mercedessterns ähnlich ist, selektiert. Diese haben die Eigenschaft, daß die drei Jets gut getrennt sind und die transversale Energie k_t zwischen zwei der Jets für jede Kombination etwa gleich ist. Dies sichert eine gute Vergleichbarkeit der Jets, so daß kinematische und ereignistopologische Einflüsse bei dem Vergleich von Quark- und Gluonjets minimiert werden. Außerdem läßt die Wahl eines hohen y_1 die Entwicklung

[3]Zur weiteren Verdeutlichung und Diskussion ist in Anhang B.1 zusätzlich ein detaillierter Ablaufplan des Durham-Algorithmus angegeben.

einer inneren Struktur der Jets bis zu recht hohen Impulsüberträgen ($Q^2 \leq y_1 \cdot E_{CM}^2$, E_{CM} = Schwerpunktenergie) zu, wofür dann auch zuverlässige perturbative Rechnungen durchgeführt werden können (siehe z.B. [19]).

Danach werden die drei Jets im Ereignis individuell erneut analysiert: Während bei der Selektion der 3-Jet-Ereignisse alle Teilchen im Ereignis verwendet wurden, werden nun nur die Teilchen, die zu dem betrachteten Jet gehören, als Eingabe für den Durham-Algorithmus benutzt. Diese Untermenge wird so lange zu Teilchenbündeln zusammengefaßt, bis alle Werte der Größe y_{ij} größer/gleich einem zweiten Auflöseparameter $y_{cut} = y_0$ sind. Auf diese Weise werden Teilchen-Cluster innerhalb eines Jets, sogenannte Subjets, definiert. Der zugehörige Auflöseparameter y_0 (genannt Subjet-Auflöseparameter) muß selbstverständlich kleiner als $y_1 = 0.1$ gewählt werden, um innere Struktur der Jets aufzulösen. Zählt man nun die Anzahl der aufgelösten Subjets, so erhält man aufgrund von vielen Ereignissen eine Subjet-Multiplizitätsverteilung, deren Aussehen von dem gewählten Subjet-Auflöseparameter y_0 abhängt. Tatsächlich wird im folgenden stets die Verteilung (*Anzahl von Subjets minus 1*) [Kurzbezeichnung: $(N-1)$] betrachtet, weil ein Jet unabhängig von dem Wert von y_0 immer mindestens einen Subjet enthält, nämlich den gesamten ursprünglichen Jet. Somit kann der Wert eins von der Subjet-Multiplizitätsverteilung abgezogen werden, ohne Informationen über die Eigenschaften der betrachteten Jets zu verlieren.

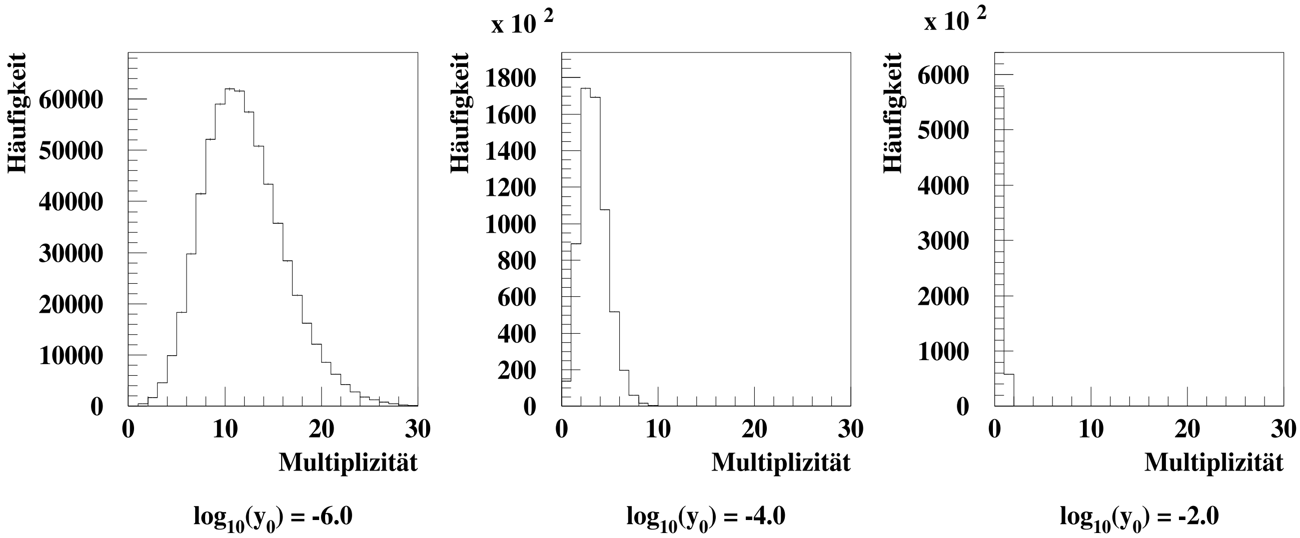

Abbildung 3.2: *Subjet-Multiplizitätsverteilung* $(N-1)$ *für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters* y_0*. Dargestellt ist die Vorhersage des MC-Modells Jetset 7.4 für alle Jets in 3-Jet-Ereignissen, die mit einem Auflöseparameter* $y_{cut} = y_1 = 0.1$ *selektiert wurden.*

In Abbildung 3.2 ist die Subjet-Multiplizitätsverteilung für verschiedene Werte von y_0 dargestellt. Man erkennt, daß für kleine Werte von y_0 ($y_0 = 10^{-6}$ entspricht einer transversalen Energie zwischen zwei Subjets $k_t \approx \sqrt{y_0} \cdot E_{CM}$ von etwa 0.1 GeV) Mittelwert und Breite der Verteilung relativ groß sind. Wenn man zu größeren Werten des Subjet-Auflöseparameters geht, werden Mittelwert und Breite der Verteilung kleiner, bis man beispielsweise bei $y_0 = 10^{-2}$ ($\hat{=}\ k_t \approx 9\,\mathrm{GeV}$) nur noch sehr selten ein zusätzliches Teilchen-Cluster innerhalb eines Jets auflöst.

Die in der vorliegenden Dissertation untersuchten Meßgrößen sind nun der Mittelwert und die Breite (genauer: die Standardabweichung) der Subjet-Multiplizitätsverteilung für Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Diese Größen werden mit $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$, $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$, $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$ bezeichnet[4]. Zusätzlich werden auch folgende Verhältnisse bestimmt:

$$R_N(y_0) = \frac{\langle N_g - 1\rangle(y_0)}{\langle N_q - 1\rangle(y_0)} \quad \text{und} \quad R_\sigma(y_0) = \frac{\sigma_g(y_0)}{\sigma_q(y_0)} \quad .$$

Die statistischen Fehler der Mittelwerte bestimmt man wie üblich aus der entsprechenden Standardabweichung, und die statistischen Unsicherheiten der Standardabweichungen werden über das zugehörige 4-te Moment der Verteilung abgeschätzt (siehe z.B. Referenz [35], Gleichung 10.9). Dieses Vorgehen ermöglicht eine Abschätzung der statistischen Fehler, ohne daß man eine Annahme über die Verteilung der Grundgesamtheit machen muß. Die statistischen Fehler der Verhältnisse ergeben sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz.

Neben der Untersuchung der Abhängigkeit von dem Subjet-Auflöseparameter y_0 werden alle oben genannten Meßgrößen auch für verschiedene Intervalle der Jetenergie E_{jet} studiert. Somit ergibt sich für jede der Meßgrößen eine zweidimensionale Abhängigkeit: nicht nur von y_0, sondern auch von E_{jet}. Falls in den folgenden Beschreibungen die Jetenergie-Abhängigkeit nicht angesprochen wird, so ist jenes Intervall von E_{jet} gemeint, das alle zur Verfügung stehenden Jetenergien beinhaltet (E_{jet}-integrierter Fall).

An dieser Stelle sei noch eine weitere Motivation für die Untersuchung der Verteilung $(N-1)$ angegeben: Wenn auch in theoretischen Rechnungen nur die *zusätzliche* Abstrahlung von Partonen von einem ursprünglichen Parton (Gluon oder Quark) betrachtet wird, so führt dies in der LLA-Näherung (siehe Abschnitt 2.2) zu dem interessanten Nebeneffekt, daß das Verhältnis R_N für alle y_0 identisch gleich dem Verhältnis der Farbfaktoren $C_A/C_F = 9/4$ ist [36].

Die Messung der mittleren Subjet-Multiplizitäten für den E_{jet}-integrierten Fall stellt eine Verbesserung früherer Messungen [37, 38, 39] dar, da nun eine größere Datenmenge verwendet und eine detailliertere Untersuchung von Quellen systematischer Fehler durchgeführt wird. Dagegen werden die Standardabweichungen der Subjet-Multiplizitätsverteilungen hier erstmalig vermessen und liefern damit eine umfassendere Untersuchung der Multiplizitätsverteilungsmomente. Auch die Untersuchung aller Meßgrößen als Funktion der Jetenergie ist bisher noch nicht durchgeführt worden und ermöglicht nun eine tiefer gehende Interpretation der untersuchten Meßgrößen. Außerdem ist es jetzt erstmals möglich, die aktuellen Messungen mit perturbativen Rechnungen zu vergleichen. Aus diesem Vergleich werden dann z.B. QCD-Parameter (siehe Kapitel 7) bestimmt.

3.3 Theoretische Erwartungen und Motivation

In diesem Abschnitt werden einige MC-Studien zu den zuvor definierten Meßgrößen besprochen und auch perturbative Vorhersagen vorgestellt. Außerdem werden Ziele und

[4]Für die Standardabweichungen hat die Subtraktion von 1 von der gemessenen Anzahl der Subjets keine Auswirkungen. Daher sind diese Größen einfach mit σ bezeichnet.

Motivation dieser Dissertation diskutiert.

Um Vorhersagen für die verschiedenen Meßgrößen aus einem MC-Modell gewinnen zu können, müssen zuerst Quark- und Gluonjets innerhalb simulierter Ereignisse definiert werden. Dies geschieht, indem zunächst auf Hadronniveau 3-Jet-Ereignisse mit dem Durham-Algorithmus ($y_{cut} = y_1 = 0.1$) selektiert werden. Dann werden die Partonen am Ende des Partonschauers auf 3 Jets zusammengefaßt. Auf Partonniveau können nun die beiden Jets, die die primären Quarks aus dem Z^0-Zerfall enthalten, als Quarkjets definiert werden, während der verbleibende dritte Jet als Gluonjet bezeichnet wird. Für Fälle in denen beide primäre Quarks sich in demselben Jet befinden (Häufigkeit: etwa 1.9%), ist die obige Definition nicht anwendbar und alle 3 Jets werden per Konvention als Quarkjets bezeichnet. Nach der Definition des Jettyps auf Partonniveau werden diese Ergebnisse auf das Hadronniveau übertragen, indem die Winkeldifferenz zwischen den Jets beider Niveaus minimiert wird: Zunächst wird das Paar mit der kleinsten Winkeldifferenz identifiziert; die verbleibenden beiden Paare werden dann so gewählt, daß die Summe der Winkeldifferenzen zwischen zugehörigen Hadron- und Partonniveaujets möglichst klein ist.

In Abbildung 3.3 sind die Vorhersagen für die verschiedenen Meßgrößen auf Hadron- und Partonniveau u.a. für das MC-Modell Jetset 7.4 dargestellt. Wie schon vorher angedeutet (Abbildung 3.2), nehmen Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung mit steigendem Subjet-Auflöseparameter y_0 ab. Jedoch ist diese Abnahme nicht identisch für Gluon- und Quarkjets, wie die y_0-Abhängigkeit der Verhältnisse $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ zeigt. Es ist auch erkennbar, daß Unterschiede in den mittleren Subjet-Multiplizitäten von Gluon- und Quarkjets im gesamten y_0-Bereich zu erwarten sind, während die Breiten der Verteilungen nur im Bereich größerer y_0 unterschiedlich vorhergesagt werden.

Bei kleinen Werten des Subjet-Auflöseparameters ($y_0 = 10^{-6} \mathrel{\hat{=}} k_t \approx 0.1\,\mathrm{GeV}$) werden auf Hadronniveau noch zusätzliche Subjets (einzelne Teilchen) aufgelöst, wie sich anhand des Anstiegs von $\langle N-1\rangle(y_0)$ und $\sigma(y_0)$ hin zu kleinen y_0 zeigt. Dagegen werden bei solchen y_0 auf Partonniveau schon alle einzelnen Partonen als Subjets betrachtet, so daß die Meßgrößen für $y_0 \lesssim 10^{-5}$ etwa konstant sind. Im Bereich kleiner y_0 sind daher große Unterschiede zwischen den Meßgrößen auf Hadron- und Partonniveau zu beobachten[5]. Diese großen Hadronisierungskorrekturen machen es schwierig, aus den Messungen auf Hadronniveau auf die QCD-Eigenschaften der Ereignisse zurückzuschließen.

Andererseits werden im Bereich größerer Subjet-Auflöseparameter ($y_0 = 10^{-3} \mathrel{\hat{=}} k_t \approx 3\,\mathrm{GeV}$; $y_0 = 10^{-2} \mathrel{\hat{=}} k_t \approx 9\,\mathrm{GeV}$) gut getrennte Subjets, die in der Regel aus mehreren Teilchen bestehen, betrachtet. Hier liegen die Vorhersagen auf Hadron- und Partonniveau recht nahe beieinander (kleine Hadronisierungskorrekturen), so daß aus den Messungen auf Hadronniveau direkt die perturbative QCD-Struktur der Ereignisse erschlossen werden kann. Daher wird dieser Bereich von y_0-Werten im folgenden oft *perturbativer Bereich* genannt, während der Bereich kleiner Subjet-Auflöseparameter als *nicht-perturbativer Bereich* bezeichnet wird.

Um die Empfindlichkeit auf perturbative QCD-Effekte weiter zu überprüfen, wurde

[5]Wenn die Unterschiede zwischen Hadron- und Partonniveau in den Bildern für die Verhältnisse $\frac{Gluon}{Quark}$ in diesem Bereich von y_0 relativ klein sind, dann bedeutet dies nur, das die Hadronisierungseffekte für beide Jettypen etwa gleich sind.

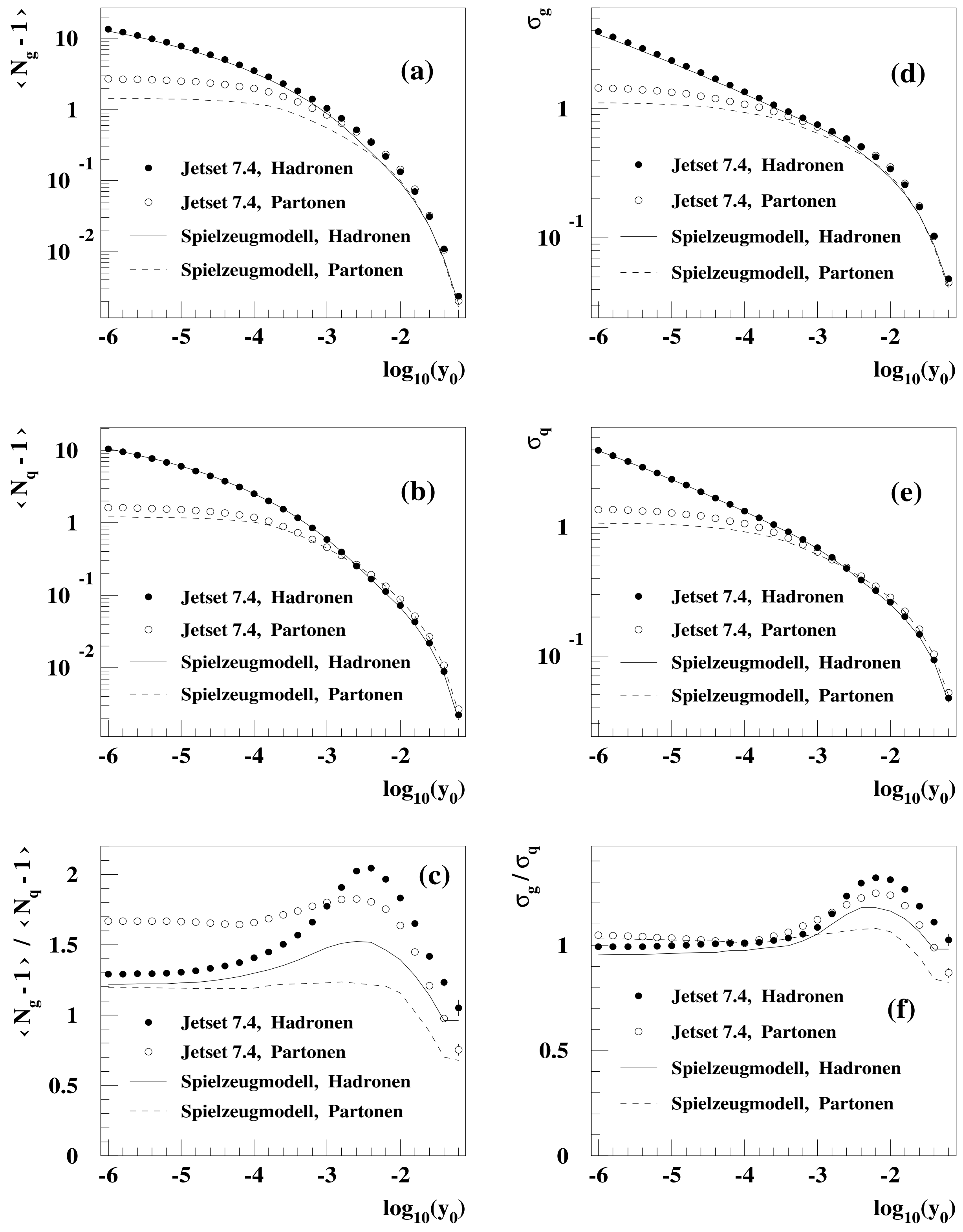

Abbildung 3.3: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Vorhersagen für die Meßgrößen auf Hadron- und Partonniveau werden für das MC-Modell Jetset 7.4 und ein Spielzeugmodell (gleiche effektive Kopplung der Vertices $g \to gg$ und $q \to qg$, siehe Text) miteinander verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

ein 'Spielzeug'-MC-Modell definiert (siehe auch [37]). In diesem Modell, das auf Jetset 7.3 basiert, ist die effektive Kopplung an dem Verzweigungvertex $g \to gg$ von ihrem QCD-Wert $\alpha_s \cdot C_A$ auf den Wert $\alpha_s \cdot C_F$, welcher den Vertex $q \to qg$ beschreibt, geändert worden. Die Parameter des Modells wurden nach dieser Änderung so neu justiert, daß Ereignisformvariablen und Teilchenspektren von dem Modell möglichst gut beschrieben werden [40]. Die Vorhersagen dieses Spielzeugmodells für die hier untersuchten Meßgrößen sind ebenfalls in Abbildung 3.3 dargestellt. Für die Quarkjets (Abbildungen 3.3(b) und 3.3(e)) zeigen sich nur geringe Änderungen; nur auf Partonniveau sind bei kleineren y_0 niedrigere Vorhersagen erkennbar, was dadurch zu erklären ist, daß in Quarkjets in 2. Ordnung auch Verzweigungen des Typs $g \to gg$ auftreten. Für die Gluonjets (Abbildungen 3.3(a) und 3.3(d)) sind die Änderungen jedoch deutlich größer: Die Vorhersagen der Meßgrößen auf Partonniveau sind für alle y_0 niedriger, und auf Hadronniveau ist im perturbativen Bereich auch dieser Effekt zu sehen. Damit zeigt sich auch für $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ eine deutliche Reduktion der Vorhersage für Hadronen, vor allem im perturbativen Bereich. Da zusätzlich auch die Hadronisierungskorrekturen für $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$, $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$, $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$ im Bereich $y_0 > 10^{-3}$ recht klein sind, führt dies zu der Schlußfolgerung, daß die Messung der Subjet-Multiplizitätsverteilung für größere y_0 empfindlich auf perturbative QCD-Effekte ist. Dies bedeutet u.a., daß ein Großteil der im perturbativen Bereich meßbaren Unterschiede zwischen Gluon- und Quarkjets auf die höhere effektive Kopplung des Gluons zurückzuführen und nicht nur z.B. ein kinematischer Effekt ist. Diese Tatsache wird in Kapitel 7 dazu verwendet, die Farbfaktoren für die Gluonverzweigung (C_A für $g \to gg$ bzw. T_R für $g \to q\bar{q}$) zu bestimmen.

Die vorangegangene Diskussion hat gezeigt, daß die in dieser Arbeit ausgewählten Meßgrößen gut geeignet sind, einerseits perturbative QCD zu studieren (große y_0) und andererseits beim Übergang hin zu kleineren Werten des Subjet-Auflöseparameters den Einfluß von nicht-perturbativen Effekten zu untersuchen. Die Teilchen- bzw. Subjet-Multiplizität eines Jets hängt jedoch nicht nur von dem verwendeten Auflöseparameter y_0, sondern auch von der zur Verfügung stehenden Jetenergie E_{jet} ab. Da bei der gewählten Ereignisselektion (Durham-Algorithmus mit $y_{cut} = y_1 = 0.1$) die mittlere Gluonjetenergie etwa 14% niedriger ist als die mittlere Quarkjetenergie, verspricht auch die Untersuchung der E_{jet}-Abhängigkeit der Meßgrößen interessante Aussagen. Außerdem ermöglicht die zweidimensionale Abhängigkeit der Meßgrößen beim Vergleich mit QCD-Vorhersagen eine detailliertere Überprüfung der Theorie.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Meßgrößen gibt es perturbative QCD-Vorhersagen unterschiedlicher Genauigkeit, welche zum Teil erst kürzlich berechnet worden sind. Im folgenden sollen diese vorgestellt werden:

- Für die mittleren Subjet-Multiplizitäten von Quark- und Gluonjets gibt es perturbative Rechnungen, welche auf dem QCD-Matrixelement $O(\alpha_s^2)$ basieren [19]. Da jedoch bereits eine Ordnung von α_s benötigt wird, um ein 3-Jet-Ereignis zu erzeugen, werden die Vorhersagen für $\langle N_g - 1\rangle$, $\langle N_q - 1\rangle$ und R_N nur als exakt in *führender Ordnung in α_s* bezeichnet (Kurzbezeichnung: LO, engl.: leading order). Zusätzlich werden in Referenz [19] auch alle führenden und nachfolgenden logarithmischen Terme des Verhältnisses y_1/y_0 in allen Ordnungen von α_s aufsummiert (Kurzbezeichnung: NLLA, engl.: next-to-leading logarithmic approximation). Die Kombination beider Teilrechnungen liefert die derzeit genaueste Vorhersage für $\langle N_g - 1\rangle$, $\langle N_q - 1\rangle$ und

R_N (Kurzbezeichnung: LO+NLLA). Die LO- und die LO+NLLA-Rechnungen sind in der Abhängigkeit der Meßgrößen von y_0 und der Jetenergie E_{jet} verfügbar.

- Für die mittleren Subjet-Multiplizitäten als Funktion von y_0 gibt es auch eine perturbative Rechnung, welche nur die führenden logarithmischen Terme des Verhältnisses y_1/y_0 in allen Ordnungen von α_s berücksichtigt [36] (Kurzbezeichnung: LLA, engl.: leading logarithmic approximation). In dieser Genauigkeit ist die Vorhersage für das Verhältnis $R_N(y_0)$ für alle Werte von y_0 identisch gleich dem Verhältnis der Farbfaktoren $C_A/C_F = 9/4$.

- Für die Standardabweichungen der Subjet-Multiplizitätsverteilungen von Quark- und Gluonjets, $\sigma_q(y_0)$ und $\sigma_g(y_0)$, sind die derzeit präzisesten Vorhersagen nur von LLA-Genauigkeit [36, 41]. Damit ergibt sich die Vorhersage für das Verhältnis $R_\sigma(y_0)$ für alle Werte von y_0 identisch gleich der Wurzel aus dem Verhältnis der Farbfaktoren $\sqrt{C_A/C_F} = 3/2$.

- Für das Verhältnis R_σ gibt es auch eine Vorhersage in NLLA-Genauigkeit [42], welche gegenüber der LLA-Vorhersage um etwa 8% niedriger liegt.

- Die bisher genannten perturbativen Vorhersagen für die Meßgröße $R_\sigma(y_0)$ sagen alle eine größere Standardabweichung der Verteilung für Gluonjets voraus, als für die Quarkjets erwartet wird (d.h. $R_\sigma(y_0) > 1.0$). Dagegen gibt es auch eine Rechnung, die vorhersagt, daß das Gegenteil der Realität entsprechen sollte (d.h. $R_\sigma(y_0) < 1.0$) [43].

- Außerdem gibt es eine theoretische Untersuchung, die erwartet, daß Standardabweichungen von Multiplizitätsverteilungen besonders empfindlich auf logarithmische Terme z.B. des Verhältnisses y_1/y_0 sein sollten, welche erst nach den führenden und nachfolgenden Termen in der perturbativen Rechnung auftauchen [44] (Kurzbezeichnung: NNLLA-Terme, engl.: next-to-next-to-leading logarithmic approximation).

Die Möglichkeit, die verschiedenen Meßgrößen mit störungstheoretischen QCD-Rechnungen zu vergleichen, ist ebenfalls ein wichtiger Motivationspunkt. Besonders die kürzlich veröffentlichte LO+NLLA-Vorhersage für die mittleren Subjetmultiplizitäten [19] ermöglicht es, für Quark- und Gluonjets getrennt die Frage zu diskutieren, bis zu welchen kleinen Werten von y_0 die perturbative Rechnung die Daten beschreiben kann und wo nicht-perturbative Korrekturen wichtig werden. Außerdem ist es mit dieser Vorhersage möglich, z.B. die starke Kopplungskonstante α_s und die QCD-Farbfaktoren für die Gluonverzweigungsvertices $g \to gg$ und $g \to q\bar{q}$ zu bestimmen. Auch wenn die Genauigkeit dieser Messungen nicht so hoch wie bei den besten Bestimmungen dieser QCD-Parameter ist, so sind die jeweils verwendeten Methoden doch so unterschiedlich, daß die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen als interessanter Diskussionsbeitrag dienen können.

Weitergehende MC-Studien zu den in der vorliegenden Arbeit definierten Meßgrößen sind in den Anhängen A bis D dargestellt. In Anhang A werden verschiedene Ereignistypen betrachtet: einerseits $Z^0 \to u\bar{u}$ oder $Z^0 \to d\bar{d}$ und andererseits $Z^0 \to b\bar{b}$. Es zeigt sich, daß der Ereignistyp keinen Einfluß auf die Meßgrößen für Gluonjets hat. Für Quarkjets ergeben sich bei kleinen Subjet-Auflöseparametern zunächst relativ große Unterschiede, welche jedoch beim Übergang in den perturbativen Bereich klein werden. Anhang B zeigt einige MC-Studien zur Verwendung anderer Cluster-Algorithmen, die prinzipiell auch für eine Untersuchung der Meßgrößen geeignet wären. Da aber keine wesentlichen Vorteile gegenüber dem Standard-Verfahren zu erkennen sind, wurden die Analysen in der vorliegenden Arbeit mit dem Standard-Durham-Algorithmus durchgeführt. In Anhang C wird eine andere Definition des Teilcheninhaltes eines Jets untersucht, in der nur die Teilchen innerhalb eines Akzeptanzkegels um die Jetachse für weitere Messungen verwendet werden. Diese von der Theorie motivierte Methode führt jedoch zu deutlich größeren Hadronisierungskorrekturen im perturbativen Bereich, was eine Verwendung im Rahmen der hier vorgestellte Analyse (Vergleich mit perturbativen Rechnungen) ausschließt. Anhang D zeigt die Abhängigkeit der Meßgrößen von einer Größe μ, welche im Unterschied zur bereits genannten Jetenergie-Abhängigkeit nun auch die Winkel zwischen den Jets mit einbezieht. Diese ebenfalls theoretisch motivierte Größe bietet jedoch im Rahmen der hier vorgestellen Arbeit (Verwendung von mercedessternartigen Ereignissen) keine wesentlichen Vorteile, so daß letztendlich nur die Abhängigkeit der Meßgrößen von y_0 und E_{jet} untersucht wurde.

Kapitel 4

Der LEP-Speicherring und das ALEPH-Experiment

4.1 Der LEP-Speicherring

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten wurden mit dem ALEPH-Detektor, einem der vier Experimente am LEP-Speicherring, aufgenommen. Dieser e^+e^--Speicherring ist Bestandteil des europäischen Forschungszentrums für Hochenergiephysik CERN bei Genf (**C**onseil **E**uropéen pour la **R**echerche **N**ucléaire). In Abbildung 4.1 ist ein Überblick über die wichtigsten Beschleunigereinrichtungen dieses Forschungszentrums dargestellt. Die Elektronen und Positronen, die im LEP-Ring zur Kollision gebracht werden sollen, werden zunächst im LPI (**L**ep **P**re-**I**njector) mit Hilfe eines Linearbeschleunigers (LINAC) und eines Akkumulatorrings (EPA) erzeugt und gesammelt. In diesem Stadium haben die $e^\pm$ eine Energie von etwa 600 MeV. Anschließend werden die Teilchen in den PS-Speicherring gefüllt und dort auf ca. 3.5 GeV beschleunigt. Bevor die Elektronen und Positronen dann in den LEP-Ring eingespeist werden können, erfolgt im SPS-Speicherring noch eine weitere Beschleunigungsstufe auf etwa 20 GeV. Um die Z^0-Resonanz ($m_Z \approx 91.2$ GeV) anzuregen, werden die $e^\pm$ in LEP abschließend auf 45.6 GeV beschleunigt und dann in vier Punkten zur Kollision gebracht. An den Kollisionsorten sind Detektoren installiert, welche den Wechselwirkungspunkt nahezu vollständig umschließen und so den größten Teil der entstehenden Teilchen nachweisen können. Die vier Experimente werden mit den Namen ALEPH (**A** detector for **LE**P **PH**ysics), OPAL (**O**mni-**P**urpose **A**pparatus at **L**EP), DELPHI (**DE**tector with **L**epton, **P**hoton and **H**adron **I**dentification) und L3 bezeichnet[1]. Durch den verstärkten Einbau von supraleitenden Beschleunigungsstrecken im LEP-Ring seit 1995 können heute auch höhere $e^\pm$-Energien von bis zu 91.5 GeV erreicht werden. Dies entspricht einer Schwerpunktenergie von 183 GeV, was für e^+e^--Beschleuniger die höchste jemals erreichte Schwerpunktenergie darstellt. Bei diesen Energien wird gegenwärtig die Paarerzeugung von $W^\pm$-Bosonen untersucht.

Um eine Vorstellung von den Abmessungen dieser Beschleunigeranlagen zu bekommen, ist in Abbildung 4.2 der LEP-Ring mit seinen Installationen noch einmal etwas detaillierter

[1] Im Gegensatz zu den anderen drei Kollaborationen wurde bei L3 kein spezieller Name für den Detektor erdacht. L3 steht lediglich für den dritten Vorschlag ('**L**etter of Intent'), der dem Ausschuß für Experimente am LEP-Speicherring im Jahr 1982 eingereicht wurde [45].

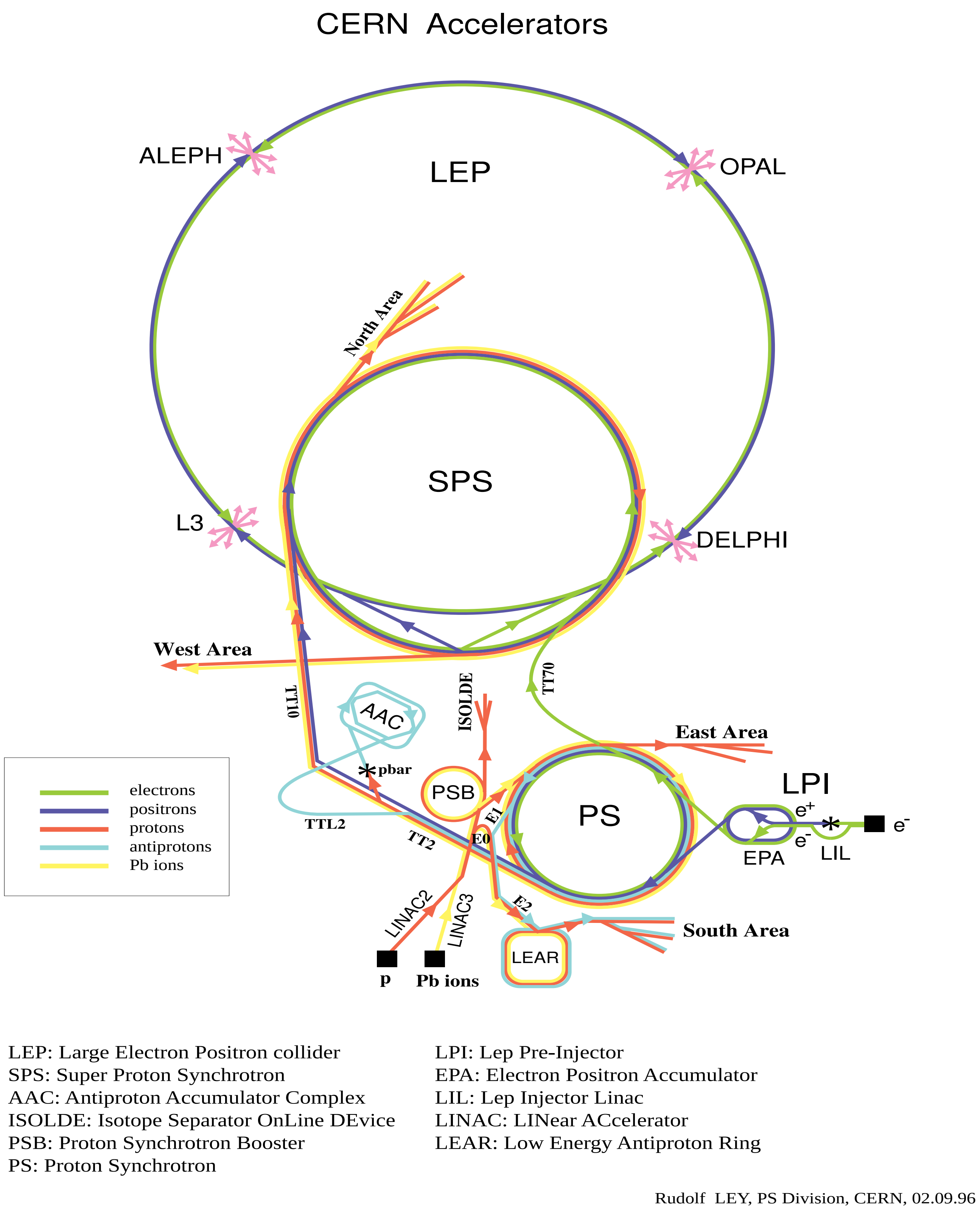

Abbildung 4.1: *Teilchenbeschleuniger am europäischen Forschungszentrum für Hochenergiephysik CERN bei Genf.*

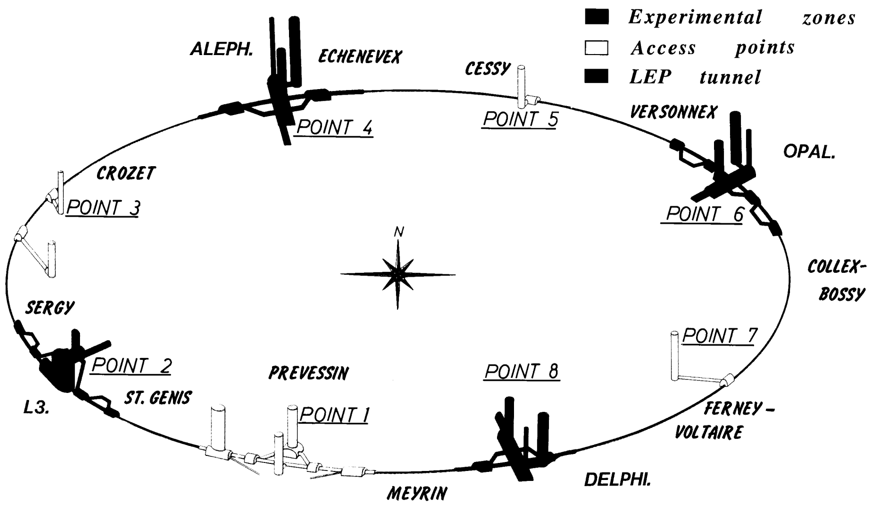

Abbildung 4.2: *Der LEP-Speicherring und seine Installationen [46].*

dargestellt. Außerdem sind in dieser Abbildung auch die Namen von Orten am Fuße des Juragebirges bei Genf aufgeführt, an denen der LEP-Tunnel in einer Tiefe zwischen 50 m und 150 m unter der Erdoberfläche vorbeiläuft [46, 47]. Der LEP-Speicherring hat einen Umfang von etwa 27 km, dagegen ist der SPS-Tunnel etwa 7 km lang und die davor geschalteten Beschleunigerstufen (PS und LPI) erstrecken sich über einige hundert Meter.

Für das nächste Jahrzehnt ist geplant, den LEP-Tunnel und einen Teil seiner Installationen für die Beschleunigung von Protonen zu verwenden. Mit diesem LHC-Projekt (**L**arge **H**adron **C**ollider) sollen dann Proton-Proton-Kollisionen bei Schwerpunktenergien von bis zu 14 TeV untersucht werden.

4.2 Der ALEPH-Detektor

In der Nähe des Dorfes Echenevex befindet sich in ca. 140 m Tiefe unter der Erdoberfläche der ALEPH-Detektor. Abbildung 4.3 gibt einen Überblick über die verschiedenen Detektorkomponenten. Der ALEPH-Detektor wurde so geplant und gebaut, daß er eine größtmögliche Vielfalt unterschiedlicher Ereignisse bei der e^+e^--Annihilation mit höchstmöglicher Genauigkeit vermessen kann. Somit ergibt sich ein Detektor, der mit schalenförmigem Aufbau den Wechselwirkungspunkt fast vollkommen umschließt (4π-Detektor).

Bevor die einzelnen Subdetektoren beschrieben werden, sei kurz auf das ALEPH-Koordinatensystem eingegangen [48]: Der Ursprung liegt im Kollisionspunkt der Elektronen und Positronen. Die positive z-Achse ist durch die Richtung der Strahlelektronen gegeben. Die Horizontale zum Zentrum des LEP-Ringes kennzeichnet die positive x-Richtung und die y-Achse zeigt nach oben. In üblicher Weise ergeben sich daraus auch Zylinderkoordinaten (ρ, ϕ, z) und Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ).

Eine detaillierte Beschreibung der Komponenten des ALEPH-Detektors findet sich in den Referenzen [48, 49] und eine stichwortartige Auflistung der wichtigsten Eigenschaften

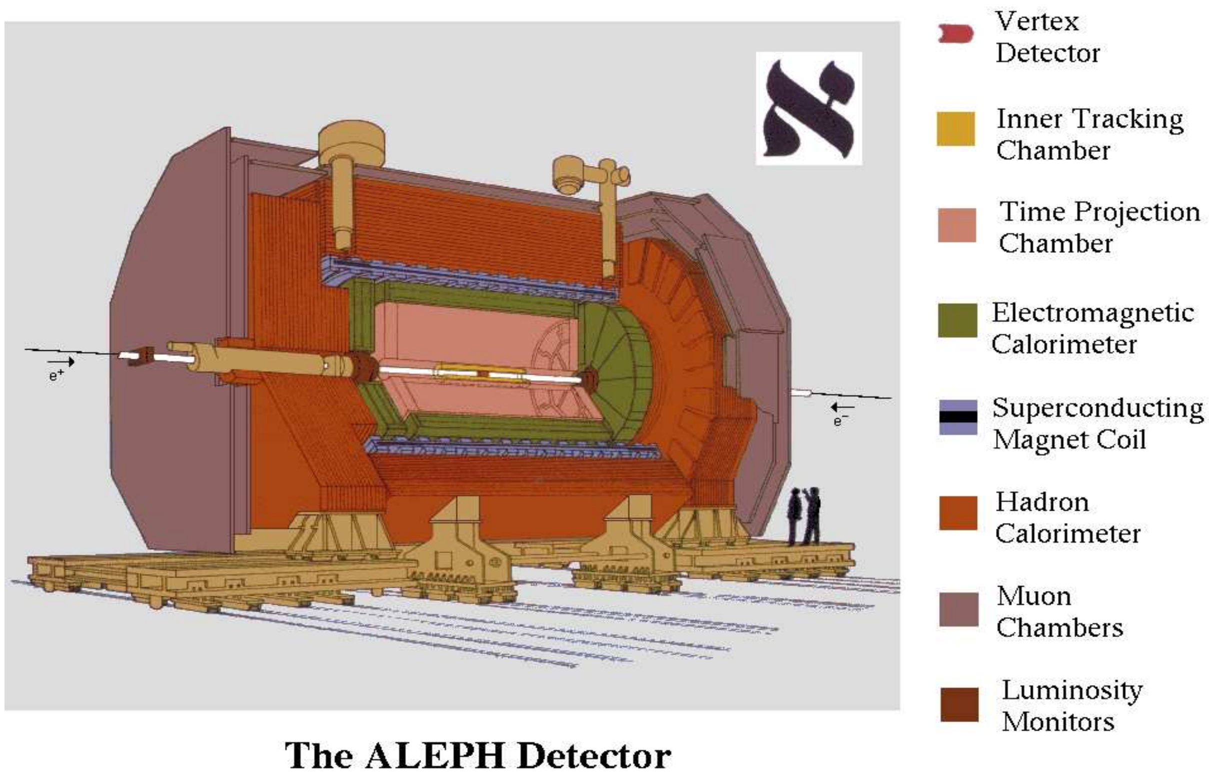

Abbildung 4.3: *Querschnitt des ALEPH-Detektors. Man beachte den Größenvergleich mit zwei Menschen am rechten Bildrand.*

in Referenz [50]. Die folgende kurze Zusammenfassung ist diesen Quellen entnommen und erfolgt vom Wechselwirkungspunkt nach außen.

1. Der zentrale Teil ($-38\,\mathrm{cm} < z < +38\,\mathrm{cm}$) des **Strahlrohrs** besteht aus einem Beryllium-Rohr mit dem Innenradius 5.30 cm und dem Außenradius 5.41 cm.

2. Der Vertexdetektor (**VDET**) ist ein Siliziumstreifenzähler, der aus zwei konzentrischen Lagen von Siliziumplättchen (Dicke $\approx 300\,\mu$m) besteht. Die Auslesestreifen sind auf beiden Seiten der Plättchen senkrecht zueinander angeordnet, so daß auf der einen Seite die ϕ-Koordinate und auf der anderen Seite die z-Koordinate des Teilchendurchgangs bestimmt wird. Die Ausmaße und die Anordnung der Siliziumplättchen und der Ausleseelektronik sind aus Abbildung 4.4 ersichtlich[2]. Mit dem VDET läßt sich eine Punktauflösung von $\sigma_{\rho\phi} \approx 12\,\mu$m bzw. $\sigma_z \approx 10\,\mu$m erreichen. Diese gute Auflösung verbessert nicht nur die Impulsrekonstruktion geladener Teilchen im Zusammenspiel mit den anderen Spurkammern (ITC und TPC, siehe Nummer 3 und 4 dieser Auflistung), sondern die präzisen Meßpunkte nahe am Wechselwirkungspunkt ermöglichen auch die Rekonstruktion sekundärer Zerfallsvertices langlebiger, schwerer Hadronen. Das ist von zentraler Bedeutung für diese Arbeit.

[2]Im Oktober 1995 wurde das ALEPH-Experiment mit einem neuen Vertexdetektor ausgerüstet, der eine etwas größere Ausdehnung in z-Richtung besitzt und auch strahlenhärter als sein Vorgänger ist. Da sein prinzipieller Aufbau dem hier beschriebenen ähnlich ist und er für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten nicht zum Einsatz kam, wird er hier nicht näher erläutert.

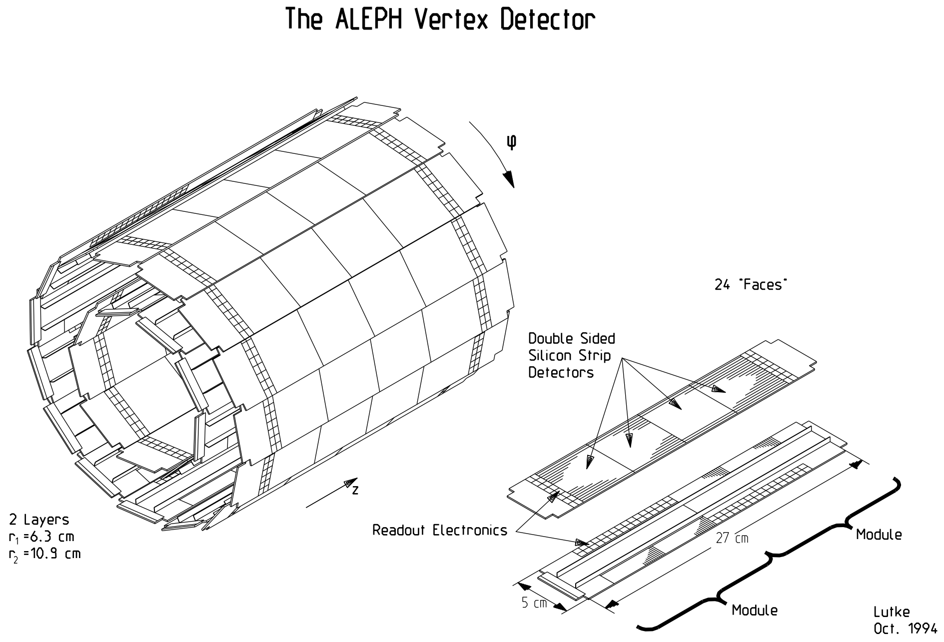

Abbildung 4.4: *Der Silizium-Vertexdetektor*

3. Die innere Spurkammer (**ITC** - Inner Tracking Chamber) ist eine konventionelle zylindrische Vieldraht-Driftkammer mit acht Lagen von Signaldrähten (siehe Abbildung 4.5). Die Länge des aktiven Volumens beträgt 2 m; der Innenradius des Detektors liegt bei 12.8 cm und der Außenradius bei 28.8 cm. Für jede der acht Signaldrahtlagen ergeben sich die ρ- und ϕ-Koordinaten eines Teilchendurchgangs aus den Signalmessungen in den hexagonalen Driftzellen. Die z-Koordinaten werden aus den gemessenen Ankunftszeitdifferenzen der Signale an beiden Drahtenden bestimmt. Die ITC erreicht eine Ortsauflösung von $\sigma_{\rho\phi} \approx 150\,\mu$m bzw. $\sigma_z \approx 5\,$cm.

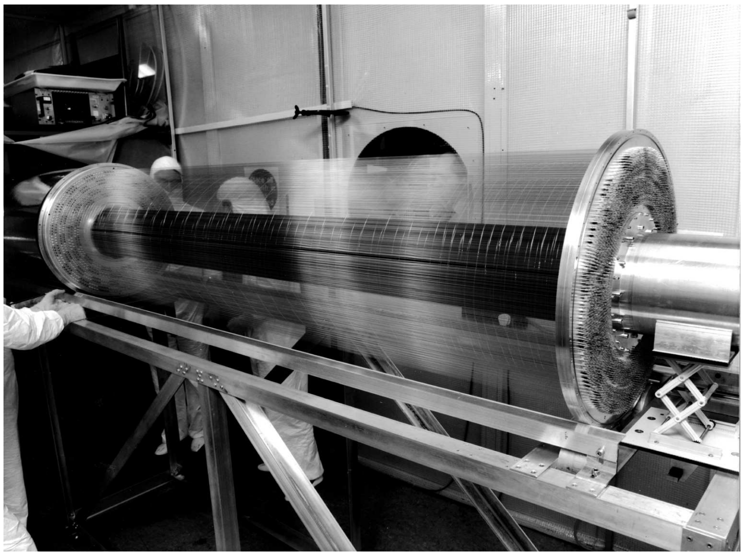

Abbildung 4.5: *Gesamtansicht der ITC vor dem Einbau in eine Kohlefaserhülle.*

Ihr Einfluß bei der Verbesserung der Impulsrekonstruktion geladener Teilchen ist unter Nummer 4 dieser Auflistung aufgeführt.

4. Die Zeitprojektionskammer (**TPC** - Time Projection Chamber, siehe Abbildung 4.6) besteht aus einem zylindrischen Driftvolumen mit einer zentralen Elektrode ($25\,\mu$m Mylar-Folie) und ebenen Drahtkammern an beiden Enden. In dem aktiven Driftvolumen, das in zwei Bereiche von je 2.2 m Länge unterteilt ist, befindet sich lediglich das Nachweisgas (91% Argon und 9% Methan, normaler Atmosphärendruck). Die im Gas von ionisierenden Teilchen erzeugten Elektronen driften entlang eines elektrischen Feldes von etwa 11 000 V/m zu den Endplatten, wo sie in ebenen Proportionaldrahtkammern nachgewiesen werden. Die Auslese der Ortsinformationen erfolgt dort über Kathodenplättchen. Der Innenradius der TPC liegt bei 31 cm, der Außenradius bei 1.8 m. Für die Spurvermessung sind maximal 21 TPC-Meßpunkte möglich. Die Ortsauflösung der einzelnen Punkte beträgt $\sigma_{\rho\phi} \approx 180\,\mu$m bzw. $\sigma_z \approx 1\,$mm.

   Damit erreicht die Impulsauflösung für Spuren geladener Teilchen senkrecht zur Strahlachse mit einer Energie von etwa 45 GeV bei Verwendung der TPC alleine einen Wert von $\Delta p_t/p_t^2 = 1.2 \cdot 10^{-3}(\mathrm{GeV/c})^{-1}$. Durch Hinzunahme von ITC-Messungen verbessert sich die Impulsauflösung auf $0.8 \cdot 10^{-3}(\mathrm{GeV/c})^{-1}$. Werden auch VDET-Informationen bei der Spurrekonstruktion berücksichtigt, so lassen sich Impulsauflösungen von bis zu $\Delta p_t/p_t^2 = 0.6 \cdot 10^{-3}(\mathrm{GeV/c})^{-1}$ erreichen.

   Neben der guten Impulsmessung wird in der TPC auch die Vermessung des spezifischen Energieverlustes ($\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$) durchgeführt. Dazu werden die Signale der Anodendrähte in den Proportionaldrahtkammern der Endplatten verwendet. Mit Hilfe der $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$-Informationen ist eine Trennung von z.B. Pionen und Elektronen möglich.

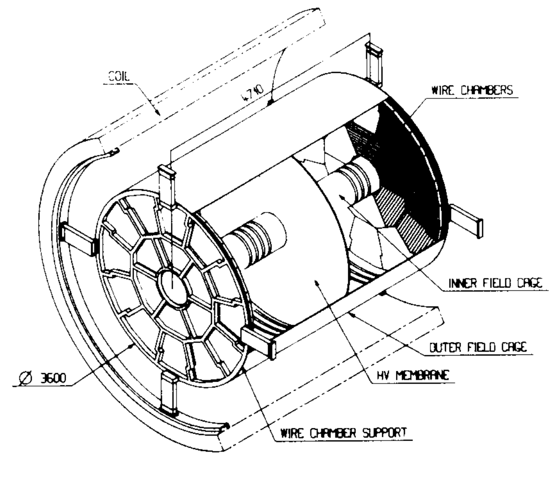

Abbildung 4.6: *Perspektivische Sicht der TPC.*

5. Das elektromagnetische Kalorimeter (**ECAL**, siehe Abbildung 4.7) befindet sich innerhalb der supraleitenden Spule und setzt sich aus einem Mantelteil und zwei Endkappen zusammen. Es ist aus abwechselnden Schichten von Bleiplatten und Drahtkammern aufgebaut. Für energiereiche Elektronen, Positronen und Photonen

bildet sich im Blei ein elektromagnetischer Schauer aus, der in den Drahtkammern nachgewiesen wird. Dagegen hinterlassen Hadronen in der Regel erst im HCAL ein großes Signal. Zusammengesetzt hat das ECAL eine Länge von fast 6 m und einen Außenradius von etwa 2.3 m. Der Innenradius des Mantelteils beträgt 1.85 m und der der Endkappen 54 cm. Die Materialbelegung, die ein Photon auf einem Weg senkrecht zur Strahlachse durch den Detektor erfährt, beträgt bis zum Beginn des ECAL-Volumens lediglich etwa 0.1 Strahlungslängen. Dagegen sind im Mantelteil und in den Endkappen des ECAL jeweils etwa 21 Strahlungslängen Materie eingebaut, die eine nahezu 100%-ige Absorption von Photonen und $e^{\pm}$ sichern. Mit dem ECAL wird eine Winkelauflösung von $\sigma_\phi = \sigma_\theta / sin\theta = (0.32 \oplus 2.7/\sqrt{E(\mathrm{GeV})}\,)\,\mathrm{mrad}$ erreicht und die Energieauflösung beträgt $\sigma_E/E = 1\% \oplus 18\%/\sqrt{E(\mathrm{GeV})}\,$.

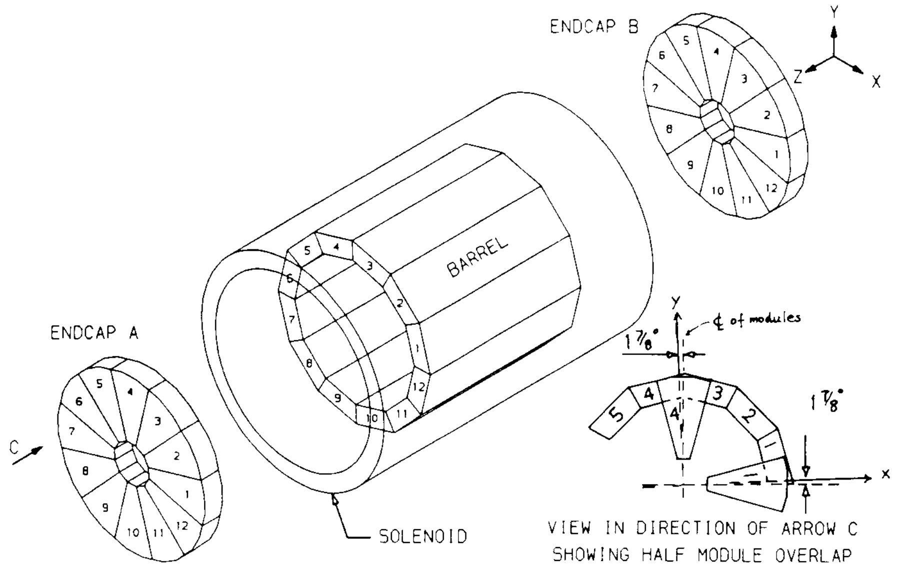

Abbildung 4.7: *Perspektivische Sicht des ECAL und der Spule.*

6. Die **supraleitende Spule** erzeugt in den inneren Spurkammern (VDET, ITC, TPC) und im ECAL ein homogenes Magnetfeld der Stärke 1.5 Tesla in z-Richtung (siehe auch Abbildung 4.7).

7. Außerhalb der Spule befindet sich das Hadronkalorimeter (**HCAL**, siehe Abbildung 4.8). Es besteht aus abwechselnden Lagen von Eisenplatten und Streamerrohr-Kammern. Zum einen dient das HCAL als Rückflußjoch für das Magnetfeld, zum anderen wird analog zum ECAL die Energiedeposition von Hadronen gemessen. Gleichzeitig dient es als Filter für Myonen. Zusammengesetzt hat das HCAL eine Länge von etwa 10 m und einen Außenradius von etwa 4.7 m. Der Innenradius des Mantelteils beträgt 3 m und der der Endkappen 45 cm. Mit dem HCAL wird eine Energieauflösung von etwa $\sigma_E/E = 84\%/\sqrt{E(\mathrm{GeV})}$ erreicht.

8. Die **Myonkammern** umschließen den gesamten Detektor und bestehen aus zwei Doppelschichten von Streamerrohr-Kammern. Da fast ausschließlich Myonen und

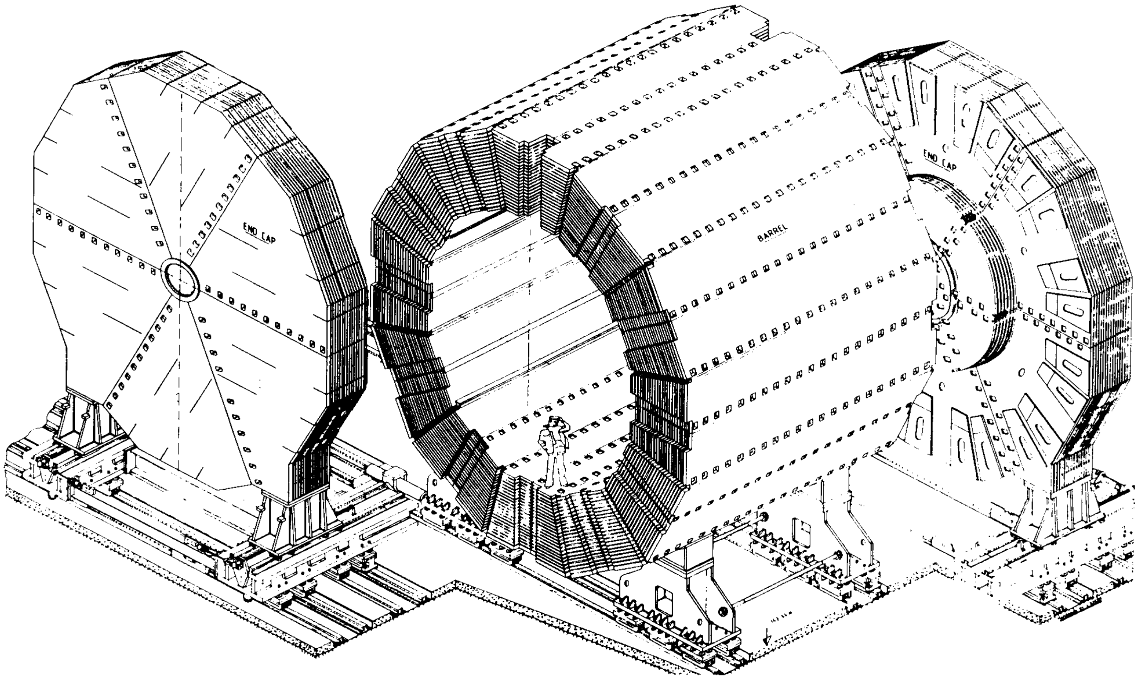

Abbildung 4.8: *Perspektivische Sicht des HCAL. Man beachte den Größenvergleich mit dem Menschen im Inneren des Detektors.*

Neutrinos das HCAL noch durchdringen können, verwendet man diesen Detektorteil dazu, die Spuren der in der e^+e^--Annihilation entstandenen Myonen zu identifizieren und zu vermessen.

9. Die Subdetektoren **SICAL** (Silicon Calorimeter), **LCAL** (Luminosity Calorimeter) und **BCAL** (Bhabha Calorimeter) dienen vor allem zur Luminositätsmessung. Dazu wird die Anzahl schwach gestreuter Strahlelektronen und -positronen im Winkelbereich nahe um das Strahlrohr bestimmt und mit dem Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß (Bhabha-Streuung) unter Berücksichtigung der Akzeptanz der Detektoren verglichen. Die oben genannten Subdetektoren sind in etwa 2.5 m bzw. 7.7 m Abstand vom Wechselwirkungspunkt in direkter Nähe zum Strahlrohr montiert und gewährleisten zusammen mit den anderen Detektorkomponenten eine Hermetizität des ALEPH-Detektors von 99.986% des gesamten Raumwinkels.

10. Vor dem SICAL ist der Untergrundmonitor **SAMBA** (Small Angle Monitor for Background) installiert. Mit diesem Subdetektor wird der Strahluntergrund (Photonen oder 'off-momentum'-Teilchen) vermessen. Dies dient einerseits dazu, Informationen für die Optimierung der Strahlführung in LEP bereitzustellen. Andererseits wird mit Hilfe der SAMBA-Messungen entschieden, ob der Strahluntergrund gering genug ist, um die empfindlicheren Detektoren wie TPC und ITC zur Datennahme einzuschalten, so daß gefährlich hohe Ströme in diesen Detektoren vermieden werden.

11. Um die Auslese des ALEPH-Detektors auszulösen, ist ein dreistufiges **Triggersystem** implementiert, das sowohl auf einzelne Teilchen als auch auf einzelne Jets

empfindlich ist. Während die ersten beiden Triggerstufen aus elektronischen Komponenten bestehen und sich auf Kalorimetersignale und Spurkandidaten in der ITC und TPC stützten, wird die dritte Stufe in Form von Computerprogrammen realisiert, die sich auf die vollständige Detektorauslese stützen können. Die Effizienz, mit der hadronische und leptonische Zerfälle des Z^0-Bosons und Bhabha-Streuprozesse aufgenommen werden, ist gleich (bzw. nahezu gleich) 100%.

4.3 Spurrekonstruktion und Teilchenidentifizierung

In diesem Abschnitt wird eine kurze Zusammenfassung der im ALEPH-Experiment verwendeten Spurrekonstruktions- und Teilchenidentifizierungs-Algorithmen wiedergegeben. Letztere werden u.a. dazu verwendet, eine möglichst genaue Abschätzung der im Detektor deponierten Energie zu erzielen. Detaillierte Informationen sind aus Referenz [51] zu entnehmen.

Die Rekonstruktion von Spuren geladener Teilchen beginnt in der TPC. Zunächst werden eng beieinander liegende Meßpunkte zu Spursegmenten zusammengefaßt. Diese werden anschließend zu längeren Spuren verbunden, indem man fordert, daß jede Spur eine Schraubenlinie darstellt. Die Spurkandidaten werden dann in die inneren Detektoren extrapoliert und dort Meßpunkte der Spur zugeordnet. Die abschließende Spuranpassung berücksichtigt neben den Meßfehlern der einzelnen Punkte auch die Möglichkeit von Vielfachstreuungen zwischen den Meßpunkten. Mit der Kenntnis des Magnetfeldes im Detektor kann man auf diese Weise den Impuls geladener Teilchen bestimmen.

Zur Identifikation von $e^{\pm}$ im Detektor werden zwei unabhängige und komplementäre Messungen verwendet. Einerseits wird der in der TPC gemessene spezifische Energieverlust ($\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$) und andererseits der im ECAL vermessene elektromagnetische Schauer berücksichtigt. Dazu werden die Spuren geladener Teilchen von der TPC in das ECAL extrapoliert und dann sowohl longitudinales als auch transversales Schauerprofil betrachtet. Zur Selektion von Elektron- und Positronkandidaten werden die $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$- und ECAL-Messungen mit den Erwartungen für $e^{\pm}$ verglichen, die sich aufgrund des zuvor gemessenen Teilchenimpulses ergeben. Die Anwendung der $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$-Selektion ist bei kleinen Impulsen effektiver, während die Kalorimeterinformationen für höhere Impulse besser geeignet sind. Generell werden nur solche geladenen Teilchen als $e^{\pm}$-Kandidaten gekennzeichnet, die einen Impuls von mindestens 2 GeV/c besitzen.

Die Identifikation von $\mu^{\pm}$-Kandidaten in hadronischen Ereignissen erfolgt unter Verwendung der Spurrekonstruktionsmöglichkeiten des HCAL und der Myonkammern. Zunächst werden die Spuren geladener Teilchen mit Hilfe einer genauen Karte des magnetischen Feldes durch das Kalorimetermaterial extrapoliert und es wird festgestellt, ob das HCAL entlang dieses Weges Meßpunkte zeigt. Dann werden solche geladenen Teilchen als $\mu^{\pm}$-Kandidaten gekennzeichnet, die einen Mindestimpuls von 3 GeV/c besitzen und das gesamte Hadronkalorimeter durchlaufen haben, ohne einen hadronischen Schauer zu hinterlassen. Außerdem wird gefordert, daß mindestens eine der beiden Lagen der Myonkammern im Bereich der extrapolierten Spur ein Signal gemessen hat.

Die dreidimensionale Segmentierung des elektromagnetischen Kalorimeters erlaubt eine gute räumliche Auflösung für Photonen und π^0-Mesonen (diese zerfallen nach einer mittleren Lebensdauer von etwa $8 \cdot 10^{-17}$ s in zwei Photonen). Dabei wird zur Identifikation dieser Teilchen die Tatsache ausgenutzt, daß ein elektromagnetischer Schauer in der Regel bereits in den ersten Lagen des ECAL beginnt und recht kompakt ist. Dies ist für hadronische Schauer nicht der Fall. Zur Photonidentifikation werden die inneren Lagen des ECAL auf lokale Maxima der deponierten Energie abgetastet. Diese definieren in einer ersten Näherung den möglichen Nachweisort von Photonen, und die Bereiche geringerer Energie werden dann dem energiereichsten Nachbarn zugeordnet, so daß Energie-'Cluster' entstehen. Entsprechend werden auch die Energieeinträge in den hinteren Lagen des ECAL zugewiesen. Die so definierten Energie-'Cluster' werden als Photonkandidaten bezeichnet, wenn sie eine Energie von mehr als 0.25 GeV besitzen und keine Spur eines geladenen Teilchen in einem Abstand von weniger als 2 cm an dem Cluster-Schwerpunkt vorbei extrapoliert ist.

Im Prinzip ist die Identifizierung von π^0-Kandidaten sehr einfach dadurch gegeben, daß die invariante Masse zweier Photonen mit der π^0-Masse verträglich ist. Dann ergeben sich Energie und Impuls des Pions aus der Summe der Viererimpulse der Photonen. In diesem Fall ist die Energieauflösung des π^0 durch die Energieauflösung des Kalorimeters beschränkt. Dies läßt sich deutlich verbessern, indem man eine kinematische Anpassung der Photonimpulse durchführt, wobei die π^0-Masse eine Nebenbedingung darstellt. Auf diese Weise wird eine Auflösung von $\sigma(E)/E \approx 6.5\%$ erreicht.

Die Erkennung von V^0-Teilchen (z.B. K_s^0, Λ oder diesen topologisch ähnliche Photonkonversionen in ein e^+e^--Paar im Detektormaterial der Spurkammern) wird mit Hilfe der Rekonstruktion sekundärer Vertices durchgeführt. Dazu werden zunächst alle Spurpaare entgegengesetzt geladener Teilchen, welche jeweils mit mindestens fünf TPC-Punkten vermessen wurden und von denen mindestens eine Spur nicht vom Primärvertex kommt, als V^0-Kandidaten betrachtet. Als genäherte Position des Sekundärvertex wird dann der Schnittpunkt der beiden Helices in der Projektion in die Ebene senkrecht zur Magnetfeldrichtung bestimmt. Abschließend wird eine dreidimensionale Anpassung durchgeführt, ohne eine kinematische Nebenbedingung einzuführen. Durch Schnitte an den Abstand der Spuren im Raum am genäherten Sekundärvertex, an das χ^2 der Vertexanpassung und an den Winkel zwischen der V^0-Flugrichtung und seinem Impuls können dann V^0-Kandidaten selektiert werden.

Um eine möglichst vollständige Liste aller im Ereignis nachgewiesenen Teilchen mit bestmöglicher Energieauflösung zu erhalten, wurde ein spezielles Energiefluß-Rekonstruktionsprogramm entwickelt [51]. Dieses verwendet neben den Kalorimeterinformationen auch die Messungen der Spurimpulse und die Möglichkeiten der Elektron-, Myon-, Photon-, π^0- und V^0-Erkennung. Da die am Ende des Programms ausgegebene Liste von 'Energieflußobjekten' die Messung der im Ereignis nachgewiesenen Teilchen darstellt[3] und somit von grundlegender Bedeutung für die vorliegende Analyse ist, wird der Rekonstruktionsalgorithmus hier etwas ausführlicher beschrieben.

In einer ersten 'Reinigungs'-Stufe wird zunächst versucht, nur 'gute' Detektorsignale zu verwenden. So werden z.B. Elektronikrauschen und Fehlverhalten im Datenrekonstruktionssystem unterdrückt:

[3] Diese Definition des Teilcheninhaltes eines Ereignisses trifft für die gemessenen ALEPH-Daten zu. Durch die Anwendung von Detektorkorrekturfaktoren (siehe Abschnitt 5.5.1) werden jedoch die Meßergebnisse für fehlende Akzeptanz und Auflösung korrigiert.

1. Für Spuren geladener Teilchen wird gefordert, daß sie mit mindestens vier TPC-Punkten vermessen wurden und aus einem Zylinder in Strahlrichtung um den Wechselwirkungspunkt entstammen, der eine Länge von 20 cm und einen Radius von 2 cm besitzt. Wenn der rekonstruierte Teilchenimpuls größer als 15 GeV/c ist, so werden mindestens acht TPC-Koordinaten und ein ITC-Meßpunkt verlangt.

2. Spuren geladener Teilchen, die diese Selektion nicht erfüllen, werden trotzdem weiter verwendet, wenn sie zu einem rekonstruierten V^0 gehören (siehe oben), das aus einem Zylinder der Länge 30 cm und dem Radius 5 cm um den Wechselwirkungspunkt entstammt. Spuren, die auch dieses Kriterium nicht erfüllen, werden im folgenden nicht mehr verwendet.

3. Für das elektromagnetische und das hadronische Kalorimeter werden rauschende Kanäle, die sich systematisch in mehreren aufeinander folgenden Ereignissen zeigen, schon vor der Ereignisrekonstruktion bestimmt und entfernt.

Nach diesen Reinigungsschnitten werden die Spuren geladener Teilchen in die Kalorimeter extrapoliert. Dann werden topologisch zusammengehörende Gruppen von Spuren und Kalorimetersignalen gebildet, die im folgenden als Kalorimeterobjekte bezeichnet werden. Von diesen ausgehend wird dann die folgende Analyse durchgeführt:

1. Die Energie aller geladenen Teilchen, die vom Wechselwirkungspunkt stammen oder zu einem rekonstruierten V^0 gehören, wird unter Annahme der Pionmasse berechnet.

2. Identifizierte Spuren von $e^{\pm}$ (siehe oben) werden zusammen mit der zugehörigen Energie im ECAL aus der Menge der Kalorimeterobjekte entfernt. Falls der Unterschied zwischen der Kalorimeterenergie und der Energie aufgrund des gemessenen Teilchenimpulses größer als das Dreifache der erwarteten Auflösung ist, so wird angenommen, daß diese Differenz durch ein Bremsstrahlungsphoton bewirkt wurde, dessen Energie dann als neutrale elektromagnetische Energie gezählt wird.

3. Identifizierte Spuren von $\mu^{\pm}$ (siehe oben) werden ebenfalls aus der Menge der Kalorimeterobjekte entnommen. Dabei werden die entsprechenden Energiedepositionen in ECAL und HCAL von den zugehörigen Kalorimetersignalen abgezogen.

4. Weiterhin werden auch die Energien identifizierter Photonen und π^0-Mesonen (siehe oben) als elektromagnetische Energie neutraler Teilchen gezählt und aus der Menge der Kalorimeterobjekte entfernt.

5. Damit bleiben nur Signale von geladenen und neutralen Hadronen in der Menge der Kalorimeterobjekte übrig. Die Energie geladener Hadronen ist bereits unter Punkt 1 dieser Auflistung bestimmt worden, aber die Energie neutraler Hadronen wurde bisher noch nicht berücksichtigt. Dies geschieht nun durch die Identifizierung eines signifikanten Überschusses in der Kalorimeterenergie: Für jedes Kalorimeterobjekt, von dem ggf. wie bereits zuvor erwähnt schon die Energie z.B. eines identifizierten Myons subtrahiert wurde, wird die verbleibende Energie in den Kalorimetern aufsummiert, wobei die unterschiedliche Energiedeposition in ECAL und HCAL für

Hadronsignale berücksichtigt wird. Ist diese Summe größer als die zugehörige Energie verbleibender Spuren geladener Teilchen, und ist der Überschuß größer als die erwartete Auflösung und größer als 500 MeV, so wird dieses Signal als Energie neutraler Hadronen berücksichtigt.

Auf diese Weise wird eine Liste von 'Energieflußobjekten' ($e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, Photonen, geladene und neutrale Hadronen), die durch ihre Energien und Impulse gekennzeichnet sind, gewonnen. Hinzugefügt werden nur noch die Signale aus den Luminositätskalorimetern, in denen keine Teilchenidentifizierung durchgeführt wird. Diese Liste ist dann eine gute Näherung für die in der e^+e^--Annihilation erzeugten Teilchen, die nicht weiter über die starke Wechselwirkung zerfallen. Lediglich Neutrinos sind in dieser Auflistung nicht enthalten, da sie kein Detektorsignal hinterlassen. Unter Verwendung der 'Energieflußobjekte' wird eine mittlere Auflösung für die gesamte im Detektor deponierte Energie pro Ereignis von etwa 6 GeV erreicht. Die Winkelauflösung für die Rekonstruktion der Richtung der primären Quarks in 2-Jet-Ereignissen beträgt etwa 20 mrad [51].

Kapitel 5

Die Messung

5.1 Ereignisselektion und Jetdefinition

Den im ALEPH-Detektor bei einer Schwerpunktenergie von etwa 91.2 GeV vermessenen Endzuständen von Elektron-Positron-Wechselwirkungen liegen verschiedene physikalische Prozesse zugrunde. Da sich die vorliegende Arbeit jedoch nur mit Quark- und Gluonjets aus hadronischen Zerfällen des Z^0-Bosons befaßt, müssen solche Ereignisse zunächst ausgewählt werden. Dazu wird zuerst eine Standardselektion verwendet, die auf der Messung von Spuren geladener Teilchen basiert. Im einzelnen wird gefordert, daß es mindestens 5 Spuren in der TPC gibt, die die folgenden drei Kriterien erfüllen. (a) Es wurden mindestens 4 TPC-Punkte gemessen. (b) Der Punkt auf der rekonstruierten Spur, für den der radiale Abstand zum Wechselwirkungspunkt minimal ist, muß innerhalb eines konzentrischen Zylinders um die Strahlachse mit einem Radius von 2 cm und einer Länge von 20 cm liegen. Dabei ist als Mittelpunkt des Zylinders der Wechselwirkungspunkt festgelegt. (c) Der Betrag des Kosinus des Winkels θ zwischen der Impulsrichtung des geladenen Teilchens und der Strahlachse muß kleiner als 0.95 sein ($18.2° < \theta < 161.8°$). Außerdem wird verlangt, daß die Summe der Teilchenenergien aller Spuren in der TPC, die die zuvor genannten Kriterien erfüllen, größer als 10% der Schwerpunktenergie ist.

Zusätzlich wird gefordert, daß die im Detektor sichtbare Energie E_{vis} mindestens 20 GeV beträgt. Die Größe E_{vis} wird durch Summation über die in Abschnitt 4.3 besprochenen 'Energieflußobjekte' bestimmt. Dabei wird gegenüber der dort erwähnten Standardselektion lediglich zusätzlich eine Mindestenergie von 500 MeV für jedes neutrale Teilchen gefordert.

Mit dieser Ereignisselektion erhält man aus den vom ALEPH-Detektor in den Jahren 1991 bis 1994 aufgezeichneten Daten etwa 3 Millionen Ereignisse des Typs $Z^0 \rightarrow$ *Hadronen*. Der verbleibende Anteil von Untergrundereignissen aus z.B. dem Prozeß $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ oder 2-Photon-Wechselwirkungen ist vernachlässigbar klein.

In jedem dieser Ereignisse werden dann die zuvor erwähnten 'Energieflußobjekte' (einschließlich der Forderung einer Mindestenergie von 500 MeV für jedes neutrale Teilchen) als Eingabe für den Durham-Cluster-Algorithmus benutzt. Mit dessen Hilfe werden unter Verwendung eines Auflöseparameters von $y_{cut} = y_1 = 0.1$ mercedessternartige 3-Jet-Ereignisse selektiert. Anschließend werden Ereignisse verworfen, bei denen die Eigenschaften von Quark- und Gluonjets durch die Abstrahlung eines energiereichen Photons von einem der primären Quarks verzerrt werden. Solche Ereignisse werden dadurch definiert, daß ein einzelnes Photon mehr als 85% zur Energie eines Jets beiträgt. Um sicherzustellen, daß die verwendeten 3-Jet-Ereignisse im Detektor gut vermessen sind, wird außerdem gefordert, daß der Winkel zwischen der durch den Durham-Algorithmus definierten Jetachse und der Strahlachse jeweils mindestens 35° beträgt. Abschließend wird noch verlangt, daß für jedes der akzeptierten Ereignisse der Vertexdetektor betriebsbereit war und aus den Spuren im Ereignis ein Primärvertex rekonstruiert werden konnte. Diese Forderungen sind nötig, um später Gluonjetkandidaten identifizieren zu können.

Mit dieser vollständigen Ereignisselektion verbleiben 71 972 hadronische Z^0-Zerfälle, welche für die vorliegende Arbeit verwendet werden. In führender Ordnung QCD sind die hier selektierten 3-Jet-Ereignisse durch ein Quark, ein Antiquark und ein Gluon mit etwa vergleichbarer Energie initiiert, so daß dieser Ereignistyp oft mit $Z^0 \rightarrow q\bar{q}g$ gekennzeichnet wird.

Um die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets aus den Daten entnehmen zu können, müssen zwei Jetmengen definiert werden, deren relative Anteile von Quark- bzw. Gluonjets möglichst unterschiedlich sind. Eine der beiden Mengen wird aus allen Jets in den selektierten 3-Jet-Ereignissen gebildet. Diese sogenannte *gemischte* Jetmenge (215 916 Jets) besteht damit zu etwa 1/3 aus Gluonjets und zu etwa 2/3 aus Quarkjets[1]. Sie wird im folgenden mit dem Index *mix* gekennzeichnet.

Für die zweite Jetmenge wird ein wesentlich höherer Gluonjetanteil erreicht, indem zwei der Jets in den 3-Jet-Ereignissen als Quarkjets identifiziert werden können und nur der verbleibende dritte Jet als Gluonjetkandidat einer speziellen Jetmenge zugeordnet wird. Die Methode, mit der dies geschieht, wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

5.2 Identifizierung von Gluonjetkandidaten

Um Gluonjetkandidaten zu identifizieren wird ein sogenannter 'b-tagging Algorithmus' verwendet. Diesem liegt die Tatsache zugrunde, daß b-Hadronen und in schwächerem Maße auch c-Hadronen recht lange Lebensdauern besitzen und oft erst nach einer nachweisbaren Flugstrecke in andere Teilchen zerfallen. So beträgt beispielsweise die mittlere Lebensdauer von b-Hadronen $\tau_b \approx (1.1 - 1.7) \cdot 10^{-12}$ s [17], woraus sich im Detektor eine Flugstrecke von einigen Millimetern ergeben kann, bevor das b-Hadron durchschnittlich in 5 bis 6 geladene Teilchen zerfällt [52] (siehe auch Abbildung 3.1(c)). Durch die Suche nach Teilchenspuren, die nicht vom primären Vertex stammen, können damit Jets, die ein b- oder c-Hadron enthalten, selektiert werden. Weiter muß man berücksichtigen, daß die b- und c-Quarks, die in diesen Hadronen enthalten sind, fast ausschließlich im Zerfall des Z^0 entstehen und hohe Energien tragen und nur sehr selten durch die Aufspaltung eines Gluons produziert werden ($\bar{n}_{g\rightarrow b\bar{b}} \approx 0.3\%$ [53], $\bar{n}_{g\rightarrow c\bar{c}} \approx 2.7\%$ [54]). Damit wird klar, daß mit der Identifikation eines Jets, der ein schweres Hadron enthält, dieser Jet gleichzeitig als ein Quarkjet gekennzeichnet ist. Wenn es auf diese Weise möglich ist, zwei der Jets im Ereignis als Quarkjets zu identifizieren, dann kann der verbleibende dritte Jet

[1] Hier sei darauf hingewiesen, daß in dieser Arbeit nicht der Versuch unternommen wird, zwischen Quarks und Antiquarks zu unterscheiden. Wenn also im folgenden von Quarkjets gesprochen wird, sind Antiquarkjets gleichermaßen gemeint.

im Ereignis als Gluonjetkandidat betrachtet werden. Im folgenden wird nun der 'b-tagging Algorithmus' genauer beschrieben.

5.2.1 Der 'b-tagging Algorithmus'

Eine detaillierte Beschreibung des 'b-tagging Algorithmus' ist in den Referenzen [55] und [56] zu finden. Hier seien nur die wichtigsten Schritte aufgeführt.

Zunächst werden die gemessenen 'Energieflußobjekte' mit dem JADE-Cluster-Algorithmus unter Verwendung des Auflöseparameters $y_{cut} = 0.02$ zu Jets zusammengefaßt. Dabei ist die Wahl des Cluster-Algorithmus und des Auflöseparameters auf die Reproduktion der b-Hadron-Flugrichtung optimiert worden. Im folgenden werden dann nur Jets berücksichtigt, die eine Mindestenergie von 10 GeV besitzen. Aus den Jetrichtungen, der Strahlposition in LEP und allen Spuren von geladenen Teilchen im Ereignis werden anschließend die Koordinaten des Primärvertex einschließlich ihrer Fehlermatrix bestimmt. Nun kann ein Stoßparameter D für jede Spur eines geladenen Teilchens berechnet werden. Dazu wird zunächst die jeweilige Jetachse als Näherung der b-Hadron-Flugrichtung und die zum Jet gehörigen Spuren geladener Teilchen als Zerfallsprodukte des b-Hadrons angenommen. In dem Punkt der größten Annäherung zwischen Spurhelix und Jetachse (Punkt P) wird die Spur linearisiert fortgesetzt. Der kürzeste Abstand zwischen der linearisierten Spur und dem zuvor berechneten Primärvertex ist dann der Betrag des Stoßparameters D. Das Vorzeichen von D ist positiv, wenn der Punkt P, gemessen an der Position des Primärvertex, in Richtung der Jetachse liegt; es ist negativ, wenn P in der rückwärtigen Verlängerung der Jetachse liegt. Der Fehler des Stoßparameters (σ_D) wird aus den Fehlermatrizen des Primärvertex und der Spuranpassung unter Berücksichtigung der jeweiligen Korrelationen bestimmt.

Aus dem Stoßparameter und seinem Meßfehler wird die Stoßparametersignifikanz ($S := D/\sigma_D$) gebildet. Die Verteilung dieser Größe ist in Abbildung 5.1 für verschiedene Ereignistypen dargestellt. Zunächst erkennt man für $Z^0 \to u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$, daß S symmetrisch um Null verteilt ist. Da die in solchen Ereignissen im Detektor nachgewiesenen u,d,s-Hadronen in der Regel direkt am Primärvertex entstanden sind[2], stellen beide Maxima rechts und links von $S = 0$ ein Maß für die beschränkte Auflösung des Detektors dar. Dagegen erkennt man für $Z^0 \to b\bar{b}$ und $Z^0 \to c\bar{c}$ Ereignisse eine deutlich unsymmetrische Verteilung. Es gibt lange Ausläufer zu positiven S, was ein klares Kennzeichen dafür ist, daß ein b- oder c-Hadron erst eine gewisse Strecke geflogen ist, bevor es in mehrere geladene Teilchen zerfallen konnte.

Um die in der S-Verteilung enthaltenen Informationen für die Identifikation von Jets, welche langlebige, schwere Hadronen beinhalten, zu verwenden, wird für jede Spur eines geladenen Teilchens im Ereignis eine Größe P_T definiert, die für die beiden Hypothesen, daß das geladene Teilchen am Primärvertex entstanden ist oder erst in einem meßbaren Abstand vom primären Vertex erzeugt wurde, unterschiedlichen Verteilungen folgt. Durch geeignete Kombination der Größen P_T für alle Spuren geladener Teilchen in einem Jet läßt sich dann eine Größe P_{jet} definieren, die ebenfalls für die zwei Hypothesen, daß alle verwendeten Teilchen vom Primärvertex stammen oder erst in einem Abstand zu diesem

[2]Tochterspuren von V^0-Teilchen werden vorher weitgehend für die Analyse verworfen.

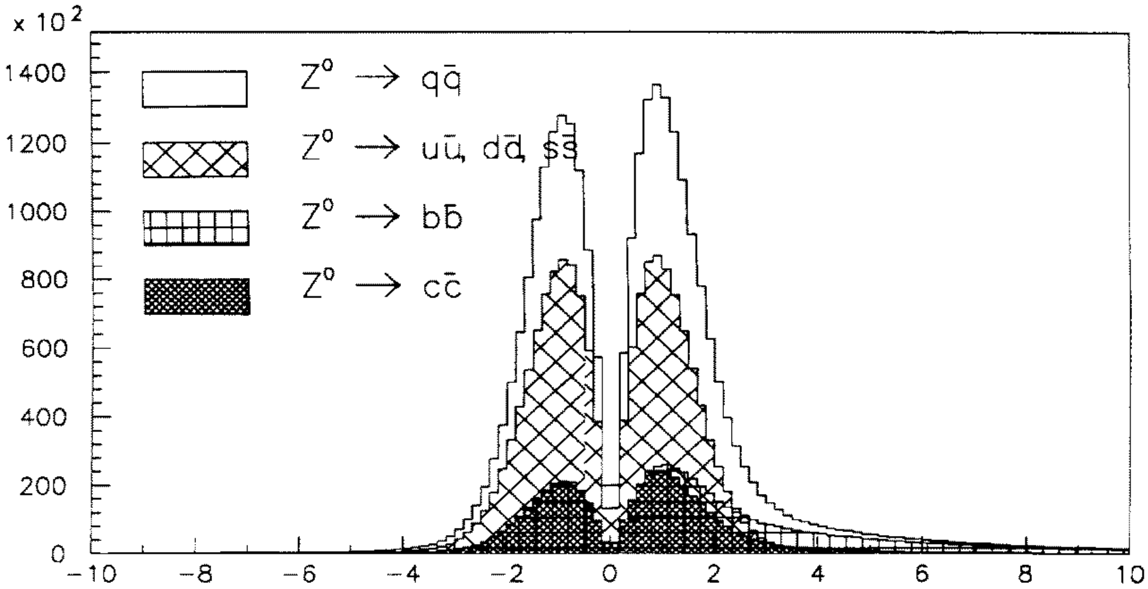

Abbildung 5.1: *Verteilung der Stoßparametersignifikanz $S = D/\sigma_D$ für verschiedene Ereignistypen [55]. Die Histogramme wurden unter Verwendung des Jetset-MC-Modells gewonnen. Der $b\bar{b}$-Anteil ist deutlich im positiven Ausläufer der S-Verteilung zu erkennen.*

erzeugt wurden, unterschiedlichen Verteilungen folgt. Durch Schnitte an die Größe P_{jet} lassen sich damit Jets, die langlebige, schwere Hadronen enthalten, selektieren. Wie dies im einzelnen geschieht, ist im folgenden dargestellt.

Man geht davon aus, daß der negative Teil der S-Verteilung durch geladene Teilchen bewirkt wird, welche direkt am Primärvertex entstanden sind. Aufgrund von Meßungenauigkeiten werden diesen Teilchen gleichwahrscheinlich negative oder positive Werte von S zugeordnet. Da andererseits z.B. für die geladenen Zerfallsprodukte aus b-Hadron-Zerfällen größere positive Werte von S bestimmt werden, charakterisiert also der negative Teil der S-Verteilung die beschränkte Detektorauflösung, während der positive Teil Informationen über Teilchen mit größerer Lebensdauer enthält. Um nun die Detektorauflösung zu parametrisieren, wird an den negativen Teil der S-Verteilung eine Summe aus einer Gauß- und zwei abfallenden Exponentialfunktionen angepaßt. Das Ergebnis dieser Anpassung ist eine kontinuierliche Funktion $g(S)$, die nur für negative Werte von S definiert ist. Aufgrund der gewählten Anpassungsfunktionen läßt sich $g(S)$ recht einfach integrieren, so daß mit ihrer Hilfe die Wahrscheinlichkeitsdichte $R(S)$ der Stoßparametersignifikanz für die Hypothese definiert werden kann, daß die Spuren geladener Teilchen am Primärvertex erzeugt wurden:

$$R(S) \;=\; \frac{g(S)}{\int_{-\infty}^{0} g(S')dS'} \,. \tag{5.1}$$

$R(S)$ ist ebenfalls nur für negative Werte von S definiert und wird im folgenden meist als 'Auflösungsfunktion' bezeichnet. Durch geeignete Integration über $R(S)$ erhält man die Verteilungsfunktion $F(S)$ der Stoßparametersignifikanz für negative Werte von S:

$$F(S) = \int_{-\infty}^{S} R(S')dS' \,, \quad S < 0 \,. \tag{5.2}$$

Die Verteilungsfunktion $F(S)$ ist von $F(-\infty) = 0$ bis $F(0) = 1.0$ monoton steigend und zeigt dort den stärksten Anstieg, wo die 'Auflösungsfunktion' $R(S)$ maximal ist. Die Wahrscheinlichkeitsdichte von F folgt einer Gleichverteilung zwischen den Werten $F = 0$ und $F = 1$. Das heißt, wenn der negative Teil der S-Verteilung durch die Funktion $g(S)$ perfekt beschrieben wird, dann entspricht die Häufigkeitsverteilung von F, wobei nur Spuren geladener Teilchen mit negativem S betrachtet werden, einer Gleichverteilung im Intervall $F \in [0.0; 1.0]$.

Um nun Informationen über Teilchen mit größeren Lebensdauern unter Berücksichtigung der Detektorauflösung für den jeweils gemessenen Wert von S zu extrahieren, wird die Annahme gemacht, daß die Detektorauflösung, wie sie aus dem negativen Teil der S-Verteilung bestimmt wurde, bei $S = 0$ gespiegelt auch für positive S gilt. Damit wird unter Verwendung der 'Auflösungsfunktion' $R(S)$ und des Meßwertes von S für jede Spur eines geladenen Teilchens im Ereignis entsprechend der zuvor definierten Verteilungsfunktion $F(S)$ nun die Größe $P_T(S)$ berechnet

$$P_T(S) \;=\; sign(S) \;\cdot\; \int_{-\infty}^{-|S|} R(S')dS' \tag{5.3}$$

(der Wertebereich von $P_T(S)$ liegt zwischen -1 und $+1$). Diese Größe ist so definiert, daß für die Hypothese, daß alle verwendeten Spuren vom Primärvertex stammen, die Häufigkeitsverteilung von P_T eine Gleichverteilung im Intervall $P_T \in [-1.0; 1.0]$ liefert. Dabei ergeben sich die negativen Werte von $P_T(S)$ für Spuren mit $S < 0$ (Gleichung 5.3 ist bis auf das Vorzeichen identisch mit Gleichung 5.2) und die Gleichverteilung für positive P_T folgt aus den Spuren geladener Teilchen vom Primärvertex mit positivem S. Dagegen liefert diese Definition von $P_T(S)$ für Spuren geladener Teilchen, die nicht vom Primärvertex stammen (z.B. Zerfallsprodukte von b-Hadronen, denen in der Regel größere positive Werte von S zugeordnet sind), eine Verteilung der Werte von P_T, die eine starke Erhöhung auf der positiven Seite von $P_T = 0$ zeigt und dann zu größeren P_T rasch abfällt.

In Abbildung 5.2 ist die P_T-Häufigkeitsverteilung für verschiedene Ereignistypen dargestellt. Für $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$ Ereignisse und in etwas schwächerem Maße auch für $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$ Ereignisse ist eine sehr klare Spitze auf der positiven Seite von $P_T = 0$ zu erkennen. Diese rührt von den Zerfallsprodukten langlebiger Teilchen her, welche große $S = D/\sigma_D$ besitzen und für die sich aus Gleichung 5.3 kleine positive Werte für P_T ergeben. Diese Spitze ist somit eine Signatur für langlebige b- und c-Hadronen. Dagegen ist für $Z^0 \rightarrow u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ Ereignisse nur eine kleine Spitze auf der positiven Seite von $P_T = 0$ zu erkennen, welche durch Untergrundeinflüsse wie in der Analyse verbliebene V^0-Tochterspuren und andere zerfallende Teilchen (z.B. $\Sigma^{\pm}$) zu erklären ist.

Die bisher beschriebene Methode liefert mit der Ausgabe von $P_T(S)$ auch für Spuren geladener Teilchen mit negativen S eine gute Möglichkeit, die Parametrisierung der Detektorauflösung durch die Funktion $g(S)$ zu überprüfen. Falls $g(S)$ den negativen Teil der S-Verteilung nicht gut beschreibt, so ergibt sich für die P_T-Häufigkeitsverteilung keine Gleichverteilung im Intervall $P_T \in [-1.0; 0.0]$. Genau dieser Effekt zeigte sich für die vorliegende Arbeit, wenn die Standardparametrisierung von $g(S)$ für ALEPH-Daten und simulierte ALEPH-Ereignisse (siehe Abschnitt 5.3) verwendet wurde. Dies liegt daran, daß die verwendeten 3-Jet-Ereignisse nur eine kleine, spezielle Untermenge aller hadronischen Z^0-Zerfälle darstellen. Daher war es nötig, die Funktion $g(S)$ speziell für die verwendeten

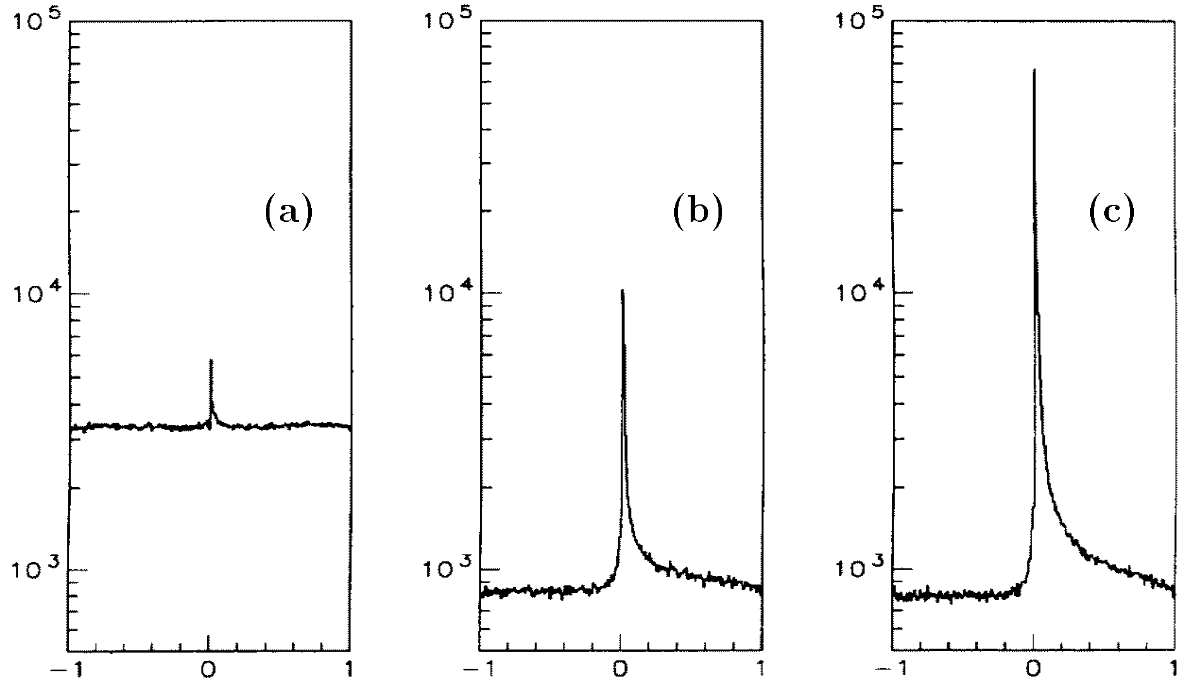

Abbildung 5.2: *P_T-Häufigkeitsverteilung für verschiedene Ereignistypen [55]: (a) für $Z^0 \to u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$, (b) für $Z^0 \to c\bar{c}$ und (c) für $Z^0 \to b\bar{b}$. Die Verteilungen wurden unter Verwendung des Jetset-MC-Modells gewonnen.*

Ereignisse an den negativen Teil der S-Verteilung anzupassen und erst dann die Größen $P_T(S)$ zu bestimmen.

Da die Größe P_T für jede Spur eines geladenen Teilchens im Ereignis bestimmt wird, lassen sich die Größen für alle geladenen Teilchen eines Jets zu einer kombinierten Größe P_{jet} zusammenfassen. Dabei wird nun wieder die Jetdefinition gemäß Abschnitt 5.1 verwendet. Wenn N die Anzahl von Spuren geladener Teilchen mit positivem S ist, die zu einem betrachteten Jet gehören und denen der Wert P_{T_i} zugeordnet wurde, dann ist die kombinierte Größe P_{jet} definiert als

$$P_{jet} = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{N-1} \frac{(-\ln \alpha)^j}{j\,!}\,, \quad \text{wobei} \quad \alpha = \prod_{i=1}^{N} P_{T_i}\,. \tag{5.4}$$

Damit ist P_{jet} ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß irgendeine Gruppe von N Spuren geladener Teilchen, die am Wechselwirkungspunkt entstanden sind, die beobachteten Werte von P_T oder eine andere Menge von P_T-Werten, die gleichwahrscheinlich oder unwahrscheinlicher ist, erzeugt. Praktisch bedeutet dies, daß P_{jet} für Jets, die nur solche geladenen Teilchen enthalten, die am Wechselwirkungspunkt entstanden sind, zwischen 0 und 1 flach verteilt ist und für Jets mit z.B. b- und c-Hadronen deutlich gehäuft bei $P_{jet} = 0$ vorkommt.

In Abbildung 5.3 ist die P_{jet}-Häufigkeitsverteilung im Vergleich zwischen ALEPH-Daten und simulierten ALEPH-Ereignissen (siehe Abschnitt 5.3) dargestellt. Die flache Komponente in der Verteilung wird durch u, d, s-Quarkjets und Gluonjets bewirkt, die keine Zerfallsprodukte langlebiger Hadronen enthalten. Für Jets, welche nicht einmal geladene Teilchen, für die ein positives S bestimmt wurde, beinhalten, wird $P_{jet} = 1.0$ eingetragen. Dagegen führen b- und c-Quarkjets, die geladene Zerfallsprodukte langlebiger Hadronen enthalten, zu dem starken Anstieg der Verteilung hin zu kleinen P_{jet}. Im Vergleich zwischen simulierten Ereignissen und ALEPH-Daten kann man eine gute Übereinstimmung feststellen. Durch die Wahl eines Schnittes in dieser Häufigkeitsverteilung (P_{jet}^{cut}) können somit bestimmte Jetarten angereichert werden.

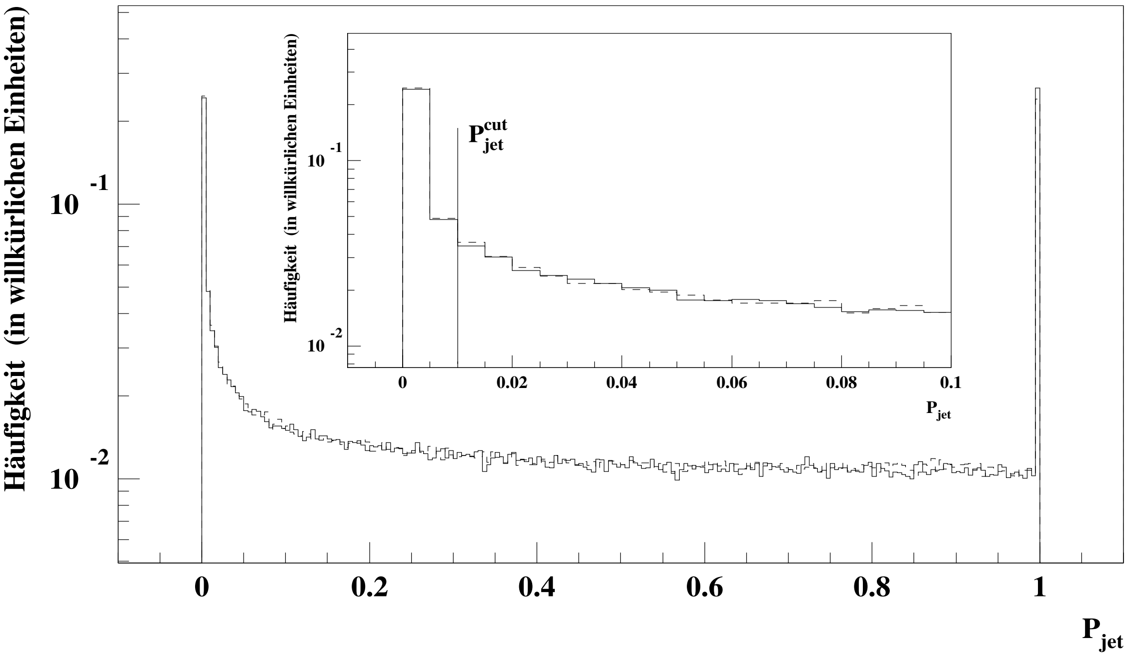

Abbildung 5.3: *P_{jet}-Häufigkeitsverteilung für ALEPH-Daten (durchgezogene Linie) und simulierte ALEPH-Ereignisse (gestrichelte Linie, siehe Abschnitt 5.3). Die Verteilungen sind auf die gleiche Anzahl akzeptierter 3-Jet-Ereignisse normiert. In dem Unterbild ist ein Ausschnitt der Verteilungen vergrößert dargestellt. Dort ist auch der Schnitt zur Selektion von Gluonjetkandidaten angedeutet (siehe Abschnitt 5.2.2).*

5.2.2 Definition der gluonenangereicherten Jetmenge

Durch die Definition der Größe P_{jet} für jeden Jet im Ereignis (siehe Abschnitt 5.2.1) ergibt sich die Möglichkeit, eine Jetmenge mit einem hohem Anteil von Gluonjets zu selektieren. Dazu werden die in Abschnitt 5.1 ausgewählten 3-Jet-Ereignisse als Grundlage verwendet. Für diese wird gefordert, daß

(a) zweien der Jets im Ereignis ein P_{jet} zugeordnet wurde, welches kleiner als ein Schnittwert P_{jet}^{cut} ist (Quarkjetkandidaten) und

(b) dem verbleibenden dritten Jet im Ereignis ein P_{jet} zugeordnet wurde, welches größer als der Schnittwert P_{jet}^{cut} ist (Gluonjetkandidat).

Wenn beide Bedingungen erfüllt sind (Standardselektion mit $P_{jet}^{cut} = 0.01$, siehe auch Abbildung 5.3), wird der unter Punkt (b) betrachtete Jet einer sogenannten *gluonenangereicherten* Jetmenge zugeordnet. Diese Menge wird im folgenden mit dem Index *tag* gekennzeichnet und beinhaltet 4 005 Gluonjetkandidaten. Damit beträgt die Effizienz der Selektion von Gluonjets 5.6% aller verwendeter $Z^0 \to q\bar{q}g$ Ereignisse. Die Bestimmung der Gluonjetreinheit dieser Menge wird zwar erst in Abschnitt 5.4 im Detail erläutert, aber hier sei bereits erwähnt, daß sie etwa 94% beträgt. Damit ergibt sich eine sichere Möglichkeit, die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets aus den gemischten und gluonenangereicherten Jetmengen zu berechnen.

5.3 Simulation von ALEPH-Ereignissen

Um für Detektoreffekte in den untersuchten Meßgrößen zu korrigieren und die Gluonjetreinheit in den beiden Jetmengen (*mix* und *tag*) abzuschätzen, wurde die Vermessung hadronischer Z^0-Zerfälle im ALEPH-Detektor simuliert. Dazu wurden zunächst hadronische Zerfälle des Z^0-Bosons mit dem Jetset-MC-Modell (Version 7.3) generiert. Dabei wurden sowohl Korrekturen für Photon-Bremsstrahlung im Anfangs- und Endzustand (Programmpaket DYMU3 [57]) als auch aktuelle Zerfallstabellen für b- und c-Hadronen berücksichtigt. Die wichtigen Parameter des MC-Generators waren dabei so eingestellt, daß ALEPH-Messungen von inklusiven Teilchenspektren und Ereignisformvariablen richtig wiedergegeben wurden [58]. Die generierten Ereignisse wurden dann einer detaillierten Simulation des ALEPH-Detektors unterworfen und anschließend dem Rekonstruktionsprogramm zugeführt [59]. Die auf diese Weise bearbeiteten simulierten Ereignisse entsprechen in ihrer Informationsstruktur dann weitgehend den im ALEPH-Detektor tatsächlich aufgezeichneten Ereignissen (Detektorniveau).

Wenn man nun dieselbe Analyse auf die simulierten Ereignisse anwendet, wie sie bisher für die im ALEPH-Detektor vermessenen Ereignisse beschrieben wurde, so erhält man 91 666 mercedessternartige 3-Jet-Ereignisse, also 274 998 Jets in der gemischten Jetmenge. Die Anwendung des 'b-tagging Algorithmus' liefert dann 5 393 Gluonjetkandidaten in der gluonenangereicherten Jetmenge. Damit ist die Statistik simulierter Ereignisse etwa 30% größer als die der ALEPH-Ereignisse. Die daraus resultierenden statistischen Unsicherheiten in den Aussagen für die simulierten Ereignisse werden in die statistischen Fehler der Meßgrößen fortgepflanzt.

5.4 Bestimmung der Gluonjetreinheit

Um aus den Ergebnissen für die Meßgrößen in den beiden Jetmengen *mix* und *tag* die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets zu gewinnen, ist es notwendig, die relativen Anteile von Quark- und Gluonjets in beiden Mengen zu kennen. Diese Informationen werden aus den simulierten 3-Jet-Ereignissen (siehe Abschnitt 5.3), welche die vollständige Ereignisselektion überstanden haben, abgeschätzt.

Die Gluonjetreinheit p^g einer Jetmenge ist in der üblichen Weise gegeben durch das Verhältnis

$$p^g = \frac{\text{`wahre' Gluonjets, welche auf Detektorniveau rekonstruiert werden}}{\text{alle Jets, welche auf Detektorniveau rekonstruiert werden}} \, .$$

Jedoch stellt sich die Frage, wie ein 'wahrer' Gluonjet auf Detektorniveau definiert wird.

Die hier benutzte Definition lehnt sich stark an die generelle Definition eines Gluonjets im MC (siehe Abschnitt 3.3) an. Für die auf Detektorniveau selektierten, simulierten 3-Jet-Ereignisse werden die Partonen am Ende des Partonschauers zu 3 Jets zusammengefaßt. Damit können auf Partonniveau nun die beiden Jets, die die primären Quarks aus dem Z^0-Zerfall enthalten, als Quarkjets definiert werden, während der verbleibende dritte Jet als Gluonjet bezeichnet wird. Für Fälle, in denen sich beide primäre Quarks in demselben Jet befinden (Häufigkeit: etwa 1.9%), ist die obige Definition nicht anwendbar und alle 3 Jets werden per Konvention als Quarkjets bezeichnet. Nach der Definition des Jettyps auf Partonniveau werden diese Ergebnisse auf das Detektorniveau übertragen, indem die Winkeldifferenz zwischen den Jets beider Niveaus minimiert wird: Zunächst wird das Paar mit der kleinsten Winkeldifferenz identifiziert; die verbleibenden beiden Paare werden dann so gewählt, daß die Summe der Winkeldifferenzen zwischen zugehörigen Detektor- und Partonniveaujets möglichst klein ist. Auf diese Weise werden 'wahre' Gluonjets auf Detektorniveau definiert, so daß die Gluonjetreinheit beider Jetmengen für jedes Intervall der Jetenergie abgeschätzt werden kann.

Die so gewonnenen Ergebnisse sind in Abbildung 5.4 zusammen mit Jetenergieverteilungen dargestellt. In den Abbildungen 5.4(a) und 5.4(b) werden die Gluonjetreinheiten beider Jetmengen als Funktion von E_{jet} gezeigt. Wenn man das Energieintervall so groß wählt, daß es alle zur Verfügung stehenden Jetenergien beinhaltet (E_{jet}-integrierter Fall), so ergeben sich die Gluonjetreinheiten zu

$$\begin{aligned} p^g_{mix} &= (32.71 \pm 0.09(\text{stat.}))\% \,, \\ p^g_{tag} &= (94.4 \pm 0.3(\text{stat.}))\% \,. \end{aligned} \tag{5.5}$$

In Abbildung 5.4(c) sind die Jetenergieverteilungen beider Jetmengen für ALEPH-Daten wiedergegeben. Hierbei sei erwähnt, daß die Energie eines Jets (genauer: die Schätzfunktion der Energie eines Jets) E_{jet} in der vorliegenden Arbeit stets aus der Summe der zum Jet gehörigen Teilchenenergien bestimmt wird (Ausnahmen sind als solche gekennzeichnet). Augrund der Impulserhaltung sind damit auch in 3-Jet-Ereignissen Werte von E_{jet} größer als $E_{CM}/2$ möglich. Dies ist nämlich dann der Fall, wenn der Jet eine hohe invariante Masse besitzt, d.h. die Teilchen im Jet hohe Transversalimpulse zueinander aufweisen. Aus den ALEPH-Daten ergeben sich die mittleren Jetenergien zu $\langle E^{mix}_{jet}\rangle \approx 29.0\,\text{GeV}$ und $\langle E^{tag}_{jet}\rangle \approx 26.4\,\text{GeV}$. Aus dem MC-Modell Jetset 7.4 erhält man auf Hadronniveau für reine Quark- und Gluonjets die mittleren Jetenergien $\langle E^{q}_{jet}\rangle \approx 31.6\,\text{GeV}$ und $\langle E^{g}_{jet}\rangle \approx 27.9\,\text{GeV}$. Der Unterschied zwischen beiden Zahlenpaaren läßt sich einfach durch die unterschiedlichen Gluonjetreinheiten und die endliche Detektorakzeptanz erklären.

Der qualitative Verlauf der Gluonjetreinheiten als Funktion der Jetenergie läßt sich aus den Verteilungen in Abbildung 5.4(c) erklären. Dort ist gut zu erkennen, daß Gluonjets (gluonenangereicherte Menge, $p^g_{tag} \approx 94\%$) im Mittel eine kleinere Jetenergie besitzen als Quarkjets (gemischte Menge, $p^g_{mix} \approx 33\%$). Damit erklärt sich, warum die Gluonjetreinheit in der gemischten Menge für niedrige Jetenergien größer ist als für große Jetenergien. Entsprechend ergibt sich auch der Verlauf von $p^g_{tag}(E_{jet})$. Der Abfall der Gluonjetreinheiten zu sehr kleinen Jetenergien ergibt sich aus Phasenraum- und Jetmasseneffekten. Das Ergebnis $p^g_{tag}(44\,\text{GeV} < E_{jet} < 52\,\text{GeV}) = 1.0$ ist auf sehr kleine Statistik zurückzuführen. Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß für jedes Energieintervall die Gluonjetrein-

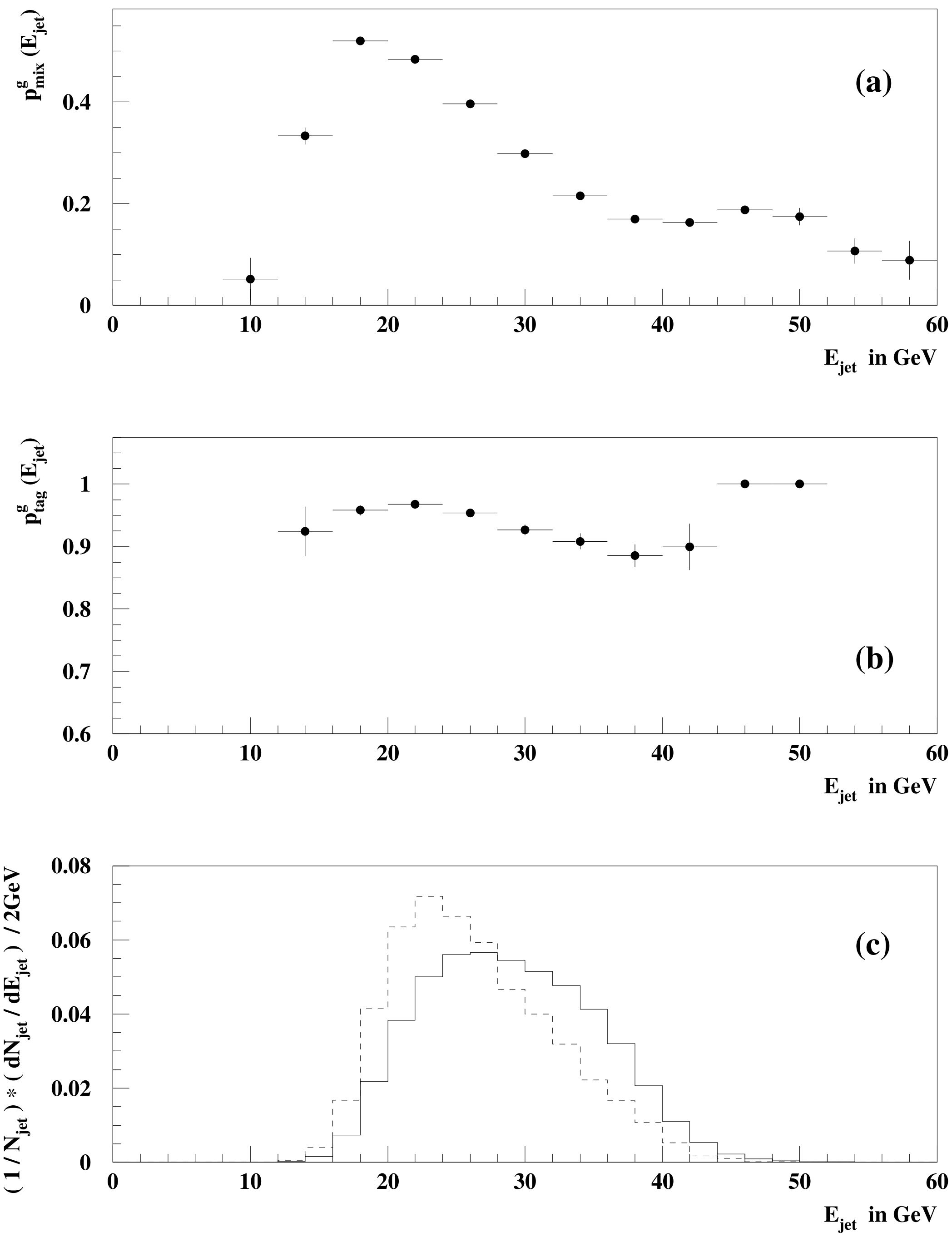

Abbildung 5.4: *Die Gluonjetreinheit ist als Funktion der Jetenergie (a) für die gemischte Jetmenge und (b) für die gluonenangereicherte Jetmenge dargestellt. Beide Bilder wurden unter Verwendung simulierter Ereignisse (siehe Abschnitt 5.3) erstellt; die Fehlerbalken zeigen die statistische Unsicherheit der Bestimmung. In Abbildung (c) ist die Jetenergieverteilung der gemischten Menge (durchgezogenes Histogramm) und der gluonenangereicherten Jetmenge (gestricheltes Histogramm) wiedergegeben. Beide Verteilungen wurden aus ALEPH-Daten bestimmt und auf Fläche 1 normiert.*

heit in beiden Jetmengen deutlich unterschiedlich und damit die im folgenden Abschnitt beschriebene Entfaltungsmethode sicher anwendbar ist.

5.5 Detektorkorrekturen und Entfaltung

Nachdem zwei Jetmengen mit unterschiedlichen Gluonjetanteilen definiert sind, werden Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung in der gemischten und in der gluonenangereicherten Jetmenge bestimmt. Diese Meßgrößen werden dort sowohl als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0 als auch in Intervallen der Jetenergie E_{jet} vermessen. Da der Detektor nicht perfekt ist, sondern nur beschränkte Akzeptanz und Auflösung besitzt, werden die gemessenen Größen für Detektoreffekte korrigiert. Abschließend werden aus den korrigierten Meßgrößen die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets entfaltet. Dieses Vorgehen entspricht dem in [37, 38, 39] beschriebenen Verfahren, jedoch wird es im folgenden für den E_{jet}-abhängigen Fall verallgemeinert dargestellt.

5.5.1 Detektorkorrekturfaktoren

Die Korrektur der gemessenen Größen für Detektoreffekte (z.B. Akzeptanz und Auflösung), Bremsstrahlung im Anfangszustand (ISR, engl.: initial state radiation) und Verzerrungen durch die Analysemethode (z.B. durch die Anwendung des 'b-tagging Algorithmus') wird mit Hilfe einer einfachen multiplikativen Methode durchgeführt.

Einerseits werden simulierte Ereignisse (siehe Abschnitt 5.3), jedoch ohne Bremsstrahlung im Anfangszustand und ohne Anwendung einer Detektorsimulation, verwendet, um die Meßgrößen für reine Quark- und Gluonjets auf Hadronniveau zu bestimmen. In dieser Simulation läßt man Teilchen, die eine mittlere Lebensdauer von weniger als 1 ns besitzen, zerfallen, während alle anderen Teilchen als stabil betrachtet und für den Cluster-Algorithmus verwendet werden. Um nicht isolierte Photonen aus $Z^0 \rightarrow q\bar{q}\gamma$ Ereignissen fälschlich als Gluonjets zu identifizieren, werden Ereignisse verworfen, bei denen ein einzelnes Photon mehr als 85% der Energie eines Jets trägt. Die Meßgrößen, die man mit dieser Simulation erhält, werden im folgenden mit $X_g^{gen}(E)$ und $X_q^{gen}(E)$ bezeichnet. (Dabei steht X für $\langle N-1\rangle$ oder σ und (E) bezeichnet ein beliebiges Intervall der Jetenergie.)

Andererseits werden die in Abschnitt 5.3 beschriebenen simulierten Ereignisse nun mit Bremsstrahlung im Anfangszustand und mit Verwendung einer vollständigen Detektorsimulation verwendet, um die Meßgrößen für MC-Ereignisse zu bestimmen, bei denen dasselbe Analyseprogramm verwendet wurde wie bei den ALEPH-Daten. Die auf diese Weise gewonnenen Größen werden im folgenden mit $X_{mix}^{gen+det}(E)$ und $X_{tag}^{gen+det}(E)$ bezeichnet. Zusätzlich werden mit dieser Simulation, wie zuvor beschrieben, auch die Gluonjetreinheiten $p_{mix}^g(E)$ und $p_{tag}^g(E)$ berechnet.

Damit können die korrigierten Meßgrößen $X_i^{corr}(E)$ bestimmt werden als

$$X_i^{corr}(E) \;=\; X_i^{meas}(E) \;\cdot\; C_i(E) \tag{5.6}$$

mit

$$C_i(E) \;=\; \frac{p_i^g(E)\cdot X_g^{gen}(E) \;+\; [1-p_i^g(E)]\cdot X_q^{gen}(E)}{X_i^{gen+det}(E)} \;. \tag{5.7}$$

Hierbei kennzeichnet die Variable i entweder die gemischte oder die gluonenangereicherte Jetmenge ($i \in \{mix,\ tag\}$), und $X_i^{meas}(E)$ bezeichnet die aus den ALEPH-Daten berechneten Meßgrößen für beide Jetmengen. Diese Korrekturmethode wird für alle Werte von y_0 und getrennt für jedes Intervall der Jetenergie durchgeführt. Sie berichtigt die Messungen auf eine feste Schwerpunktenergie (frei von ISR) und auf eine wohldefinierte Teilchenzusammensetzung im Endzustand, der aus einem Anteil von p_i^g Gluonjets und $1-p_i^g$ Quarkjets besteht. Zudem berichtigt diese Korrekturmethode Verzerrungen, welche durch die Identifikation von Gluonjetkandidaten eingeführt werden: So besitzen z.B. die Quarkjets in der gluonenangereicherten Jetmenge eine andere Mischung des Ereignistyps (vorwiegend b- und c-Quark Ereignisse) als die Quarkjets in der gemischten Jetmenge (zu etwa je 1/5 u-, d-, s-, c- und b-Quark Ereignisse). Da der Anteil von Quarkjets in der gluonenangereicherten Jetmenge jedoch im Mittel nur 5.6% beträgt (siehe Gleichung 5.5), sind solche Verzerrungen klein und können mit dieser einfachen Methode korrigiert werden. Die verbleibende systematische Unsicherheit solcher Effekte wird in Abschnitt 5.6 abgeschätzt und in dem systematischen Fehler der Messung berücksichtigt.

In Abbildung 5.5 sind die Detektorkorrekturfaktoren C_i für den E_{jet}-integrierten Fall als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0 dargestellt. Generell kann man feststellen, daß die Korrekturen für diesen Fall typischerweise kleiner als 10% sind, jedoch an der Phasenraumgrenze (bei großen y_0) größere Werte erreichen können. Der Anstieg der relativen statistischen Fehler von kleinen y_0 zu großen y_0 läßt sich durch den langsameren Abfall der Standardabweichungen im Vergleich zu den Mittelwerten, bzw. den langsameren Abfall der zentralen 4. Momente der Subjet-Multiplizitätsverteilung im Vergleich zu den Standardabweichungen erklären (siehe z.B. Abbildung 3.3). Für den Fall, daß man Detektorkorrekturfaktoren in Intervallen der Jetenergie bestimmt, sind diese Korrekturen typischerweise kleiner als 15%, an der Phasenraumgrenze allerdings größer.

Die Definition der Korrekturfaktoren C_i ist so gewählt, daß für die Berechnung von Zähler und Nenner dieser Größen dasselbe MC-Modell verwendet wird. Daher sollten in einfachster Näherung die Detektorkorrekturfaktoren unabhängig von der Wahl des MC-Modells sein. Die tatsächlich trotzdem verbleibende Abhängigkeit wird in Abschnitt 5.6 abgeschätzt und in dem systematischen Fehler der Messung berücksichtigt.

5.5.2 Entfaltung

Die Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets, X_q und X_g, werden aus den detektorkorrigierten Meßgrößen der gemischten und gluonenangereicherten Jetmengen (X_{mix}^{corr} und X_{tag}^{corr}, siehe Abschnitt 5.5.1) entfaltet, indem das folgende Gleichungssystem gelöst wird:

$$\begin{aligned} X_{tag}^{corr}(E) &= p_{tag}^g(E) \cdot X_g(E) \;+\; [1 - p_{tag}^g(E)] \cdot X_q(E)\,, \\ X_{mix}^{corr}(E) &= p_{mix}^g(E) \cdot X_g(E) \;+\; [1 - p_{mix}^g(E)] \cdot X_q(E)\,. \end{aligned} \tag{5.8}$$

Dabei sind $p_{tag}^g(E)$ und $p_{mix}^g(E)$ wiederum die in Abschnitt 5.4 bestimmten Gluonjetreinheiten beider Jetmengen. Mit diesem Ansatz für die Bestimmung von X_q und X_g nimmt man implizit an, daß die Gluonjeteigenschaften nicht von dem Quarktyp des Ereignisses ($Z^0 \to q\bar{q}g$) abhängen. Diese Annahme ist vom theoretischen Standpunkt aus

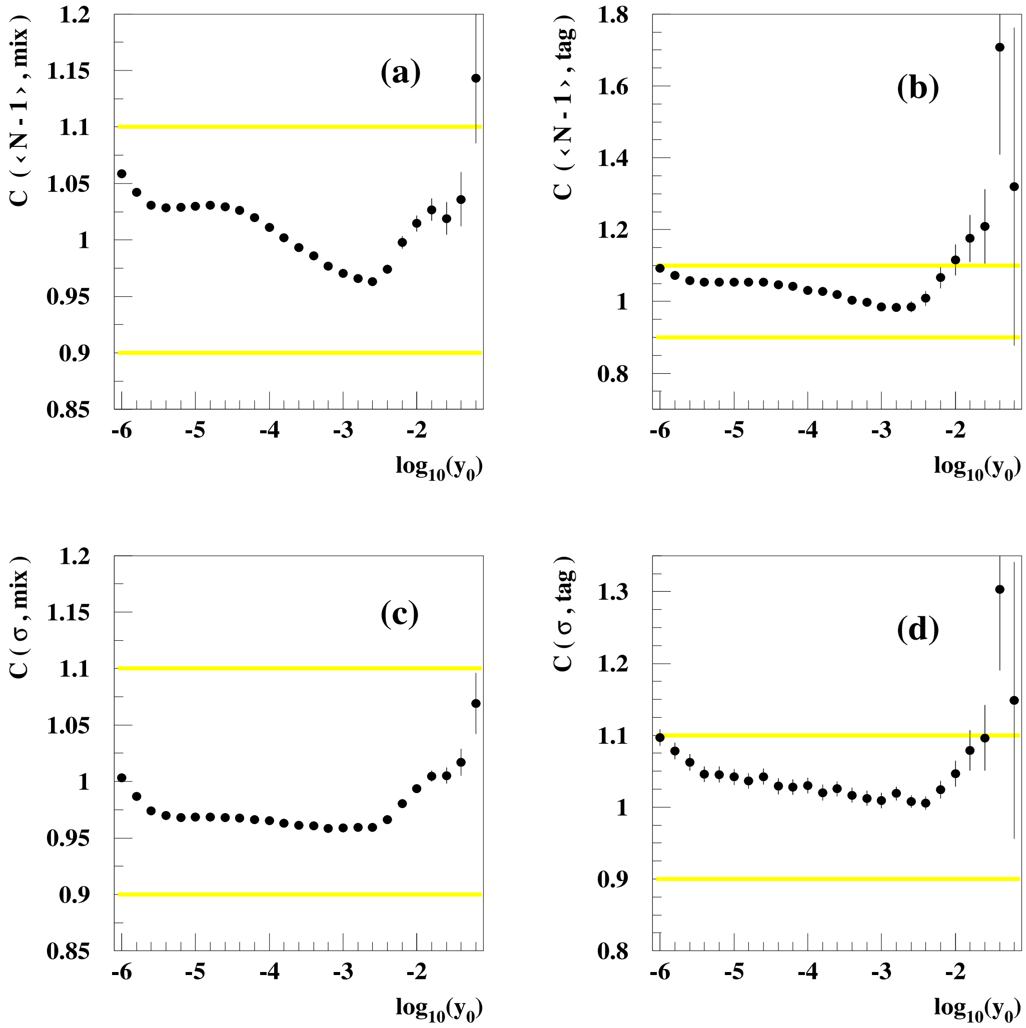

Abbildung 5.5: *Detektorkorrekturfaktoren als Funktion von y_0 für den E_{jet}-integrierten Fall: (a) für $\langle N-1\rangle$ in der gemischten Jetmenge, (b) für $\langle N-1\rangle$ in der gluonenangereicherten Jetmenge, (c) für σ in der gemischten Jetmenge, (d) für σ in der gluonenangereicherten Jetmenge. Die horizontalen Linien kennzeichnen Korrekturen von ± 10%. Die Fehlerbalken stellen die statistische Unsicherheit dar.*

plausibel, und auch aus experimenteller Sicht gibt es keinen Hinweis, der dieser Annahme entgegensteht.

5.6 Abschätzung der systematischen Fehler

Mit 4 005 identifizierten Gluonjetkandidaten liegt der relative statistische Fehler der Meßgrößen in der Größenordnung von nur einigen Prozent. Diese Verbesserung zur ersten Studie über Subjets [37] (1 750 Gluonjetkandidaten) erfordert eine detailliertere Untersuchung verschiedener Quellen systematischer Fehler. Außerdem werden in der vorliegenden Arbeit auch neue Meßgrößen studiert und zusätzliche Freiheitsgrade untersucht. Daher werden im folgenden die wichtigsten Quellen systematischer Fehler diskutiert und ihr Einfluß auf das Ergebnis abgeschätzt.

5.6.1 Generatorabhängigkeit der Detektorkorrekturfaktoren

Wie bereits zuvor erwähnt, sollten die in Gleichung 5.7 definierten Detektorkorrekturfaktoren in einfachster Näherung unabhängig von dem zugrundeliegenden MC-Modell sein. Um dies zu überprüfen, müßten die Korrekturfaktoren C_i unter Verwendung verschiedener MC-Generatoren berechnet werden. Dies würde jedoch für jede Wahl eines MC-Modells die Durchführung einer vollständigen Detektorsimulation erfordern, was aufgrund der dafür benötigten Computer-Rechenzeit praktisch nicht durchführbar ist.

Stattdessen kann man aber in guter Näherung eine vereinfachte, schnelle Detektorsimulation benutzen [39], welche die Energie-, Impuls- und Winkelauflösung sowie die Akzeptanz der verschiedenen Subdetektoren und einige Aspekte der Rekonstruktion mit dem Energiefluß-Algorithmus berücksichtigt. Mit einer solchen schnellen Simulation können vereinfachte Detektorkorrekturfaktoren C_i^{simp} mit Hilfe der Formel

$$C_i^{simp}(E) \;=\; \frac{p_i^g(E)\cdot X_g^{gen}(E) \;+\; [1-p_i^g(E)]\cdot X_q^{gen}(E)}{p_i^g(E)\cdot X_g^{gen+simp}(E) \;+\; [1-p_i^g(E)]\cdot X_q^{gen+simp}(E)} \tag{5.9}$$

berechnet werden. Dabei bezeichnet der Index i wieder entweder die gemischte oder die gluonenangereicherte Jetmenge ($i \in \{mix,\ tag\}$), und $p_i^g(E)$ kennzeichnet die jeweiligen Gluonjetreinheiten (siehe Abschnitt 5.4). Die Größen $X_q(E)$ und $X_g(E)$ in der obigen Formel bezeichnen die verschiedenen Meßgrößen für reine Quark- und Gluonjets in Intervallen der Jetenergie, wobei die Hochstellungen gen bzw. $gen{+}simp$ kennzeichnen, daß diese Meßgrößen nur mit Hilfe des MC-Generators oder unter Einbeziehung der vereinfachten Detektorsimulation berechnet wurden. Im Vergleich mit der Gleichung 5.7 für die ursprünglichen Detektorkorrekturfaktoren erkennt man, daß die Zähler identisch sind und der Nenner in Gleichung 5.9 aus Meßgrößen von 'wahren' Quark- und Gluonjets im MC konstruiert wird, weil bei Verwendung der vereinfachten Detektorsimulation der 'b-tagging Algorithmus' nicht anwendbar ist.

Um nun die Generatorabhängigkeit der Detektorkorrekturfaktoren abzuschätzen, werden die Größen $C_i^{simp}(E)$ für verschiedene MC-Modelle berechnet: Jetset, Herwig und Ariadne. Die vereinfachten Korrekturfaktoren werden dann auf die gemessenen Größen angewendet (Gleichung 5.6) und die zugehörigen Ergebnisse für X_q und X_g entfaltet (Gleichungen 5.8). Der maximale Unterschied zwischen den Ergebnissen, die man für die verschiedenen MC-Modelle erhält, ist dann ein Maß für die systematische Unsicherheit der Meßgrößen aufgrund der Generatorabhängigkeit der Detektorkorrekturfaktoren.

Der Anteil dieses Beitrages am gesamten systematischen Fehler (siehe Abschnitt 5.6.4) variiert für jede Meßgröße mit dem betrachteten y_0-Bereich und dem gewählten Jetenergieintervall; generell liegt er im Bereich zwischen 10% und 90%. In Abbildung 5.6 sind beispielhaft die verschiedenen Beiträge zum systematischen Fehler für die Meßgrößen des E_{jet}-integrierten Falles dargestellt.

Eine generelle Bedingung für die Anwendbarkeit dieser Abschätzung ist, daß die vereinfachten Korrekturfaktoren, welche auf dem Jetset-MC-Modell basieren[3], qualitativ

[3]Nur für das Jetset-Modell liegen simulierte Ereignisse mit vollständiger Detektorsimulation in

vergleichbar mit den ursprünglichen Detektorkorrekturfaktoren sind. Tatsächlich ist die Übereinstimmung für den E_{jet}-integrierten Fall besser als 6% und für die E_{jet} abhängigen Meßgrößen besser als 12%. Ausgenommen hiervon sind lediglich Bereiche an den Phasenraumgrenzen, wo die verfügbare Statistik klein ist.

5.6.2 Detektorsimulation

Da auch das vollständige Detektorsimulationsprogramm den Detektor nur mit endlicher Genauigkeit simuliert, können Selektionsschnitte, die auf die ALEPH-Daten angewendet werden, für die simulierten Ereignisse (siehe Abschnitt 5.3) eine etwas andere Auswirkung haben. Dies könnte dann z.B. bedeuten, daß die mit Hilfe der simulierten Ereignisse bestimmten Gluonjetreinheiten nicht den tatsächlichen entsprechen oder durch das Detektorkorrekturverfahren (siehe Abschnitt 5.5.1) Verzerrungen der Meßgrößen auftreten. Um solche Einflüsse abzuschätzen, werden die verwendeten Selektionsschnitte nacheinander variiert und die Änderungen in den Ergebnissen beobachtet. Die größten Abweichungen von den Ergebnissen mit Standardselektion wurden bei den folgenden Variationen festgestellt (die Standardschnitte sind in Fettdruck wiedergegeben):

- Minimalenergie, die für jedes neutrale Teilchen gefordert wird (siehe Abschnitt 5.1):
  $E^{min}_{neutral}$ = 300 MeV, **500 MeV,** 700 MeV
- Minimalwinkel, der für jeden Jet zwischen Strahlachse und Jetachse gefordert wird (siehe Abschnitt 5.1):
  θ^{min}_{jet} = 30°, **35°,** 40°
- Schnitt zur Selektion von Gluonjetkandidaten (siehe Abschnitt 5.2.2):
  P^{cut}_{jet} = 0.005, **0.01,** 0.02

Der systematische Einfluß jedes dieser Schnitte wurde unabhängig durch die maximale Abweichung der Ergebnisse bei Verwendung einer der alternativen Werte gegenüber der Standardselektion abgeschätzt.

Die Größe des systematischen Fehlers aufgrund des Schnittes auf $E^{min}_{neutral}$ liegt im Bereich zwischen 20% und 90%, für den θ^{min}_{jet}-Schnitt zwischen 10% und 70% und für den P^{cut}_{jet}-Schnitt im Bereich zwischen 20% und 75% des gesamten systematischen Fehlers (siehe Abschnitt 5.6.4). Die tatsächliche Fehlergröße hängt wiederum stark von der betrachteten Meßgröße, dem y_0-Bereich und dem gewählten Jetenergieintervall ab. Als Beispiel sind in Abbildung 5.6 die verschiedenen Beiträge zum gesamten systematischen Fehler für die Meßgrößen des E_{jet}-integrierten Falles dargestellt.

5.6.3 Simulation der Eigenschaften von b- und c-Hadronen

Eine weitere mögliche Quelle von systematischen Fehlern könnte die Simulation der Eigenschaften von b- und c-Hadronen sein. Wenn diese in den MC-Ereignissen (siehe Abschnitt 5.3) nicht richtig implementiert sind, dann könnte das vor allem einen Einfluß auf die Anwendung des 'b-tagging Algorithmus' und damit auf die Gluonjetreinheit in der gluonenangereicherten Menge haben. Um solche Effekte zu untersuchen, wurden die simulierten

ausreichender Menge vor (siehe Abschnitt 5.3).

Ereignisse so neu gewichtet, daß z.B. die mittlere Lebensdauer, die mittlere Energie und die mittlere Multiplizität des Zerfalls in geladene Teilchen für die schweren Hadronen in der Größenordnung der Meßfehler für diese Observablen geändert wurden (siehe z.B. auch Referenz [52]). Der Einfluß der Simulation der Eigenschaften von b- und c-Hadronen auf das Meßergebnis kann dann als Unterschied zwischen den Resultaten mit und ohne Neugewichtung der simulierten Ereignisse abgeschätzt werden.

Diese Untersuchung zeigt jedoch, daß der so bestimmte Beitrag zum gesamten systematischen Fehler vernachlässigbar klein ist. Auch wenn man annimmt, daß sich die Variationen der verschiedenen b- und c-Hadron-Eigenschaften gegenseitig kompensieren und man darum nur die größte Einzelkomponente variiert (die mittlere Zerfallsmultiplizität in geladene Teilchen für b-Hadronen), so zeigen sich nur winzige Änderungen. Damit ist also diese Quelle systematischer Fehler gegenüber den in den Abschnitten 5.6.1 und 5.6.2 diskutierten vernachlässigbar klein.

5.6.4 Kombination der Beiträge zum gesamten systematischen Fehler

Da die zuvor bestimmten Beiträge zum systematischen Fehler auch zu einem gewissen Grade statistische Fluktuationen enthalten, wurde versucht, diese zu glätten. Dazu wurde in jedem Intervall der Jetenergie ein Polynom vierten Grades als Funktion das Subjet-Auflöseparameters y_0 an die in den Abschnitten 5.6.1 und 5.6.2 beschriebenen systematischen Fehler angepaßt. Um dann den gesamten systematischen Fehler zu erhalten, wurden die vier Beiträge quadratisch addiert.

In Abbildung 5.6 sind z.B. die verschiedenen absoluten Beiträge zum systematischen Fehler für die E_{jet}-integrierten Meßgrößen als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0 dargestellt. Außerdem sind in dieser Abbildung auch die absoluten statistischen Fehler der Messung eingetragen. Generell kann man feststellen, daß die Wichtigkeit der verschiedenen Beiträge zum gesamten systematischen Fehler für die unterschiedlichen Meßgrößen und y_0-Bereiche stark variiert. Ein noch komplizierteres Bild ergibt sich, wenn man die Meßgrößen in Intervallen der Jetenergie betrachtet. Damit ist illustriert, daß keine der Quellen systematischer Fehler generell dominiert und man daher auch nicht durch weitere Untersuchungen einer Komponente leicht zu einem kleineren Gesamtfehler kommen kann.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß die Größe des gesamten systematischen Fehlers stets etwa (d.h. im Rahmen eines Faktors 3) mit dem statistischen Fehler übereinstimmt. Dies gilt für alle Meßgrößen (auch in Intervallen der Jetenergie), jedoch mit der Ausnahme von Phasenraumbereichen, in denen die verfügbare Statistik sehr klein ist. Besonders im perturbativen Bereich ($y_0 \gtrsim 10^{-3}$), wo im folgenden die meisten interessanten Ergebnisse diskutiert werden, sind statistische und systematische Fehler ähnlich groß.

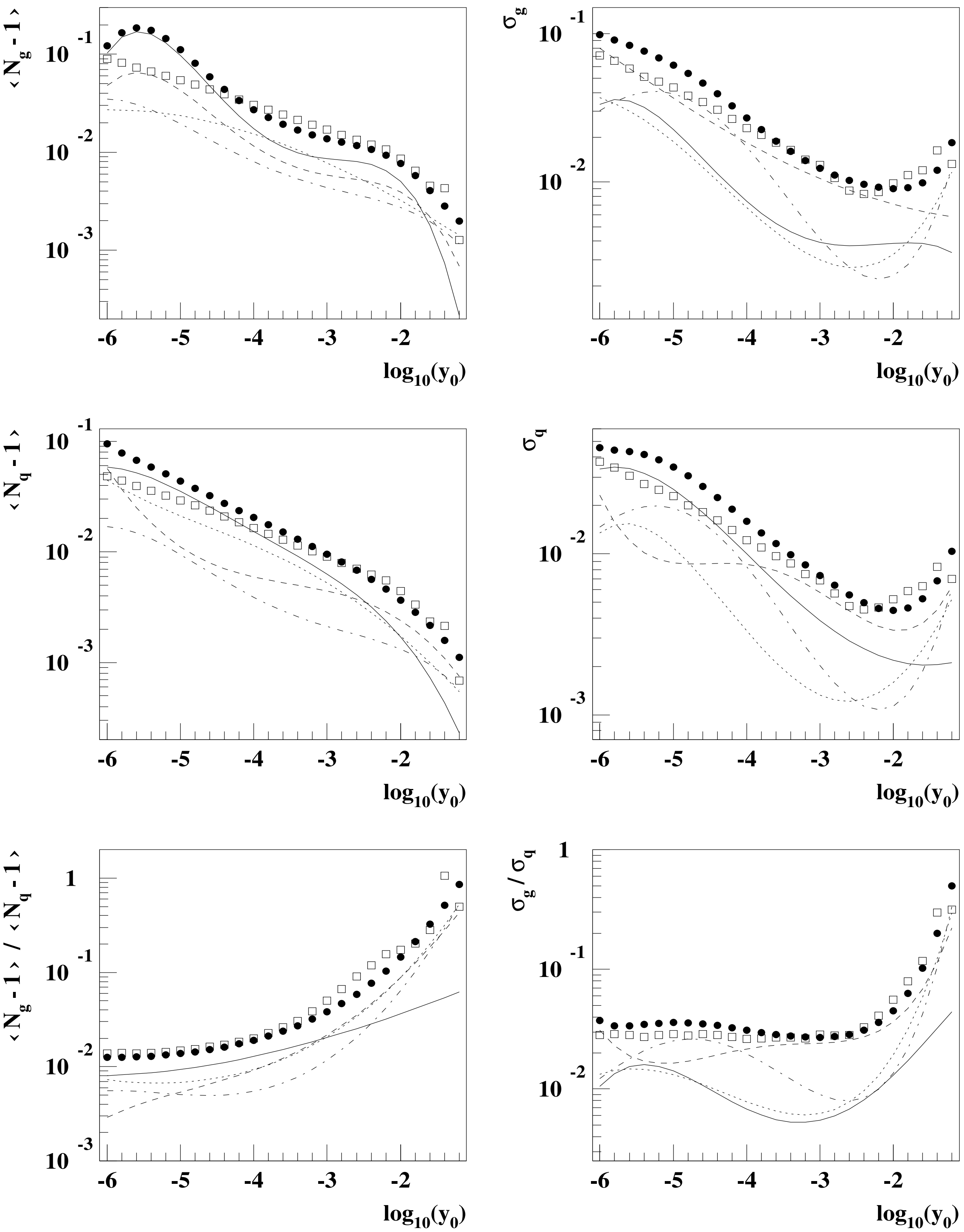

Abbildung 5.6: *Die verschiedenen absoluten Beiträge zum gesamten systematischen Fehler der Meßgrößen für den E_{jet}-integrierten Fall als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die durchgezogene Linie stellt den Einfluß der Generatorabhängigkeit der Detektorkorrekturfaktoren, die gestichelte Linie den Einfluß des Schnittes $E^{min}_{neutral}$, die gepunktete Linie den Einfluß des Schnittes θ^{min}_{jet} und die strich-punktierte Linie den Einfluß des Schnittes P^{cut}_{jet} dar (siehe Text). Die vollen Punkte geben den gesamten systematischen Fehler wieder und die offenen Quadrate kennzeichnen den absoluten statistischen Fehler.*

Kapitel 6

Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Ergebnisse für die verschiedenen Meßgrößen graphisch dargestellt und mit unterschiedlichen Vorhersagen verglichen. Dabei geben die Fehlerbalken der Meßwerte die quadratische Summe von statistischem und systematischem Fehler wieder. Zusätzlich sind alle Meßergebnisse mit beiden Fehlerkomponenten in Anhang E aufgelistet. Generell ist zu bemerken, daß die Ergebnisse für benachbarte Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0 stark korreliert sind, weil die Subjet-Multiplizitätsverteilung als Funktion von y_0 die Verteilung einer kumulativen Größe ist. Dahingegen sind Resultate in verschiedenen Intervallen der Jetenergie weitgehend unabhängig voneinander, weil diese auf unterschiedlichen Teilmengen der verfügbaren Daten beruhen. In Abschnitt 6.1 werden zunächst die Messungen mit den Vorhersagen verschiedener MC-Modelle verglichen. Dabei sind die wichtigen Parameter der Modelle stets so eingestellt, daß ALEPH-Messungen von inklusiven Verteilungen geladener Teilchen und Ereignisformvariablen möglichst gut beschrieben werden [25]. Da für viele der untersuchten Meßgrößen auch perturbative QCD-Rechnungen verfügbar sind (siehe Abschnitt 3.3), erfolgt dieser Vergleich in einem zweiten Abschnitt (6.2).

6.1 Vergleich der Meßergebnisse mit Vorhersagen von MC-Modellen

Zunächst werden die Eigenschaften der Subjet-Multiplizitätsverteilung ohne Berücksichtigung einer Jetenergie-Abhängigkeit studiert (E_{jet}-integrierter Fall). In Abbildung 6.1 sind die Meßgrößen zusammen mit den Hadronniveau-Vorhersagen der MC-Modelle Jetset 7.4, Herwig 5.8 und Ariadne 4.06 als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0 dargestellt. Die Abbildungen 6.1 (a) und (b) zeigen die mittlere Subjet-Multiplizität minus eins von Gluon- und Quarkjets, und das Verhältnis beider Größen $R_N(y_0)$ ist in Abbildung 6.1 (c) dargestellt. Hieraus läßt sich leicht entnehmen, daß für einen festen Wert des Subjet-Auflöseparameters y_0 im Mittel mehr Subjets in Gluonjets aufgelöst werden als in Quarkjets. Dieser Effekt tritt besonders im perturbativen Bereich sehr deutlich hervor, weil hier der Einfluß der Hadronisierung noch ausreichend klein ist. Dagegen ist der Abfall von $R_N(y_0)$ hin zu kleinen y_0 durch Hadronisierungseffekte zu erklären, wie sich bereits aus Abbildung 3.3 erkennen ließ. Der Abfall von $R_N(y_0)$ hin zu großen y_0 läßt sich

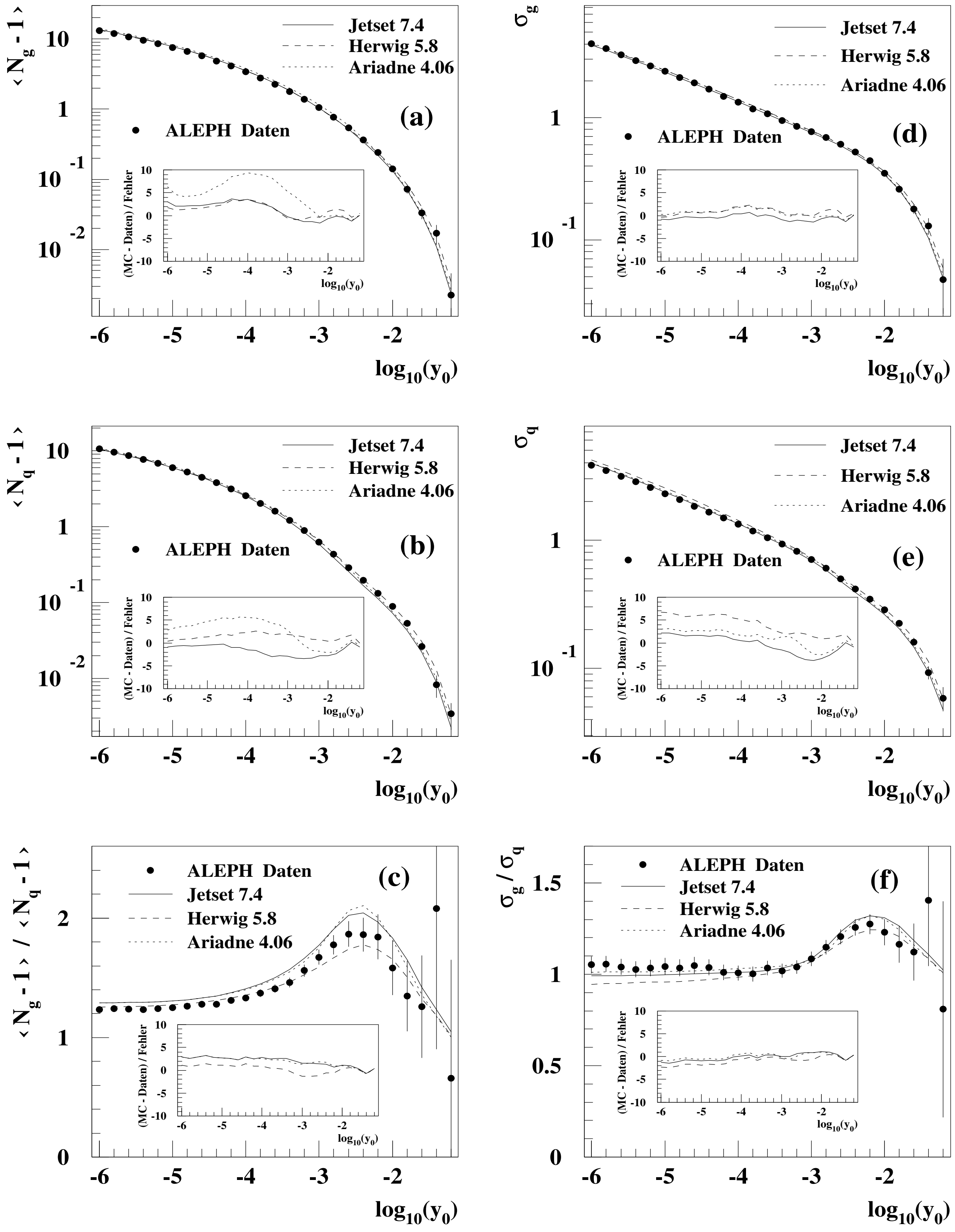

Abbildung 6.1: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßergebnisse für den E_{jet}-integrierten Fall werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen. In den Unterbildern ist jeweils die Differenz zwischen Modellvorhersage und Daten normiert auf den Gesamtfehler dargestellt.*

zumindest teilweise auf einen Unterschied in den mittleren Jetenergien der Gluon- und Quarkjetmengen zurückführen. Dieser Phasenraumeffekt wird im folgenden noch weiter diskutiert werden. Die Abbildungen 6.1 (d) und (e) geben die Standardabweichungen der Subjet-Multiplizitätsverteilungen von Gluon- und Quarkjets wieder, und Abbildung 6.1 (f) zeigt das Verhältnis $R_\sigma(y_0)$ beider Größen. Aus diesem Bild läßt sich gut ablesen, daß die Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung für Gluonjets im perturbativen Bereich größer ist als für Quarkjets. Dagegen wären solche Unterschiede mit der Untersuchung von Teilchenmultiplizitäten nicht zu beobachten, wie der Übergang zu sehr kleinen Werten von y_0 zeigt, wo $R_\sigma(y_0)$ etwa gleich 1.0 ist. Für den Abfall von $R_\sigma(y_0)$ hin zu großen y_0 sind wiederum, zumindest teilweise, Phasenraumeffekte verantwortlich.

Die verschiedenen MC-Modelle zeigen qualitativ eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen, besonders wenn man bedenkt, daß diese innerhalb des Meßbereiches über mehrere Größenordnungen variieren. Für die mittleren Subjet-Multiplizitäten bestätigt dies die Beobachtungen in [37, 38, 39], nun jedoch mit solcher Präzision, daß man im Detail zwischen den verschiedenen Modellen unterscheiden kann. Generell ergibt sich für $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$, $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ und deren Verhältnis $R_N(y_0)$ die beste Beschreibung durch das Herwig-Modell. Dagegen sagt das Ariadne-Modell signifikant zu viele Subjets für Quark- und Gluonjets voraus, während das Verhältnis in besserer Übereinstimmung mit den Daten ist. Dabei muß jedoch angemerkt werden, daß die relative Größe des gesamten Meßfehlers für $y_0 < 10^{-3}$ etwa im Bereich von nur 1% – 2% liegt und damit die absoluten Unterschiede recht klein sind.

Für die Standardabweichungen, $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$, und deren Verhältnis $R_\sigma(y_0)$ ergibt sich ein etwas anderes Bild. Hier beschreiben alle Modelle die Daten für Gluonjets gut. Dagegen sagt das Herwig-Modell besonders im Bereich kleiner Auflöseparameter y_0 eine zu breite Verteilung der Subjet-Multiplizität für Quarkjets voraus. Diese Beobachtungen sind von besonderem Interesse, da andere Messungen schon früher gezeigt haben, daß die Multiplizitätsverteilung aller geladenen Teilchen im Ereignis von Herwig ebenfalls signifikant zu breit vorhergesagt wird [25, 60]. Aus der Messung hier kann man nun lernen, daß diese Diskrepanz allein auf die Quarkjets zurückzuführen ist. Eine Lösung dieses Problems konnte vielleicht von einer neueren Programmversion des Herwig-Modells (Version 5.9) erwartet werden, in dem die Zerfallstabellen von schweren Hadronen (vorwiegend aus schweren Quarks entstanden) an neuere Messungen angepaßt wurden. Tatsächlich stellte sich aber heraus, daß für diese Programmversion keine zufriedenstellende Anpassung der Modellparameter zur Beschreibung von Teilchenspektren und Ereignisformvariablen gefunden werden konnte, so daß dieses Modell für die hier vorgestellte Analyse unbrauchbar ist [61].

Im folgenden ist nun die Diskussion der Meßergebnisse und deren Vergleich mit den Vorhersagen von MC-Modellen für den Fall dargestellt, daß die Meßgrößen als Funktion zweier Variablen betrachtet werden: des Subjet-Auflöseparameters y_0 und der Jetenergie E_{jet}. Um jedoch die Präsentation dieser Ergebnisse möglichst einfach zu gestalten, werden die Messungen so dargestellt, daß jeweils eine der Variablen einen festen Wert (für y_0) oder ein festes Intervall (für E_{jet}) einnimmt. Somit ergeben sich also Schnitte durch eine dreidimensionale 'Ergebnislandschaft'.

Die Abbildungen 6.2 und 6.3 zeigen zum Beispiel die Eigenschaften der Subjet-Multiplizitätsverteilung als Funktion von y_0 für solche Jetmengen, die etwa gleiche Jetenergie

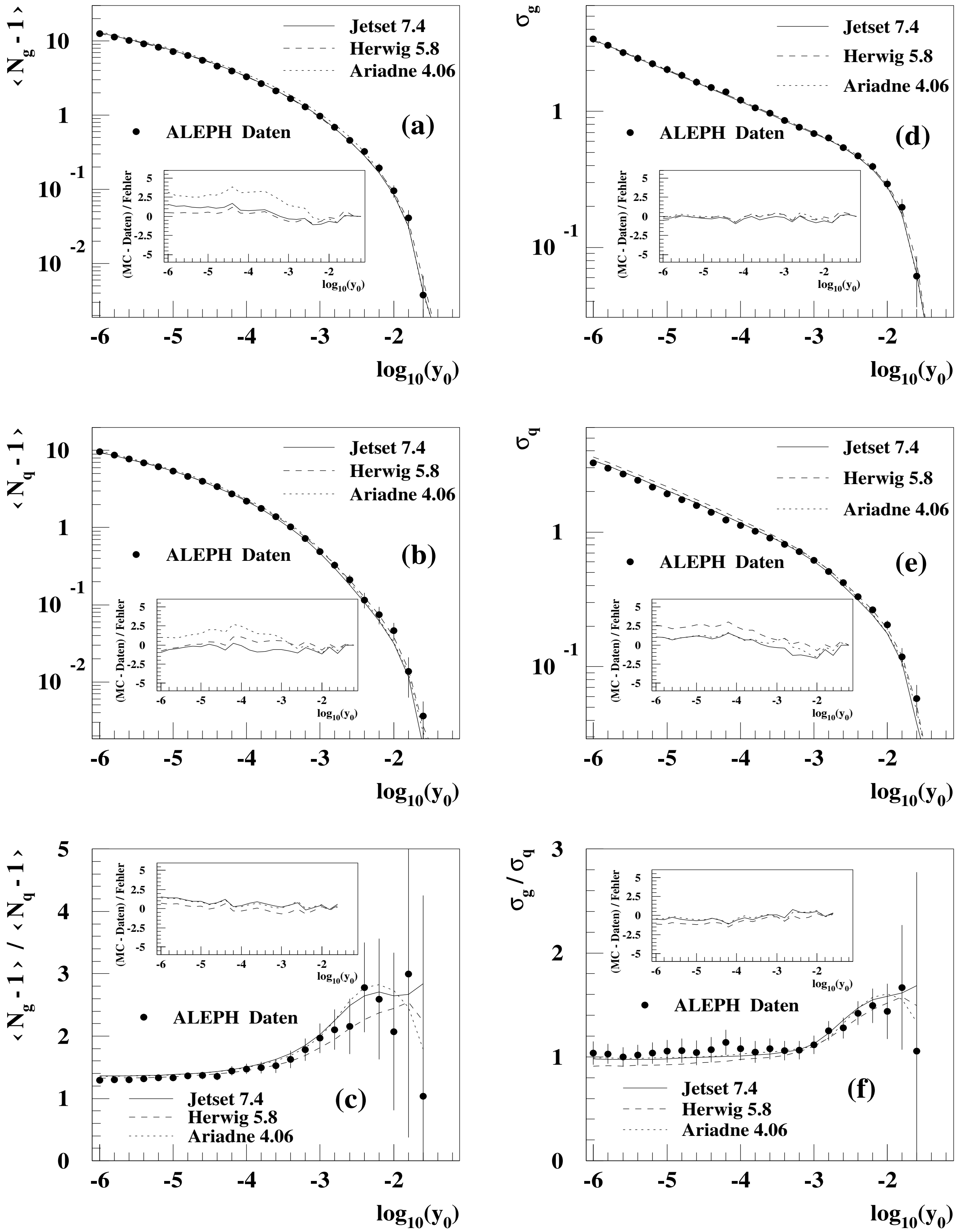

Abbildung 6.2: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßergebnisse für das Jetenergieintervall $24\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 28\,\mathrm{GeV}$ werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen. In den Unterbildern ist jeweils die Differenz zwischen Modellvorhersage und Daten normiert auf den Gesamtfehler dargestellt.*

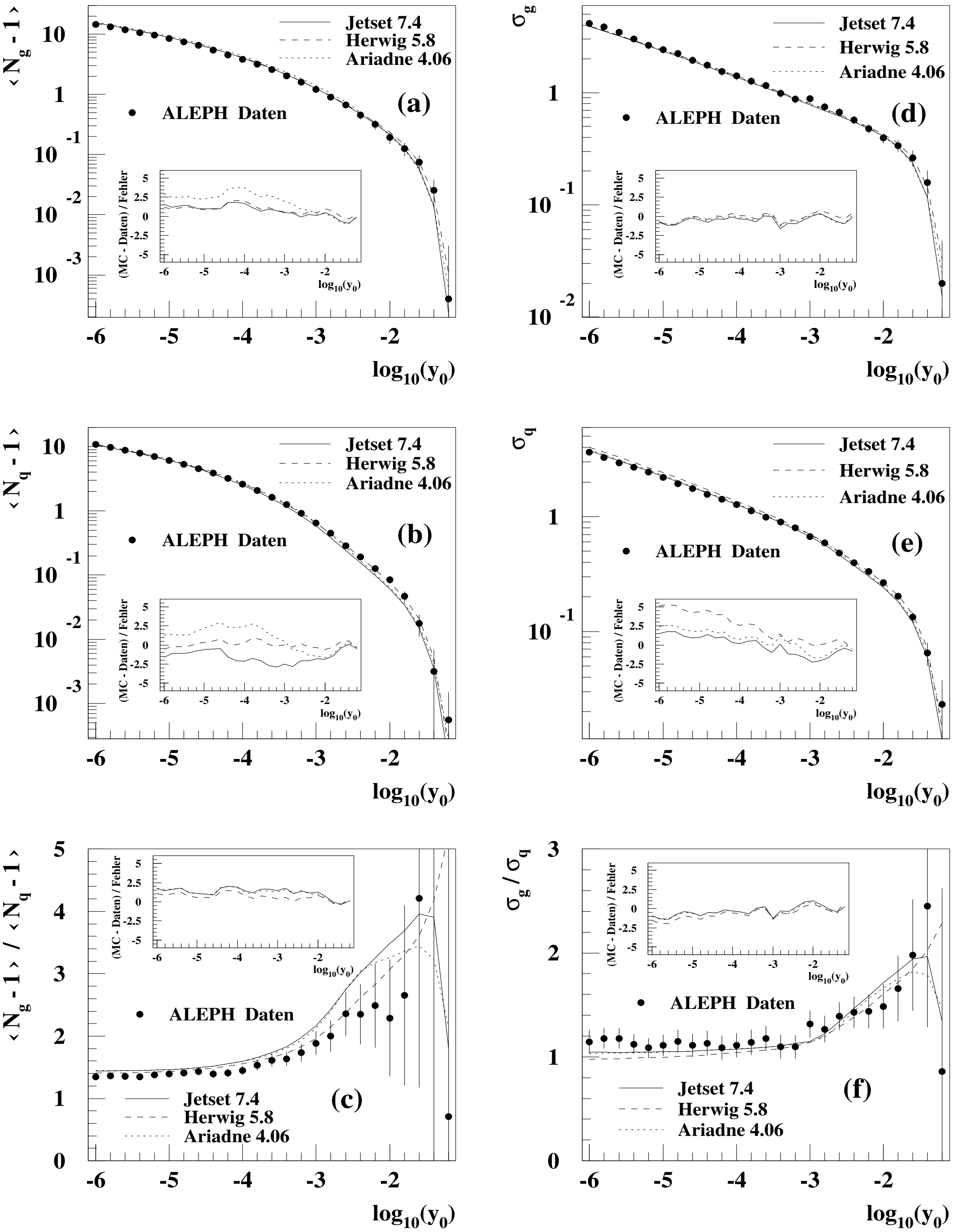

Abbildung 6.3: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßergebnisse für das Jetenergieintervall $32\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 36\,\mathrm{GeV}$ werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen. In den Unterbildern ist jeweils die Differenz zwischen Modellvorhersage und Daten normiert auf den Gesamtfehler dargestellt.*

besitzen. Während in Abbildung 6.2 nur Jets im Energieintervall 24 GeV bis 28 GeV verwendet wurden, liegen die Energien der Jets in Abbildung 6.3 zwischen 32 GeV und 36 GeV. Beide Bilder sind in ihrer Darstellung vollkommen analog zu Abbildung 6.1, nur daß jetzt Effekte aufgrund der unterschiedlichen mittleren Jetenergie zwischen Quark- und Gluonjets weitgehend vermieden werden. Die Abhängigkeit der Meßgrößen von y_0 und das Maß der Übereinstimmung mit den verschiedenen MC-Modellen ist hier qualitativ ähnlich zu dem E_{jet}-integrierten Fall. Die Signifikanz von Abweichungen zwischen Modell und Daten wird jedoch meist etwas kleiner, weil die verfügbare Datenmenge auf mehrere Intervalle aufgeteilt wird. Auch fällt auf, daß nur für Jets mit höheren Energien zusätzliche Subjets auch bei $y_0 \to y_1 = 0.1$ aufgelöst werden. Besonders wichtig zu erwähnen ist aber, daß aufgrund der nun etwa gleichen Jetenergien in Quark- und Gluonjets die Verhältnisse $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ (a) besonders im perturbativen Bereich generell stärker angestiegen sind und (b) der Abfall im perturbativen Bereich für $y_0 \to y_1$ deutlich schwächer geworden ist oder nur noch direkt an der Phasenraumgrenze $y_0 \approx y_1$ stattfindet (vergleiche die Abbildungen 6.2(c),(f) und 6.3(c),(f) mit 6.1(c),(f)). Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, daß der Abfall von $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ für $y_0 \to y_1$ in den Abbildungen 6.1(c) und 6.1(f) zumindest teilweise ein Phasenraumeffekt ist. Dieser läßt sich dadurch erklären, daß für den E_{jet}-integrierten Fall die mittlere Gluonjetenergie etwa 14% kleiner gemessen wird als die mittlere Quarkjetenergie. Da es nur für recht energiereiche Jets möglich ist, einen zusätzlichen Subjet im Bereich von $y_0 \lesssim y_1$ aufzulösen, ist dies für die Quarkjetmenge wahrscheinlicher, so daß die Verhältnisse $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ vermindert werden. Auch die perturbativen Rechnungen zeigen einen Verlauf, welcher mit diesen Erklärungen gedeutet werden kann (siehe Abschnitt 6.2). Die unter Punkt (a) genannte generelle Erhöhung der Verhältnisse $R_N(y_0)$ und $R_\sigma(y_0)$ gegenüber dem E_{jet}-integrierten Fall wird in diesem Abschnitt später diskutiert werden.

Eine andere Möglichkeit für Schnitte durch die dreidimensionale 'Ergebnislandschaft' ist die, daß ein fester Wert des Subjet-Auflöseparameters y_0 gewählt wird und dann die Meßgrößen als Funktion der Jetenergie E_{jet} studiert werden. Dies ist in den Abbildungen 6.4, 6.5 und 6.6 für die drei Werte $y_0 = 10^{-6.0}$, $y_0 = 10^{-3.0}$ und $y_0 = 10^{-2.2}$ verwirklicht. Dabei wurden diese drei Werte des Subjet-Auflöseparameters als Beispiele ausgewählt, um zunächst nahezu Teilchen-Multiplizitäten zu studieren ($y_0 = 10^{-6.0}$), dann etwa den Beginn des perturbativen Bereichs zu untersuchen ($y_0 = 10^{-3.0}$) und abschließend einen Punkt etwa in der Mitte des perturbativen Bereichs darzustellen, in dem man empfindlich auf perturbative Effekte ist, die Hadronisierungseffekte relativ klein sind und die Statistik noch ausreichend groß ist.

In Abbildung 6.4 ist also der Fall dargestellt, daß die meisten Teilchen eines Jets bereits als einzelne Subjets aufgelöst werden (ein $y_0 = 10^{-6.0}$ entspricht einer transversalen Energie k_t zwischen zwei Subjets von etwa 0.1 GeV). Im Vergleich mit den verschiedenen MC-Modellen sind die Ergebnisse ähnlich zu den zuvor getroffenen Aussagen. Auffallend ist wiederum vor allem, daß die mittlere Subjet-Multiplizität für Gluonjets (Abbildung 6.4(a)) von Ariadne zu hoch und die Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Quarkjets (Abbildung 6.4(e)) von Herwig zu groß vorhergesagt wird. Für $R_\sigma(E_{jet})$ sind die Fehlerbalken zu groß, um sehr signifikante Aussagen machen zu können, aber für $R_N(E_{jet})$ ergibt sich schon generell die Tendenz, daß alle MC-Modelle, besonders jedoch Jetset und Ariadne, ein zu hohes Verhältnis $R_N(E_{jet})$ vorhersagen.

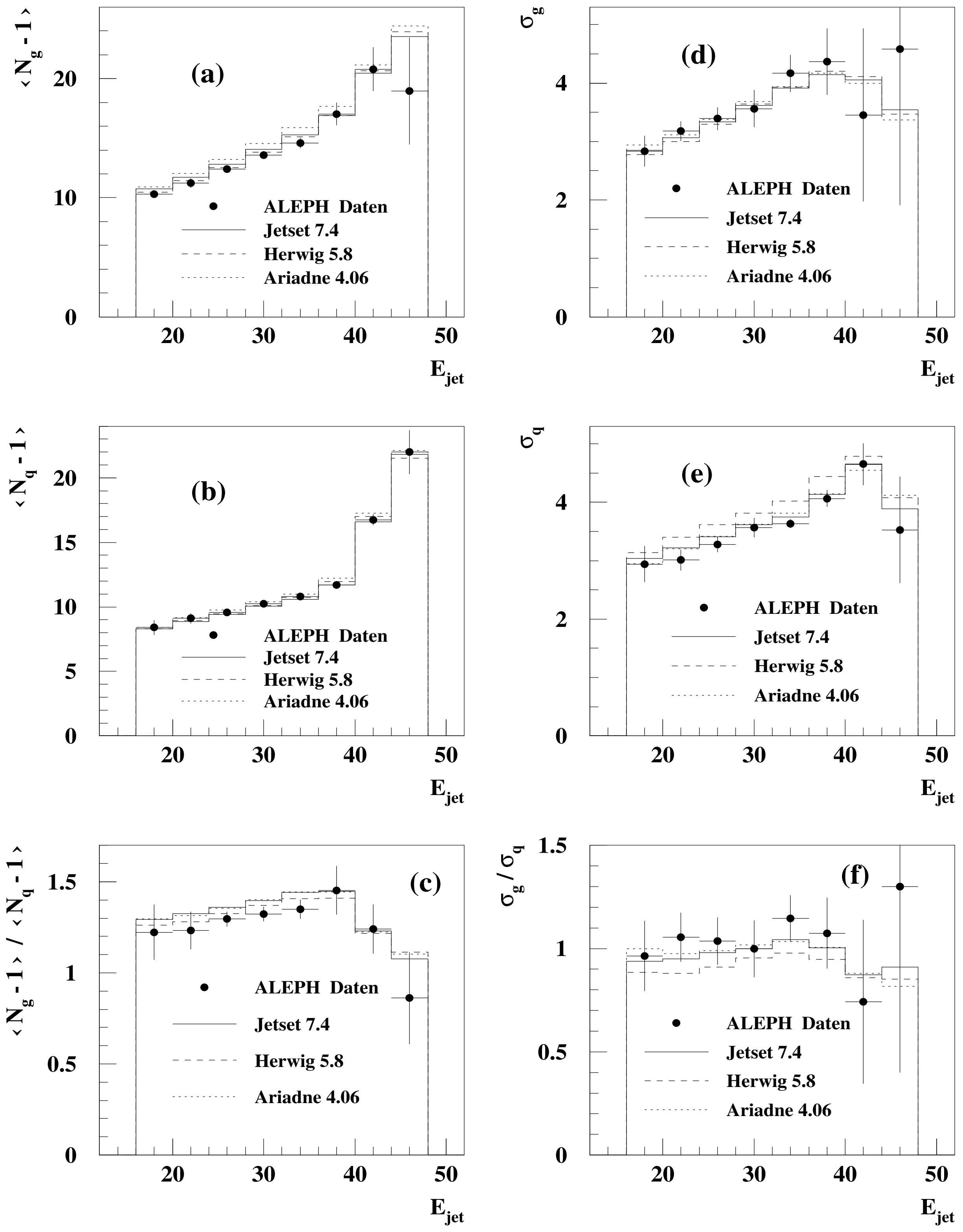

Abbildung 6.4: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Jetenergie E_{jet}. Die Meßergebnisse für $y_0 = 10^{-6.0}$ ($\hat{=}\ k_t \approx 0.1\,\mathrm{GeV}$) werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen.*

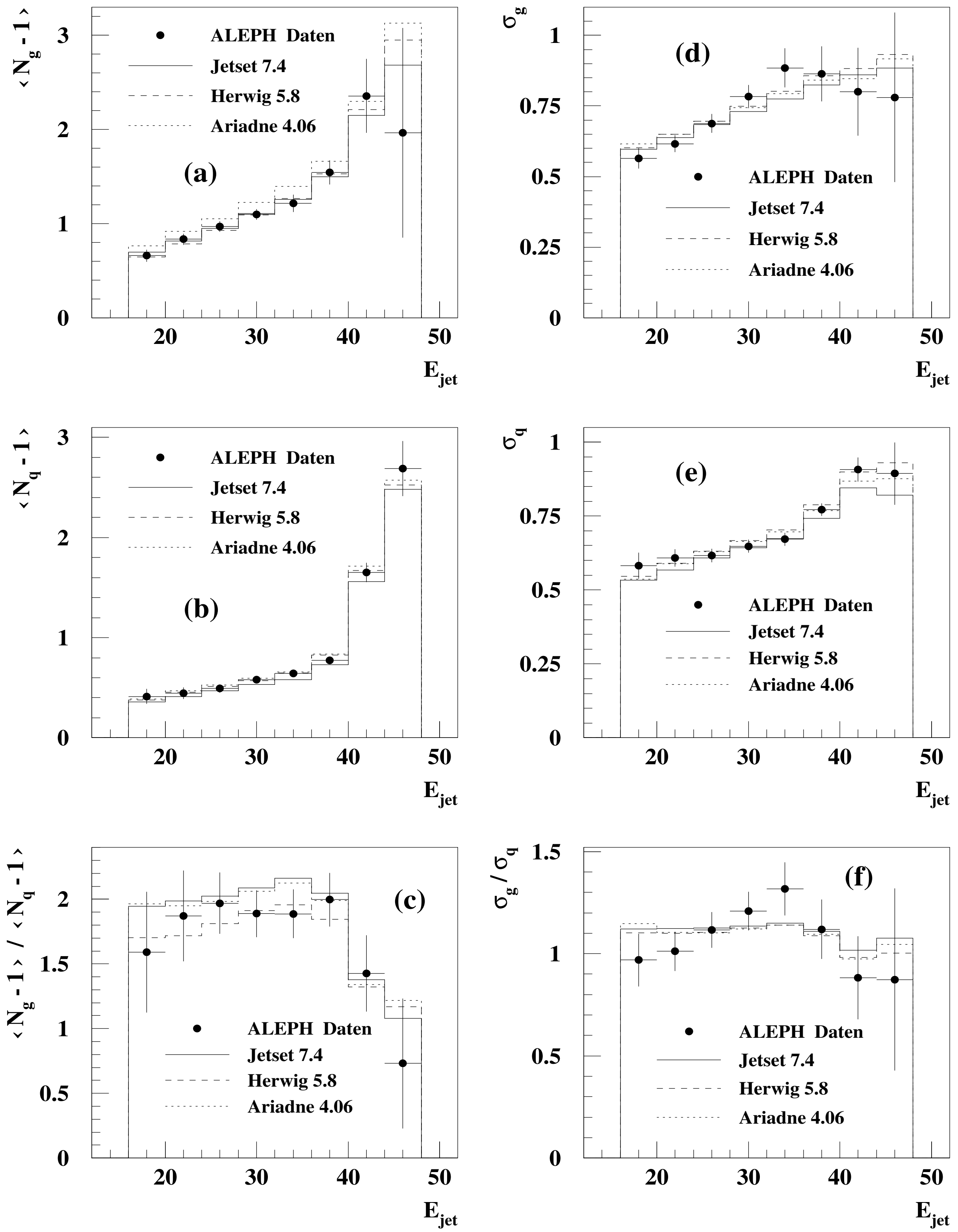

Abbildung 6.5: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Jetenergie E_{jet}. Die Meßergebnisse für $y_0 = 10^{-3.0}$ ($\hat{=}\ k_t \approx 2.9\,\mathrm{GeV}$) werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen.*

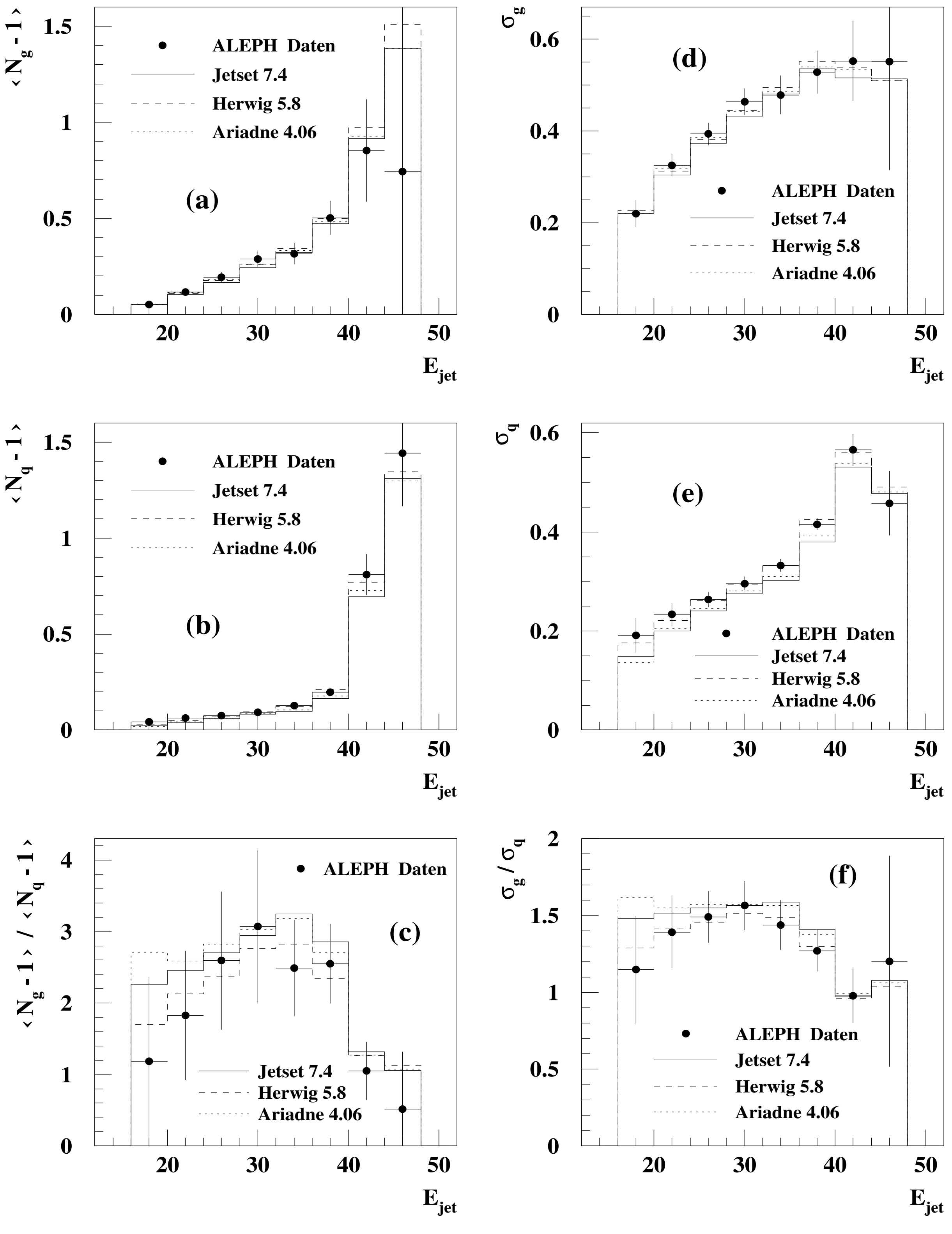

Abbildung 6.6: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Jetenergie E_{jet}. Die Meßergebnisse für $y_0 = 10^{-2.2}$ ($\hat{=}\ k_t \approx 7.2\,\mathrm{GeV}$) werden mit den Hadronniveau-Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle verglichen.*

Für die Abbildung 6.4(c) kann man auch einen Vergleich mit einer DELPHI-Messung durchführen: Wenn man an die Meßpunkte zwischen 16 GeV und 40 GeV eine Gerade anpaßt, so hat diese eine Steigung von $(\,11 \pm 3(stat.)\,) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV}^{-1}$. In Referenz [62] ist die Steigung des Verhältnisses der mittleren Multiplizität geladener Teilchen in Gluon- und Quarkjets für dieses Energieintervall zu $(\,8.6 \pm 2.9(stat.) \pm 1.4(sys.)\,) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV}^{-1}$ angegeben. Daß die beiden Werte innerhalb der Fehler so gut übereinstimmen ist vielleicht sogar erstaunlich, da die DELPHI-Messung eine ganz andere Ereignisselektion und Analysemethode aufweist und auch eine etwas andere Meßgröße studiert (geladene Teilchen statt der Summe aus geladenen und neutralen Teilchen).

Abbildung 6.5 stellt die Jetenergieabhängigkeit der Meßgrößen für $y_0 = 10^{-3.0}$ dar ($\widehat{=}\ k_t \approx 2.9\,\mathrm{GeV}$). Für diese Wahl des Subjet-Auflöseparameters fällt sehr signifikant nur die Abweichung der Ariadne-Vorhersage für $\langle N_g - 1\rangle$ in Abbildung 6.5(a) auf. Aus dem Verhältnis $R_N(E_{jet})$ ist jedoch wiederum recht deutlich abzulesen, daß Herwig die mittleren Subjet-Multiplizitäten generell am besten beschreibt. Für die Standardabweichungen ergibt sich keine klare Bevorzugung eines MC-Modells durch die Daten. Es ist nur die Tendenz auffällig, daß die Meßergebnisse einen stärkeren Anstieg des Verhältnisses $R_\sigma(E_{jet})$ in Bereich zwischen 16 GeV und 36 GeV fordern, als er von allen drei Modellen vorhergesagt wird.

Für die Abbildung 6.6 sind die Fehlerbalken, besonders für die Verhältnisse R_N und R_σ, schon deutlich größer geworden. Hier im perturbativen Bereich ($y_0 = 10^{-2.2}$ entspricht einem k_t zwischen zwei Subjets von etwa 7.2 GeV) werden die mittleren Subjet-Multiplizitäten von allen Modellen gut beschrieben. Auch σ_g wird von allen MC-Modellen richtig vorhergesagt. Für die Standardabweichung für Quarkjets zeigt sich sogar, daß für diese Wahl von y_0 nun Herwig die beste Beschreibung der Daten liefert, obwohl dasselbe Modell im Bereich der Teilchen-Multiplizitäten ($y_0 = 10^{-6.0}$) nicht mit den Daten übereinstimmt. Dies läßt den Schluß zu, daß in Herwig die perturbative Beschreibung der Eigenschaften von Quark- und Gluonjets sehr gut enthalten ist, sich jedoch bei der Fragmentation die Breite der Subjet- oder Teilchen-Multiplizitätsverteilung von Quarkjets falsch entwickelt. Aber hier sei nochmals betont, daß dieses Problem nur bei den Quarkjets und nicht bei den Gluonjets auftritt.

Für alle drei Abbildungen (6.4, 6.5 und 6.6) läßt sich zusammenfassend folgender Verlauf der Meßgrößen als Funktion von E_{jet} feststellen: Während $\langle N_g - 1\rangle$ mit zunehmender Jetenergie recht stetig ansteigt, zeigt $\langle N_q - 1\rangle$ zunächst einen flachen Anstieg und nimmt dann ab $E_{jet} \approx 40\,\mathrm{GeV}$ recht strunghaft zu. Daraus resultiert, daß auch R_N eine klare Jetenergie-Abhängigkeit zeigt: Zunächst steigt es an und fällt dann bei etwa 40 GeV auf einen Wert von circa 1.0 ab. Dieses Verhalten kann mit der Tatsache erklärt werden, daß Jets mit sehr hohen Energien meist auch eine hohe invariante Masse besitzen; dies ist ein Effekt der Viererimpulserhaltung in 3-Jet-Ereignissen, die mit einem großen Auflöseparameter (hier: $y_1 = 0.1$) selektiert werden. Die wahrscheinlichste Art, wie dies auftreten kann, ist aufgrund einer Partonverzweigung (z.B. $g \to gg$ oder $q \to qg$), was zu einem Partonenpaar mit hoher invarianter Masse führen kann. Auf diese Weise enthält der Jet zwei gut getrennte Subjets. Die mittlere Subjet-Multiplizität eines solchen Jets, unabhängig davon, ob es sich um einen Quark- oder Gluonjet handelt, ist selbst bei hohen Subjet-Auflöseparametern etwa zwei, und daher erhält das Verhältnis R_N den Wert von etwa eins. Somit stellen Ereignisse, die mindestens einen Jet mit hoher Energie enthalten, eine besondere Klasse von Ereignissen dar: Solche wären zu einem 4-Jet-Ereignis zusammengefaßt worden, wenn nur ein leicht kleinerer Jet-Auflöseparameter y_1 (< 0.1) benutzt worden wäre. Diese Abhängigkeit von E_{jet} wird auch von allen betrachteten MC-Modellen vorhergesagt. Analoge Überlegungen gelten für die Standardabweichungen σ_g, σ_q und ihr Verhältnis R_σ. Im besonderen fällt auch R_σ auf einen Wert von etwa eins für $E_{jet} > 40\,\mathrm{GeV}$ ab.

Nun sei der zuvor erwähnte generelle Anstieg der Verhältnisse R_N und R_σ, wenn man die verfügbare Statistik in Intervalle der Jetenergie einteilt und dann Quark- und Gluonjets im gleichen Energieintervall miteinander vergleicht, diskutiert. Dieser Effekt ist nun leicht verständlich, da ja die Mittelwerte und Breiten der Subjet-Multiplizitätsverteilungen für Jetenergien bis 40 GeV generell stetig ansteigen. Wenn man jedoch die Verhältnisse R_N und R_σ für den E_{jet}-integrierten Fall bestimmt, so werden Gluonjets, die im Mittel mit einer Jetenergie von 26.2 GeV vermessen werden, mit Quarkjets, welche im Mittel 30.4 GeV besitzen, verglichen. Aufgrund dieses Energieunterschiedes werden die Verhältnisse für den E_{jet}-integrierten Fall vermindert. Die tatsächlichen Unterschiede zwischen Quark- und Gluonjets zeigen sich erst dann besser, wenn die Analyse in Intervallen der Jetenergie durchgeführt wird.

6.2 Vergleich der Meßergebnisse mit perturbativen QCD-Vorhersagen

Wie bereits früher erwähnt, gibt es für viele der Meßgrößen perturbative Rechnungen unterschiedlicher Genauigkeit (siehe Abschnitt 3.3), welche nun mit den Messungen verglichen werden sollen. In den Bildern dieses Abschnittes sind die ALEPH-Daten zusammen mit perturbativen QCD-Vorhersagen dargestellt, ohne daß für letztere irgendeine Modifikation aufgrund von Hadronisierungseffekten vorgenommen wurde. Außerdem sind stets auch die Hadron- und Partonniveau-Erwartungen des Jetset-MC-Modells eingetragen, um einerseits an die Größe der Hadronisierungskorrekturen in den unterschiedlichen y_0-Bereichen zu erinnern und andererseits die perturbativen Rechnungen mit den Partonniveau-Vorhersagen des Jetset-Modells zu vergleichen. Zur Abschätzung der Hadronisierungskorrekturen ist jedoch zu bemerken, daß das Partonniveau des MC-Modells nicht mit derselben Genauigkeit bestimmt ist wie die unterschiedlichen QCD-Rechnungen. Daher dient der Unterschied zwischen Hadron- und Partonniveau nur als grober Anhaltspunkt für die tatsächlichen Hadronisierungskorrekturen einiger der QCD-Vorhersagen.

Zunächst werden in Abbildung 6.7 wiederum die Eigenschaften der Subjet-Multiplizitätsverteilung als Funktion von y_0 ohne Berücksichtigung einer Jetenergie-Abhängigkeit studiert (E_{jet}-integrierter Fall). Für die mittleren Subjet-Multiplizitäten ist eine Rechnung in führender Ordnung von α_s [19] (LO, gepunktete Linie), eine Kombination der Rechnung in führender Ordnung α_s mit führenden und nachfolgenden Logarithmen in y_1/y_0 [19] (LO+NLLA, schraffierter Bereich zwischen zwei Linien) und eine perturbative Vorhersage, die nur die führenden Logarithmen in y_1/y_0 enthält [36] (LLA, gestrichelte Linie in Abbildung 6.7(c)), dargestellt. Der schraffierte Bereich stellt ein Maß für die theoretische Unsicherheit der NLLA-Rechnung dar. Für die Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung ist eine perturbative Rechnung, die nur die führenden Logarithmen in y_1/y_0

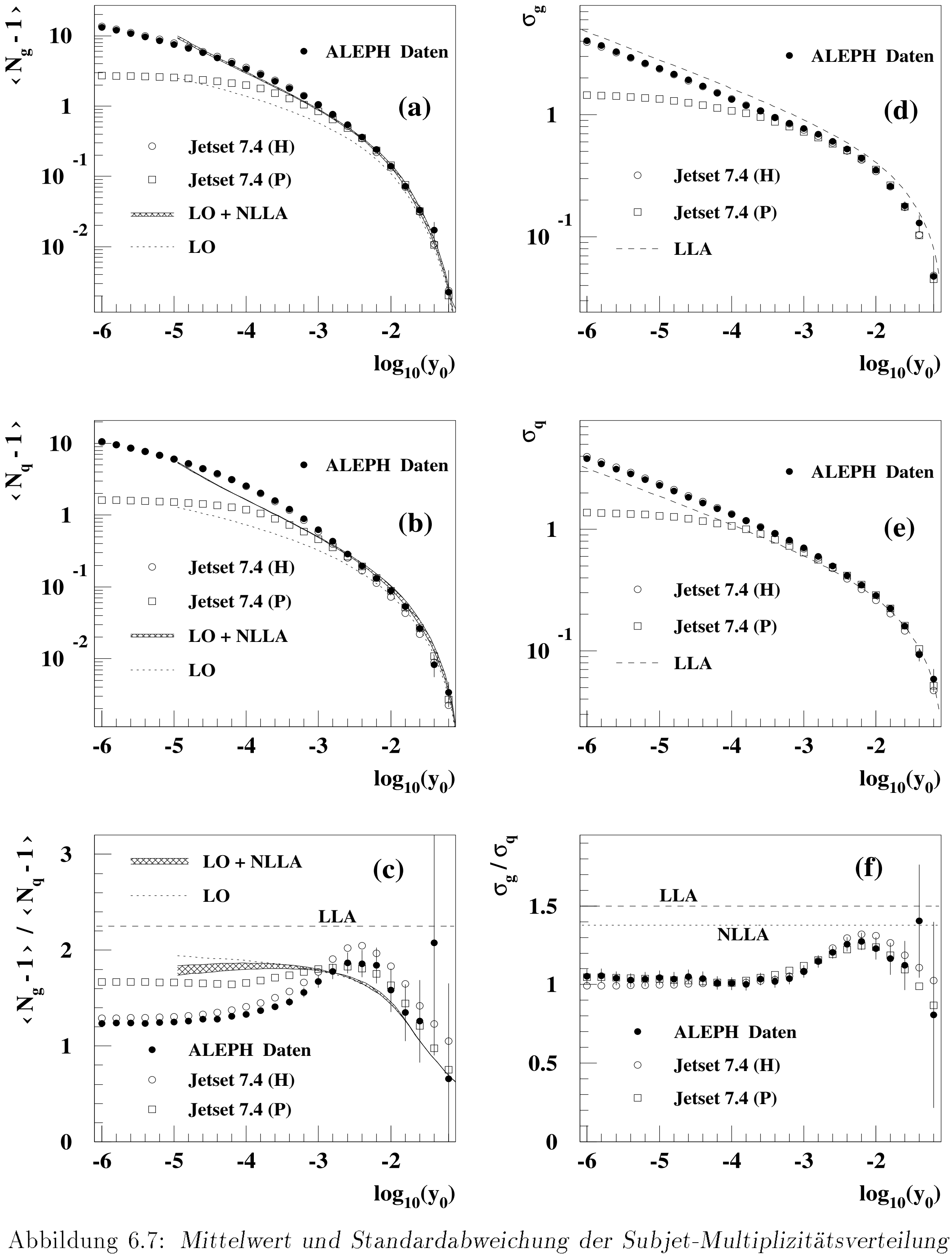

Abbildung 6.7: *Mittelwert und Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßergebnisse für den E_{jet}-integrierten Fall werden mit perturbativen QCD-Vorhersagen (siehe Text) und dem Hadron- und Partonniveau des Modells Jetset 7.4 verglichen. Wenn die offenen Kreise (Hadronen in Jetset) in einigen Bildern nicht sichtbar sind, so liegen sie direkt unter den vollen Kreisen (ALEPH-Daten).*

enthält [36, 41] (LLA, gestrichelte Linie), und eine, welche zusätzlich auch die nachfolgenden Logarithmen in y_1/y_0 beinhaltet [42] (NLLA, gepunktete Linie in Abbildung 6.7(f)), eingetragen.

Aus den Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) kann man entnehmen, daß die LO-Vorhersage nur bei sehr großen Werten von y_0 mit den Daten verträglich ist. Dagegen wird eine bessere Beschreibung durch das Partonniveau des Jetset-MC-Modells geliefert, welches von der Phasenraumgrenze ($y_0 \lesssim 0.1$) beginnend bis zu etwa $y_0 \approx 10^{-3}$ die Daten für Gluon- und Quarkjets beschreibt. Eine weitere Verbesserung der Übereinstimmung wird mit der LO+NLLA-Vorhersage erzielt. Für die Gluonjets werden die Daten grob bis zu sehr kleinen Auflöseparametern ($y_0 \approx 10^{-5}$) beschrieben, während für die Quarkjets bereits ab $y_0 \approx 10^{-3}$ deutlichere Unterschiede zwischen den Daten und der LO+NLLA-Vorhersage sichtbar sind. Diese Unterschiede lassen sich durch Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte erklären. So kann man aus Abbildung A.2 entnehmen, daß die Hadronniveau-Vorhersage für $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in $b\bar{b}$-Ereignissen des Jetset-Modells bei etwa $y_0 \approx 10^{-2.6}$ einen Knick nach höheren Multiplizitäten zeigt. Dieser Knick ist in den Ereignissen leichter Quarks (siehe Abbildung A.1) deutlich schwächer sichtbar und in der perturbativen Rechnung überhaupt nicht enthalten. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte in den Quarkjets. Tatsächlich zeigen diese MC-Studien auch, daß der Abfall von $R_N(y_0)$ hin zu kleineren Subjet-Auflöseparametern teilweise durch die höhere Multiplizität von b-Quarkjets bewirkt wird, welche ihren Einfluß auf die Meßgröße ab etwa $y_0 \approx 10^{-2.6}$ ausübt. Aber ebenso ist aus dem Verlauf von $R_N(y_0)$ in Abbildung A.1 zu erkennen, daß auch für Ereignisse mit nur leichten Quarksorten ein deutlicher Abfall hin zu kleinen y_0 zu beobachten wäre.

Die Aufsummation der führenden und nachfolgenden logarithmischen Terme in y_1/y_0 hat etwa denselben Einfluß auf die beiden Größen $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$, so daß die Auswirkungen auf $R_N(y_0)$ klein sind. Somit liegen die LO- und die LO+NLLA-Vorhersagen in Abbildung 6.7(c) sehr nahe beieinander. Wenn nur die führenden Logarithmen betrachtet werden (LLA), so ist die QCD-Vorhersage für R_N einfach durch das Verhältnis der Farbfaktoren $C_A/C_F = 9/4$ gegeben, unabhängig von der Wahl von y_0. Dagegen führt die Berücksichtigung der Rechnung in fester Ordnung von α_s (LO) nicht nur zu einer Reduktion der Vorhersage, was eine bessere Übereinstimmung mit den Daten liefert, sondern auch zu einer qualitativ richtigen y_0-Abhängigkeit für große Werte des Subjet-Auflöseparameters. Daß der Abfall von $R_N(y_0)$ hin zu kleinen Werten von y_0 auch von der LO+NLLA-Rechnung nicht beschrieben wird, ist zum Großteil der unzureichenden Übereinstimmung mit $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in diesem Bereich zuzuschreiben.

Für die Standardabweichungen der Subjet-Multiplizitätsverteilungen von Gluon- und Quarkjets und deren Verhältnis gibt es leider nur solche perturbative Vorhersagen, welche aus der Aufsummation von logarithmischen Termen in y_1/y_0 gewonnen wurden und keine vollständigen festen Ordnungen von α_s enthalten (siehe Abschnitt 3.3). Der Vergleich von $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$ mit der LLA-Rechnung (Abbildungen 6.7(d) und 6.7(e)) zeigt jedoch eine qualitativ recht gute Übereinstimmung. Tatsächlich ist diese Übereinstimmung vielleicht sogar besser als erwartet, da diese Meßgrößen empfindlich auf NNLLA-Terme des Verhältnisses y_1/y_0 sein sollten [44]. Obwohl die y_0-Abhängigkeit von $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$ bereits in LLA-Genauigkeit recht gut wiedergegeben wird, zeigt sich jedoch auch, daß die Normierung der dargestellten Kurven nicht richtig vorhergesagt wird. So kann durch eine Änderung des in der Rechnung verwendeten Wertes von α_s (Darstellung mit $\alpha_s = 0.12$) entweder eine bessere Übereinstimmung mit den Gluonjetdaten ($\alpha_s \approx 0.09$) oder mit den Quarkjetdaten ($\alpha_s \approx 0.15$) erreicht werden, aber nicht gleichzeitig für beide Meßgrößen. Dies legt die Vermutung nahe, daß Effekte höherer Ordnung in erster Linie die relative Normierung der Gluon- und Quarkjetkurven betreffen sollten.

In der Tat zeigt eine NLLA-Vorhersage [42], die nur für das Verhältnis R_σ vorliegt, im perturbativen Bereich bei $y_0 \approx 10^{-2}$ eine bessere Übereinstimmung mit den Daten als die LLA-Rechnung (siehe Abbildung 6.7(f)). Grundsätzlich sollten jedoch perturbative Rechnungen, welche nur aus der Aufsummation von logarithmischen Termen in y_1/y_0 gewonnen werden, am zuverlässigsten für kleine Werte von y_0 sein, da sie vor allem die weiche und kollineare Abstrahlung von Teilchen beschreiben (große Logarithmen). Andererseits sind für diesen Grenzfall die Hadronisierungseffekte für Gluon- und Quarkjets groß und tatsächlich zeigt sich in diesem Bereich von y_0 eine schlechte Übereinstimmung mit den Daten für R_σ. Im perturbativen Bereich um $y_0 \approx 10^{-2}$ sind die Hadronisierungseffekte relativ klein und $\ln y_1/y_0 \approx 2$ bis 3 ist ausreichend groß, damit die summierte Vorhersage gültig ist. Diese Diskussion von perturbativen Rechnungen, die nur logarithmische Terme von y_1/y_0 aufsummieren, ist in analoger Weise auch für das Verhältnis $R_N(y_0)$ gültig.

In allen perturbativen Vorhersagen für R_σ, die bisher diskutiert wurden, erwartet man eine breitere Multiplizitätsverteilung für Gluonjets als für Quarkjets. Eine andere QCD-Rechnung [43] sagt jedoch das Verhältnis R_σ kleiner als eins voraus, was besonders im perturbativen Bereich nicht mit den Daten verträglich ist.

Wenn die Meßgrößen nicht nur in Abhängigkeit von y_0, sondern auch als Funktion der Jetenergie untersucht werden, dann sind perturbative QCD-Vorhersagen nur für die mittleren Subjet-Multiplizitäten verfügbar. Dabei handelt es sich um die LO- und die LO+NLLA-Rechnungen [19]. Der Vergleich mit den Daten für $\langle N_g - 1\rangle$, $\langle N_q - 1\rangle$ und R_N als Funktion von y_0 für feste Jetenergieintervalle führt zu ähnlichen Ergebnissen, wie zuvor für den E_{jet}-integrierten Fall diskutiert wurde. Als Beispiele sind in Abbildung 6.8 die Intervalle $24\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 28\,\mathrm{GeV}$ (linke Seite) und $32\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 36\,\mathrm{GeV}$ (rechte Seite) dargestellt. Wiederum zeigt sich, daß die LO-Vorhersage nur bei sehr hohen Werten von y_0 mit den Daten für $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ verträglich ist, das Partonniveau des Jetset-MC-Modells eine bessere Beschreibung liefert und eine weitere Verbesserung der Übereinstimmung durch die LO+NLLA-Rechnung erreicht wird. Auch zeigt sich erneut, daß die LO+NLLA-Vorhersage die Gluonjetdaten deutlich besser beschreibt als die Quarkjetdaten (Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte). Aus dem Vergleich der linken und rechten Seite der Abbildung 6.8 läßt sich jedoch auch entnehmen, daß die Daten für Gluon- und Quarkjets in dem höheren Jetenergieintervall etwas besser mit den perturbativen Rechnungen übereinstimmen als für das niedrigere Jetenergieintervall. Dies ist auch nicht weiter verwunderlich, da man annimmt, daß Hadronisierungseffekte mit zunehmender Jetenergie kleiner werden (siehe zum Beispiel Referenz [63]). Für das Verhältnis $R_N(y_0)$ lassen sich außer der bekannten Diskrepanz für $y_0 \lesssim 10^{-3}$, welche vor allem durch die Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte in den Quarkjets bewirkt wird, keine weiteren signifikanten Aussagen treffen, da die Fehlerbalken im perturbativen Bereich recht groß sind. Wichtig zu erwähnen ist jedoch, daß auch das Maximum der perturbativen Rechnung für $R_N(y_0)$ größer ist als für den E_{jet}-integrierten Fall (für das Jetenergieintervall $32\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 36\,\mathrm{GeV}$ liegt es im besonderen höher als die einfache

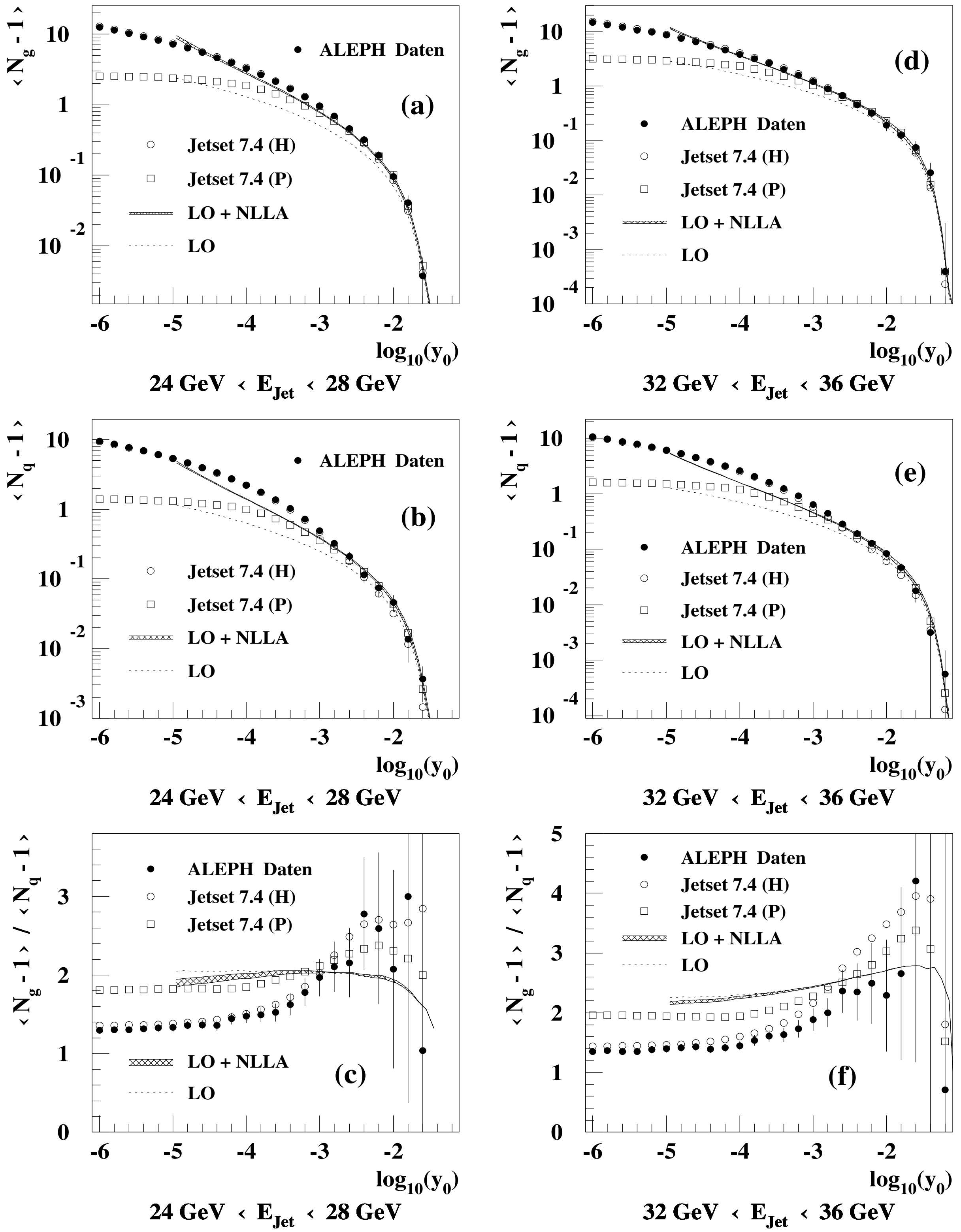

Abbildung 6.8: *Die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters* y_0. *Die Meßergebnisse für die Jetenergieintervalle* $24\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 28\,\mathrm{GeV}$ *und* $32\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 36\,\mathrm{GeV}$ *werden mit perturbativen QCD-Vorhersagen (siehe Text) und dem Hadron- und Partonniveau des Modells Jetset 7.4 verglichen. Wenn die offenen Kreise (Hadronen in Jetset) in einigen Bildern nicht sichtbar sind, so liegen sie direkt unter den vollen Kreisen (ALEPH-Daten).*

LLA-Erwartung von $C_A/C_F = 9/4$) und daß der Abfall hin zu großen y_0 nun vorwiegend direkt an der Phasenraumgrenze stattfindet (vergleiche Abbildung 6.7(c) mit den Abbildungen 6.8(c) und 6.8(f)).

Diese Diskussion des Vergleichs der perturbativen Rechnungen mit den Daten für feste Intervalle der Jetenergie gilt analog für alle Jetenergieintervalle bis zu etwa 40 GeV. Für höhere Jetenergien sind die perturbativen Rechnungen nicht in der Lage, die Meßergebnisse zu beschreiben. Dies liegt darin begründet, daß die QCD-Rechnungen nur die vollständige führende Ordnung von α_s enthalten und damit nur maximal zwei harte auflösbare Partonen pro Jet beschreiben können. Daher sind die invarianten Massen der Jets im Mittel nicht so hoch wie in den Daten, und Jetenergien oberhalb von 42 GeV treten niemals auf. Die Tatsache, daß Meßergebnis und perturbative Vorhersage für den E_{jet}-integrierten Fall trotzdem nahe beieinander liegen, ist einfach dadurch zu erklären, daß die Anzahl von Jets mit Energien oberhalb von 40 GeV klein ist und diese Jets damit nur ein geringes statistisches Gewicht tragen.

Als Beispiel für den Vergleich der Messungen mit perturbativen QCD-Rechnungen als Funktion der Jetenergie sind in Abbildung 6.9 die Meßgrößen $\langle N_g - 1\rangle(E_{jet})$, $\langle N_q - 1\rangle(E_{jet})$ und $R_N(E_{jet})$ für zwei feste Werte des Subjet-Auflöseparameters dargestellt: $y_0 = 10^{-3.0}$ (Beginn des perturbativen Bereichs) und $y_0 = 10^{-2.2}$ (deutlich innerhalb des perturbativen Bereichs, jedoch Statistik noch ausreichend groß). In diesem Bild ist die LO-Vorhersage durch das gepunktete Histogramm und die LO+NLLA-Rechnung durch zwei gestrichelte Histogramme wiedergegeben, deren Abweichung voneinander ein Maß für die theoretische Unsicherheit der LO+NLLA-Vorhersage darstellt. Da der Effekt der Aufsummation der Logarithmen für Gluon- und Quarkjets etwa gleich ist, sind alle drei Histogramme für das Verhältnis R_N sehr ähnlich. In allen Abbildungen 6.9(a) bis 6.9(f) erkennt man, daß für Jetenergien oberhalb von 40 GeV die Meßgrößen, wie bereits zuvor diskutiert, nicht durch die Rechnungen beschrieben werden können. Aus den Abbildungen 6.9(a) und 6.9(b) kann man ablesen, daß für eine transversale Energie zwischen zwei Subjets von knapp 3 GeV die LO-Vorhersage deutlich schlechter mit den Daten übereinstimmt als die LO+NLLA-Rechnung, auch wenn diese ebenfalls noch keine wirkliche Beschreibung der Daten liefert, sondern fast in allen Energieintervallen eine zu kleine Multiplizität vorhersagt. Dementsprechend ist auch das Verhältnis R_N nur bedingt mit den Daten vergleichbar. Dagegen erkennt man für die rechte Seite von Abbildung 6.9 (transversale Energie zwischen zwei Subjets etwa 7.2 GeV), daß die LO+NLLA-Vorhersage die Daten bis $E_{jet} \approx 40$ GeV gut beschreibt. Auch die LO-Rechnung ist nun recht verträglich mit den Messungen.

Wie bereits früher erwähnt, ist die LLA-Erwartung für das Verhältnis der mittleren Multiplizitäten[1] in Gluon- und Quarkjets gleich $C_A/C_F = 9/4$. Diese Vorhersage wird auf einen Wert von etwa 2.0 reduziert, wenn Korrekturen höherer Ordnung berücksichtigt werden [64]. Dagegen haben die bisherigen Messungen solcher Verhältnisse von Teilchen-Multiplizitäten bei LEP-Energien meist Werte von etwa 1.2 ergeben [65]. Eine ursprüngliche Motivation für die Durchführung der hier vorgestellten Analyse war auch, daß die Messung von R_N für Werte von y_0 im perturbativen Bereich den zuvor genannten

[1] Da die LLA-Vorhersage für das Verhältnis R_N unabhängig von der Wahl eines Wertes für y_0 ist, wird an dieser Stelle nicht mehr zwischen Teilchenmultiplizitäten ($y_0 = 0.0$) oder Subjet-Multiplizitäten (hier: $y_0 \in [10^{-6}; 0.1]$) unterschieden.

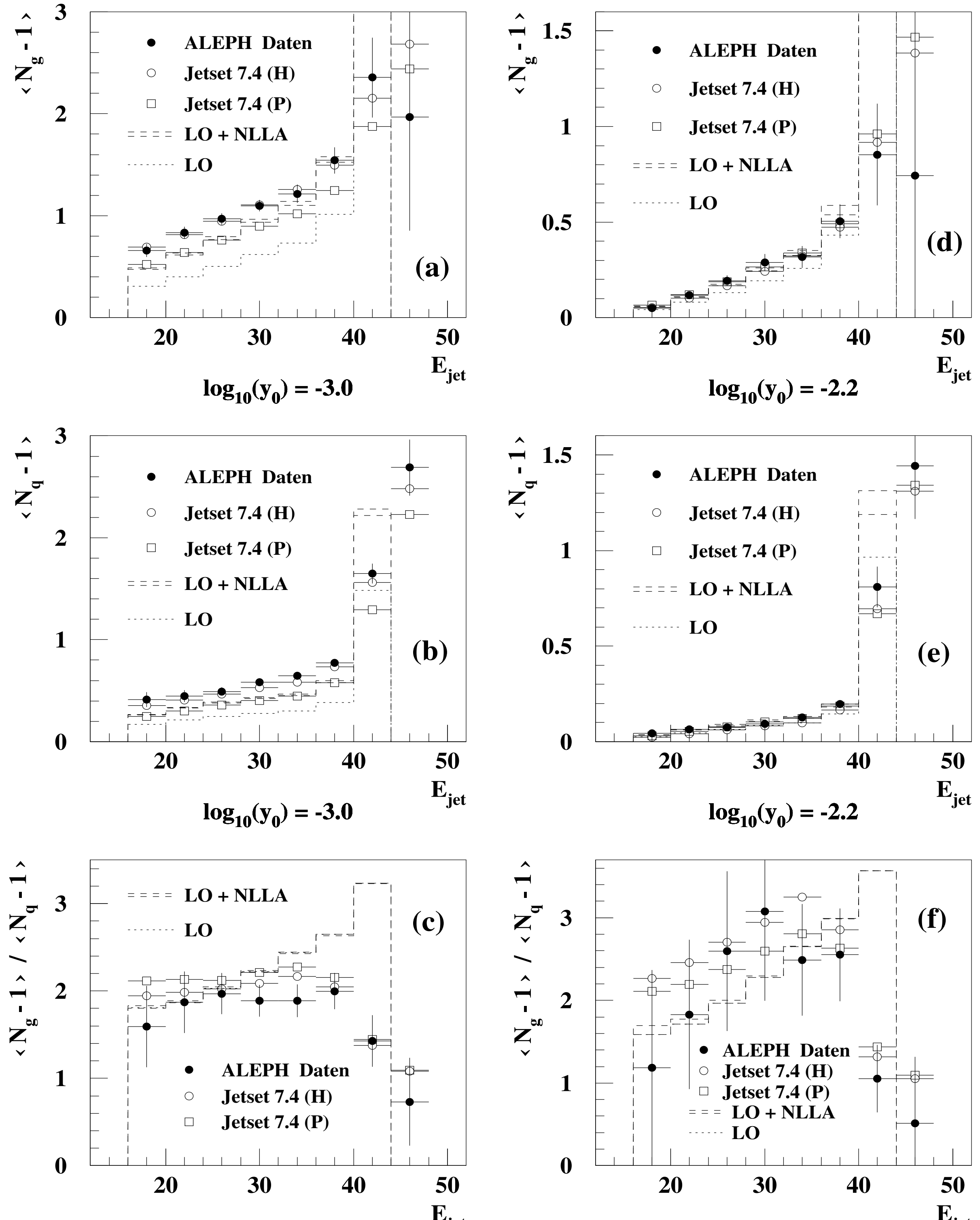

Abbildung 6.9: *Die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Jetenergie E_{jet} für $y_0 = 10^{-3.0}$ ($\hat{=}\, k_t \approx 2.9\,\mathrm{GeV}$) und $y_0 = 10^{-2.2}$ ($\hat{=}\, k_t \approx 7.2\,\mathrm{GeV}$). Die Meßergebnisse werden mit perturbativen QCD-Vorhersagen (gepunktetes Histogramm für LO und zwei gestichelte Histogramme für LO+NLLA) und dem Hadron- und Partonniveau des Modells Jetset 7.4 verglichen. Die Abweichung der beiden gestichelten Histogramme voneinander ist ein Maß für die theoretische Unsicherheit der LO+NLLA-Vorhersage.*

theoretischen Vorhersagen näher kommen sollte, da mit der Methode der Subjets die harte QCD-Struktur eines hadronischen Ereignisses besser angenähert wird. Tatsächlich hat sich auch gezeigt, daß R_N für den E_{jet}-integrierten Fall bei $y_0 = 10^{-2.6}$ ein Maximum von $R_N = 1.867 \ \pm 0.091(\mathrm{stat.}) \ \pm 0.059(\mathrm{sys.})$ erreicht. In der vorliegenden Arbeit stellte sich mit der Untersuchung der Jetenergie-Abhängigkeit aber heraus, daß für diesen Fall noch deutlich größere Verhältnisse gemessen werden können und auch die perturbative LO+NLLA-Rechnung in Intervallen der Jetenergie Werte für R_N vorhersagt, die größer als 9/4 sind. Deshalb ist es schwer möglich, aus dem maximalen Wert von R_N das Verhältnis der Farbfaktoren C_A/C_F abzulesen. Vielmehr ist es deutlich besser, eine perturbative Vorhersage, die die Daten generell beschreibt und als Funktion von QCD-Größen ausgedrückt werden kann, an die Messung anzupassen und auf diesem Wege Parameter der Theorie zu bestimmen. Diese Methode wird im folgenden Kapitel angewendet, indem die LO+NLLA-Rechnungen für $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ an die Daten angepaßt und daraus die starke Kopplungskonstante α_s und die Gluonverzweigungsfarbfaktoren C_A und T_R bestimmt werden. Auf diesem Weg wird der bisher diskutierte, eher qualitative Vergleich der Messungen mit den perturbativen QCD-Vorhersagen genauer quantifiziert.

Kapitel 7

Bestimmung von QCD-Parametern

In diesem Kapitel werden die Farbfaktoren C_A und $n_f T_R$ als freie Parameter behandelt, obwohl ihnen im Rahmen der QCD feste Werte zugewiesen sind. Dieses Vorgehen ist dennoch sinnvoll, um z.B. nach Effekten von neuer Physik zu suchen, welche die Ergebnisse einer Anpassung der perturbativen QCD-Rechnungen an die Meßergebnisse verändern könnte. Hierbei sei daran erinnert, daß C_A bei der Berechnung der Verzweigungswahrscheinlichkeit eines Gluons in zwei Gluonen (Prozeß $g \to gg$) in die theoretische Vorhersage eingeht und $n_f T_R$ analog die Entstehung eines Quark-Antiquark-Paares (Prozeß $g \to q\bar{q}$) beschreibt (siehe Abschnitt 2.1). Aus dem Vergleich der Ergebnisse der Anpassung mit den Erwartungen für die QCD, $C_A = 3$, $T_R = 1/2$ und $n_f = 5$, läßt sich die Übereinstimmung der Theorie mit den Meßergebnissen quantifizieren, die Empfindlichkeit der Messung auf perturbative Effekte illustrieren und nach Einflüssen einer umfassenderen Theorie, die über die QCD hinaus geht, suchen.

Zur Bestimmung der QCD-Parameter werden die gemessenen mittleren Subjet-Multiplizitäten der Gluon- und Quarkjets für den E_{jet}-integrierten Fall, $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ (siehe Abbildungen 6.7(a) und 6.7(b) oder Tabellen E.1 und E.2), und die LO+NLLA-Vorhersagen für diese Meßgrößen [19] verwendet. Weil die Subjet-Multiplizität eine kumulative Meßgröße ist, sind die Ergebnisse für benachbarte Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0 korreliert. Da eine exakte Abschätzung der genauen Korrelation jedoch schwierig ist, werden die QCD-Parameter für drei verschiedene Werte von y_0 unabhängig voneinander bestimmt und die Ergebnisse verglichen: $y_0 = 10^{-3.2}$, $10^{-2.6}$ und $10^{-2.0}$; diese Werte entsprechen den transversalen Energien $k_t \approx \sqrt{y_0} \cdot E_{CM} \approx 2.3\,\text{GeV}$, $4.6\,\text{GeV}$ bzw. $9.1\,\text{GeV}$.

Im folgenden werden zunächst die Durchführung der Anpassung und die untersuchten Quellen systematischer Fehler beschrieben. Anschließend sind die Ergebnisse für die gemeinsame Bestimmung von C_A und der starken Kopplungsstärke α_s dargestellt. Die gemeinsame Anpassung von α_s und eines Farbfaktors ist nötig, da die Kopplungsstärke stets ein freier Parameter der QCD ist und ihr Wert für die Genauigkeit der hier verwendeten theoretischen Vorhersage nicht aus anderen Messungen entnommen werden kann. So ist z.B. der Weltmittelwert von α_s durch den Vergleich von Messungen mit perturbativen Vorhersagen der Ordnung α_s^2 und höher dominiert, während die Präzision der hier verwendeten perturbativen Vorhersage nur der führenden Ordnung von α_s mit aufsummierten Logarithmen entspricht. Damit ist das Renormierungsschema[1] für die in der LO+NLLA-Rechnung verwendete Kopplungsstärke nicht festgelegt, und eine Verwendung des Weltmittelwertes von α_s für die vorliegende Analyse wäre nicht gerechtfertigt. Aus demselben Grund wird auch die Größe $n_f T_R$ gemeinsam mit α_s an die Daten angepaßt. Daran anschließend werden die Ergebnisse für den Fall diskutiert, daß alle QCD-Parameter auf ihrem Standardwert festgehalten werden und nur die Kopplungsstärke α_s für die LO+NLLA-Theorie aus den Messungen bestimmt wird.

Da die perturbative Vorhersage [19] naturgemäß Quarks und Gluonen und nicht Hadronen beschreibt, muß sie für Hadronisierungseffekte korrigiert werden, bevor sie quantitativ mit den Meßergebnissen verglichen werden kann. Dies geschieht mit Hilfe von multiplikativen Korrekturfaktoren, die sich aus den Verhältnissen der Hadronniveau- zu Partonniveau-Vorhersagen der MC-Modelle Jetset, Herwig und Ariadne ergeben. Als endgültiger Korrekturfaktor wird der Mittelwert der Korrekturen für die drei Modelle gewählt. Die im folgenden dargestellten Ergebnisse für die QCD-Parameter und deren statistische Unsicherheit ergeben sich aus der Anpassung der so korrigierten Vorhersagen an die Datenpunkte mit ihren statistischen Fehlern unter Verwendung einer χ^2-Methode [66].

Die systematischen Fehler bei der Bestimmung der QCD-Parameter werden durch die Abweichung der Anpassungsergebnisse bei verschiedenen Variationen der Analyse gegenüber den Standardwerten abgeschätzt. Dabei sind Quellen systematischer Fehler einerseits solche, welche sich bereits bei der Untersuchung der Systematik für die Meßgrößen $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ als wichtig herausgestellt haben (siehe Abschnitt 5.6). Andererseits müssen die systematische Unsicherheit der Hadronisierungskorrektur und die theoretische Unsicherheit der perturbativen Vorhersage berücksichtigt werden. Letztere wird dadurch abgeschätzt, daß ein Parameter bei der Berechnung der resummierten Ergebnisse variiert wird, der ein Maß für die Größe der vernachlässigten Terme in den perturbativen Vorhersagen liefert (siehe Referenz [19]). Der systematische Einfluß der Hadronisierungsunsicherheit ergibt sich aus dem Unterschied der Anpassungsergebnisse, wenn zur Berechnung der Hadronisierungskorrektur nur eines der drei MC-Modelle Jetset, Herwig oder Ariadne verwendet wird. Zusätzliche systematische Unsicherheit der Anpassungsergebnisse kann sich aus einer möglichen QCD-Parameter-Abhängigkeit der Hadronisierungskorrekturen selbst ergeben. Dies wurde mit Hilfe eines 'Spielzeug'-MC-Modells (siehe auch Abschnitt 3.3) untersucht. Dabei wurde die effektive Kopplung an dem Verzweigungvertex $g \to gg$ von ihrem Standardwert $C_A \cdot \alpha_s = 3 \cdot \alpha_s$ auf den Wert $2.5 \cdot \alpha_s$ geändert und auch der Einfluß einer erneuten Anpassung der MC-Parameter berücksichtigt. So konnte gezeigt werden, daß die Unsicherheit der Anpassungsergebnisse aufgrund einer möglichen QCD-Parameter-Abhängigkeit der Hadronisierungskorrekturen etwa von derselben Größe ist wie die Variation aufgrund der unterschiedlichen Hadronisierungskorrekturen. Daher wird die Systematik aus der Variation der MC-Modelle zur Berechnung der Hadronisierungskorrek-

[1]Bei der perturbativen Berechnung von Meßgrößen, die in höheren Ordnungen von α_s bestimmt werden, treten Divergenzen auf, die mit Hilfe sogenannter Renormierungsschemata in einer geschlossenen Form berücksichtigt werden können, so daß die Vorhersagen für beobachtbare Meßgrößen endlich bleiben. Die Wahl eines solchen Renormierungsschemas, und damit der Wert von α_s, der aus dem Vergleich einer Messung mit der Theorie bestimmt wird, ist erst dann festgelegt, wenn eine Vorhersage mindestens die vollständige Ordung α_s^2 enthält [36].

tur im systematischen Fehler der Anpassungsergebnisse doppelt berücksichtigt. Außerdem wurde überprüft, daß die Wahl des Abschneideparameters Q_0 für den Partonschauer (siehe Abschnitt 2.3) nur einen vernachlässigbar kleinen Einfluß auf die Anpassungsergebnisse hat.

Um den gesamten systematischen Fehler der Anpassung inklusive aller Korrelationen zu bestimmen, wird für jede der Quellen systematischer Fehler eine Kovarianzmatrix berechnet. Anschließend werden diese aufsummiert. Analog ergeben sich die Gesamtfehler der Anpassung aus der Summe der statistischen und systematischen Kovarianzmatrizen. Details dieses Verfahrens können in Referenz [11] nachgelesen werden. Der Unterschied zur vorliegenden Arbeit besteht nur darin, daß dort die einzelnen Fehler mit dem zugehörigen χ^2 der Anpassung gewichtet sind. Dies ist hier nicht möglich, weil nur zwei Meßwerte $\langle N_g - 1\rangle(y_{0_i})$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_{0_i})$ für die Anpassung zur Verfügung stehen und ebenfalls zwei QCD-Parameter (entweder C_A und α_s oder $n_f T_R$ und α_s) bestimmt werden sollen. Daher ist das χ^2 nach der Minimierung gleich null. Somit handelt es sich hier im eigentlichen Sinne nicht um eine Anpassung der QCD-Parameter, weil die Anzahl der Freiheitsgrade gleich null ist, sondern um eine Bestimmung derselben. Trotzdem können mit diesem Verfahren Konfidenzgrenzen in der Ebene der betrachteten Parameter angegeben werden.

In Abbildung 7.1 sind die 68.3% Konfidenzellipsen der Anpassung für die drei unterschiedlich gewählten Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0 in den Parameterebenen $C_A \leftrightarrow \alpha_s$ bzw. $n_f T_R \leftrightarrow \alpha_s$ dargestellt. Diese Konfidenzgrenzen enthalten die statistischen und systematischen Fehler. Der Beitrag der Systematik ist für alle drei Werte von y_0 größer als der der Statistik. Dabei stellt der Einfluß der Hadronisierungsunsicherheit für die beiden niedrigeren Werte von y_0 den größten Einzelfehler dar. Generell ist die Genauigkeit, mit der die Farbfaktoren hier bestimmt werden, kleiner als die, welche gegenwärtig unter Verwendung von Winkelvariablen in 4-Jet-Ereignissen erreicht wird (siehe z.B. [11]). Trotzdem sind die Messungen interessant, weil es eine direkte Verbindung zwischen den Farbfaktoren und den Meßgrößen $\langle N_g - 1\rangle$ und $\langle N_q - 1\rangle$ gibt. So hängt die Subjet-Multiplizität eines Jets eng mit der Wahrscheinlichkeit zusammen, daß sich ein Parton in zwei aufspaltet. Daher kann eine Subjet-Multiplizität, die gegenüber der Standarderwartung erhöht ist, direkt einer größeren Kopplungsstärke α_s oder einem größeren Farbfaktor für den untersuchten Prozeß zugeordnet werden.

Abbildung 7.1(a) zeigt die Ergebnisse der gemeinsamen Anpassung von C_A und α_s. Dabei wurden die anderen Parameter der Theorie auf ihren Standardwerten fixiert: $C_F = 4/3$, $T_R = 1/2$ und $n_f = 5$. Die Meßergebnisse von C_A für die drei Werte von y_0 sind konsistent untereinander und stimmen mit der Erwartung von $C_A = 3$ für die QCD überein. Für $y_0 = 10^{-3.2}$ erhält man $C_A = 2.63 \pm 0.10(\text{stat.}) \pm 0.27(\text{sys.})$ und $\alpha_s = 0.130 \pm 0.005(\text{stat.}) \pm 0.014(\text{sys.})$ mit einem Korrelationskoeffizienten von $\rho = -0.89$. Die Präzision dieser Bestimmung von C_A ist vergleichbar mit der von älteren Messungen, in denen Winkelvariablen in 4-Jet-Ereignissen verwendet wurden (relativer Gesamtfehler Δ hier: $\Delta \approx 11\%$, in [9]: $\Delta \approx 17\%$, in [10]: $\Delta \approx 15\%$). Jedoch wurde dort eine größere Anzahl von Meßgrößen für die Bestimmung der QCD-Parameter benutzt, so daß die Anpassung in der Parameterebene $\frac{C_A}{C_F} \leftrightarrow \frac{T_R}{C_F}$ stattfand und damit eine stärkere Überprüfung der QCD darstellt.

In Abbildung 7.1(b) sind die Ergebnisse der gemeinsamen Bestimmung von $n_f T_R$ und α_s dargestellt. Dabei wurden wiederum die anderen QCD-Parameter auf ihren Standard-

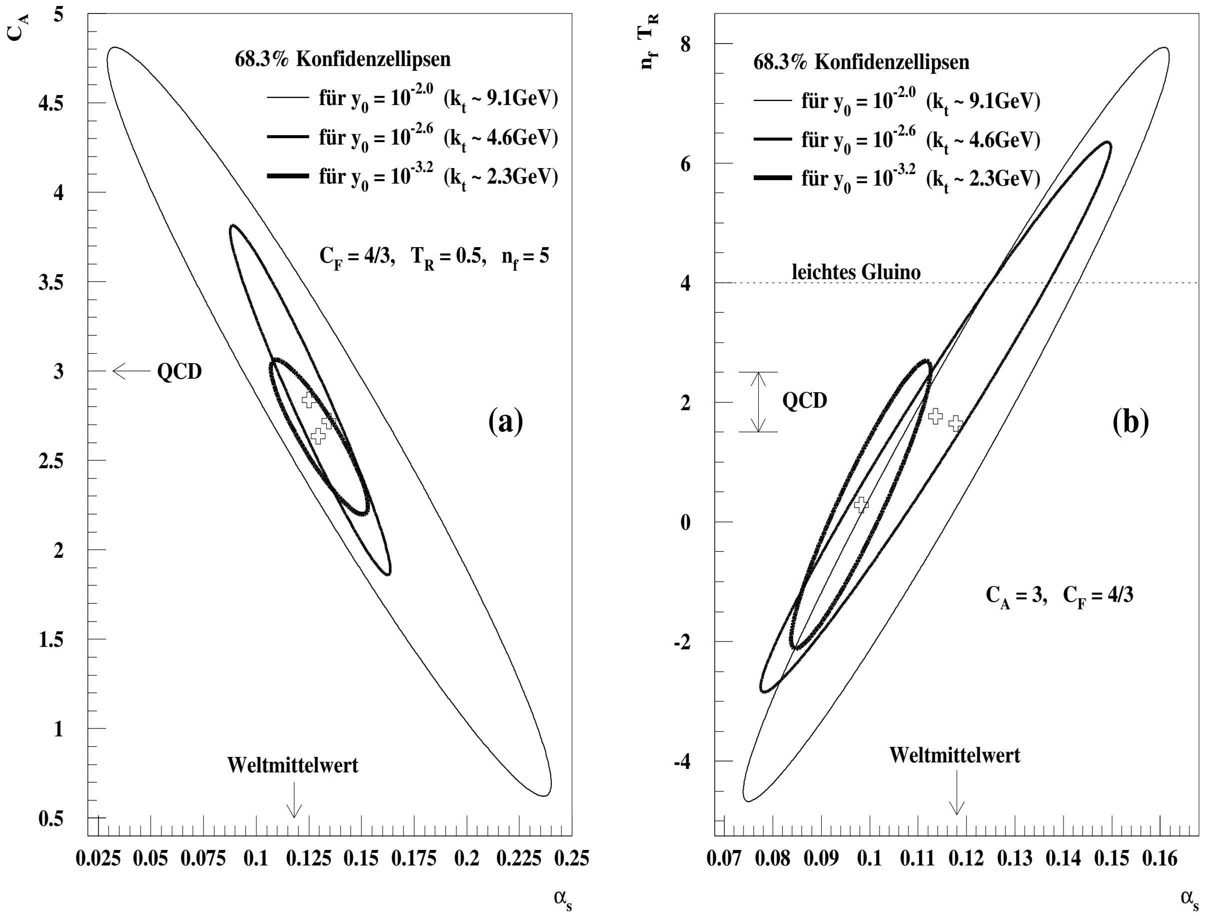

Abbildung 7.1: *Die 68.3% Konfidenzellipsen der gemeinsamen Anpassung von (a) C_A und α_s und (b) $n_f T_R$ und α_s für drei verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0: $y_0 = 10^{-3.2}$, $y_0 = 10^{-2.6}$ und $y_0 = 10^{-2.0}$. Die zugehörigen Werte der transversalen Energie ($k_t \approx \sqrt{y_0} \cdot E_{CM}$) sind ebenfalls angegeben. Die Konfidenzellipsen berücksichtigen die statistischen und systematischen Unsicherheiten.*

werten fixiert: $C_A = 3$ und $C_F = 4/3$. Das Anpassungsergebnis für $y_0 = 10^{-3.2}$ zeigt einen kleineren Wert von $n_f T_R$ als die anderen Werte von y_0. Dies läßt sich zumindest teilweise dadurch erklären, daß bei einer transversalen Energie von etwa 2.3 GeV die Produktion von $b\bar{b}$- und $c\bar{c}$-Paaren aus dem Prozess $g \to q\bar{q}$ stark unterdrückt ist. Daher ist die QCD-Vorhersage dort nicht mehr $5 \cdot 0.5 = 2.5$ (fünf aktive Quarktypen: u, d, s, c, b), sondern sie kann kleinere Werte bis zu $3 \cdot 0.5 = 1.5$ annehmen. Somit sind die Ergebnisse innerhalb ihrer Fehler mit den QCD-Vorhersagen verträglich. Für $y_0 = 10^{-3.2}$ erhält man $n_f T_R = 0.30 \ \pm^{0.55}_{0.50}$ (stat.) $\pm$ 1.50(sys.) und $\alpha_s = 0.098 \ \pm 0.003$(stat.) $\pm$ 0.009(sys.) mit einem Korrelationskoeffizienten von $\rho = +0.94$. Die Genauigkeit dieser Bestimmung von $n_f T_R$ ist schlechter als die von Messungen unter Verwendung von Winkelvariablen in 4-Jet-Ereignissen [9, 10, 11]. Außerdem beschränkt die Unsicherheit über die exakte QCD-Erwartung die Aussagekraft. Auch die Möglichkeit der Existenz von leichten Gluinos (die gepunktete Linie in Abbildung 7.1(b) entspricht der Vorhersage $8 \cdot 0.5 = 4$, siehe Abschnitt 2.1) läßt sich mit dieser Messung nicht signifikant ausschließen. Generell ist zu bedenken, daß der Beitrag des Prozesses $g \to q\bar{q}$ an der gesamten mittleren Subjet-Multiplizität von Gluonjets kleiner ist als der aus dem Prozess $g \to gg$. Daher sind die Messungen hier deutlich weniger empfindlich auf $n_f T_R$ als auf C_A.

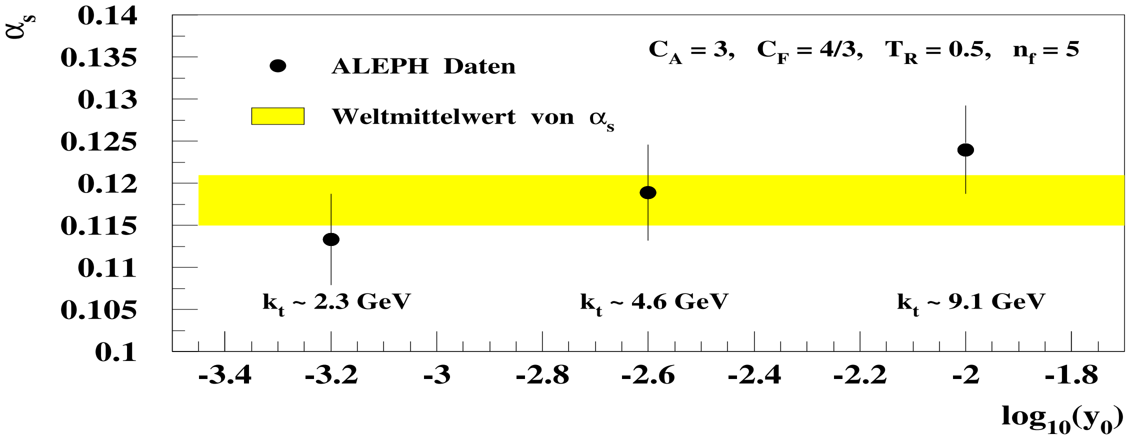

Abbildung 7.2: *Die Ergebnisse der Anpassung der Kopplungsstärke α_s für drei verschiedene Werte von y_0: $10^{-3.2}$, $10^{-2.6}$ und $10^{-2.0}$. Die zugehörigen Werte der transversalen Energie k_t sind ebenfalls angegeben. Das graue Band zeigt den Weltmittelwert von α_s mit seinem Fehler. Die Fehler der Meßpunkte schließen statistische und systematische Unsicherheiten ein.*

In einer weiteren Analyse werden die QCD-Parameter C_A, C_F, T_R und n_f auf ihre Standardwerte 3, 4/3, 0.5 bzw. 5 fixiert und nur die Kopplungsstärke α_s an die Messungen von $\langle N_g - 1\rangle(y_{0_i})$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_{0_i})$ angepaßt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.2 dargestellt und zeigen eine gute Übereinstimmung der Werte von α_s in der LO+NLLA-Theorie mit dem Weltmittelwert der starken Kopplungsstärke ($\alpha_s(m_Z) = 0.118 \pm 0.003$ [17]). Dies ist zunächst vielleicht erstaunlich, weil perturbative Rechnungen, die nur die führende Ordnung von α_s enthalten, generell deutlich höhere Werte von α_s benötigen, um die Daten zu beschreiben. Die Vorhersage, die hier verwendet wurde, enthält jedoch zusätzlich auch die Beiträge von führenden und nachfolgenden logarithmischen Termen und ist damit in der Lage, die Daten mit einem Wert für α_s zu beschreiben, der in der Nähe des Weltmittelwertes liegt. Dies gibt einen Hinweis darauf, daß die LO+NLLA-Rechnung den Großteil der wichtigen Terme in der QCD-Entwicklung (Gleichung 2.15) berücksichtigt und damit eine zuverlässige Vorhersage liefert. Außerdem zeigt sich so die Wichtigkeit der Aufsummation von Logarithmen, um verläßliche Vorhersagen für Meßgrößen im Übergangsbereich zwischen Effekten der harten und weichen QCD zu gewinnen. Die verbleibende y_0-Abhängigkeit, die aus Abbildung 7.2 ersichtlich ist, kann fehlenden höheren Ordnungen in der Vorhersage zugeschrieben werden. So ist zu erwarten, daß bei Berücksichtigung der vollständigen Ordnung α_s^2 in der Vorhersage die gemessenen Werte von α_s vor allem bei großen y_0 reduziert würden. Eine Aufsummation der Terme der NNLLA ließe einen flacheren Abfall der Meßwerte von α_s zu kleinen Werten von y_0 erwarten.

Obwohl es, wie zu Anfang diskutiert, keine Rechtfertigung dafür gibt, den Wert von α_s auf den Weltmittelwert zu fixieren und nur die QCD-Farbfaktoren anzupassen, sind die Ergebnisse einer solchen Untersuchung im folgenden aufgeführt. Bei der Bestimmung von C_A für die drei Werte $10^{-3.2}$, $10^{-2.6}$ und $10^{-2.0}$ von y_0 erhält man Ergebnisse im Bereich zwischen 2.9 und 3.2, wobei die relativen Gesamtfehler bis zu 5% betragen. Für das Produkt $n_f T_R$ ergeben sich Werte zwischen 1.7 und 3.1. Der relative Gesamtfehler beträgt hier bis zu 58%. Somit zeigt auch diese Untersuchung, daß die Meßergebnisse im Rahmen der Fehler mit den Erwartungen für die QCD übereinstimmen.

Kapitel 8

Zusammenfassung

Aus etwa $3 \cdot 10^6$ hadronischen Z^0-Zerfällen, die mit dem ALEPH-Detektor am Speicherring LEP in den Jahren 1991 bis 1994 aufgenommen worden sind, wurden 71 972 mercedessternartige 3-Jet-Ereignisse mit Hilfe des Durham-Algorithmus (Auflöseparameter $y_{cut} = 0.1$) selektiert. Durch die präzise Vermessung der Stoßparameter geladener Teilchen konnten in diesen Ereignissen 4 005 Gluonjetkandidaten mit einer Reinheit von etwa 94.4% identifiziert werden. In der Menge aller Jets der selektierten 3-Jet-Ereignisse, die zu etwa 2/3 aus Quarkjets und 1/3 aus Gluonjets bestehen, und in der zuvor erwähnten gluonenangereicherten Jetmenge wurden Teilchenbündel (Subjets) innerhalb der einzelnen Jets aufgelöst, indem der Durham-Algorithmus mit einem kleineren Auflöseparameter ($y_0 < 0.1$) verwendet wurde. Nach Korrekturen für Detektoreffekte und Entfaltung der Eigenschaften von reinen Quark- und Gluonjets konnten so der Mittelwert $\langle N - 1 \rangle$ und die Standardabweichung σ der Subjet-Multiplizitätsverteilung für Quark- und Gluonjets vermessen werden. Diese Meßgrößen wurden als Funktion sowohl des Subjet-Auflöseparameters y_0 als auch der Energie des betrachteten Jets E_{jet} bestimmt.

Durch die Variation des Subjet-Auflöseparameters läßt sich der Übergang zwischen perturbativen (große y_0) und nicht-perturbativen Effekten der QCD (kleine y_0) studieren. So zeigt sich zunächst, daß sowohl Mittelwert als auch Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluonjets im perturbativen Bereich größer sind als die von Quarkjets. Eine Aufspaltung der verfügbaren Statistik in Intervalle der Jetenergie verstärkt diesen Effekt weiter. Beim Übergang zu kleineren Werten von y_0 bleiben diese Unterschiede für die mittleren Subjet-Multiplizitäten in reduzierter Form erhalten, während es für die Standardabweichungen im nicht-perturbativen Bereich keine Unterschiede mehr zwischen Quark- und Gluonjets gibt. Der Vergleich der Meßgrößen mit den Vorhersagen der MC-Modelle Jetset, Herwig und Ariadne zeigt über viele Größenordnungen eine generell gute Übereinstimmung. Im Detail liefert das Herwig-Modell über alle Werte von y_0 die beste Vorhersage der mittleren Subjet-Multiplizitäten, während der Ariadne-Generator im nicht-perturbativen Bereich zu große Werte von $\langle N - 1 \rangle$ erwarten läßt. Bezüglich der Standardabweichungen der Subjet-Multiplizitätsverteilungen sind alle MC-Modelle mit den Daten verträglich; nur das Herwig-Modell sagt im nicht-perturbativen Bereich den Wert von σ für Quarkjets signifikant zu groß voraus, während die Vorhersage für Gluonjets richtig ist.

Ein Vergleich der Meßgrößen mit perturbativen QCD-Vorhersagen unterschiedlicher

Genauigkeit liefert ebenfalls eine gute Übereinstimmung. Es zeigt sich, daß die Aufsummation von führenden und nachfolgenden logarithmischen Termen auch für die getrennte Untersuchung von Quark- und Gluonjets wichtig ist, damit die perturbative Beschreibung auf Bereiche der weichen QCD ausgedehnt werden kann. So wird für die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluonjets eine Verträglichkeit mit den Daten von $y_0 \lesssim 0.1$ bis $y_0 \approx 10^{-5}$ erreicht. Bei den Quarkjets zeigen sich bereits bei größeren Werten von y_0 Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte. Daher wird dort die Verträglichkeit zwischen Theorie und Daten schon ab $y_0 \approx 10^{-3}$ deutlich schlechter. Um die Übereinstimmung der Meßwerte für $\langle N_g - 1\rangle$ und $\langle N_q - 1\rangle$ mit einer perturbativen LO+NLLA-Vorhersage (führende Ordnung in α_s und Aufsummation von führenden und nachfolgenden Logarithmen [19]) genauer zu quantifizieren, wurden aus diesem Vergleich Parameter der QCD bestimmt. So konnte eine gute Verträglichkeit der Meßwerte für die Farbfaktoren der Gluonverzweigung (C_A für $g \to gg$, T_R für $g \to q\bar{q}$) mit den QCD-Erwartungen nachgewiesen werden. Darüber hinaus zeigt das Anpassungsergebnis für die starke Kopplungsstärke in der LO+NLLA-Theorie eine gute Übereinstimmung mit dem Weltmittelwert von α_s.

Anhänge

In den Anhängen A bis D werden MC-Studien über die Eigenschaften der in der vorliegenden Arbeit betrachteten Meßgrößen unter verschiedenen Gesichtspunkten durchgeführt: In Anhang A werden die MC-Vorhersagen für spezielle Ereignistypen ($Z^0 \to u\bar{u}$, $Z^0 \to d\bar{d}$ und $Z^0 \to b\bar{b}$) untersucht, und in Anhang B werden unterschiedliche Cluster-Algorithmen studiert. Eine Definition der Teilchenmultiplizität des jeweiligen Jets, welche die theoretische Beschreibung vereinfacht, wird in Anhang C untersucht, und Anhang D zeigt die Abhängigkeit der Meßgrößen von einer Größe μ, die ebenfalls von der Theorie motiviert ist und die neben der Jetenergie auch die Winkel zwischen den Jets mit einbezieht.

Alle diese Studien werden mit dem Monte-Carlo-Generator Jetset 7.4 durchgeführt[1]. Dabei wird besonders auf den Vergleich der Meßgrößen zwischen Hadron- und Partonniveau geachtet. Die Größe der Hadronisierungseffekte ist ein wichtiges Kriterium zur Beurteilung von verschiedenen Cluster-Algorithmen oder anderen Definitionen des Teilcheninhaltes eines Jets. Für diese Untersuchungen werden die Meßgrößen im folgenden der Einfachheit wegen meist nur als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0 gezeigt, d.h. die Abhängigkeit von der Jetenergie E_{jet} wird nicht betrachtet. Bezüglich der relativen Größe der Hadronisierungseffekte sind die so gewonnenen Erkenntnisse auch für die Betrachtung mehrdimensionaler Abhängigkeiten anwendbar, wobei dort allerdings Unterschiede zwischen Parton- und Hadronniveau generell noch verstärkt werden. Im Gegensatz dazu ist der absolute Wert der Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau stark davon abhängig, ob z.B. die E_{jet}-Abhängigkeit betrachtet wird oder nicht (Mittelungseffekte).

In Anhang E sind die Ergebnisse für die verschiedenen Meßgrößen mit statistischen und systematischen Fehlern in numerischer Form aufgeführt. Neben den Messungen aus ALEPH-Daten sind für den E_{jet}-integrierten Fall auch die Vorhersagen unterschiedlicher MC-Modelle aufgelistet.

[1]Die Anpassung der Parameter dieses Generators entspricht dem Stand vom Oktober 1994. Dies ist zwar nicht identisch mit der Anpassung von Jetset 7.4, welche in der übrigen Arbeit verwendet wird (Stand September 1996), jedoch sind die Unterschiede für die hier gemachten Aussagen unwesentlich.

Anhang A

Die Subjetmultiplizität für spezielle Ereignistypen

Um die Abhängigkeit der Meßgrößen von der Art des Z^0-Zerfalls zu untersuchen, wurden jeweils $2 \cdot 10^6$ Ereignisse der Typen $Z^0 \to u\bar{u}$ und $Z^0 \to d\bar{d}$, sowie $4 \cdot 10^6$ $Z^0 \to b\bar{b}$ Ereignisse mit dem MC-Modell Jetset 7.4 generiert und mit dem Standard-Durham-Algorithmus (siehe Abschnitt 3.1 oder Anhang B.1) analysiert. Dabei wurde der Jetauflöseparameter y_1 wie gewöhnlich in dieser Arbeit auf 0.1 festgelegt. Damit erhält man eine 3-Jet-Rate von etwa 5.5% für die $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$ Ereignisse, sowie 5.3% für die $b\bar{b}$ Ereignismenge. Die Verteilungen der Jetenergien der so gewonnenen Quark- und Gluonjets sind für alle drei Ereignismengen sehr ähnlich und entsprechen damit auch den Verteilungen für die Ereignisse in der natürlichen Zusammensetzung der Zerfälle $Z^0 \to q\bar{q}$. Im folgenden werden die $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$ Ereignismengen zusammengefaßt, so daß die Fehlerbalken in den Abbildungen A.1 und A.2 den gesamten statistischen Fehler für jeweils $4 \cdot 10^6$ Z^0-Zerfälle in leichte bzw. schwere Quarks darstellen.

Im Vergleich der Abbildungen A.1 und A.2 erkennt man zunächst, daß die Eigenschaften eines Gluonjets in der MC-Simulation nicht vom Quarktyp des Z^0-Zerfalls abhängen. Bei Mittelwert und Breite der Subjetmultiplizität von Quarkjets zeigen sich jedoch starke Unterschiede zwischen Zerfällen in leichte oder schwere Quarks. Auf Partonniveau ist deutlich zu erkennen, daß beide Meßgrößen in $Z^0 \to b\bar{b}$ Ereignissen kleiner vorhergesagt werden als bei Z^0-Zerfällen in leichte Quarks. Dies gilt besonders für y_0-Werte unterhalb von $10^{-2.5}$ ($y_0 = 10^{-2.5}$ entspricht einer transversalen Energie $k_t = \sqrt{y_0} \cdot 91.2\,\text{GeV}$ von etwa 5 GeV). Dieses Verhalten läßt sich zum einen dadurch erklären, daß die Wahrscheinlichkeit für Gluonabstrahlung von schweren Quarks kleiner ist als von leichten Quarks. Außerdem ist der zur Verfügung stehende Phasenraum auch durch die größere Quarkmasse eingeschränkt. Auf Hadronniveau führen die Zerfälle schwerer b-Hadronen stets zu einer höheren Subjetmultiplizität als in $u\bar{u}$ und $d\bar{d}$ Ereignissen, so daß das Multiplizitätsdefizit auf Partonniveau mehr als nur ausgeglichen wird. Daher ist die Breite der Subjetmultiplizitätsverteilung in $b\bar{b}$ Ereignissen auf Hadronniveau auch etwas kleiner. Bei Betrachtung der Verhältnisse $\frac{Gluon}{Quark}$ treten die genannten Unterschiede besonders deutlich zu Tage. Für große Subjetauflöseparameter, wo Quarkmassen- und Hadronisierungseffekte klein sind, gehen die Meßgrößen der verschiedenen Ereignistypen jedoch ineinander über.

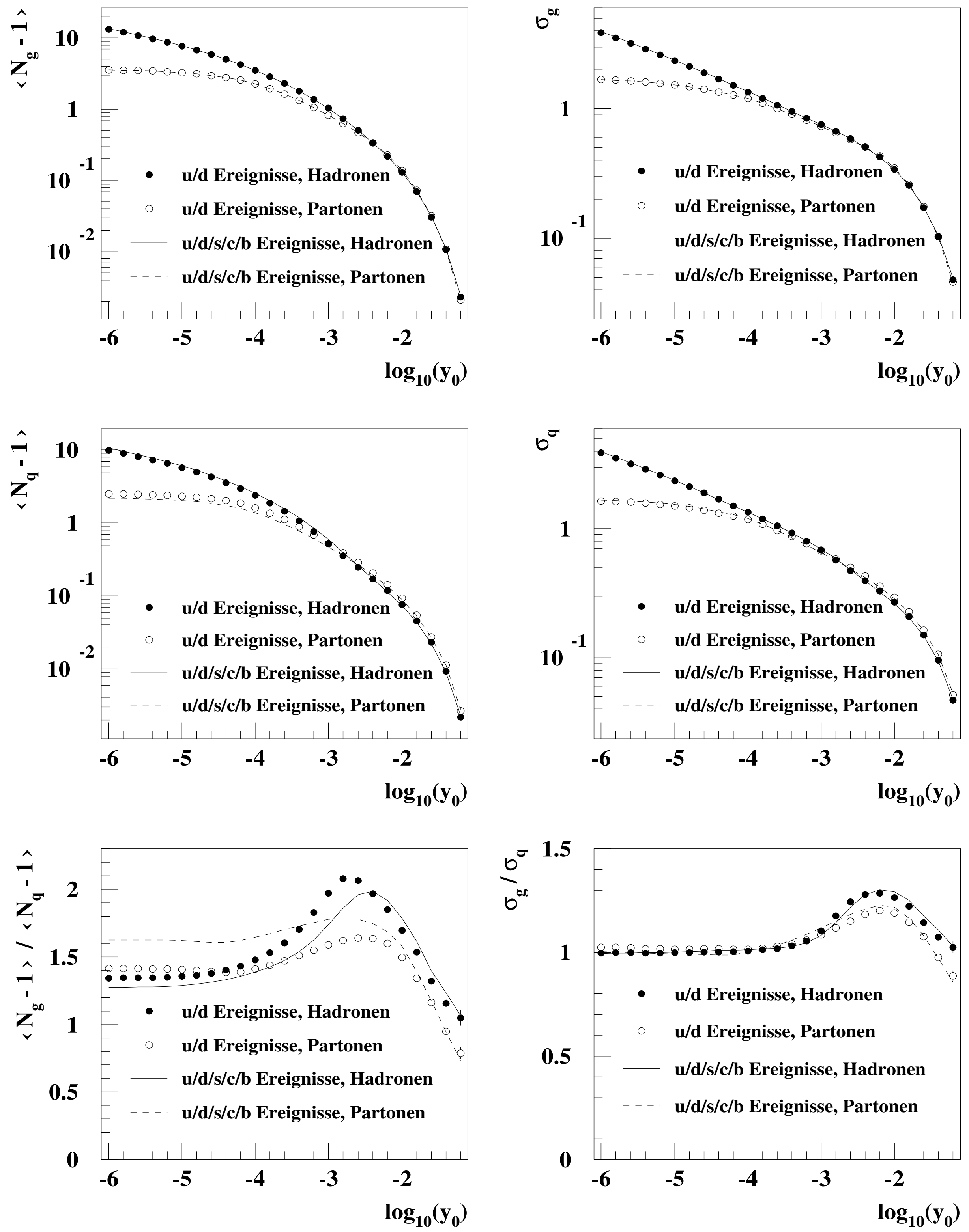

Abbildung A.1: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau für $Z^0 \to u\bar{u}$ und $Z^0 \to d\bar{d}$ Ereignisse sind mit denen für Ereignisse in der natürlichen Quarkmischung auf der Z^0-Resonanz verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

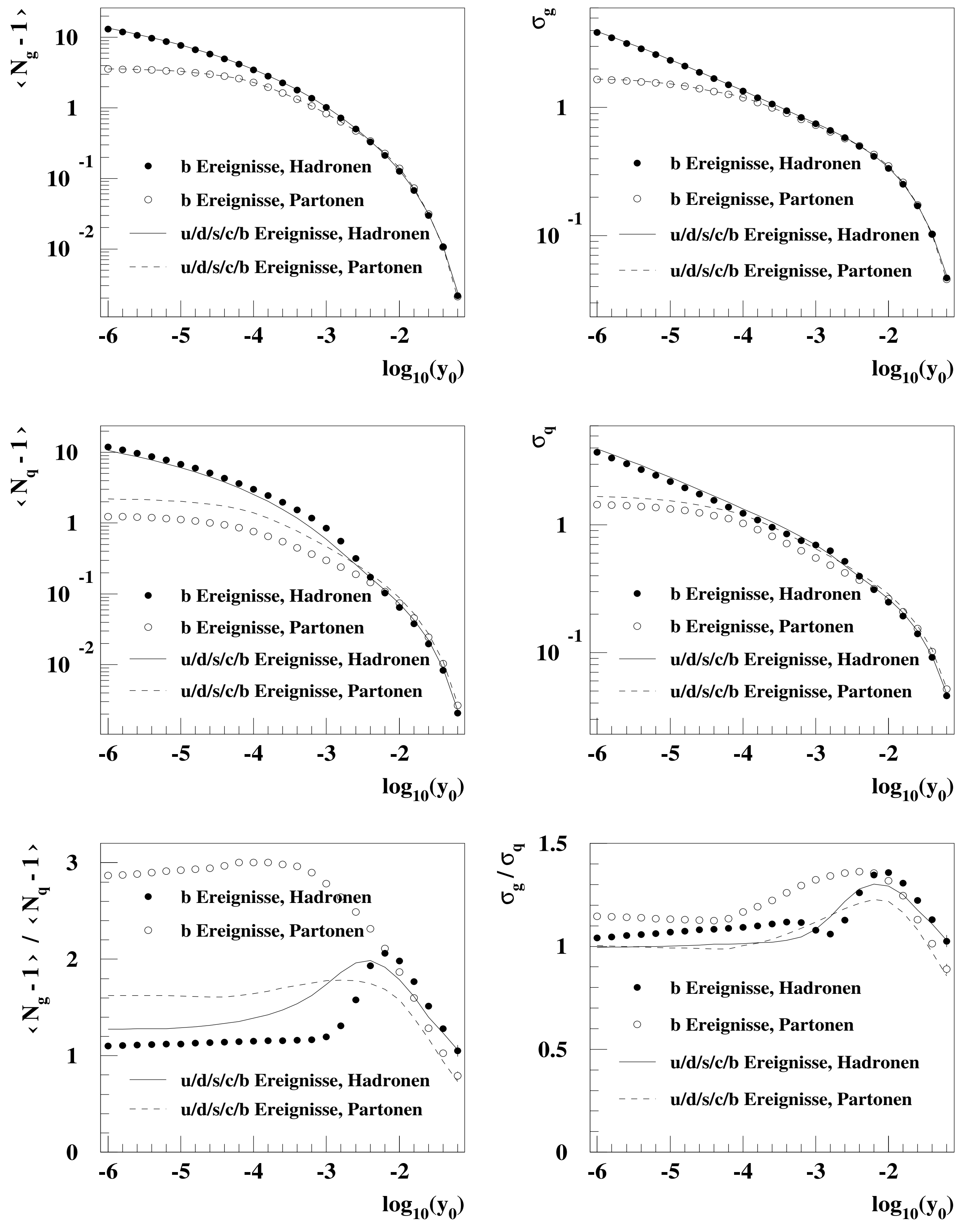

Abbildung A.2: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters* y_0. *Die Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau für* $Z^0 \to b\bar{b}$ *Ereignisse sind mit denen für Ereignisse in der natürlichen Quarkmischung auf der* Z^0*-Resonanz verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

Anhang B

Andere Cluster-Algorithmen

In der vorliegenden Arbeit wurden bisher alle Jets und Subjets mit Hilfe des Standard-Durham-Cluster-Algorithmus definiert. In diesem Teil den Anhangs werden nun zwei andere Cluster-Algorithmen vorgestellt, mit denen die betrachteten Meßgrößen sinnvoll studiert werden können. Dabei ist zu erwähnen, daß generell nur solche Algorithmen für die Betrachtung von Multiplizitäten angeraten sind, die ähnlich dem Standard-Durham-Algorithmus definiert sind [67]. Nur für solche Algorithmen lassen sich die führenden Logarithmen in perturbativen Rechnungen sinnvoll aufsummieren [34]. Zunächst wird eine Definition vorgestellt, die lediglich die verwendete Distanzgröße y_{ij} im Durham-Algorithmus verändert. Danach wird der Versuch unternommen, einen 'verbesserten' Durham-Algorithmus zu definieren.

B.1 Der Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße

Ein Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße y_{ij} wurde im Sommer 1995 von M.H. Seymour vorgeschlagen [36]. Dieser Vorschlag kam ursprünglich im Zusammenhang mit der Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen auf, er wird in diesem Anhang aber ohne dieses Zusatzkriterium untersucht. Dabei wird gegenüber dem Standard-Durham-Algorithmus lediglich die Rechenvorschrift für die Größe y_{ij}, die über die Kombination von zwei Teilchen entscheidet, geändert, während der Ablauf des Algorithmus unverändert bleibt. Um die Situation hier zu verdeutlichen und auch um die im nächsten Abschnitt folgende Diskussion eines 'verbesserten' Durham-Algorithmus zu vereinfachen, ist nun der Ablauf des Durham-Algorithmus in seiner Standardform und mit veränderter Distanzgröße schematisch skizziert:
Eingabe: N Teilchen mit Energie E_i und Impuls $\vec{p_i}$, E_{vis} stellt die gesamte sichtbare Energie im hadronischen oder partonischen[1] Endzustand dar.

1. Falls nur 1 Teilchen oder Pseudoteilchen übrig ist, so wird die Ausführung des Algorithmus beendet.

2. Berechne die Größe y_{ij} für jede Kombination von Teilchen oder Pseudoteilchen:

[1]Falls der Algorithmus auf Partonniveau angewendet wird.

- falls der Standard-Durham-Algorithmus verwendet wird:

$$y_{ij} = \frac{2 \cdot \min(E_i^2, E_j^2) \cdot (1 - \cos\theta_{ij})}{E_{vis}^2} \quad \text{wobei} \quad \cos\theta_{ij} = \frac{\vec{p_i} \cdot \vec{p_j}}{|\vec{p_i}||\vec{p_j}|},$$

- falls der Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße verwendet wird:

$$y_{ij} = \frac{\min(\frac{E_i^2}{E_j^2}, \frac{E_j^2}{E_i^2}) \cdot (E_i + E_j)^2 \cdot 4 \cdot \frac{1-\cos\theta_{ij}}{1+\cos\theta_{ij}}}{E_{vis}^2} \quad \text{wobei} \quad \cos\theta_{ij} = \frac{\vec{p_i} \cdot \vec{p_j}}{|\vec{p_i}||\vec{p_j}|}.$$

3. Das Paar $(i,\ j)$ mit dem kleinsten Wert von y_{ij} $(= y_{ij}^{min})$ wird ausgewählt.

4. Falls y_{ij}^{min} kleiner als ein zuvor festgelegter Auflöseparameter y_{cut} ist, so werden die Teilchen oder Pseudoteilchen i und j durch ein neues Pseudoteilchen k ersetzt. Dabei wird die Viererimpulserhaltung berücksichtigt ($E_k = E_i + E_j$, $\vec{p_k} = \vec{p_i} + \vec{p_j}$). Danach wird der Algorithmus mit Punkt 1 dieses Ablaufplans fortgeführt.
   Falls y_{ij}^{min} größer oder gleich y_{cut} ist, so wird die Ausführung des Algorithmus beendet und die Anzahl der verbleibenden Teilchen oder Pseudoteilchen bestimmt die Anzahl der Jets im jeweiligen Ereignis. Diese Aussage hängt natürlich von dem zuvor gewählten Auflöseparameter y_{cut} ab.

Die Definition mit veränderter Distanzgröße benachteiligt deutlich die Kombination von zwei Teilchen mit ähnlicher Energie oder großen Unterschieden in ihren Impulsrichtungen. Dies wird offensichtlich, wenn man die veränderte Distanzgröße als Funktion der Standarddistanzgröße darstellt:

$$y_{ij}(\text{Durham-Alg. mit veränderter Distanzgröße}) = y_{ij}(\text{Standard-Durham-Alg.}) \cdot \min(\frac{1}{E_i^2}, \frac{1}{E_j^2}) \cdot (E_i + E_j)^2 \cdot \frac{2}{1 + \cos\theta_{ij}}.$$

Es ist leicht zu sehen, daß der zusätzliche Faktor auf der rechten Seite stets größer/gleich 1 ist und für zwei Teilchen mit gleicher Energie oder großem Winkel zueinander stark ansteigt. Dies bedeutet einerseits, daß die Zusammenfassung solcher Teilchenpaare unterdrückt wird. Andererseits bewirkt der Unterschied in der Größe y_{ij} auch, daß ein fester Wert des Auflöseparameters y_{cut} für den Standard- und den veränderten Durham-Algorithmus nicht mehr dieselbe Bedeutung hat. So liegt z.B. die 3-Jet-Rate für den Standard-Durham-Algorithmus bei einem Jetauflöseparameter von $y_{cut} = y_1 = 0.1$ bei etwa 5.4%. Um eine ähnliche 3-Jet-Rate (5.3%) auch für den Algorithmus mit veränderter Distanzgröße zu erhalten, muß der Jetauflöseparameter $y_{cut} = y_1 = 0.53$ benutzt werden. Wenn dies geschieht, so sind auch die Verteilungen der Jetenergien der Quark- und Gluonjets ähnlich für beide Algorithmen, so daß also etwa dieselben Ereignisse selektiert werden.

Der Effekt, daß die Bedeutung eines Werte von y_{ij} für die beiden Algorithmen gegeneinander verschoben ist, kann auch aus Abbildung B.1 abgelesen werden. Hierzu wurden $2 \cdot 10^6$ Ereignisse mit dem MC-Modell Jetset 7.4 generiert und mit dem Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße analysiert. Dabei wurde der Jetauflöseparameter y_1 wie bereits erwähnt auf 0.53 festgelegt. Zum Vergleich ist in Abbildung B.1

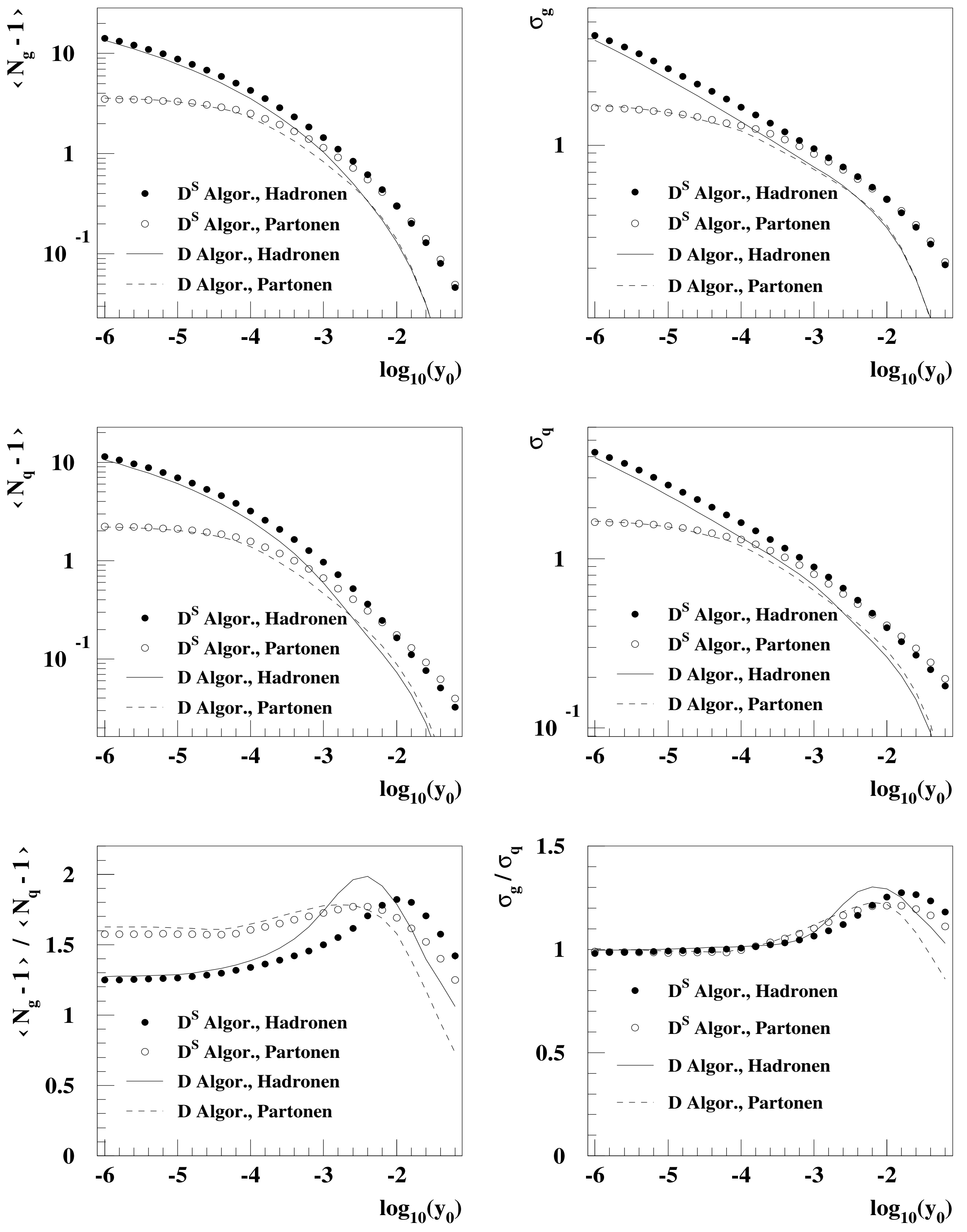

Abbildung B.1: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße* ($\mathrm{D^S}$) *sind mit denen für den Standard-Durham-Algorithmus* (D) *verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

auch die Vorhersage für den Standard-Durham-Algorithmus mit $y_1 = 0.1$ eingetragen. Es ist deutlich zu sehen, daß für feste Werte der Meßgrößen in Quark- und Gluonjets der Algorithmus mit veränderter Distanzgröße stets größere Subjet-Auflöseparameter y_0 benötigt als der Standard-Durham-Algorithmus. Auch scheint der Bereich großer y_0 für den Algorithmus mit veränderter Distanzgröße gedehnt zu sein[2]. Wenn man allerdings die Ergebnisse beider Algorithmen für entsprechende Werte von y_0 vergleicht, so erkennt man, daß die Hadronisierungseffekte für beide Algorithmen etwa gleich sind. Da also durch die Verwendung des Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße kein deutlicher Vorteil zu gewinnen ist, wurde die Messung in der vorliegenden Arbeit mit dem Standard-Durham-Algorithmus durchgeführt, der für e^+e^--Annihilationen bei hoher Schwerpunktenergie mittlerweile auch zu einem Standard geworden ist.

B.2 Ein 'verbesserter' Durham-Algorithmus

Etwas früher als der Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße wurde im Sommer 1995 von Y.L. Dokshitzer und B.R. Webber ein 'verbesserter' Durham-Algorithmus vorgeschlagen [68]. Dieser neue Cluster-Algorithmus sollte alle die Vorzüge des Standard-Durham-Algorithmus erhalten, jedoch den Bereich kleiner Auflöseparameter besser beschreiben. Der grundlegende Gedanke bei der Entwicklung des neuen Algorithmus war, daß die Teilchen, die aus demselben Mutterteilchen entstanden sind, zuerst zusammengefaßt werden sollten. Um diesem Konzept Rechnung zu tragen, wurde folgender Ablaufplan vorgeschlagen:
Eingabe: N Teilchen mit Energie E_i und Impuls $\vec{p_i}$, E_{vis} stellt die gesamte sichtbare Energie im hadronischen oder partonischen[3] Endzustand dar.

1. Falls nur 1 Teilchen oder Pseudoteilchen übrig ist, so wird dieses als Jet markiert und die Ausführung des Algorithmus wird beendet.

2. Für jede Kombination von Teilchen oder Pseudoteilchen wird der Winkel zwischen beiden Impulsrichtungen θ_{ij} berechnet.

3. Das Paar $(i,\ j)$, dessen Impulsrichtungen den kleinsten Winkel θ_{ij} zueinander bilden $(= \theta_{ij}^{min})$, wird ausgewählt.

4. Berechne den Wert von y_{ij} nur für das unter Punkt 3 ausgewählte Paar nach der Formel
$$y_{ij}^{min} \;=\; \frac{2 \cdot \min(E_i^2, E_j^2) \cdot (1 - \cos\theta_{ij}^{min})}{E_{vis}^2}\,.$$

5. Falls y_{ij}^{min} kleiner als ein zuvor festgelegter Auflöseparameter y_{cut} ist, so werden die Teilchen oder Pseudoteilchen i und j durch ein neues Pseudoteilchen k ersetzt. Dabei wird die Viererimpulserhaltung berücksichtigt ($E_k = E_i + E_j$, $\vec{p_k} = \vec{p_i} + \vec{p_j}$).

[2] Man muß jedoch bedenken, daß benachbarte Werte von y_0 sehr stark korreliert sind und damit keine neuen Informationen gewonnen werden.

[3] Falls der Algorithmus auf Partonniveau angewendet wird.

Falls y_{ij}^{min} größer oder gleich y_{cut} ist, so wird das energieärmere der beiden Teilchen oder Pseudoteilchen als Jet markiert und aus der Menge der Teilchen oder Pseudoteilchen entnommen.

6. Der Algorithmus wird mit Punkt 1 dieses Ablaufplans fortgeführt.

Die Summe aller Teilchen oder Pseudoteilchen, die während der Ausführung des Algorithmus als Jet markiert wurden, gibt die Jetmultiplizität im betrachteten Ereignis an. Diese Aussage hängt natürlich von dem zuvor gewählten Auflöseparameter y_{cut} ab.

Wenn man diesen Algorithmus mit dem Standard-Durham-Algorithmus vergleicht, so fällt zunächst eine wichtige Gemeinsamkeit auf: Die Definition der Größe y_{ij} ist für beide Algorithmen gleich, so daß ein Wert von y_{cut} für beide Algorithmen zu vergleichbaren Ergebnissen führt. Es zeigen sich jedoch auch einige Unterschiede: Bei der erstmaligen Kombination von zwei Teilchen faßt der Standard-Durham-Algorithmus im Regelfall das Teilchen niedrigster Energie mit dem zusammen, welches mit ihm den kleinsten Winkel bildet. Dagegen kombiniert der 'verbesserte' Durham-Algorithmus in der Regel stets das Paar mit dem kleinsten Winkel zuerst, nahezu unabhängig von den Teilchenenergien. Ein anderer Unterschied wird aus dem folgenden Beispiel klar: Wenn ein Quark zunächst ein energiearmes Gluon (1) unter großem Winkel abstrahlt, und anschließend in ein weiteres Gluon (2) und den Quarkrest (3) aufspaltet (Energien: $E_1 \ll E_2 \ll E_3$; Winkel: $\theta_{23} \ll \theta_{13} \approx \theta_{12}$), dann wird mit dem 'verbesserten' Durham-Algorithmus stets zunächst die Kombination der Teilchen (2) und (3) gebildet und anschließend diese Summe mit Teilchen (1) zusammengefaßt. Dies entspricht sowohl der Entwicklung dieses Prozesses als auch dem Farbfluß im betrachteten System (kohärente Abstrahlung des Teilchens (1) von dem eng zusammenliegenden System (2)+(3)). Dagegen wird mit dem Standard-Durham-Algorithmus gleichwahrscheinlich entweder die Kombination (1)+(3) oder die Kombination (1)+(2) gebildet. Dies bedeutet, daß in 50% solcher Fälle zunächst die beiden Gluonen zusammengefaßt werden, bevor diese dann mit dem ursprünglichen Quark kombiniert werden können. Dieses Beispiel macht deutlich, daß der Standard-Durham-Algorithmus tendenziell mehr 'falsche' Gluonjets produziert, die dann evtl. so viel Energie ansammeln, daß sie später nicht mehr mit dem ursprünglichen Quark rekombiniert werden.

Dies ist wenigstens die theoretische Vorstellung. Wie sich der 'verbesserte' Durham-Algorithmus aber auf die in dieser Arbeit untersuchten Meßgrößen auswirkt, wird in Abbildung B.2 gezeigt[4]. Hierfür wurden $5 \cdot 10^6$ bzw. $2.4 \cdot 10^6$ Ereignisse auf Hadron- bzw. Partonniveau mit dem MC-Modell Jetset 7.4 generiert und mit dem 'verbesserten' Durham-Algorithmus analysiert. Dabei wurde der Jetauflöseparameter y_1 wieder auf 0.1 festgelegt, was hier einer 3-Jet-Rate von etwa 5.3% entspricht. Die Verteilungen der Jetenergien der so gewonnenen Quark- und Gluonjets sind sehr ähnlich zu denen, die man mit dem Standard-Durham-Algorithmus erhält, was eine gute Vergleichbarkeit sichert. Somit ist in Abbildung B.2 auch die Vorhersage für den Standard-Durham-Algorithmus eingetragen. Im Vergleich beider Algorithmen sind keine erheblichen Unterschiede zu sehen. Auch die Erwartung, daß der Standard-Durham-Algorithmus mehr 'falsche' Gluonjets produziert

[4]Das Kürzel D^W für den 'verbesserten' Durham-Algorithmus wurde von Y.L. Dokshitzer und B.R. Webber vorgeschlagen. Es beruht auf dem Ausdruck: 'Wisdomized Durham algorithm'.

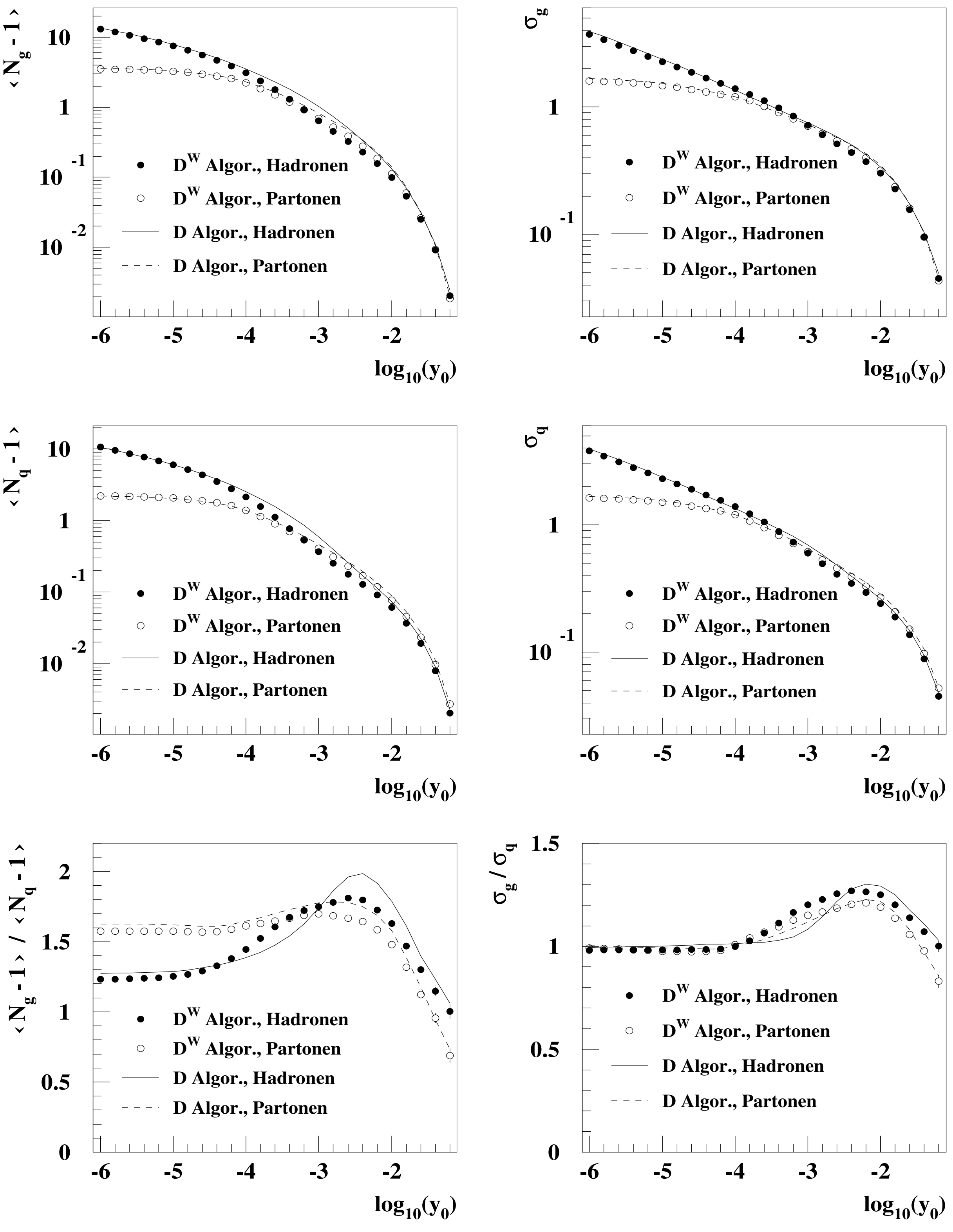

Abbildung B.2: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau für den 'verbesserten' Durham-Algorithmus* ($\mathrm{D^W}$) *sind mit denen für den Standard-Durham-Algorithmus* (D) *verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

als der 'verbesserte' Durham-Algorithmus ist nicht klar zu bestätigen, weil ein ähnlicher Verlauf auch für die Quarkjets zu erkennen ist. Es fällt allerdings auf, daß der Bereich von Subjet-Auflöseparametern y_0, in dem die Hadronisierungskorrekturen für die mittleren Subjetmultiplizitäten relativ klein sind, für den 'verbesserten' Durham-Algorithmus etwas mehr ausgedehnt ist (z.B. gute Übereinstimmung zwischen Hadron- und Partonniveau bei $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ und $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ für $-2.8 \leq \log_{10}(y_0)(\mathrm{D} - \mathrm{Algor.}) \leq -1.4$ bzw. $-3.4 \leq \log_{10}(y_0)(\mathrm{D^W} - \mathrm{Algor.}) \leq -1.4$). Gleichzeitig muß man jedoch feststellen, daß in diesen Bereichen der mittlere Unterschied zwischen Hadron- und Partonniveau für den 'verbesserten' Durham-Algorithmus ebenfalls etwas größer geworden ist. Somit kann man zusammenfassend sagen, daß der 'verbesserte' Durham-Algorithmus im Bezug auf die hier studierten Meßgrößen tatsächlich keinen deutlichen Vorteil liefert. Daher wurde in dieser Arbeit der Standard-Durham-Algorithmus für die Durchführung der Messung verwendet.

Anhang C

Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen

In theoretischen Rechnungen ist es generell sehr schwierig, die kohärente Abstrahlung von Teilchen zu berücksichtigen. Um diesem Problem aus dem Wege zu gehen, kann man bei der Definition des Teilcheninhaltes eines Jets Akzeptanzkegel um die Jetrichtungen einführen [69]. Die innerhalb dieser Kegel emittierten Teilchen können dann recht gut durch die Aufsummation von führenden Logarithmen berechnet werden. Dagegen kann man kohärente Teilchenemissionen senkrecht zur Ereignisebene oder im Winkelbereich zwischen zwei Jets aus der Beobachtung ausblenden, während sie bei einer herkömmlichen Cluster-Methode immer einem der Jets zugeordnet werden.

Um diesem Gedanken ein Stück weit zu folgen, wurde folgender Versuch unternommen: Nachdem die Teilchen auf Parton- oder Hadronniveau mit einem gewöhnlichen Cluster-Algorithmus[1] zu drei Jets zusammengefaßt worden sind, werden Akzeptanzkegel um die Jetachsen definiert und alle Teilchen außerhalb der Kegel von der Analyse ausgeschlossen. Dabei ist der Öffnungswinkel θ_{jet} der Kegel nicht für alle Jets derselbe, sondern folgt der Formel:

$$\theta_{jet} = \frac{\kappa}{E_{jet}} = \frac{E_{jet}^{min} \cdot \theta_{ij}^{min}}{E_{jet}} \quad .$$

Dabei bezeichnet E_{jet}^{min} die niedrigste Jetenergie im Ereignis, θ_{ij}^{min} den kleinsten Winkel zwischen zwei Jets im Ereignis und E_{jet} die Jetenergie des gegenwärtig betrachteten Jets[2]. Diese Formel ergibt sich aus folgenden Überlegungen: Zunächst möchte man sicherstellen, daß sich die Kegel von verschiedenen Jets nicht überlappen. Dann muß man sich verdeutlichen, daß in einem 3-Jet-Ereignis der Jet höchster Energie stets dem kleinsten Winkel zwischen zwei Jets im Ereignis gegenüberliegt. Damit liefert der Jet niedrigster Energie in einem Ereignis immer eine der zwei Impulsrichtungen aus denen

[1] Diese Analyse wurde mit dem Standard-Durham-Algorithmus ($y_{cut} = 0.1$) und dem Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße ($y_{cut} = 0.53$) für je $2 \cdot 10^6$ Ereignisse durchgeführt.

[2] Bei den Berechnungen von E_{jet} in diesem und dem nächsten Anhang werden die Jetenergien allein aus den Impulsrichtungen der Jets bestimmt. Dabei werden die Jets als masselose Objekte und eine zur Verfügung stehende Schwerpunktenergie von 91.2 GeV angenommen. Sonst wird in der gesamten Arbeit die Jetenergie stets aus der Summe der Teilchenenergien bestimmt, die dem Jet zugeordnet sind, weil dies den Effekt von Jetmassen mit berücksichtigt, der bei großen Jetauflöseparametern an Bedeutung gewinnt.

θ_{ij}^{min} berechnet wird. Somit stellt das Produkt im Zähler des Bruches in linearer Näherung die minimale transversale Energie zwischen zwei Jets im Ereignis dar und definiert so eine feste Größe κ für jedes Ereignis. Da mit zunehmender Jetenergie die Teilchenabstrahlung stärker kollimiert sein sollte, wird der Kegelöffnungswinkel proportional zu $(E_{jet})^{-1}$ vorgegeben. Somit definiert die oben genannte Formel für den Jet niedrigster Energie den maximalen Kegelöffnungswinkel und für die energiereicheren Jets sukzessive kleinere Winkel θ_{jet}. Damit stellt diese Studie praktisch den minimalen Einfluß der Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen auf die in dieser Arbeit betrachteten Meßgrößen dar.

Die Auswirkungen der Anwendung solcher Akzeptanzkegel auf die Teilchenzahlen und Energien der Jets sind für den Standard-Durham-Algorithmus und den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße sehr ähnlich. Die mittlere Anzahl der verworfenen Teilchen beträgt etwa 26%, aber die mittlere verworfene Energie pro Jet nur knapp 3 GeV. Wie sich die Vorhersagen für die verschiedenen Meßgrößen ändern, ist in Abbildung C.1 für den Standard-Durham-Algorithmus dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, daß Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets durch die Anwendung von Akzeptanzkegeln reduziert werden, was auch anschaulich zu erwarten war. Dagegen steigen die Verhältnisse $\frac{Gluon}{Quark}$ stärker an, was zumindest teilweise einfach durch die Verminderung des Nenners dieses Quotienten zu erklären ist. Der wichtigste Unterschied ist jedoch, daß bei Anwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen die relativen Hadronisierungskorrekturen für die Meßgrößen $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$, $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$, $\sigma_g(y_0)$ und $\sigma_q(y_0)$ auch im perturbativen Bereich ($\log_{10}(y_0) \gtrsim -3$) noch groß sind. Es ist sogar deutlich zu erkennen, daß es keinen Bereich von y_0-Werten gibt, in dem Hadron- und Partonniveau eng beieinander liegen, sondern daß sich beide Vorhersagen einfach nur kreuzen. Da in der vorliegenden Arbeit die Messungen ausführlich mit perturbativen Rechnungen verglichen werden, ist also die Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen in dieser Analyse ungeeignet. Führt man eine analoge Untersuchung mit dem Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße durch, so kommt man zum selben Ergebnis.

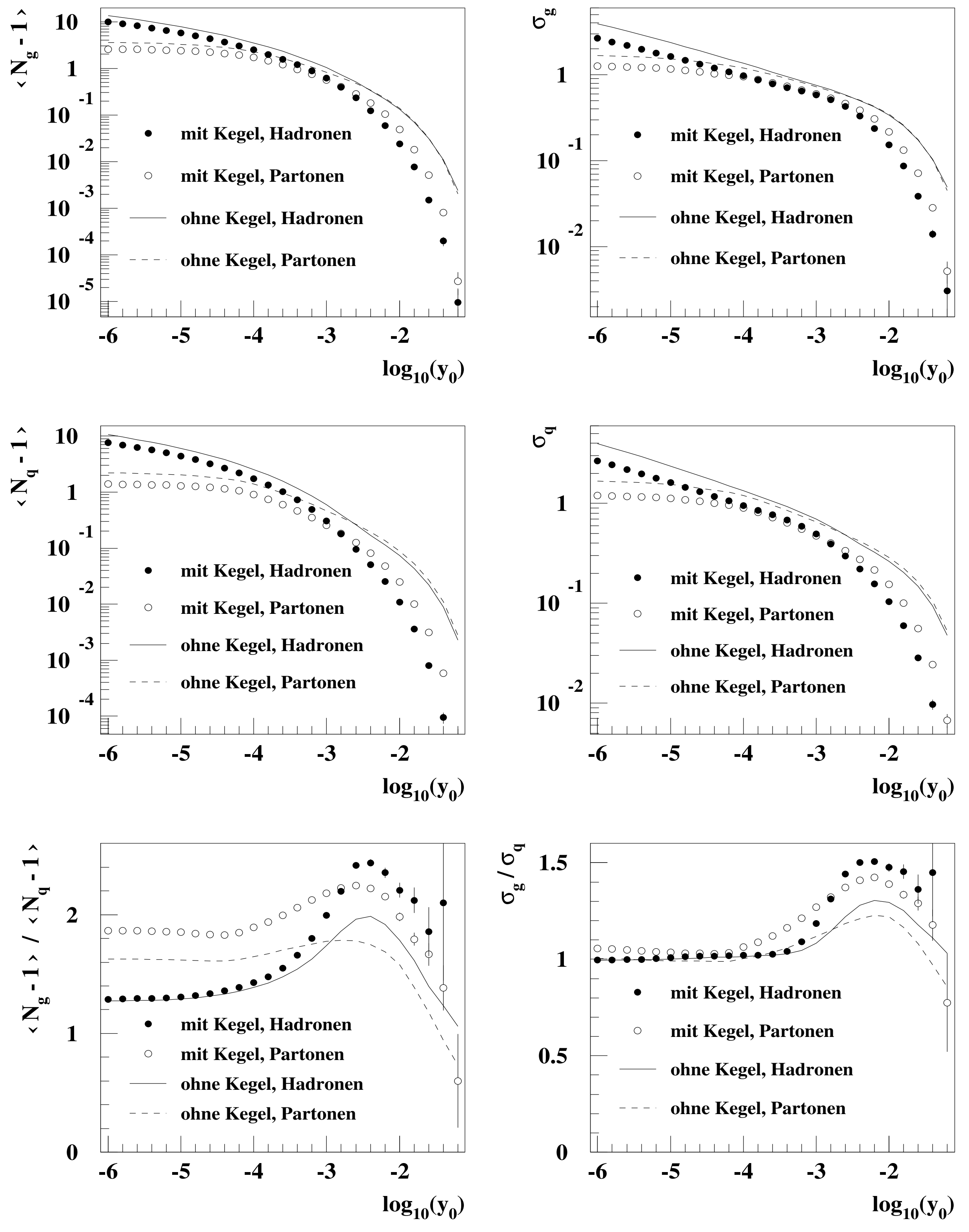

Abbildung C.1: *Mittelwert und Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion des Subjet-Auflöseparameters y_0. Die Meßgrößen auf Parton- und Hadronniveau sind für den Standard-Durham-Algorithmus mit und ohne Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen verglichen. Diese Bilder beinhalten alle zur Verfügung stehenden Jetenergien.*

Anhang D

Die Subjetmultiplizität als Funktion der Größe $k_t^{min}/2$

Da man bei der Anwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen für jedes Ereignis einen unterschiedlichen Wert für $\kappa = \theta_{ij}^{min} \cdot E_{jet}^{min}$ bestimmt, ist es möglicherweise auch nützlich, die Subjetmultiplizität als Funktion dieser Größe darzustellen. Dazu wird im folgenden jedoch nicht die lineare Näherung κ, sondern die exakte Form der minimalen transversalen Energie im Ereignis k_t^{min} verwendet. Außerdem kommt aus historischen Gründen auch noch ein Faktor 1/2 in der Definition der verwendeten Größe μ vor: $\mu = k_t^{min}/2$. Da diese Analyse hier für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße vorgestellt wird, bestimmt sich k_t^{min} als das minimale k_t^{ij} in der dort verwendeten Definition für die transversale Energie zwischen zwei Jets:

$$k_t^{ij} \quad = \quad \sqrt{\min(\frac{E_i^2}{E_j^2}, \frac{E_j^2}{E_i^2}) \ \cdot \ (E_i + E_j)^2 \ \cdot \ 4 \ \cdot \ \frac{1 - \cos\theta_{ij}}{1 + \cos\theta_{ij}}} \quad .$$

Dabei sind die Jetenergien E_i und E_j aus den Winkeln θ_{ij} zwischen den drei Jets unter der Annahme berechnet, daß eine Schwerpunktenergie von 91.2 GeV zur Verfügung steht und die Jets masselos sind. Die Verteilung von μ auf Hadronniveau ist in Abbildung D.1 dargestellt. Die Partonniveauverteilung sieht ähnlich aus.

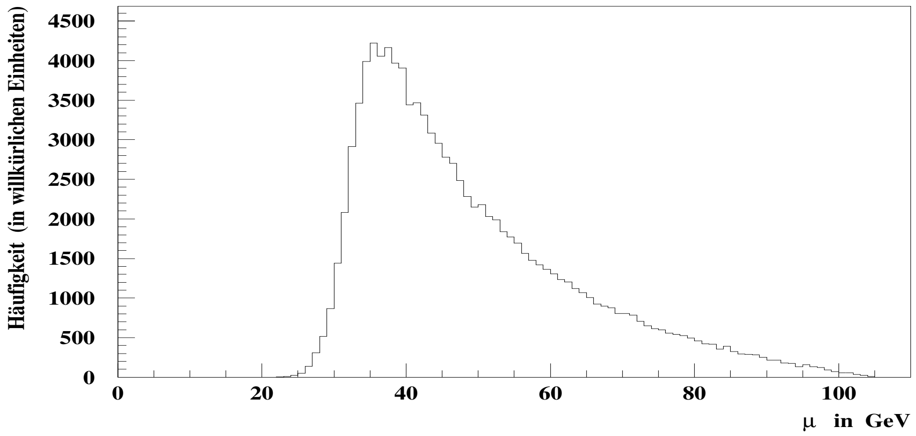

Abbildung D.1: *Verteilung der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ auf Hadronniveau für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße ($2 \cdot 10^6$ Ereignisse).*

Die Variable μ beschreibt die Kinematik eines 3-Jet-Ereignisses nicht vollständig (dazu sind zwei Variablen nötig), aber die Klasse von 3-Jet-Ereignissen, die einen μ-Wert in dem Intervall $[\mu - \Delta\ ,\ \mu + \Delta]$ besitzen, wird für $\mu > 40$ GeV immer kleiner. In vereinfachender Weise wird dies auch in Abbildung D.2 sichtbar.

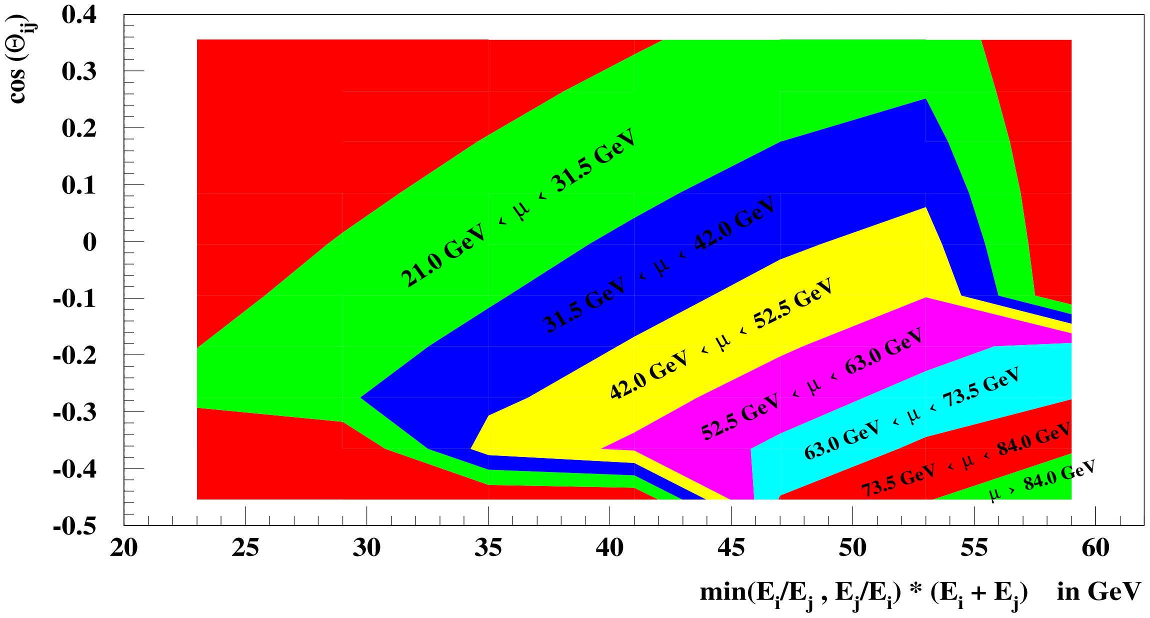

Abbildung D.2: *Diese Abbildung zeigt die verschiedenen Ereignisklassen, die zu unterschiedlichen Intervallen der Größe μ gehören. Auf der x-Achse ist der Energieterm des minimalen k_t im Ereignis für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße aufgetragen, während auf der y-Achse der Winkelterm $\cos\theta_{ij}$ dargestellt ist. Jedes 3-Jet-Ereignis wird durch einen Punkt in dieser Ebene gekennzeichnet. Die verschiedenen Grautöne zeigen unterschiedliche Intervalle von μ an*[1]. *Die Bereiche in der oberen und unteren linken und der oberen rechten Ecke, für die kein Intervall von μ eingetragen ist, sind für die verwendete Ereignisselektion nicht zugänglich.*

Die Abbildungen D.3 und D.4 zeigen die μ-Abhängigkeit des Mittelwertes und der Breite der Subjetmultiplizitätsverteilung von Quark- und Gluonjets für einzelne ausgewählte Werte von y_0 für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße unter Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen. Die von μ unabhängigen (integrierten) Ergebnisse sind analog zu denen in Abbildung C.1 (Standard-Durham-Algorithmus mit Akzeptanzkegeln), wobei jedoch die Verschiebung zugehöriger Werte von y_0 aufgrund der unterschiedlichen Definition von y_{ij} in beiden Algorithmen zu berücksichtigen ist (siehe Abschnitt B.1).

Die Darstellung der Meßgrößen als Funktion von μ stellt eine Alternative zur sonst in dieser Arbeit üblichen Variablen Jetenergie E_{jet} dar: Alle Meßgrößen zeigen eine Abhängigkeit von μ. Jedoch ist die Motivation für die Untersuchung der μ-Abhängigkeit an die Verwendung von Akzeptanzkegeln geknüpft. Das zieht den wichtigen Nachteil von großen relativen Hadronisierungskorrekturen auch im perturbativen Bereich nach sich. Da sich andererseits auch kein wichtiger Vorteil aus der Untersuchung der μ-Abhängigkeit im

[1]Tatsächlich wird ein über $\Delta E = 6$ GeV und $\Delta\cos\theta_{ij} = 0.09$ gemitteltes μ betrachtet.

Vergleich zur E_{jet}-Abhängigkeit ergibt, wurde die Messung in dieser Arbeit als Funktion der einfachen Variablen E_{jet} durchgeführt.

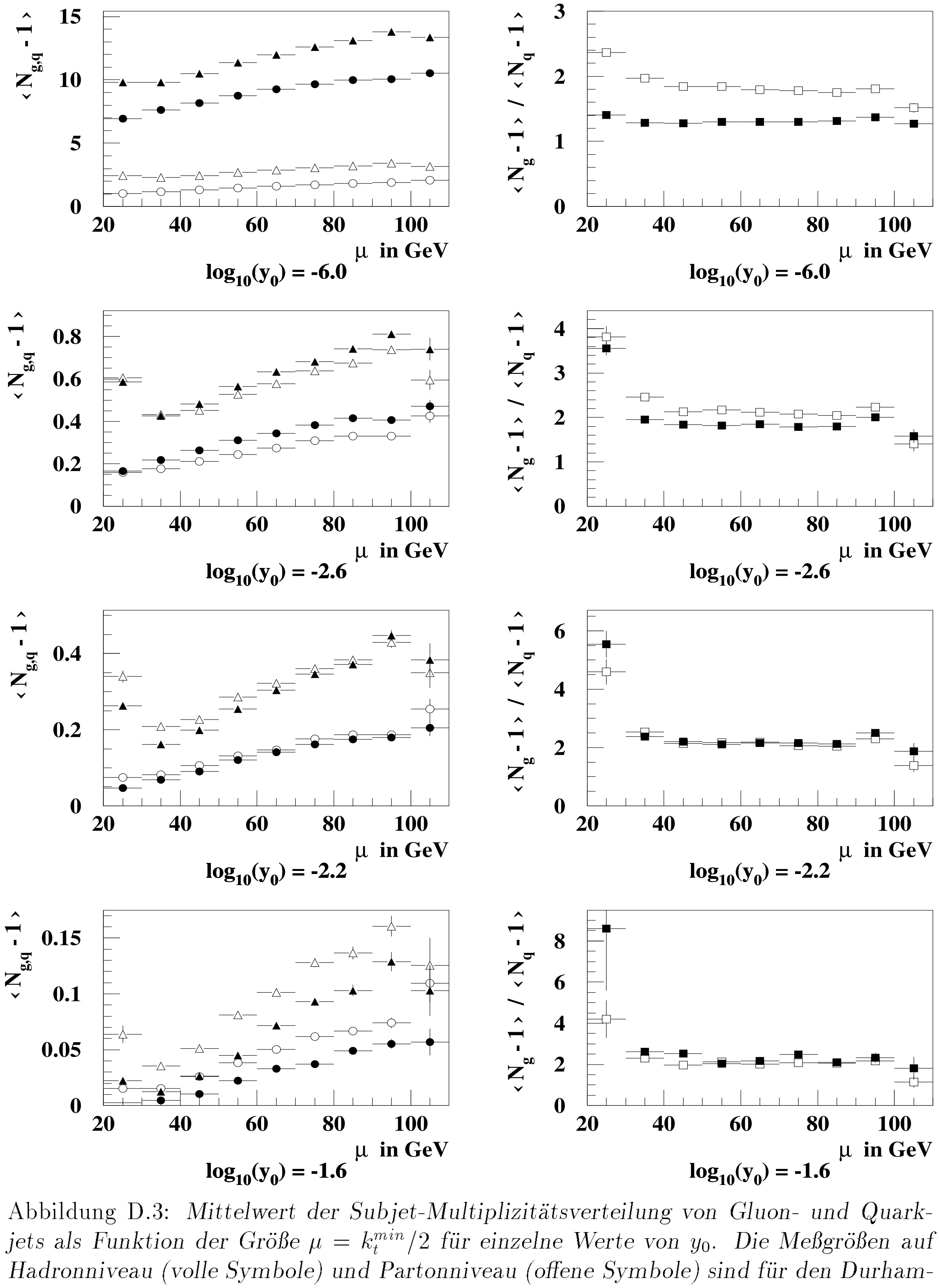

Abbildung D.3: *Mittelwert der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ für einzelne Werte von y_0. Die Meßgrößen auf Hadronniveau (volle Symbole) und Partonniveau (offene Symbole) sind für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße und Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen dargestellt. Gluonjets sind durch Dreiecke, Quarkjets durch Kreise und das Verhältnis $\frac{Gluon}{Quark}$ ist durch Quadrate gekennzeichnet.*

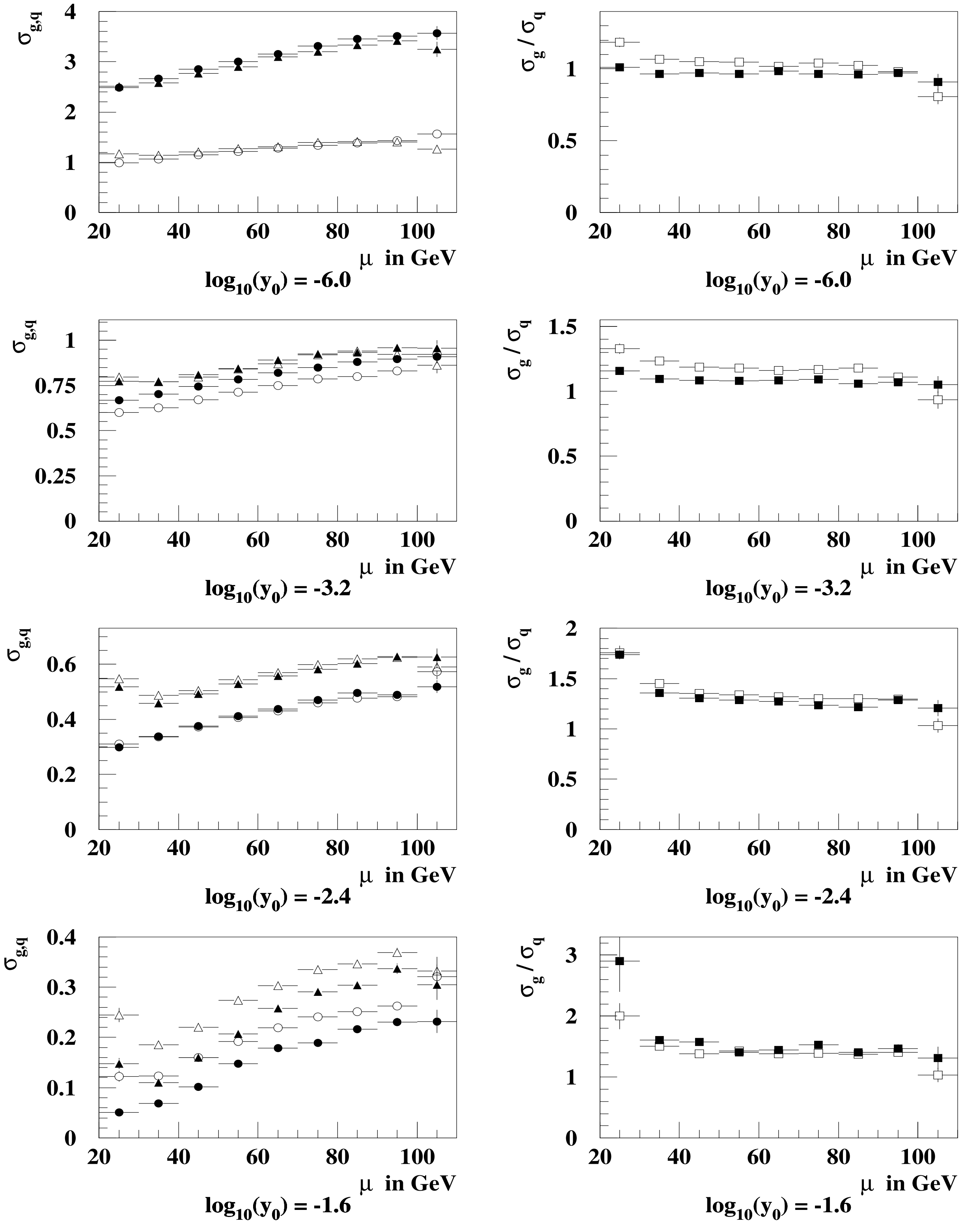

Abbildung D.4: *Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluon- und Quarkjets als Funktion der Größe* $\mu = k_t^{min}/2$ *für einzelne Werte von* y_0. *Die Meßgrößen auf Hadronniveau (volle Symbole) und Partonniveau (offene Symbole) sind für den Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße und Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen dargestellt. Gluonjets sind durch Dreiecke, Quarkjets durch Kreise und das Verhältnis* $\frac{Gluon}{Quark}$ *ist durch Quadrate gekennzeichnet.*

Anhang E

Ergebnisse in numerischer Form

In diesem Anhang sind die Ergebnisse für die untersuchten Meßgrößen in numerischer Form aufgeführt. Neben den Messungen aus ALEPH-Daten sind für den E_{jet}-integrierten Fall auch die Vorhersagen der MC-Modelle Jetset 7.4, Herwig 5.8 und Ariadne 4.06 aufgelistet. Die statistische Unsicherheit dieser Vorhersagen ist etwa eine Größenordnung kleiner als die der Messung.

Die Anzahl der Dezimalstellen in den Zahlenangaben wurde generell so festgelegt, daß der größere der beiden Meßfehler (statistisch oder systematisch) stets mit 2 von Null verschiedenen Stellen angegeben wird und die anderen Zahlenangaben entsprechend gerundet sind.

Die Tabellen E.1 bis E.6 zeigen die Ergebnisse für den Fall, daß Abhängigkeiten von der Jetenergie nicht betrachtet werden (E_{jet}-integrierter Fall).

In den Tabellen E.7 bis E.18 sind dann die Meßergebnisse in den einzelnen Intervallen der Jetenergie aufgelistet. Dabei sind aufgrund von Phasenraumeffekten in den verschiedenen Bereichen von E_{jet} nicht alle Werte von y_0 für eine Messung zugänglich.

Subjet-Auflöse-parameter	$\langle N_g - 1\rangle(y_0)$							
$\log_{10}(y_0)$	Messung					Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	13.06	±	0.09	±	0.12	13.52	13.34	14.02
-5.8	11.90	±	0.08	±	0.17	12.29	12.13	12.76
-5.6	10.66	±	0.07	±	0.19	11.08	10.93	11.51
-5.4	9.55	±	0.07	±	0.17	9.96	9.84	10.36
-5.2	8.54	±	0.06	±	0.15	8.88	8.79	9.25
-5.0	7.54	±	0.05	±	0.11	7.84	7.76	8.19
-4.8	6.596	±	0.049	±	0.081	6.858	6.797	7.184
-4.6	5.716	±	0.044	±	0.059	5.928	5.895	6.233
-4.4	4.844	±	0.039	±	0.044	5.060	5.043	5.346
-4.2	4.101	±	0.035	±	0.034	4.263	4.260	4.528
-4.0	3.399	±	0.031	±	0.027	3.544	3.545	3.783
-3.8	2.793	±	0.027	±	0.023	2.896	2.902	3.116
-3.6	2.248	±	0.024	±	0.019	2.325	2.331	2.523
-3.4	1.777	±	0.021	±	0.017	1.828	1.829	2.001
-3.2	1.385	±	0.019	±	0.015	1.405	1.399	1.551
-3.0	1.052	±	0.017	±	0.014	1.045	1.039	1.167
-2.8	0.767	±	0.015	±	0.013	0.751	0.749	0.848
-2.6	0.539	±	0.013	±	0.012	0.516	0.526	0.587
-2.4	0.364	±	0.012	±	0.011	0.343	0.360	0.383
-2.2	0.242	±	0.011	±	0.009	0.220	0.238	0.237
-2.0	0.1399	±	0.0086	±	0.0076	0.1324	0.1499	0.1379
-1.8	0.0718	±	0.0065	±	0.0058	0.0706	0.0840	0.0723
-1.6	0.0330	±	0.0045	±	0.0041	0.0312	0.0401	0.0322
-1.4	0.0171	±	0.0043	±	0.0028	0.0109	0.0153	0.0117
-1.2	0.0022	±	0.0013	±	0.0020	0.0023	0.0034	0.0027

Tabelle E.1: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluonjets für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	$\langle N_q - 1\rangle(y_0)$			
$\log_{10}(y_0)$	Messung	Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	10.580 $\pm$ 0.048 $\pm$ 0.095	10.482	10.616	10.875
-5.8	9.578 $\pm$ 0.044 $\pm$ 0.079	9.522	9.644	9.882
-5.6	8.615 $\pm$ 0.039 $\pm$ 0.068	8.569	8.682	8.901
-5.4	7.739 $\pm$ 0.036 $\pm$ 0.059	7.691	7.804	8.001
-5.2	6.866 $\pm$ 0.032 $\pm$ 0.051	6.833	6.941	7.123
-5.0	6.030 $\pm$ 0.029 $\pm$ 0.044	6.006	6.100	6.275
-4.8	5.230 $\pm$ 0.026 $\pm$ 0.037	5.213	5.299	5.462
-4.6	4.469 $\pm$ 0.024 $\pm$ 0.032	4.457	4.547	4.689
-4.4	3.786 $\pm$ 0.021 $\pm$ 0.028	3.751	3.843	3.966
-4.2	3.132 $\pm$ 0.019 $\pm$ 0.024	3.103	3.198	3.302
-4.0	2.556 $\pm$ 0.016 $\pm$ 0.020	2.518	2.616	2.701
-3.8	2.037 $\pm$ 0.015 $\pm$ 0.018	1.999	2.096	2.163
-3.6	1.595 $\pm$ 0.013 $\pm$ 0.015	1.548	1.641	1.695
-3.4	1.217 $\pm$ 0.011 $\pm$ 0.013	1.165	1.248	1.290
-3.2	0.888 $\pm$ 0.010 $\pm$ 0.011	0.846	0.918	0.948
-3.0	0.6287 $\pm$ 0.0091 $\pm$ 0.0096	0.5900	0.6532	0.6657
-2.8	0.4313 $\pm$ 0.0080 $\pm$ 0.0081	0.3940	0.4497	0.4443
-2.6	0.2887 $\pm$ 0.0071 $\pm$ 0.0068	0.2554	0.3022	0.2843
-2.4	0.1957 $\pm$ 0.0062 $\pm$ 0.0056	0.1679	0.2024	0.1823
-2.2	0.1316 $\pm$ 0.0055 $\pm$ 0.0046	0.1119	0.1370	0.1184
-2.0	0.0884 $\pm$ 0.0044 $\pm$ 0.0037	0.0723	0.0905	0.0758
-1.8	0.0533 $\pm$ 0.0034 $\pm$ 0.0029	0.0428	0.0558	0.0454
-1.6	0.0262 $\pm$ 0.0024 $\pm$ 0.0022	0.0220	0.0302	0.0237
-1.4	0.0082 $\pm$ 0.0022 $\pm$ 0.0016	0.0088	0.0129	0.0099
-1.2	0.0034 $\pm$ 0.0007 $\pm$ 0.0011	0.0022	0.0034	0.0027

Tabelle E.2: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Quarkjets für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	$R_N(y_0)$			
$\log_{10}(y_0)$	Messung	Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	1.235 $\pm$ 0.014 $\pm$ 0.013	1.290	1.256	1.289
-5.8	1.242 $\pm$ 0.014 $\pm$ 0.013	1.291	1.258	1.291
-5.6	1.238 $\pm$ 0.014 $\pm$ 0.013	1.293	1.258	1.293
-5.4	1.234 $\pm$ 0.014 $\pm$ 0.013	1.295	1.261	1.295
-5.2	1.243 $\pm$ 0.014 $\pm$ 0.013	1.299	1.266	1.299
-5.0	1.250 $\pm$ 0.015 $\pm$ 0.014	1.305	1.273	1.305
-4.8	1.261 $\pm$ 0.015 $\pm$ 0.014	1.316	1.283	1.315
-4.6	1.279 $\pm$ 0.016 $\pm$ 0.015	1.330	1.296	1.329
-4.4	1.279 $\pm$ 0.017 $\pm$ 0.016	1.349	1.312	1.348
-4.2	1.309 $\pm$ 0.018 $\pm$ 0.017	1.374	1.332	1.371
-4.0	1.330 $\pm$ 0.020 $\pm$ 0.019	1.408	1.355	1.401
-3.8	1.371 $\pm$ 0.023 $\pm$ 0.021	1.448	1.385	1.441
-3.6	1.409 $\pm$ 0.026 $\pm$ 0.024	1.501	1.421	1.489
-3.4	1.461 $\pm$ 0.031 $\pm$ 0.027	1.568	1.466	1.551
-3.2	1.560 $\pm$ 0.039 $\pm$ 0.032	1.661	1.525	1.636
-3.0	1.673 $\pm$ 0.050 $\pm$ 0.038	1.772	1.591	1.754
-2.8	1.778 $\pm$ 0.067 $\pm$ 0.047	1.906	1.666	1.908
-2.6	1.867 $\pm$ 0.091 $\pm$ 0.059	2.022	1.739	2.063
-2.4	1.86 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.08	2.04	1.78	2.10
-2.2	1.84 $\pm$ 0.16 $\pm$ 0.10	1.97	1.74	2.00
-2.0	1.58 $\pm$ 0.17 $\pm$ 0.15	1.83	1.66	1.82
-1.8	1.35 $\pm$ 0.20 $\pm$ 0.21	1.65	1.50	1.59
-1.6	1.26 $\pm$ 0.28 $\pm$ 0.32	1.42	1.32	1.36
-1.4	2.08 $\pm$ 1.05 $\pm$ 0.52	1.23	1.19	1.18
-1.2	0.66 $\pm$ 0.50 $\pm$ 0.86	1.05	1.02	1.00

Tabelle E.3: Das Verhältnis $R_N(y_0) = \langle N_g - 1\rangle(y_0)\ /\ \langle N_q - 1\rangle(y_0)$ für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	$\sigma_g(y_0)$							
$\log_{10}(y_0)$	Messung					Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	4.021	$\pm$	0.071	$\pm$	0.099	3.921	3.985	4.051
-5.8	3.670	$\pm$	0.065	$\pm$	0.091	3.571	3.648	3.699
-5.6	3.272	$\pm$	0.058	$\pm$	0.084	3.220	3.299	3.340
-5.4	2.928	$\pm$	0.051	$\pm$	0.076	2.909	2.992	3.013
-5.2	2.649	$\pm$	0.048	$\pm$	0.069	2.623	2.705	2.716
-5.0	2.396	$\pm$	0.044	$\pm$	0.061	2.361	2.439	2.448
-4.8	2.138	$\pm$	0.038	$\pm$	0.054	2.118	2.194	2.197
-4.6	1.928	$\pm$	0.035	$\pm$	0.046	1.898	1.971	1.969
-4.4	1.709	$\pm$	0.031	$\pm$	0.039	1.698	1.763	1.759
-4.2	1.497	$\pm$	0.027	$\pm$	0.033	1.514	1.575	1.569
-4.0	1.334	$\pm$	0.023	$\pm$	0.027	1.348	1.404	1.399
-3.8	1.180	$\pm$	0.021	$\pm$	0.023	1.201	1.251	1.246
-3.6	1.072	$\pm$	0.018	$\pm$	0.019	1.069	1.113	1.107
-3.4	0.946	$\pm$	0.017	$\pm$	0.016	0.950	0.988	0.983
-3.2	0.848	$\pm$	0.014	$\pm$	0.014	0.845	0.878	0.874
-3.0	0.767	$\pm$	0.013	$\pm$	0.012	0.750	0.779	0.774
-2.8	0.689	$\pm$	0.011	$\pm$	0.011	0.669	0.692	0.687
-2.6	0.603	$\pm$	0.009	$\pm$	0.010	0.589	0.606	0.608
-2.4	0.5220	$\pm$	0.0083	$\pm$	0.0096	0.5064	0.5226	0.5255
-2.2	0.4423	$\pm$	0.0086	$\pm$	0.0092	0.4246	0.4417	0.4374
-2.0	0.3505	$\pm$	0.0098	$\pm$	0.0090	0.3423	0.3622	0.3485
-1.8	0.260	$\pm$	0.011	$\pm$	0.009	0.257	0.279	0.260
-1.6	0.179	$\pm$	0.012	$\pm$	0.010	0.174	0.196	0.177
-1.4	0.130	$\pm$	0.016	$\pm$	0.012	0.104	0.123	0.108
-1.2	0.047	$\pm$	0.013	$\pm$	0.018	0.048	0.059	0.052

Tabelle E.4: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluonjets für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	$\sigma_q(y_0)$						
$\log_{10}(y_0)$	Messung				Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	3.823	± 0.037	± 0.046		3.953	4.220	4.004
-5.8	3.474	± 0.034	± 0.044		3.598	3.844	3.648
-5.6	3.145	± 0.031	± 0.043		3.246	3.472	3.295
-5.4	2.850	± 0.027	± 0.041		2.927	3.136	2.975
-5.2	2.559	± 0.025	± 0.038		2.634	2.826	2.683
-5.0	2.297	± 0.023	± 0.035		2.364	2.548	2.411
-4.8	2.065	± 0.020	± 0.030		2.118	2.286	2.161
-4.6	1.839	± 0.018	± 0.026		1.891	2.042	1.933
-4.4	1.647	± 0.016	± 0.022		1.687	1.818	1.721
-4.2	1.482	± 0.014	± 0.019		1.502	1.611	1.529
-4.0	1.324	± 0.012	± 0.016		1.335	1.428	1.357
-3.8	1.179	± 0.011	± 0.014		1.184	1.261	1.204
-3.6	1.037	± 0.010	± 0.012		1.046	1.111	1.066
-3.4	0.9279	± 0.0087	± 0.0099		0.9198	0.9750	0.9408
-3.2	0.8156	± 0.0075	± 0.0085		0.8023	0.8479	0.8251
-3.0	0.7071	± 0.0068	± 0.0074		0.6922	0.7289	0.7202
-2.8	0.6004	± 0.0057	± 0.0064		0.5826	0.6176	0.6124
-2.6	0.5002	± 0.0048	± 0.0056		0.4780	0.5166	0.5032
-2.4	0.4155	± 0.0045	± 0.0050		0.3910	0.4285	0.4077
-2.2	0.3469	± 0.0046	± 0.0046		0.3218	0.3554	0.3310
-2.0	0.2850	± 0.0052	± 0.0045		0.2613	0.2912	0.2675
-1.8	0.2232	± 0.0059	± 0.0046		0.2030	0.2309	0.2088
-1.6	0.1593	± 0.0063	± 0.0053		0.1467	0.1715	0.1521
-1.4	0.0927	± 0.0083	± 0.0068		0.0936	0.1126	0.0992
-1.2	0.059	± 0.007	± 0.010		0.047	0.058	0.052

Tabelle E.5: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Quarkjets für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	$R_\sigma(y_0)$			
$\log_{10}(y_0)$	Messung	Jetset 7.4	Herwig 5.8	Ariadne 4.06
-6.0	1.052 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.037	0.992	0.944	1.012
-5.8	1.057 $\pm$ 0.029 $\pm$ 0.034	0.993	0.949	1.014
-5.6	1.040 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.034	0.992	0.950	1.014
-5.4	1.027 $\pm$ 0.027 $\pm$ 0.035	0.994	0.954	1.013
-5.2	1.035 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.035	0.996	0.957	1.013
-5.0	1.043 $\pm$ 0.029 $\pm$ 0.036	0.998	0.957	1.015
-4.8	1.035 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.036	1.000	0.960	1.017
-4.6	1.049 $\pm$ 0.029 $\pm$ 0.035	1.004	0.965	1.019
-4.4	1.038 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.034	1.007	0.970	1.022
-4.2	1.010 $\pm$ 0.027 $\pm$ 0.033	1.008	0.977	1.026
-4.0	1.007 $\pm$ 0.026 $\pm$ 0.031	1.010	0.983	1.031
-3.8	1.001 $\pm$ 0.027 $\pm$ 0.030	1.014	0.991	1.035
-3.6	1.034 $\pm$ 0.027 $\pm$ 0.029	1.022	1.002	1.039
-3.4	1.019 $\pm$ 0.027 $\pm$ 0.028	1.033	1.013	1.045
-3.2	1.039 $\pm$ 0.026 $\pm$ 0.027	1.053	1.035	1.059
-3.0	1.084 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.027	1.084	1.069	1.075
-2.8	1.147 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.027	1.149	1.120	1.122
-2.6	1.205 $\pm$ 0.028 $\pm$ 0.029	1.232	1.172	1.208
-2.4	1.256 $\pm$ 0.033 $\pm$ 0.031	1.295	1.220	1.289
-2.2	1.275 $\pm$ 0.041 $\pm$ 0.036	1.320	1.243	1.321
-2.0	1.230 $\pm$ 0.056 $\pm$ 0.045	1.310	1.244	1.303
-1.8	1.164 $\pm$ 0.079 $\pm$ 0.063	1.265	1.207	1.244
-1.6	1.12 $\pm$ 0.12 $\pm$ 0.10	1.19	1.14	1.16
-1.4	1.40 $\pm$ 0.30 $\pm$ 0.20	1.11	1.09	1.08
-1.2	0.81 $\pm$ 0.32 $\pm$ 0.50	1.02	1.01	1.00

Tabelle E.6: Das Verhältnis $R_\sigma(y_0) = \sigma_g(y_0)\ /\ \sigma_q(y_0)$ für verschiedene Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei der Angabe der Meßergebnisse wird zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt. Diese Tabelle bezieht sich auf den E_{jet}-integrierten Fall.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	10.29 ± 0.19 ± 0.20	11.24 ± 0.13 ± 0.38	12.42 ± 0.15 ± 0.20	13.56 ± 0.21 ± 0.16
-5.8	9.44 ± 0.17 ± 0.27	10.19 ± 0.12 ± 0.31	11.29 ± 0.14 ± 0.23	12.33 ± 0.19 ± 0.21
-5.6	8.47 ± 0.16 ± 0.31	9.14 ± 0.11 ± 0.27	10.13 ± 0.13 ± 0.23	11.04 ± 0.17 ± 0.23
-5.4	7.56 ± 0.14 ± 0.30	8.16 ± 0.10 ± 0.24	9.13 ± 0.11 ± 0.22	9.85 ± 0.16 ± 0.21
-5.2	6.70 ± 0.13 ± 0.25	7.26 ± 0.09 ± 0.20	8.16 ± 0.10 ± 0.19	8.83 ± 0.14 ± 0.18
-5.0	5.92 ± 0.12 ± 0.19	6.44 ± 0.08 ± 0.16	7.18 ± 0.09 ± 0.16	7.75 ± 0.13 ± 0.14
-4.8	5.07 ± 0.10 ± 0.14	5.66 ± 0.07 ± 0.13	6.31 ± 0.09 ± 0.13	6.77 ± 0.12 ± 0.11
-4.6	4.32 ± 0.09 ± 0.11	4.94 ± 0.07 ± 0.11	5.44 ± 0.07 ± 0.11	5.84 ± 0.10 ± 0.08
-4.4	3.710 ± 0.082 ± 0.082	4.16 ± 0.06 ± 0.10	4.577 ± 0.067 ± 0.090	5.024 ± 0.094 ± 0.063
-4.2	3.159 ± 0.075 ± 0.068	3.479 ± 0.053 ± 0.093	3.931 ± 0.062 ± 0.076	4.286 ± 0.085 ± 0.050
-4.0	2.534 ± 0.064 ± 0.059	2.867 ± 0.048 ± 0.087	3.262 ± 0.054 ± 0.067	3.566 ± 0.075 ± 0.042
-3.8	2.069 ± 0.058 ± 0.055	2.342 ± 0.043 ± 0.081	2.649 ± 0.048 ± 0.061	2.928 ± 0.066 ± 0.037
-3.6	1.657 ± 0.052 ± 0.054	1.855 ± 0.038 ± 0.075	2.103 ± 0.043 ± 0.057	2.379 ± 0.060 ± 0.035
-3.4	1.261 ± 0.047 ± 0.054	1.432 ± 0.033 ± 0.068	1.665 ± 0.038 ± 0.054	1.914 ± 0.053 ± 0.035
-3.2	0.927 ± 0.041 ± 0.055	1.139 ± 0.031 ± 0.061	1.288 ± 0.033 ± 0.052	1.454 ± 0.047 ± 0.036
-3.0	0.659 ± 0.035 ± 0.054	0.833 ± 0.027 ± 0.052	0.968 ± 0.030 ± 0.049	1.098 ± 0.042 ± 0.039
-2.8	0.434 ± 0.030 ± 0.049	0.587 ± 0.024 ± 0.042	0.688 ± 0.026 ± 0.045	0.819 ± 0.037 ± 0.041
-2.6	0.293 ± 0.026 ± 0.039	0.367 ± 0.020 ± 0.032	0.458 ± 0.022 ± 0.039	0.599 ± 0.032 ± 0.042
-2.4	0.116 ± 0.015 ± 0.025	0.216 ± 0.017 ± 0.022	0.321 ± 0.020 ± 0.031	0.428 ± 0.030 ± 0.041
-2.2	0.051 ± 0.010 ± 0.012	0.116 ± 0.013 ± 0.013	0.193 ± 0.017 ± 0.022	0.289 ± 0.027 ± 0.035
-2.0	0.0141 ± 0.0049 ± 0.0043	0.0470 ± 0.0079 ± 0.0068	0.095 ± 0.012 ± 0.013	0.161 ± 0.020 ± 0.026
-1.8	0.00009 ± 0.00017 ± 0.00097	0.0093 ± 0.0027 ± 0.0035	0.0407 ± 0.0089 ± 0.0066	0.079 ± 0.014 ± 0.016
-1.6	± ±	0.0005 ± 0.0005 ± 0.0017	0.0038 ± 0.0017 ± 0.0026	0.0315 ± 0.0085 ± 0.0078
-1.4	± ±	± ±	± ±	0.0033 ± 0.0023 ± 0.0031
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.7: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluonjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	32 GeV $< E_{jet} <$ 36 GeV	36 GeV $< E_{jet} <$ 40 GeV	40 GeV $< E_{jet} <$ 44 GeV	44 GeV $< E_{jet} <$ 48 GeV
-6.0	14.60 ± 0.31 ± 0.31	17.02 ± 0.49 ± 0.81	20.8 ± 1.2 ± 1.4	19.0 ± 2.6 ± 3.7
-5.8	13.33 ± 0.29 ± 0.35	15.53 ± 0.45 ± 0.81	19.1 ± 1.1 ± 1.2	17.4 ± 2.5 ± 3.7
-5.6	11.90 ± 0.26 ± 0.36	13.90 ± 0.40 ± 0.78	17.3 ± 1.0 ± 1.1	15.9 ± 2.2 ± 3.6
-5.4	10.66 ± 0.23 ± 0.34	12.51 ± 0.36 ± 0.71	15.53 ± 0.98 ± 0.97	14.0 ± 1.7 ± 3.3
-5.2	9.65 ± 0.21 ± 0.29	11.29 ± 0.33 ± 0.63	13.60 ± 0.86 ± 0.87	12.0 ± 1.6 ± 3.0
-5.0	8.56 ± 0.19 ± 0.24	9.92 ± 0.30 ± 0.54	12.15 ± 0.76 ± 0.78	10.8 ± 1.4 ± 2.6
-4.8	7.49 ± 0.17 ± 0.20	8.59 ± 0.27 ± 0.46	10.41 ± 0.63 ± 0.70	10.5 ± 1.3 ± 2.3
-4.6	6.49 ± 0.16 ± 0.16	7.56 ± 0.25 ± 0.38	9.07 ± 0.59 ± 0.62	9.5 ± 1.3 ± 2.0
-4.4	5.39 ± 0.14 ± 0.13	6.48 ± 0.22 ± 0.32	7.68 ± 0.54 ± 0.56	8.7 ± 1.1 ± 1.7
-4.2	4.54 ± 0.12 ± 0.11	5.25 ± 0.19 ± 0.27	6.38 ± 0.47 ± 0.50	7.5 ± 1.0 ± 1.5
-4.0	3.79 ± 0.10 ± 0.10	4.42 ± 0.16 ± 0.22	5.53 ± 0.41 ± 0.44	5.6 ± 0.7 ± 1.3
-3.8	3.175 ± 0.095 ± 0.088	3.71 ± 0.14 ± 0.18	4.49 ± 0.36 ± 0.39	4.6 ± 0.7 ± 1.2
-3.6	2.604 ± 0.083 ± 0.081	3.00 ± 0.13 ± 0.15	3.82 ± 0.32 ± 0.34	3.9 ± 0.6 ± 1.1
-3.4	2.030 ± 0.072 ± 0.077	2.45 ± 0.11 ± 0.13	3.12 ± 0.27 ± 0.30	3.1 ± 0.6 ± 1.1
-3.2	1.589 ± 0.063 ± 0.074	1.88 ± 0.10 ± 0.11	2.76 ± 0.29 ± 0.27	2.3 ± 0.5 ± 1.0
-3.0	1.215 ± 0.056 ± 0.073	1.542 ± 0.089 ± 0.093	2.36 ± 0.31 ± 0.23	2.0 ± 0.5 ± 1.0
-2.8	0.893 ± 0.048 ± 0.070	1.181 ± 0.077 ± 0.083	1.73 ± 0.25 ± 0.21	1.5 ± 0.5 ± 1.0
-2.6	0.672 ± 0.044 ± 0.065	0.861 ± 0.073 ± 0.075	1.29 ± 0.23 ± 0.19	1.1 ± 0.4 ± 1.0
-2.4	0.452 ± 0.038 ± 0.058	0.650 ± 0.064 ± 0.069	1.10 ± 0.22 ± 0.17	0.9 ± 0.4 ± 1.0
-2.2	0.316 ± 0.032 ± 0.047	0.503 ± 0.062 ± 0.063	0.85 ± 0.22 ± 0.15	0.7 ± 0.4 ± 1.0
-2.0	0.193 ± 0.027 ± 0.034	0.347 ± 0.053 ± 0.054	0.78 ± 0.26 ± 0.14	0.39 ± 0.28 ± 0.99
-1.8	0.125 ± 0.023 ± 0.022	0.186 ± 0.039 ± 0.046	0.66 ± 0.23 ± 0.13	0.18 ± 0.19 ± 0.96
-1.6	0.074 ± 0.019 ± 0.012	0.110 ± 0.030 ± 0.038	0.35 ± 0.15 ± 0.13	± ±
-1.4	0.026 ± 0.012 ± 0.005	0.109 ± 0.048 ± 0.034	0.30 ± 0.18 ± 0.12	± ±
-1.2	0.0004 ± 0.0004 ± 0.0026	± ±	0.06 ± 0.06 ± 0.12	± ±

Tabelle E.8: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Gluonjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjekt-Auflöse-parameter	Messung von $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	8.41 ± 0.23 ± 0.54	9.11 ± 0.14 ± 0.36	9.59 ± 0.11 ± 0.12	10.257 ± 0.099 ± 0.096
-5.8	7.48 ± 0.21 ± 0.59	8.24 ± 0.12 ± 0.34	8.67 ± 0.10 ± 0.15	9.29 ± 0.09 ± 0.11
-5.6	6.70 ± 0.19 ± 0.57	7.39 ± 0.11 ± 0.31	7.78 ± 0.09 ± 0.17	8.35 ± 0.08 ± 0.11
-5.4	6.05 ± 0.18 ± 0.50	6.65 ± 0.10 ± 0.27	6.94 ± 0.08 ± 0.16	7.506 ± 0.073 ± 0.096
-5.2	5.42 ± 0.16 ± 0.42	5.91 ± 0.09 ± 0.23	6.14 ± 0.07 ± 0.13	6.647 ± 0.066 ± 0.083
-5.0	4.72 ± 0.14 ± 0.34	5.15 ± 0.08 ± 0.18	5.39 ± 0.07 ± 0.11	5.851 ± 0.060 ± 0.069
-4.8	4.20 ± 0.13 ± 0.27	4.42 ± 0.08 ± 0.15	4.636 ± 0.061 ± 0.088	5.085 ± 0.054 ± 0.056
-4.6	3.59 ± 0.11 ± 0.22	3.72 ± 0.07 ± 0.12	3.978 ± 0.053 ± 0.072	4.356 ± 0.049 ± 0.045
-4.4	2.95 ± 0.10 ± 0.18	3.17 ± 0.06 ± 0.10	3.375 ± 0.048 ± 0.059	3.641 ± 0.044 ± 0.037
-4.2	2.36 ± 0.09 ± 0.14	2.632 ± 0.054 ± 0.090	2.725 ± 0.044 ± 0.051	3.013 ± 0.039 ± 0.030
-4.0	1.98 ± 0.08 ± 0.12	2.124 ± 0.048 ± 0.080	2.215 ± 0.038 ± 0.045	2.447 ± 0.035 ± 0.026
-3.8	1.51 ± 0.07 ± 0.11	1.679 ± 0.044 ± 0.073	1.773 ± 0.034 ± 0.041	1.940 ± 0.031 ± 0.023
-3.6	1.113 ± 0.063 ± 0.092	1.299 ± 0.038 ± 0.068	1.381 ± 0.030 ± 0.039	1.507 ± 0.028 ± 0.021
-3.4	0.849 ± 0.057 ± 0.081	0.991 ± 0.034 ± 0.063	1.024 ± 0.027 ± 0.038	1.123 ± 0.025 ± 0.020
-3.2	0.606 ± 0.050 ± 0.071	0.652 ± 0.031 ± 0.057	0.723 ± 0.024 ± 0.037	0.828 ± 0.022 ± 0.020
-3.0	0.414 ± 0.043 ± 0.060	0.445 ± 0.027 ± 0.051	0.492 ± 0.021 ± 0.035	0.581 ± 0.019 ± 0.020
-2.8	0.257 ± 0.036 ± 0.048	0.278 ± 0.024 ± 0.043	0.327 ± 0.018 ± 0.033	0.381 ± 0.017 ± 0.021
-2.6	0.110 ± 0.031 ± 0.035	0.189 ± 0.020 ± 0.034	0.212 ± 0.016 ± 0.028	0.238 ± 0.015 ± 0.020
-2.4	0.092 ± 0.019 ± 0.022	0.119 ± 0.017 ± 0.023	0.115 ± 0.014 ± 0.022	0.148 ± 0.014 ± 0.019
-2.2	0.043 ± 0.013 ± 0.011	0.064 ± 0.013 ± 0.014	0.075 ± 0.012 ± 0.015	0.094 ± 0.012 ± 0.016
-2.0	0.0146 ± 0.0064 ± 0.0045	0.0298 ± 0.0079 ± 0.0072	0.0459 ± 0.0085 ± 0.0087	0.064 ± 0.009 ± 0.011
-1.8	0.0012 ± 0.0007 ± 0.0013	0.0107 ± 0.0029 ± 0.0031	0.0136 ± 0.0061 ± 0.0041	0.0332 ± 0.0063 ± 0.0069
-1.6	± ±	0.0007 ± 0.0005 ± 0.0011	0.0036 ± 0.0012 ± 0.0015	0.0090 ± 0.0038 ± 0.0034
-1.4	± ±	± ±	± ±	0.0009 ± 0.0010 ± 0.0014
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.9: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Quarkjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$32\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 36\,\mathrm{GeV}$	$36\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 40\,\mathrm{GeV}$	$40\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 44\,\mathrm{GeV}$	$44\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 48\,\mathrm{GeV}$
-6.0	10.82 ± 0.10 ± 0.10	11.72 ± 0.11 ± 0.22	16.75 ± 0.27 ± 0.33	22.0 ± 0.7 ± 1.5
-5.8	9.78 ± 0.09 ± 0.12	10.62 ± 0.11 ± 0.19	15.27 ± 0.25 ± 0.33	20.5 ± 0.7 ± 1.3
-5.6	8.81 ± 0.08 ± 0.12	9.59 ± 0.09 ± 0.16	13.75 ± 0.23 ± 0.30	18.7 ± 0.6 ± 1.1
-5.4	7.91 ± 0.07 ± 0.11	8.62 ± 0.08 ± 0.14	12.42 ± 0.21 ± 0.26	17.03 ± 0.51 ± 0.98
-5.2	6.993 ± 0.065 ± 0.097	7.65 ± 0.08 ± 0.12	11.15 ± 0.19 ± 0.22	15.48 ± 0.47 ± 0.86
-5.0	6.125 ± 0.059 ± 0.079	6.75 ± 0.07 ± 0.10	9.85 ± 0.17 ± 0.19	13.74 ± 0.43 ± 0.75
-4.8	5.304 ± 0.053 ± 0.062	5.887 ± 0.063 ± 0.090	8.71 ± 0.14 ± 0.16	11.80 ± 0.39 ± 0.66
-4.6	4.528 ± 0.047 ± 0.049	5.018 ± 0.057 ± 0.079	7.54 ± 0.13 ± 0.14	10.10 ± 0.36 ± 0.58
-4.4	3.867 ± 0.042 ± 0.039	4.257 ± 0.051 ± 0.069	6.53 ± 0.12 ± 0.12	8.69 ± 0.31 ± 0.51
-4.2	3.217 ± 0.036 ± 0.032	3.569 ± 0.044 ± 0.061	5.56 ± 0.10 ± 0.11	7.61 ± 0.29 ± 0.45
-4.0	2.615 ± 0.032 ± 0.027	2.927 ± 0.038 ± 0.053	4.629 ± 0.093 ± 0.093	6.62 ± 0.23 ± 0.40
-3.8	2.067 ± 0.029 ± 0.024	2.338 ± 0.034 ± 0.046	3.883 ± 0.082 ± 0.083	5.58 ± 0.22 ± 0.35
-3.6	1.616 ± 0.025 ± 0.021	1.861 ± 0.030 ± 0.040	3.148 ± 0.072 ± 0.076	4.57 ± 0.20 ± 0.31
-3.4	1.243 ± 0.022 ± 0.020	1.425 ± 0.026 ± 0.035	2.603 ± 0.063 ± 0.071	3.87 ± 0.18 ± 0.28
-3.2	0.917 ± 0.019 ± 0.019	1.072 ± 0.023 ± 0.029	2.048 ± 0.066 ± 0.068	3.28 ± 0.16 ± 0.25
-3.0	0.644 ± 0.017 ± 0.018	0.772 ± 0.021 ± 0.025	1.650 ± 0.068 ± 0.070	2.69 ± 0.15 ± 0.23
-2.8	0.447 ± 0.015 ± 0.017	0.549 ± 0.018 ± 0.020	1.328 ± 0.056 ± 0.074	2.19 ± 0.15 ± 0.22
-2.6	0.285 ± 0.013 ± 0.016	0.392 ± 0.017 ± 0.016	1.132 ± 0.051 ± 0.081	1.83 ± 0.13 ± 0.21
-2.4	0.192 ± 0.011 ± 0.014	0.279 ± 0.015 ± 0.013	0.944 ± 0.050 ± 0.090	1.59 ± 0.13 ± 0.22
-2.2	0.127 ± 0.010 ± 0.012	0.197 ± 0.014 ± 0.010	0.810 ± 0.049 ± 0.095	1.44 ± 0.13 ± 0.24
-2.0	0.0842 ± 0.0080 ± 0.0091	0.137 ± 0.012 ± 0.008	0.643 ± 0.055 ± 0.093	1.31 ± 0.11 ± 0.30
-1.8	0.0470 ± 0.0066 ± 0.0061	0.0959 ± 0.0088 ± 0.0068	0.512 ± 0.050 ± 0.082	1.22 ± 0.10 ± 0.44
-1.6	0.0177 ± 0.0055 ± 0.0036	0.0532 ± 0.0068 ± 0.0061	0.394 ± 0.036 ± 0.064	± ±
-1.4	0.0031 ± 0.0033 ± 0.0019	0.009 ± 0.010 ± 0.006	0.209 ± 0.039 ± 0.049	± ±
-1.2	0.00056 ± 0.00019 ± 0.00091	± ±	0.102 ± 0.018 ± 0.046	± ±

Tabelle E.10: Die mittlere Subjet-Multiplizität von Quarkjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $R_N(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	1.22 ± 0.05 ± 0.14	1.233 ± 0.032 ± 0.098	1.295 ± 0.030 ± 0.028	1.322 ± 0.033 ± 0.022
-5.8	1.26 ± 0.06 ± 0.12	1.237 ± 0.033 ± 0.081	1.302 ± 0.030 ± 0.030	1.328 ± 0.033 ± 0.027
-5.6	1.26 ± 0.06 ± 0.11	1.238 ± 0.033 ± 0.073	1.302 ± 0.031 ± 0.031	1.323 ± 0.033 ± 0.030
-5.4	1.25 ± 0.06 ± 0.10	1.227 ± 0.033 ± 0.069	1.315 ± 0.031 ± 0.033	1.312 ± 0.033 ± 0.030
-5.2	1.237 ± 0.059 ± 0.097	1.230 ± 0.034 ± 0.066	1.328 ± 0.032 ± 0.035	1.328 ± 0.034 ± 0.029
-5.0	1.256 ± 0.061 ± 0.096	1.251 ± 0.035 ± 0.064	1.332 ± 0.034 ± 0.038	1.324 ± 0.035 ± 0.027
-4.8	1.206 ± 0.059 ± 0.097	1.281 ± 0.038 ± 0.065	1.361 ± 0.036 ± 0.041	1.332 ± 0.036 ± 0.025
-4.6	1.20 ± 0.06 ± 0.10	1.327 ± 0.042 ± 0.068	1.367 ± 0.036 ± 0.046	1.342 ± 0.038 ± 0.024
-4.4	1.26 ± 0.07 ± 0.11	1.314 ± 0.044 ± 0.075	1.356 ± 0.039 ± 0.051	1.380 ± 0.042 ± 0.024
-4.2	1.34 ± 0.08 ± 0.12	1.322 ± 0.046 ± 0.086	1.442 ± 0.045 ± 0.058	1.423 ± 0.046 ± 0.025
-4.0	1.28 ± 0.08 ± 0.14	1.35 ± 0.05 ± 0.10	1.473 ± 0.049 ± 0.067	1.458 ± 0.050 ± 0.028
-3.8	1.37 ± 0.10 ± 0.17	1.39 ± 0.06 ± 0.12	1.495 ± 0.055 ± 0.078	1.509 ± 0.057 ± 0.034
-3.6	1.49 ± 0.13 ± 0.20	1.43 ± 0.07 ± 0.15	1.523 ± 0.063 ± 0.093	1.579 ± 0.068 ± 0.042
-3.4	1.49 ± 0.15 ± 0.25	1.44 ± 0.08 ± 0.19	1.63 ± 0.08 ± 0.11	1.705 ± 0.084 ± 0.057
-3.2	1.53 ± 0.19 ± 0.31	1.75 ± 0.13 ± 0.24	1.78 ± 0.10 ± 0.14	1.76 ± 0.10 ± 0.08
-3.0	1.59 ± 0.25 ± 0.40	1.87 ± 0.17 ± 0.31	1.97 ± 0.14 ± 0.19	1.89 ± 0.13 ± 0.12
-2.8	1.69 ± 0.34 ± 0.51	2.11 ± 0.26 ± 0.39	2.10 ± 0.20 ± 0.26	2.15 ± 0.19 ± 0.20
-2.6	2.67 ± 0.98 ± 0.67	1.94 ± 0.31 ± 0.49	2.16 ± 0.26 ± 0.36	2.51 ± 0.29 ± 0.32
-2.4	1.26 ± 0.41 ± 0.85	1.81 ± 0.38 ± 0.60	2.78 ± 0.51 ± 0.51	2.90 ± 0.47 ± 0.52
-2.2	1.2 ± 0.6 ± 1.0	1.83 ± 0.55 ± 0.71	2.59 ± 0.63 ± 0.74	3.07 ± 0.67 ± 0.85
-2.0	1.0 ± 0.7 ± 1.1	1.58 ± 0.67 ± 0.84	2.1 ± 0.6 ± 1.1	2.5 ± 0.6 ± 1.3
-1.8	0.1 ± 0.2 ± 1.1	0.9 ± 0.5 ± 1.1	3.0 ± 2.0 ± 1.7	2.4 ± 0.9 ± 1.9
-1.6	± ±	0.7 ± 1.1 ± 1.5	1.0 ± 0.8 ± 3.1	3.5 ± 2.4 ± 2.6
-1.4	± ±	± ±	± ±	3.6 ± 6.5 ± 3.2
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.11: Das Verhältnis $R_N(y_0) = \langle N_g - 1\rangle(y_0) \;/\; \langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $R_N(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$32\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 36\,\mathrm{GeV}$	$36\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 40\,\mathrm{GeV}$	$40\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 44\,\mathrm{GeV}$	$44\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 48\,\mathrm{GeV}$
-6.0	1.350 ± 0.040 ± 0.035	1.45 ± 0.05 ± 0.12	1.241 ± 0.092 ± 0.098	0.86 ± 0.14 ± 0.21
-5.8	1.363 ± 0.040 ± 0.038	1.462 ± 0.056 ± 0.088	1.252 ± 0.092 ± 0.086	0.85 ± 0.15 ± 0.20
-5.6	1.351 ± 0.041 ± 0.040	1.450 ± 0.055 ± 0.078	1.255 ± 0.093 ± 0.081	0.85 ± 0.14 ± 0.20
-5.4	1.348 ± 0.041 ± 0.041	1.451 ± 0.054 ± 0.075	1.250 ± 0.098 ± 0.080	0.82 ± 0.12 ± 0.20
-5.2	1.380 ± 0.043 ± 0.042	1.477 ± 0.056 ± 0.076	1.220 ± 0.096 ± 0.082	0.78 ± 0.12 ± 0.20
-5.0	1.397 ± 0.044 ± 0.042	1.470 ± 0.058 ± 0.079	1.233 ± 0.096 ± 0.086	0.79 ± 0.12 ± 0.20
-4.8	1.412 ± 0.046 ± 0.042	1.459 ± 0.060 ± 0.086	1.196 ± 0.090 ± 0.093	0.89 ± 0.14 ± 0.21
-4.6	1.434 ± 0.048 ± 0.043	1.506 ± 0.065 ± 0.095	1.20 ± 0.10 ± 0.10	0.94 ± 0.15 ± 0.21
-4.4	1.394 ± 0.049 ± 0.045	1.52 ± 0.07 ± 0.11	1.18 ± 0.10 ± 0.11	1.00 ± 0.15 ± 0.22
-4.2	1.411 ± 0.051 ± 0.048	1.47 ± 0.07 ± 0.12	1.15 ± 0.10 ± 0.12	0.98 ± 0.16 ± 0.24
-4.0	1.451 ± 0.056 ± 0.053	1.51 ± 0.07 ± 0.12	1.19 ± 0.11 ± 0.13	0.85 ± 0.14 ± 0.26
-3.8	1.536 ± 0.066 ± 0.060	1.58 ± 0.08 ± 0.13	1.16 ± 0.12 ± 0.13	0.82 ± 0.15 ± 0.28
-3.6	1.612 ± 0.075 ± 0.069	1.61 ± 0.09 ± 0.13	1.21 ± 0.13 ± 0.14	0.86 ± 0.17 ± 0.31
-3.4	1.633 ± 0.084 ± 0.083	1.72 ± 0.11 ± 0.13	1.20 ± 0.13 ± 0.15	0.80 ± 0.18 ± 0.35
-3.2	1.73 ± 0.10 ± 0.10	1.75 ± 0.13 ± 0.12	1.35 ± 0.18 ± 0.16	0.70 ± 0.17 ± 0.40
-3.0	1.89 ± 0.14 ± 0.13	2.00 ± 0.16 ± 0.13	1.43 ± 0.24 ± 0.16	0.73 ± 0.20 ± 0.46
-2.8	2.00 ± 0.17 ± 0.18	2.15 ± 0.21 ± 0.14	1.31 ± 0.24 ± 0.18	0.68 ± 0.25 ± 0.53
-2.6	2.36 ± 0.26 ± 0.25	2.20 ± 0.27 ± 0.16	1.14 ± 0.25 ± 0.19	0.59 ± 0.26 ± 0.60
-2.4	2.35 ± 0.33 ± 0.35	2.33 ± 0.34 ± 0.20	1.16 ± 0.29 ± 0.21	0.55 ± 0.30 ± 0.66
-2.2	2.49 ± 0.43 ± 0.52	2.55 ± 0.49 ± 0.28	1.05 ± 0.32 ± 0.25	0.52 ± 0.35 ± 0.73
-2.0	2.29 ± 0.53 ± 0.77	2.53 ± 0.59 ± 0.44	1.22 ± 0.50 ± 0.30	0.30 ± 0.23 ± 0.79
-1.8	2.7 ± 0.8 ± 1.2	1.94 ± 0.57 ± 0.90	1.29 ± 0.56 ± 0.39	0.15 ± 0.16 ± 0.88
-1.6	4.2 ± 2.4 ± 1.9	2.1 ± 0.8 ± 2.6	0.89 ± 0.46 ± 0.55	± ±
-1.4	8.2 ± 12.1 ± 3.4	12.2 ± 19.0 ± 11.8	1.4 ± 1.1 ± 0.8	± ±
-1.2	0.7 ± 1.0 ± 7.9	± ±	0.6 ± 0.7 ± 1.5	± ±

Tabelle E.12: Das Verhältnis $R_N(y_0) = \langle N_g - 1\rangle(y_0)\ /\ \langle N_q - 1\rangle(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\sigma_g(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	2.83 ± 0.14 ± 0.22	3.18 ± 0.10 ± 0.14	3.39 ± 0.11 ± 0.16	3.56 ± 0.15 ± 0.28
-5.8	2.57 ± 0.12 ± 0.17	2.89 ± 0.09 ± 0.13	3.06 ± 0.10 ± 0.15	3.18 ± 0.14 ± 0.26
-5.6	2.29 ± 0.11 ± 0.14	2.58 ± 0.08 ± 0.12	2.70 ± 0.09 ± 0.14	2.76 ± 0.12 ± 0.24
-5.4	2.11 ± 0.10 ± 0.11	2.29 ± 0.07 ± 0.11	2.46 ± 0.08 ± 0.13	2.44 ± 0.10 ± 0.21
-5.2	1.885 ± 0.088 ± 0.099	2.056 ± 0.064 ± 0.096	2.23 ± 0.07 ± 0.13	2.23 ± 0.09 ± 0.18
-5.0	1.743 ± 0.080 ± 0.086	1.851 ± 0.056 ± 0.080	2.03 ± 0.07 ± 0.11	2.03 ± 0.08 ± 0.15
-4.8	1.595 ± 0.075 ± 0.075	1.615 ± 0.048 ± 0.066	1.84 ± 0.06 ± 0.10	1.85 ± 0.08 ± 0.12
-4.6	1.419 ± 0.070 ± 0.065	1.514 ± 0.044 ± 0.054	1.638 ± 0.052 ± 0.091	1.690 ± 0.069 ± 0.097
-4.4	1.206 ± 0.058 ± 0.056	1.358 ± 0.041 ± 0.045	1.494 ± 0.047 ± 0.079	1.511 ± 0.061 ± 0.081
-4.2	1.063 ± 0.050 ± 0.048	1.193 ± 0.035 ± 0.038	1.390 ± 0.046 ± 0.067	1.318 ± 0.052 ± 0.068
-4.0	0.986 ± 0.047 ± 0.042	1.056 ± 0.031 ± 0.034	1.204 ± 0.038 ± 0.057	1.229 ± 0.048 ± 0.058
-3.8	0.877 ± 0.044 ± 0.037	0.953 ± 0.029 ± 0.030	1.061 ± 0.034 ± 0.047	1.093 ± 0.042 ± 0.050
-3.6	0.799 ± 0.039 ± 0.032	0.867 ± 0.027 ± 0.028	0.971 ± 0.031 ± 0.040	0.992 ± 0.039 ± 0.043
-3.4	0.717 ± 0.032 ± 0.029	0.754 ± 0.023 ± 0.026	0.860 ± 0.029 ± 0.034	0.917 ± 0.037 ± 0.037
-3.2	0.665 ± 0.031 ± 0.027	0.713 ± 0.022 ± 0.024	0.762 ± 0.024 ± 0.029	0.831 ± 0.031 ± 0.032
-3.0	0.564 ± 0.026 ± 0.025	0.616 ± 0.019 ± 0.023	0.688 ± 0.021 ± 0.026	0.783 ± 0.029 ± 0.029
-2.8	0.507 ± 0.018 ± 0.023	0.584 ± 0.015 ± 0.022	0.637 ± 0.018 ± 0.024	0.671 ± 0.023 ± 0.027
-2.6	0.462 ± 0.015 ± 0.022	0.504 ± 0.012 ± 0.021	0.539 ± 0.015 ± 0.022	0.595 ± 0.020 ± 0.025
-2.4	0.332 ± 0.018 ± 0.021	0.421 ± 0.014 ± 0.020	0.470 ± 0.011 ± 0.021	0.523 ± 0.017 ± 0.025
-2.2	0.220 ± 0.020 ± 0.021	0.325 ± 0.016 ± 0.019	0.393 ± 0.014 ± 0.020	0.463 ± 0.017 ± 0.024
-2.0	0.118 ± 0.020 ± 0.021	0.211 ± 0.017 ± 0.018	0.293 ± 0.017 ± 0.020	0.371 ± 0.019 ± 0.023
-1.8	0.010 ± 0.007 ± 0.021	0.096 ± 0.014 ± 0.018	0.198 ± 0.021 ± 0.020	0.270 ± 0.022 ± 0.021
-1.6	± ±	0.023 ± 0.010 ± 0.020	0.061 ± 0.013 ± 0.021	0.174 ± 0.023 ± 0.021
-1.4	± ±	± ±	± ±	0.057 ± 0.021 ± 0.026
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.13: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluonjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\sigma_g(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$32\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 36\,\mathrm{GeV}$	$36\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 40\,\mathrm{GeV}$	$40\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 44\,\mathrm{GeV}$	$44\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 48\,\mathrm{GeV}$
-6.0	4.17 ± 0.21 ± 0.24	4.37 ± 0.32 ± 0.47	3.5 ± 0.4 ± 1.4	4.6 ± 1.1 ± 2.4
-5.8	3.87 ± 0.19 ± 0.19	4.00 ± 0.28 ± 0.39	3.4 ± 0.4 ± 1.1	4.8 ± 1.0 ± 1.9
-5.6	3.48 ± 0.18 ± 0.16	3.69 ± 0.27 ± 0.35	3.5 ± 0.4 ± 1.0	3.9 ± 0.7 ± 1.6
-5.4	3.02 ± 0.15 ± 0.14	3.31 ± 0.24 ± 0.33	3.13 ± 0.39 ± 0.91	3.3 ± 0.6 ± 1.3
-5.2	2.65 ± 0.14 ± 0.13	3.01 ± 0.23 ± 0.31	2.99 ± 0.37 ± 0.85	2.5 ± 0.5 ± 1.1
-5.0	2.43 ± 0.13 ± 0.13	2.74 ± 0.22 ± 0.30	2.78 ± 0.36 ± 0.79	2.46 ± 0.52 ± 0.90
-4.8	2.23 ± 0.11 ± 0.12	2.38 ± 0.18 ± 0.29	2.42 ± 0.29 ± 0.73	2.03 ± 0.38 ± 0.74
-4.6	1.95 ± 0.10 ± 0.11	2.12 ± 0.17 ± 0.27	2.53 ± 0.29 ± 0.66	2.05 ± 0.32 ± 0.63
-4.4	1.76 ± 0.10 ± 0.10	1.92 ± 0.14 ± 0.25	1.94 ± 0.26 ± 0.58	1.61 ± 0.31 ± 0.55
-4.2	1.541 ± 0.081 ± 0.094	1.70 ± 0.12 ± 0.22	1.59 ± 0.25 ± 0.49	1.34 ± 0.37 ± 0.49
-4.0	1.409 ± 0.074 ± 0.085	1.46 ± 0.11 ± 0.20	1.21 ± 0.18 ± 0.41	1.17 ± 0.25 ± 0.44
-3.8	1.272 ± 0.067 ± 0.077	1.27 ± 0.10 ± 0.17	1.01 ± 0.17 ± 0.32	1.36 ± 0.27 ± 0.39
-3.6	1.163 ± 0.059 ± 0.070	1.22 ± 0.09 ± 0.14	1.05 ± 0.14 ± 0.25	0.94 ± 0.19 ± 0.34
-3.4	0.984 ± 0.050 ± 0.063	1.10 ± 0.09 ± 0.11	1.01 ± 0.12 ± 0.19	1.19 ± 0.22 ± 0.30
-3.2	0.876 ± 0.042 ± 0.057	1.011 ± 0.073 ± 0.091	0.89 ± 0.12 ± 0.14	0.76 ± 0.15 ± 0.26
-3.0	0.884 ± 0.046 ± 0.052	0.863 ± 0.064 ± 0.073	0.80 ± 0.11 ± 0.11	0.78 ± 0.20 ± 0.23
-2.8	0.746 ± 0.038 ± 0.047	0.823 ± 0.058 ± 0.059	0.746 ± 0.097 ± 0.081	0.87 ± 0.21 ± 0.20
-2.6	0.670 ± 0.031 ± 0.043	0.709 ± 0.048 ± 0.049	0.610 ± 0.068 ± 0.064	1.00 ± 0.18 ± 0.18
-2.4	0.570 ± 0.027 ± 0.040	0.630 ± 0.046 ± 0.041	0.578 ± 0.069 ± 0.054	0.68 ± 0.14 ± 0.17
-2.2	0.478 ± 0.021 ± 0.036	0.528 ± 0.029 ± 0.037	0.552 ± 0.072 ± 0.048	0.55 ± 0.16 ± 0.17
-2.0	0.397 ± 0.024 ± 0.033	0.477 ± 0.029 ± 0.036	0.513 ± 0.081 ± 0.047	0.27 ± 0.07 ± 0.18
-1.8	0.337 ± 0.028 ± 0.031	0.386 ± 0.032 ± 0.039	0.518 ± 0.060 ± 0.050	0.13 ± 0.06 ± 0.20
-1.6	0.263 ± 0.033 ± 0.028	0.312 ± 0.039 ± 0.050	0.458 ± 0.074 ± 0.061	± ±
-1.4	0.159 ± 0.036 ± 0.027	0.319 ± 0.070 ± 0.078	0.47 ± 0.13 ± 0.09	± ±
-1.2	0.020 ± 0.011 ± 0.026	± ±	0.23 ± 0.12 ± 0.17	± ±

Tabelle E.14: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Gluonjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\sigma_q(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	2.94 ± 0.16 ± 0.26	3.01 ± 0.10 ± 0.15	3.27 ± 0.08 ± 0.11	3.56 ± 0.07 ± 0.15
-5.8	2.68 ± 0.14 ± 0.17	2.73 ± 0.09 ± 0.12	2.98 ± 0.07 ± 0.10	3.26 ± 0.06 ± 0.12
-5.6	2.44 ± 0.13 ± 0.13	2.45 ± 0.08 ± 0.11	2.71 ± 0.06 ± 0.10	2.97 ± 0.05 ± 0.10
-5.4	2.13 ± 0.12 ± 0.12	2.24 ± 0.07 ± 0.10	2.413 ± 0.054 ± 0.097	2.697 ± 0.047 ± 0.087
-5.2	2.00 ± 0.11 ± 0.11	2.026 ± 0.064 ± 0.091	2.155 ± 0.050 ± 0.091	2.414 ± 0.043 ± 0.075
-5.0	1.75 ± 0.10 ± 0.10	1.823 ± 0.056 ± 0.077	1.925 ± 0.047 ± 0.082	2.164 ± 0.039 ± 0.064
-4.8	1.54 ± 0.09 ± 0.10	1.690 ± 0.048 ± 0.065	1.733 ± 0.042 ± 0.072	1.950 ± 0.035 ± 0.056
-4.6	1.389 ± 0.084 ± 0.096	1.478 ± 0.045 ± 0.055	1.576 ± 0.037 ± 0.063	1.727 ± 0.032 ± 0.048
-4.4	1.327 ± 0.070 ± 0.090	1.345 ± 0.041 ± 0.047	1.397 ± 0.033 ± 0.053	1.547 ± 0.028 ± 0.042
-4.2	1.209 ± 0.060 ± 0.082	1.231 ± 0.035 ± 0.041	1.222 ± 0.032 ± 0.045	1.403 ± 0.024 ± 0.037
-4.0	1.044 ± 0.056 ± 0.071	1.114 ± 0.031 ± 0.036	1.117 ± 0.026 ± 0.039	1.242 ± 0.022 ± 0.032
-3.8	0.948 ± 0.052 ± 0.060	0.997 ± 0.029 ± 0.032	1.013 ± 0.024 ± 0.033	1.107 ± 0.020 ± 0.028
-3.6	0.842 ± 0.047 ± 0.051	0.875 ± 0.027 ± 0.029	0.901 ± 0.022 ± 0.028	0.981 ± 0.018 ± 0.025
-3.4	0.771 ± 0.039 ± 0.042	0.807 ± 0.023 ± 0.027	0.811 ± 0.020 ± 0.024	0.865 ± 0.017 ± 0.022
-3.2	0.637 ± 0.037 ± 0.036	0.678 ± 0.022 ± 0.024	0.717 ± 0.017 ± 0.020	0.764 ± 0.014 ± 0.019
-3.0	0.582 ± 0.031 ± 0.031	0.609 ± 0.018 ± 0.022	0.616 ± 0.015 ± 0.018	0.648 ± 0.013 ± 0.017
-2.8	0.470 ± 0.023 ± 0.028	0.477 ± 0.015 ± 0.021	0.508 ± 0.013 ± 0.016	0.559 ± 0.011 ± 0.015
-2.6	0.323 ± 0.020 ± 0.025	0.390 ± 0.013 ± 0.019	0.422 ± 0.010 ± 0.014	0.455 ± 0.009 ± 0.014
-2.4	0.260 ± 0.023 ± 0.023	0.309 ± 0.014 ± 0.018	0.331 ± 0.008 ± 0.013	0.369 ± 0.008 ± 0.013
-2.2	0.191 ± 0.026 ± 0.022	0.234 ± 0.016 ± 0.017	0.264 ± 0.010 ± 0.012	0.296 ± 0.008 ± 0.012
-2.0	0.114 ± 0.026 ± 0.023	0.165 ± 0.017 ± 0.017	0.204 ± 0.012 ± 0.011	0.237 ± 0.009 ± 0.011
-1.8	0.040 ± 0.015 ± 0.029	0.101 ± 0.015 ± 0.017	0.118 ± 0.015 ± 0.011	0.174 ± 0.010 ± 0.011
-1.6	± ±	0.027 ± 0.011 ± 0.019	0.058 ± 0.010 ± 0.011	0.096 ± 0.011 ± 0.011
-1.4	± ±	± ±	± ±	0.031 ± 0.009 ± 0.012
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.15: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Quarkjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $\sigma_q(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$32\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 36\,\mathrm{GeV}$	$36\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 40\,\mathrm{GeV}$	$40\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 44\,\mathrm{GeV}$	$44\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 48\,\mathrm{GeV}$
-6.0	3.635 ± 0.062 ± 0.042	4.06 ± 0.07 ± 0.12	4.65 ± 0.11 ± 0.34	3.53 ± 0.30 ± 0.86
-5.8	3.281 ± 0.058 ± 0.040	3.670 ± 0.065 ± 0.097	4.24 ± 0.10 ± 0.25	3.30 ± 0.28 ± 0.64
-5.6	2.952 ± 0.053 ± 0.039	3.289 ± 0.062 ± 0.086	3.77 ± 0.10 ± 0.21	3.22 ± 0.23 ± 0.53
-5.4	2.692 ± 0.046 ± 0.038	2.991 ± 0.055 ± 0.081	3.41 ± 0.09 ± 0.18	3.03 ± 0.20 ± 0.45
-5.2	2.438 ± 0.041 ± 0.037	2.694 ± 0.052 ± 0.078	3.04 ± 0.09 ± 0.17	2.87 ± 0.17 ± 0.40
-5.0	2.186 ± 0.038 ± 0.036	2.424 ± 0.049 ± 0.075	2.73 ± 0.08 ± 0.16	2.64 ± 0.17 ± 0.35
-4.8	1.942 ± 0.034 ± 0.035	2.180 ± 0.042 ± 0.071	2.48 ± 0.07 ± 0.15	2.44 ± 0.15 ± 0.31
-4.6	1.755 ± 0.031 ± 0.034	1.958 ± 0.038 ± 0.067	2.13 ± 0.07 ± 0.14	1.98 ± 0.13 ± 0.28
-4.4	1.558 ± 0.028 ± 0.032	1.744 ± 0.032 ± 0.061	1.95 ± 0.06 ± 0.12	1.86 ± 0.12 ± 0.25
-4.2	1.418 ± 0.024 ± 0.031	1.547 ± 0.028 ± 0.054	1.79 ± 0.06 ± 0.11	1.66 ± 0.11 ± 0.22
-4.0	1.268 ± 0.022 ± 0.028	1.406 ± 0.025 ± 0.046	1.636 ± 0.043 ± 0.089	1.48 ± 0.09 ± 0.19
-3.8	1.118 ± 0.020 ± 0.026	1.267 ± 0.023 ± 0.038	1.489 ± 0.040 ± 0.073	1.34 ± 0.09 ± 0.17
-3.6	0.990 ± 0.018 ± 0.024	1.110 ± 0.020 ± 0.030	1.288 ± 0.033 ± 0.058	1.30 ± 0.07 ± 0.14
-3.4	0.898 ± 0.015 ± 0.022	0.988 ± 0.021 ± 0.024	1.135 ± 0.030 ± 0.045	1.02 ± 0.07 ± 0.12
-3.2	0.799 ± 0.013 ± 0.019	0.865 ± 0.017 ± 0.019	1.013 ± 0.028 ± 0.036	1.02 ± 0.06 ± 0.10
-3.0	0.672 ± 0.014 ± 0.017	0.771 ± 0.015 ± 0.015	0.907 ± 0.026 ± 0.030	0.893 ± 0.061 ± 0.086
-2.8	0.589 ± 0.011 ± 0.016	0.651 ± 0.013 ± 0.013	0.781 ± 0.022 ± 0.027	0.732 ± 0.062 ± 0.072
-2.6	0.482 ± 0.009 ± 0.014	0.556 ± 0.011 ± 0.011	0.693 ± 0.017 ± 0.026	0.598 ± 0.052 ± 0.060
-2.4	0.399 ± 0.008 ± 0.013	0.476 ± 0.011 ± 0.010	0.611 ± 0.017 ± 0.027	0.543 ± 0.041 ± 0.052
-2.2	0.333 ± 0.007 ± 0.011	0.4154 ± 0.0074 ± 0.0093	0.565 ± 0.017 ± 0.028	0.458 ± 0.044 ± 0.048
-2.0	0.267 ± 0.008 ± 0.010	0.3460 ± 0.0073 ± 0.0093	0.546 ± 0.018 ± 0.030	0.389 ± 0.028 ± 0.054
-1.8	0.2030 ± 0.0087 ± 0.0097	0.285 ± 0.008 ± 0.010	0.525 ± 0.015 ± 0.033	0.299 ± 0.030 ± 0.084
-1.6	0.1329 ± 0.0098 ± 0.0094	0.216 ± 0.009 ± 0.012	0.507 ± 0.018 ± 0.038	± ±
-1.4	0.065 ± 0.011 ± 0.010	0.117 ± 0.015 ± 0.018	0.411 ± 0.029 ± 0.047	± ±
-1.2	0.023 ± 0.004 ± 0.014	± ±	0.308 ± 0.030 ± 0.082	± ±

Tabelle E.16: Die Standardabweichung der Subjet-Multiplizitätsverteilung von Quarkjets in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $R_\sigma(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$16\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 20\,\mathrm{GeV}$	$20\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 24\,\mathrm{GeV}$	$24\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 28\,\mathrm{GeV}$	$28\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 32\,\mathrm{GeV}$
-6.0	0.96 ± 0.10 ± 0.14	1.06 ± 0.07 ± 0.10	1.036 ± 0.056 ± 0.099	1.00 ± 0.06 ± 0.12
-5.8	0.96 ± 0.09 ± 0.11	1.058 ± 0.068 ± 0.090	1.029 ± 0.055 ± 0.080	0.98 ± 0.06 ± 0.11
-5.6	0.938 ± 0.092 ± 0.098	1.053 ± 0.067 ± 0.090	0.998 ± 0.053 ± 0.077	0.93 ± 0.06 ± 0.11
-5.4	0.99 ± 0.10 ± 0.10	1.023 ± 0.064 ± 0.089	1.018 ± 0.054 ± 0.079	0.90 ± 0.05 ± 0.10
-5.2	0.943 ± 0.092 ± 0.098	1.015 ± 0.063 ± 0.086	1.037 ± 0.057 ± 0.085	0.923 ± 0.054 ± 0.099
-5.0	1.00 ± 0.10 ± 0.10	1.015 ± 0.061 ± 0.080	1.054 ± 0.060 ± 0.092	0.940 ± 0.055 ± 0.093
-4.8	1.04 ± 0.11 ± 0.11	0.956 ± 0.055 ± 0.075	1.060 ± 0.060 ± 0.099	0.948 ± 0.056 ± 0.088
-4.6	1.02 ± 0.11 ± 0.11	1.024 ± 0.060 ± 0.071	1.04 ± 0.06 ± 0.10	0.978 ± 0.057 ± 0.084
-4.4	0.91 ± 0.09 ± 0.11	1.010 ± 0.061 ± 0.068	1.07 ± 0.06 ± 0.10	0.977 ± 0.056 ± 0.081
-4.2	0.88 ± 0.08 ± 0.11	0.969 ± 0.056 ± 0.066	1.14 ± 0.07 ± 0.10	0.939 ± 0.053 ± 0.078
-4.0	0.95 ± 0.09 ± 0.10	0.948 ± 0.053 ± 0.065	1.078 ± 0.058 ± 0.097	0.990 ± 0.055 ± 0.075
-3.8	0.926 ± 0.095 ± 0.096	0.956 ± 0.056 ± 0.065	1.047 ± 0.057 ± 0.089	0.987 ± 0.055 ± 0.072
-3.6	0.950 ± 0.097 ± 0.089	0.991 ± 0.061 ± 0.066	1.078 ± 0.059 ± 0.081	1.011 ± 0.058 ± 0.069
-3.4	0.929 ± 0.086 ± 0.085	0.935 ± 0.053 ± 0.067	1.060 ± 0.061 ± 0.073	1.061 ± 0.063 ± 0.065
-3.2	1.04 ± 0.11 ± 0.08	1.051 ± 0.066 ± 0.069	1.063 ± 0.057 ± 0.067	1.089 ± 0.061 ± 0.063
-3.0	0.969 ± 0.094 ± 0.088	1.012 ± 0.060 ± 0.074	1.117 ± 0.060 ± 0.065	1.208 ± 0.070 ± 0.064
-2.8	1.08 ± 0.09 ± 0.10	1.225 ± 0.071 ± 0.083	1.252 ± 0.066 ± 0.067	1.201 ± 0.064 ± 0.069
-2.6	1.43 ± 0.13 ± 0.12	1.293 ± 0.072 ± 0.098	1.278 ± 0.065 ± 0.076	1.306 ± 0.069 ± 0.079
-2.4	1.28 ± 0.18 ± 0.17	1.36 ± 0.10 ± 0.12	1.421 ± 0.067 ± 0.094	1.417 ± 0.073 ± 0.097
-2.2	1.15 ± 0.25 ± 0.24	1.39 ± 0.16 ± 0.17	1.49 ± 0.11 ± 0.13	1.57 ± 0.10 ± 0.13
-2.0	1.03 ± 0.39 ± 0.41	1.28 ± 0.23 ± 0.27	1.44 ± 0.16 ± 0.21	1.56 ± 0.14 ± 0.18
-1.8	0.3 ± 0.3 ± 1.0	0.95 ± 0.27 ± 0.53	1.67 ± 0.38 ± 0.46	1.55 ± 0.21 ± 0.27
-1.6	± ±	0.8 ± 0.7 ± 1.3	1.1 ± 0.4 ± 1.7	1.81 ± 0.43 ± 0.51
-1.4	± ±	± ±	± ±	1.8 ± 1.2 ± 1.4
-1.2	± ±	± ±	± ±	± ±

Tabelle E.17: Das Verhältnis $R_\sigma(y_0) = \sigma_g(y_0) \ / \ \sigma_q(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Subjet-Auflöse-parameter	Messung von $R_\sigma(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet}			
$\log_{10}(y_0)$	$32\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 36\,\mathrm{GeV}$	$36\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 40\,\mathrm{GeV}$	$40\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 44\,\mathrm{GeV}$	$44\,\mathrm{GeV} < E_{jet} < 48\,\mathrm{GeV}$
-6.0	1.146 ± 0.075 ± 0.083	1.07 ± 0.10 ± 0.14	0.74 ± 0.11 ± 0.38	1.30 ± 0.40 ± 0.81
-5.8	1.178 ± 0.078 ± 0.065	1.09 ± 0.09 ± 0.13	0.81 ± 0.12 ± 0.33	1.45 ± 0.39 ± 0.70
-5.6	1.178 ± 0.079 ± 0.059	1.12 ± 0.10 ± 0.12	0.92 ± 0.14 ± 0.32	1.20 ± 0.29 ± 0.62
-5.4	1.121 ± 0.075 ± 0.059	1.11 ± 0.10 ± 0.13	0.92 ± 0.14 ± 0.32	1.09 ± 0.24 ± 0.54
-5.2	1.086 ± 0.073 ± 0.063	1.12 ± 0.11 ± 0.14	0.98 ± 0.15 ± 0.33	0.87 ± 0.20 ± 0.48
-5.0	1.110 ± 0.077 ± 0.069	1.13 ± 0.11 ± 0.15	1.02 ± 0.16 ± 0.35	0.93 ± 0.24 ± 0.42
-4.8	1.151 ± 0.078 ± 0.076	1.09 ± 0.10 ± 0.16	0.98 ± 0.14 ± 0.36	0.83 ± 0.19 ± 0.38
-4.6	1.113 ± 0.077 ± 0.081	1.08 ± 0.10 ± 0.17	1.19 ± 0.17 ± 0.37	1.03 ± 0.21 ± 0.35
-4.4	1.132 ± 0.081 ± 0.086	1.10 ± 0.10 ± 0.18	1.00 ± 0.16 ± 0.36	0.87 ± 0.20 ± 0.32
-4.2	1.087 ± 0.074 ± 0.089	1.10 ± 0.10 ± 0.18	0.89 ± 0.17 ± 0.34	0.81 ± 0.26 ± 0.31
-4.0	1.111 ± 0.077 ± 0.090	1.04 ± 0.09 ± 0.17	0.74 ± 0.13 ± 0.32	0.79 ± 0.20 ± 0.30
-3.8	1.138 ± 0.080 ± 0.091	1.00 ± 0.10 ± 0.16	0.68 ± 0.13 ± 0.28	1.01 ± 0.25 ± 0.30
-3.6	1.175 ± 0.080 ± 0.090	1.10 ± 0.10 ± 0.15	0.81 ± 0.12 ± 0.24	0.73 ± 0.17 ± 0.31
-3.4	1.096 ± 0.073 ± 0.090	1.12 ± 0.12 ± 0.13	0.89 ± 0.13 ± 0.20	1.16 ± 0.28 ± 0.32
-3.2	1.096 ± 0.070 ± 0.090	1.17 ± 0.10 ± 0.12	0.88 ± 0.14 ± 0.17	0.75 ± 0.18 ± 0.34
-3.0	1.317 ± 0.093 ± 0.091	1.12 ± 0.10 ± 0.10	0.88 ± 0.15 ± 0.14	0.87 ± 0.27 ± 0.36
-2.8	1.267 ± 0.088 ± 0.094	1.26 ± 0.11 ± 0.09	0.96 ± 0.15 ± 0.12	1.19 ± 0.37 ± 0.38
-2.6	1.39 ± 0.09 ± 0.10	1.27 ± 0.11 ± 0.09	0.88 ± 0.12 ± 0.10	1.67 ± 0.42 ± 0.42
-2.4	1.43 ± 0.10 ± 0.11	1.33 ± 0.12 ± 0.09	0.95 ± 0.14 ± 0.09	1.24 ± 0.34 ± 0.46
-2.2	1.44 ± 0.09 ± 0.13	1.27 ± 0.09 ± 0.10	0.98 ± 0.15 ± 0.09	1.20 ± 0.46 ± 0.51
-2.0	1.49 ± 0.13 ± 0.17	1.38 ± 0.11 ± 0.13	0.94 ± 0.18 ± 0.10	0.69 ± 0.20 ± 0.58
-1.8	1.66 ± 0.21 ± 0.24	1.36 ± 0.15 ± 0.19	0.99 ± 0.14 ± 0.13	0.45 ± 0.22 ± 0.66
-1.6	1.98 ± 0.39 ± 0.37	1.44 ± 0.23 ± 0.35	0.90 ± 0.17 ± 0.17	± ±
-1.4	2.45 ± 0.94 ± 0.69	2.72 ± 0.94 ± 0.88	1.14 ± 0.38 ± 0.30	± ±
-1.2	0.9 ± 0.6 ± 1.7	± ±	0.76 ± 0.44 ± 0.66	± ±

Tabelle E.18: Das Verhältnis $R_\sigma(y_0) = \sigma_g(y_0)\ /\ \sigma_q(y_0)$ in Intervallen der Jetenergie E_{jet} für die verschiedenen Werte des Subjet-Auflöseparameters y_0. Bei den Meßergebnissen ist zunächst der statistische und dann der systematische Fehler aufgeführt.

Abbildungsverzeichnis

2.1 Die fundamentalen Vertices der QCD 9
2.2 Schematische Darstellung eines hadronischen Ereignisses in e^+e^--Annihilationen 12
2.3 Unterschiedliche Hadronisierungsmodelle 15

3.1 Ein 3-Jet-Ereignis aus den ALEPH-Daten 19
3.2 Subjet-Multiplizitätsverteilung für verschiedene Werte von y_0 22
3.3 Vergleich Hadronniveau $\leftrightarrow$ Partonniveau 25

4.1 Teilchenbeschleuniger am CERN 30
4.2 Der LEP-Speicherring und seine Installationen 31
4.3 Querschnitt des ALEPH-Detektors 32
4.4 Der Vertexdetektor 33
4.5 Gesamtansicht der ITC 33
4.6 Perspektivische Sicht der TPC 34
4.7 Perspektivische Sicht des ECAL 35
4.8 Perspektivische Sicht des HCAL 36

5.1 Verteilung der Stoßparametersignifikanz S 44
5.2 P_T-Häufigkeitsverteilung 46
5.3 P_{jet}-Häufigkeitsverteilung 47
5.4 Gluonjetreinheiten und Jetenergieverteilungen 50
5.5 Detektorkorrekturfaktoren 53
5.6 Vergleich statistischer und systematischer Fehler 57

6.1 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für den E_{jet}-integrierten Fall 59
6.2 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für das Jetenergieintervall $24\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 28\,\mathrm{GeV}$ 61
6.3 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für das Jetenergieintervall $32\,\mathrm{GeV} \leq E_{jet} \leq 36\,\mathrm{GeV}$ 62
6.4 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für $y_0 = 10^{-6.0}$ 64
6.5 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für $y_0 = 10^{-3.0}$ 65
6.6 Vergleich der Meßergebnisse mit MC-Modellen für $y_0 = 10^{-2.2}$ 66
6.7 Vergleich der Meßergebnisse mit perturbativen QCD-Vorhersagen für den E_{jet}-integrierten Fall 69

6.8 Vergleich der gemessenen mittleren Subjet-Multiplizitäten mit perturbativen QCD-Vorhersagen für die Jetenergieintervalle 24 GeV $\leq E_{jet} \leq$ 28 GeV und 32 GeV $\leq E_{jet} \leq$ 36 GeV 72
6.9 Vergleich der gemessenen mittleren Subjet-Multiplizitäten mit perturbativen QCD-Vorhersagen als Funktion der Jetenergie für $y_0 = 10^{-3.0}$ und $y_0 = 10^{-2.2}$ 74

7.1 Messung der Farbfaktoren C_A und $n_f T_R$ 79
7.2 Messung von α_s 80

A.1 MC-Studie: Meßgrößen in den Ereignissen $Z^0 \to u\bar{u}$ und $Z^0 \to d\bar{d}$ 86
A.2 MC-Studie: Meßgrößen in den Ereignissen $Z^0 \to b\bar{b}$ 87

B.1 MC-Studie: Der Durham-Algorithmus mit veränderter Distanzgröße 90
B.2 MC-Studie: Der 'verbesserte' Durham-Algorithmus 93

C.1 MC-Studie: Verwendung von Akzeptanzkegeln um die Jetachsen 97

D.1 MC-Studie: Verteilung der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ 98
D.2 MC-Studie: Ereigniskategorien anhand der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ 99
D.3 MC-Studie: Mittelwert der Subjet-Multiplizitätsverteilung als Funktion der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ 101
D.4 MC-Studie: Breite der Subjet-Multiplizitätsverteilung als Funktion der Größe $\mu = k_t^{min}/2$ 102

Tabellenverzeichnis

E.1 Ergebisse für $\langle N_g - 1\rangle(y_0)$ . . . 104
E.2 Ergebisse für $\langle N_q - 1\rangle(y_0)$ . . . 105
E.3 Ergebisse für $R_N(y_0)$ . . . 106
E.4 Ergebisse für $\sigma_g(y_0)$ . . . 107
E.5 Ergebisse für $\sigma_q(y_0)$ . . . 108
E.6 Ergebisse für $R_\sigma(y_0)$ . . . 109
E.7 Ergebisse für $\langle N_g-1\rangle(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 110
E.8 Ergebisse für $\langle N_g-1\rangle(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 111
E.9 Ergebisse für $\langle N_q-1\rangle(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 112
E.10 Ergebisse für $\langle N_q-1\rangle(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 113
E.11 Ergebisse für $R_N(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 114
E.12 Ergebisse für $R_N(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 115
E.13 Ergebisse für $\sigma_g(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 116
E.14 Ergebisse für $\sigma_g(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 117
E.15 Ergebisse für $\sigma_q(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 118
E.16 Ergebisse für $\sigma_q(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 119
E.17 Ergebisse für $R_\sigma(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 16 GeV und 32 GeV . . . 120
E.18 Ergebisse für $R_\sigma(y_0)$ in vier Intervallen der Jetenergie zwischen 32 GeV und 48 GeV . . . 121

Literaturverzeichnis

[1] G. Hanson et al., *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1609.

[2] Eine detailierte Beschreibung der aufregenden ersten Jahre der experimentellen Hochenergiephysik am Speicherring PETRA am DESY in Hamburg ist zu finden in dem Übersichtsartikel:
S.L. Wu, *Phys. Rep.* **107** (1984) 59.

[3] Die ersten Veröffentlichungen der vier PETRA-Kollaborationen über die Entdeckung von $q\bar{q}g$-Ereignissen in der e^+e^--Annihilation im Jahr 1979:
R. Brandelik et al., TASSO Collaboration, *Phys. Lett.* **B 86** (1979) 243;
D.P. Barber et al., MARK J Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 830;
Ch. Berger et al., PLUTO Collaboration, *Phys. Lett.* **B 86** (1979) 418;
W. Bartel et al., JADE Collaboration, *Phys. Lett.* **B 91** (1980) 142.

[4] Ein weiterer interessanter Bericht über die Entdeckung von Gluonjets ist zu finden in:
J.G. Branson, University of Carlifornia, San Diego, UCSD/PTH 9509, June 11, 1995.

[5] S. Brandt, in *Proceedings of the EPS Conference on High Energy Physics*, Geneva, (1979) 338 CERN;
Ch. Berger et al., PLUTO Collaboration, *Z. Phys.* **C 8** (1981) 101.

[6] I.H. Park et al., AMY Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 1713.

[7] B. Adeva et al., L3 Collaboration, *Phys. Lett.* **B 248** (1990) 227.

[8] D. Decamp et al., ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 284** (1992) 151.

[9] P. Abreu et al., DELPHI Collaboration, *Z. Phys.* **C 59** (1993) 357.

[10] R. Akers et al., OPAL Collaboration, *Z. Phys.* **C 65** (1995) 367.

[11] R. Barate et al., ALEPH Collaboration, *A measurement of the QCD colour factors and a limit on the light gluino*, CERN-PPE/97-002

[12] R. Barate et al., ALEPH Collaboration, *Measurements of the Structure of Quark and Gluon Jets in Hadronic Z Decays*, Veröffentlichung in Vorbereitung

[13] O. Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*, Vieweg, Braunschweig 1986.

[14] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore, 1984.

[15] A. Cohen, Field Theory, in *Proceedings of the 1996 European School of High-Energy Physics*, CERN 97-03, Geneva, 1997.

[16] D. Schiller, Vorlesung über *Phänomenologie des Standardmodells*, Uni-GH-Siegen, Sommersemester 1997.

[17] R.M. Barnett et al., *Phys. Rev.* **D 54** (1996) 1.

[18] M. Schmelling, *QCD Results from the Study of Hadronic Z-Decays*, CERN-PPE/94-184.

[19] M.H. Seymour, *Phys. Lett.* **B 378** (1996) 279.

[20] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.

[21] A. Salam and J.C. Ward, *Phys. Lett.* **13** (1964) 168.

[22] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.

[23] T. Sjöstrand, *Comp. Phys. Comm.* **82** (1994) 74.

[24] B.R. Webber, Quantum Chromodynamics, in *Proceedings of the 1993 European School of High-Energy Physics*, CERN 94-04, Geneva, 1994.

[25] R. Barate et al., ALEPH Collaboration, *Studies of Quantum Chromodynamics with the ALEPH Detector*, CERN-PPE/96-186.

[26] B. Anderson et al., *Phys. Rep.* **97** (1983) 31.

[27] G. Marchesini et al., *Comp. Phys. Comm.* **67** (1992) 465.

[28] L. Lönnblad, *Comp. Phys. Comm.* **71** (1992) 15.

[29] G. Gustafson, *Phys. Lett.* **B 175** (1986) 453;
G. Gustafson, U. Pettersson, *Nucl. Phys.* **B 306** (1988) 746;
B. Anderson et al., *Z. Phys.* **C 43** (1989) 621;
B. Anderson, G. Gustafson, L. Lönnblad, *Nucl. Phys.* **B 339** (1990) 393.

[30] W. Bartel et al., JADE Collaboration, *Z. Phys.* **C 33** (1986) 23;
S. Bethke et al., JADE Collaboration, *Phys. Lett.* **B 213** (1988) 235.

[31] W.J. Stirling, *J. Phys.* **G 17** (1991) 1567.

[32] N. Brown and W.J. Stirling, *Z. Phys.* **C 53** (1992) 629.

[33] S. Bethke et al., *Nucl. Phys.* **B 370** (1992) 310.

[34] S. Bethke, Hadronic Physics in Electron-Positron Annihilation, lecture notes in K.J. Peach, L.L.J. Vick and P. Osborne, *High Energy Phenomenology*, Proceedings of the 42nd Scottish Universities Summer School in Physics, St. Andrews, August 1993, copublished by SUSSP Publications and Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1994.

[35] M.G. Kendall und A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, Charles Griffin & Company Limited, London & High Wycombe, Volume I, Fourth Edition, 1997.

[36] M.H. Seymour, private Mitteilung.

[37] E. Feigl, *Messung der inneren Struktur von Quark- und Gluonjets beim hadronischen Z^0-Zerfall*, Dissertation im Fachbereich Physik, Universität-Gesamthochschule-Siegen, 1994.

[38] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 346** (1995) 389.

[39] V. Büscher, *Untersuchung der Struktur von Quark- und Gluonjets in Z-Zerfällen*, Diplomarbeit im Fachbereich Physik, Universität-Gesamthochschule-Siegen, 1995.

[40] A. Hörtnagl, private Mitteilung.

[41] A. Bassetto, M. Ciafaloni, G. Marchesini, *Nucl. Phys.* **B 163** (1980) 477.

[42] E.D. Malaza and B.R. Webber, *Phys. Lett.* **B 149** (1984) 501.

[43] I.M. Dremin, *Physics-Uspekhi* **37**(8) (1994) 715

[44] Yu.L. Dokshitzer, *Phys. Lett.* **B 305** (1993) 295.

[45] L. Barrin, private Mitteilung.

[46] Large Electron Positron storage ring, Technical notebook, *CERN Publications* (1989).

[47] D. Casper, *ALEPH 101, An Introduction to the Aleph Offline System*, ALEPH 93-26, SOFTWR 93-06.

[48] C. Bowdery, The ALEPH Handbook 1995, Volume 1, *CERN Publications* (1995).

[49] C. Bowdery, The ALEPH Handbook 1995, Volume 2, *CERN Publications* (1997).

[50] D. Schlatter et al., *ALEPH in Numbers*, ALEPH 93-58, PHYSIC 93-49;
eine neuere Version dieser Zusammenfassung ist zu finden unter
http://alephwww.cern.ch/ALEPHGENERAL/reports/alephnum/alephnumbers.ps.

[51] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Nucl. Instr. and Meth.* **A 360** (1995) 481.

[52] D. Abbaneo, A.O. Bazarko, L. Moneta, F. Palla, A. Stacey, J. Steinberger, I.R. Tomalin, *A Measurement of R_b using a Lifetime-Mass Tag*, ALEPH 96-086, PHYSIC 96-078.

[53] T. Boccali und F. Palla, *A measurement of the gluon splitting rate to $b\bar{b}$ in hadronic Z decays*, ALEPH 97-018, PHYSIC 97-014.

[54] G. Hansper, *A Measurement of $g \to c\bar{c}$ using D^* Mesons*, ALEPH 96-095, PHYSIC 96-087.

[55] D. Brown und M. Frank, *Tagging b hadrons using track impact parameters*, ALEPH 92-135, PHYSIC 92-124.

[56] D. Decamp et al., ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 313** (1993) 535.

[57] J.E. Campagne and R. Zitoun, *Z. Phys.* **C 43** (1989) 469.

[58] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Z. Phys.* **C 55** (1992) 209.

[59] J. Knobloch, *JULIA Users and Programmers Guide*, ALEPH 90-115, SOFTWR 90-011.

[60] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Z. Phys.* **C 69** (1995) 15.

[61] G. Rudolph, private Mitteilung.

[62] P. Abreu et al., DELPHI Collaboration, *Energy Dependence of the Differences between the Quark and Gluon Jet Fragmentation*, CERN-PPE/95-164.

[63] P. Nason and B.R. Webber, *Nucl. Phys.* **B 421** (1994) 473.

[64] A.H. Mueller, *Nucl. Phys.* **B 241** (1984) 141;
J.B. Gaffney and A.H. Mueller, *Nucl. Phys.* **B 250** (1985) 109;
E.D. Malaza and B.R. Webber, *Phys. Lett.* **B 149** (1984) 501;
E.D. Malaza, *Z. Phys.* **C 31** (1986) 143.

[65] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 384** (1996) 353;
M.Z. Akrawy et al., OPAL Collaboration, *Phys. Lett.* **B 261** (1991) 334;
R. Akers et al., OPAL Collaboration, *Z. Phys.* **C 68** (1995) 179;
D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 346** (1995) 389.

[66] F. James, CN Division at CERN, *MINUIT, Function Minimization and Error Analysis*, Verson 94.1, CERN Program Library entry **D506**, Geneva, 1994.

[67] Y.L. Dokshitzer, private Mitteilung.

[68] Y.L. Dokshitzer, B.R. Webber, private Mitteilung.

[69] 'LEP I - QCD hotline meeting', CERN, 21. August 1995, organisiert von Y.L. Dokshitzer et al.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei Herrn Professor Dr. S. Brandt und Herrn Professor Dr. C. Grupen für die interessante Themenstellung, zahlreiche nützliche Hinweise und Ratschläge und die Unterstützung dieser Arbeit bedanken.

Ein besonderer Dank gilt Dr. Michael H. Seymour für eine Vielzahl äußerst hilfreicher Diskussionen und Anregungen. Er war stets bereit, meine Fragen ausführlich und fundiert zu beantworten, und seine perturbativen QCD-Vorhersagen haben einen Teil der Untersuchungen dieser Arbeit erst ermöglicht.

Weiterhin möchte ich mich auch bei Dr. Glen Cowan und Priv.-Doz. Dr. Armin Böhrer für die gute Betreuung der Arbeit bedanken.

Der Bau und Betrieb des LEP-Speicherringes und des ALEPH-Detektors sowie umfangreiche Programmpakete der CERN-Bibliothek und des ALEPH-Experimentes waren Voraussetzung für die Entstehung der vorliegenden Arbeit; allen hieran Beteiligten sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Der Siegener ALEPH-Gruppe danke ich für das gute Arbeitsklima. Insbesondere möchte ich mich bei Volker Büscher für hilfreiche Diskussionen in der Anfangsphase der Entstehung dieser Arbeit und bei Pedro Saraiva für seine ständige Hilfsbereitschaft besonders in softwaretechnischen Fragen bedanken.

Für die konstruktive Kritik bei der Durchsicht dieser Arbeit danke ich vor allem Priv.-Doz. Dr. Armin Böhrer sowie Dr. Glen Cowan. Auch Klaus Bachhausen, Georg Stephan und Roswitha Müller möchte ich diesbezüglich danken.

Ein ganz besonderer Dank gilt meiner Ehefrau Beate Stephan, die mich mit Engagement, Ausdauer und Geduld während der gesamten Promotionszeit unterstützt hat. Auch möchte ich mich bei meinen Eltern Edeltrud und Hubert Stephan bedanken, die mir durch ihre Unterstützung während der Studienzeit diesen akademischen Abschluß erst ermöglicht haben.

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name, Vorname:	Stephan, Frank
Anschrift:	Rosterstraße 114, 57074 Siegen
Geburtsdatum:	16. Juli 1968
Geburtsort:	Siegen
Familienstand:	verheiratet
Staatsangehörigkeit:	deutsch

Schulbildung, Berufsausbildung und Arbeitstätigkeiten:

08/1975 - 06/1979	Besuch der Grundschule Obernetphen
08/1979 - 06/1985	Besuch der Realschule Netphen
08/1985 - 01/1988	Berufsausbildung zum Vermessungstechniker beim Amt für Agrarordnung in Siegen
02/1988 - 08/1988 und 06/1989 - 09/1989	vermessungstechnische sowie wege- und wasserbautechnische Arbeiten im Innen- und Außendienst für die Teilnehmergemeinschaft der Flurbereinigung Elsofftal, vertreten durch das Amt für Agrarordnung in Siegen
08/1988 - 06/1989	Besuch der Fachoberschule für Technik in Siegen

Studium:

10/1989 - 07/1994	Studium der Physik an der Universität-Gesamthochschule-Siegen
10/1991	Vordiplom (Wahlpflichtfach: Chemie)
07/1994	Diplom (Wahlpflichtfach: Mathematik)
	Diplomarbeit: Bestimmung des inklusiven Photonenspektrums über e^+e^--Konversionen auf der Z^0-Resonanz

Promotion:

08/1994 - 12/1997	Arbeit an dieser Dissertation im Fachbereich Physik der Universität-Gesamthochschule-Siegen mit Arbeitsaufenthalten am europäischen Forschungszentrum für Hochenergiephysik CERN (bei Genf, Schweiz)