Studium der Reaktion
$e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$
bei LEP

von

Beate Hartmann

Diplomarbeit in Physik

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im
Oktober 1993

angefertigt im
III. Physikalischen Institut A
bei
Prof. Dr. A. Böhm

Zusammenfassung

Die geplante Erweiterung des LEP - Speicherrings ermöglicht es in Zukunft, anhand der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ die Selbstwechselwirkung der Eichbosonen zu untersuchen. Die Anzahl der Parameter, die die γW^+W^- – und ZW^+W^- – Kopplungen beschreiben, hängt von den Symmetrie - Forderungen ab, die an die Physik des Drei - Boson - Vertex gestellt werden (Kapitel 1).

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Genauigkeit, mit der die Kopplungsparameter bestimmt werden können, am Beispiel des Zerfallskanals $W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$. Neben einer Diskussion des Einflusses der LEP - Schwerpunktsenergie steht die Frage nach der Analysemethode im Vordergrund. Die Winkelverteilung der W – Paarproduktion und besonders die Einbeziehung der Fermionverteilungen des Zerfalls erweisen sich in der Untersuchung als aussichtsreiche Ansatzpunkte, da sie die Information, die die Helizitäten der W – Bosonen über die Kopplungsparameter enthalten, erfolgreich miteinschließen (Kapitel 1.3 und 2).

Die Ergebnisse der Arbeit (Kapitel 3), die mit Hilfe von analytischen Funktionen in Bornnäherung entstanden sind, beruhen auf der Auswertung von Daten, die durch Monte Carlo Rechnungen erzeugt wurden. Da keine Berücksichtigung von Detektoreffekten erfolgte und von einer Betrachtung der Auswirkung von Strahlungskorrekturen abgesehen wurde, können aus den Ergebnissen für die Genauigkeit der Kopplungsparameter nur qualitative Rückschlüsse gezogen werden :

Unter der Annahme einer integrierten Luminosität von 500 pb^{-1} bewirkt eine Erhöhung der Schwerpunktsenergie von 170 GeV auf 190 GeV eine Verringerung der Fehler um mindestens einen Faktor zwei. Eine weitere Energieerhöherung ist zwar von Vorteil, die Fehlerverbesserung wird aber von dem Effekt einer zurückgehenden Statistik aufgrund des abnehmenden Wirkungsquerschnittes kompensiert. Für eine Analyse des Drei - Boson - Vertex bei LEP200 ist demnach eine Schwerpunktsenergie von mindestens 190 GeV erstrebenswert.

Die Kenntnis der beiden Zerfallswinkel des W^- – Bosons in seinem Ruhesytem (Polarwinkel und Azimuthalwinkel des Myons) wirkt sich im Vergleich zu einer Untersuchung, die sich allein auf den Produktionswinkel des W^- – Bosons stützt, deutlich in der Größe der Fehler aus, die sich maximal um einen Faktor sechs verkleinern. Mit einer zusätzlichen Messung der entsprechenden Winkel für das hadronisch zerfallende W^+ – Boson kann eine weitere Verbesserung um einen Faktor zwei bis drei erzielt werden. Vor diesem Hintergrund stellen die Ergebnisse ein überzeugendes Argument für den Versuch dar, die Zerfallswinkel der W – Bosonen in späteren Experimenten zu messen.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung ist eine vereinheitlichte Theorie von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung. Wesentliche Beiträge für die Enwicklung dieser Theorie lieferten in den sechziger Jahren Glashow, Salam und Weinberg. 1983 wurden am Proton - Antiproton Speicherring SPS des CERN von den Experimenten UA1 und UA2 die drei massiven Eichbosonen W^+, W^- und Z entdeckt, deren Existenz das Standardmodell vorhersagt. Mit dem Bau des Elektron - Positron Speicherrings LEP erhoffte man sich weitere Einblicke in die elektroschwache Wechselwirkung.
Die vier LEP Experimente arbeiten seit 1989 bei Schwerpunktsenergien zwischen 88 GeV und 94 GeV und haben mittlerweile über vier Millionen Z – Ereignisse aufgezeichnet. In dieser LEP - Phase, die in bezug auf den Energiebereich auch häufig mit LEP100 bezeichnet wird, können Eigenschaften des Z – Bosons, wie seine Masse und Zerfallsbreite, mit sehr großer Genauigkeit bestimmt werden. Die Masse M_Z besitzt den Stellenwert einer fundamentalen Konstanten des Standardmodells, die zusammen mit der Feinstrukturkonstanten α und der Fermikonstanten G_μ als die wesentlichen Größen in die Berechnung anderer Meßgrößen des Standardmodells eingehen.
Demgegenüber konnten die Eigenschaften der beiden geladenen Eichbosonen, W^+ und W^-, bisher nur mit deutlich geringerer Präzision gemessen werden. Auch aus diesem Grund soll LEP ab 1995 in eine zweite Phase, LEP200, eintreten, die einen bei e^+e^- – Speicherringexperimenten bisher völlig unerforschten Energiebereich von 170 GeV bis 200 GeV umfaßt.
Ein Problem, das dabei auftritt, liegt in dem erhöhten Energieverlust der $e^\pm$ – Strahlen durch Synchrotonstrahlung. Ein Elektron der Energie E_b verliert in einem Dipolmagneten mit dem Krümmungsradius ρ pro Umlauf die Energie

$$U_{(MeV)} = 0.0885 \; \frac{{E_b}^4_{\;(GeV)}}{\rho_{(m)}} \; .$$

Auf der Z – Resonanz mit Strahlenergien von ca. 45 GeV entspricht dies einem Energieverlust von 130 MeV pro Umlauf. Bei einer Strahlenergie von 95 GeV verliert ein Elektron dagegen bereits 2,3 GeV, also 2,5% seiner Energie. Diesen Verlust will man mit dem Einbau von 192 supraleitenden Hohlraumresonatoren ausgleichen. Supraleitendes Material hat verglichen mit den Kupfer - Hohlraumresonatoren, die bei LEP100 verwendet werden, den Vorteil, daß es bei gleicher Leistung höhere Beschleunigungsfelder erreicht, die die gewünschte Strahlenergie aufrechterhalten.

Eine erfolgreiche Erweiterung von LEP100 auf LEP200 ermöglicht dann einen Einblick in die Wechselwirkung der Eichbosonen der elektroschwachen Kraft :
Der Betrag der Schwerpunktsenergie sollte ausreichen, um bei der e^+e^- – Annihilation eine W – Paarproduktion mit nennenswerter Statistik beobachten zu können. Ein Wirkungsquerschnitt von ca. 17 pb bei einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV und eine integrierte Luminosität von 500 pb^{-1} lassen ungefähr 8500 Ereignisse erwarten.
Über die s – Kanal Beiträge der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$, die durch den Austausch eines Photons γ oder eines Z – Bosons beschrieben werden, kann erstmals die Drei – Boson – Kopplung , γW^+W^-, bzw. ZW^+W^-, im Experiment untersucht werden.
Die Selbstkopplungen der Bosonen treten im Standardmodell wegen des nicht abelschen

Charakters der zugrundeliegenden $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Eichsymmetrie auf. Die Vorhersagen des Standardmodells wurden hinsichtlich der Vektorboson – Fermion – Wechselwirkungen bei niedrigen Energien experimentell bestätigt (s.[1]). Eine experimentelle Verifikation der Kopplungen der Vektorbosonen untereinander ist jetzt für die Theorie von entscheidender Bedeutung.

Die W – Paarproduktion kann neben dem γ, Z – Austausch im s – Kanal noch über einen Neutrinoaustausch im t – Kanal der Reaktion erfolgen. Die Interferenz der zugehörigen Graphen und besonders die Aufhebung einzelner Beiträge ("Gauge Cancellation") legen die Eigenschaften der Reaktion fest. Sie bedingen z.B. das vernünftige, d.h. nicht divergente Hochenergieverhalten des totalen Wirkungsquerschnitts im Standardmodell. Da die Parameter, die die Kopplungen am Drei – Boson – Vertex beschreiben, über die s – Kanal Beiträge in den totalen Wirkungsquerschnitt, σ_{tot} , eingehen, ist eine experimentelle Untersuchung des Gauge – Cancellation – Mechanismus unmittelbar mit einer Überprüfung der Richtigkeit der theoretisch angenommenen Parameterwerte verbunden.

Auch die Winkelverteilungen der W – Bosonen und ihrer Zerfallsprodukte sind von den Kopplungsparametern abhängig. Eine Messung dieser Winkel liefert zusätzliche Information über die Kopplungen. Betrachtet man den Zerfall der W – Bosonen in Fermion - Antifermion – Paare, $W^+W^- \longrightarrow f_1\bar{f}_2 f_3\bar{f}_4$, so erweist sich der "gemischte" Zerfall, bei dem ein W in ein Quark – Paar, $q\bar{q}$, und das andere Boson in ein Lepton – Paar, $l\nu_l$, zerfällt, als der bevorzugte Zerfall zur Messung der Produktionswinkelverteilung eines W – Bosons. Der hadronische Zerfall in ein $q\bar{q}$ – Paar und die nachfolgende Fragmentation der Quarks in zwei Jets ermöglichen über die Addition der Jet - Impulse eine Bestimmung des Streuwinkels zwischen W und e^+e^- – Strahl. Das leptonisch zerfallende W legt mit Hilfe der Ladungsmessung des Leptons die Ladung des W – Bosons fest. Von den 8500 W – Paaren bei 200 GeV werden ca. 3900 in ein $q\bar{q}$ - Paar und ein Lepton - Paar zerfallen.

Die Winkelverteilungen der Zerfallsfermionen geben Aufschluß über weitere für die Kopplungen relevante Größen, nämlich über die Helizitäten der W – Bosonen. Neben der transversalen Polarisation, (Helizität ± 1) , können die W – Bosonen als massive Eichbosonen auch longitudinale Polarisation, (Helizität 0) , aufweisen. Dieser Sachverhalt wird im Standardmodell durch den Higgsmechanismus beschrieben.

Die experimentelle Untersuchung des Higgs - Sektors innerhalb eines Higgs - Massenbereichs von $M_H = (\sqrt{s} - 100)\ GeV$, die direkte Messung der Drei – Boson – Kopplungen und eine präzise Bestimmung der Masse des W – Bosons bilden die drei wesentlichen Gebiete, über die man sich bei LEP200 einen Erkenntnisgewinn erhofft.

Diese Arbeit befaßt sich mit dem Studium der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$ und beruht auf der Analyse von "künstlichen" Daten, die mittels eines Monte - Carlo - Generators erzeugt wurden. Der spezielle leptonische Zerfall in ein $\mu^-\bar{\nu}_\mu$ – Paar wird wegen der guten Impuls – und Richtungsauflösung von Myonen im L3 Detektors gewählt. Der Schwerpunkt liegt auf der Untersuchung der Drei – Boson – Kopplungen, wobei besonders der Frage nach der Genauigkeit bei der Bestimmung der Kopplungsparameter nachgegangen wird.

Inhaltlich knüpft die Arbeit an Überlegungen und Ergebnisse der Diplomarbeit *Monte - Carlo - Studien zur Reaktion* $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ *an LEP* von Stefan Roth an (s.[2]).

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

1.1 Die Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$

Die nachfolgende Abbildung zeigt die drei Feynman Graphen, die in Born Näherung zur Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ beitragen. Im Falle eines Photon – oder eines Z – Austausches im s – Kanal tritt ein Drei – Boson – Vertex auf, d.h. dort koppeln zwei geladene Vektor - Bosonen, W^+W^-, an ein neutrales Vektor - Boson γ, bzw. Z.

Abbildung 1.1 zeigt links den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ in Born Näherung. Gestrichelt eingetragen sind die einzelnen Beiträge des Neutrino - Graphen (t – Kanal), der Summe aus γ – und Z – Austausch (s – Kanal) und der Interferenzterm zwischen s – Kanal und t – Kanal. Die durchgezogene Linie repräsentiert die Überlagerung der gestrichelten Beiträge und stellt somit den Wirkungsquerschnitt der Reaktion im Standardmodell, σ_{SM}, dar. Das Schwellenverhalten der Reaktion wird durch den Neutrino - Beitrag bestimmt, der sich auch bei höheren Energien als dominierend erweist. Ohne die Überlagerung der s – und t – Kanal - Beiträge führen beide Kanäle, ν und $\gamma + Z$, zu einem divergenten Hochenergieverhalten. Besonders deutlich wird dies bei einem Vergleich des Standardmodell - Wirkungsquerschnitts σ_{SM} mit dem Neutrino - Beitrag. Bereits bei Energien etwas oberhalb der Schwelle zeigt sich eine deutliche Diskrepanz. Erst die Hinzunahme des Interferenztermes von ν und $\gamma + Z$ führt zu einem vernünftigen Verhalten bei hohen Energien. σ_{SM} nimmt nach Erreichen eines Maximums bei ca. 190 GeV mit zunehmender Energie wieder ab.

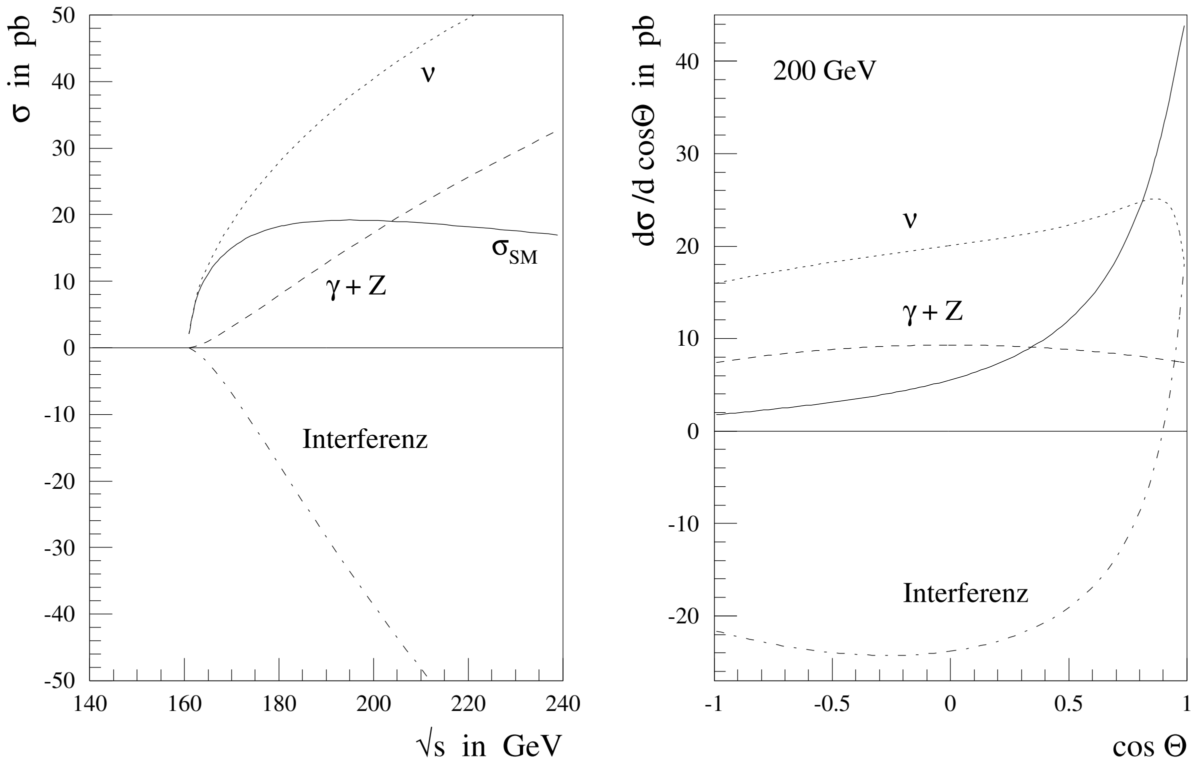

Abbildung 1.1: Totaler und differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ (Born - Niveau)

Der differentielle Wirkungsquerschnitt beschreibt die Winkelverteilung in θ, dem Winkel, der hier die Flugrichtung des W^- – Bosons bezogen auf den einfallenden e^- – Strahl angibt. In Abbildung 1.1 ist rechts der differentielle Wirkungsquerschnitt und die oben erläuterten Einzelbeiträge bei einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV zu sehen. Die Dominanz des Neutrino - Beitrags bei dieser Energie ist erkennbar. Während $\gamma + Z$ eine symmetrische Verteilung in $\cos\theta$ aufweist, erreicht ν ein Maximum für kleine Winkel. Die starke Ausprägung des Peaks, der eine erhöhte W – Paarproduktion in Vorwärtsrichtung bedeutet, wird allerdings erst durch die Interferenz der s – Kanal - Beiträge mit dem Neutrino - Beitrag bewirkt.

1.2 Die γW^+W^- und ZW^+W^- Kopplungsparameter

1.2.1 Die Lagrangedichte des Drei - Boson - Vertex

Der Drei – Boson – Vertex kann über die Identifikation der Feynman Regeln aus einer allgemeinen effektiven Lagrangedichte abgeleitet werden. “Allgemeine effektive” Lagrangedichte bezeichnet eine modellunabhängige lorentzinvariante Formulierung, die den Teil der Physik beschreibt, der von besonderem Interesse ist (hier also den Drei – Boson – Vertex) und die Lagrangedichte des Standardmodells als einen Spezialfall für die Werte

der Kopplungsparameter enthält [1]. Die Kopplungsparameter, in der Regel dimensionslose Größen, stehen in der Lagrangedichte vor den Wechselwirkungstermen und parametrisieren so die Größe ihrer Beiträge zu L_{eff}. Als freie Parameter drücken sie zunächst die Unkenntnis über die zugrundeliegende Physik aus. Theoretische Überlegungen liefern Plausibilitätsargumente, die die Anzahl der freien Parameter einschränken.
Koppelt ein geladenes Spin 1 Teilchen, das sich auf seiner Massenschale befindet, z.B. das W – Boson, an ein neutrales Vektorteilchen, z.B. das Photon γ oder das Z – Boson, so können sieben unabhängige Kopplungsparameter auftreten, falls nur Lorentzinvarianz gefordert ist [3]. Für den γW^+W^- – Vertex reduziert sich die Anzahl der Kopplungsparameter von sieben auf drei unter der Annahme, daß die elektromagnetische Wechselwirkung C – und P – Invarianz aufweist. Geht man weiter davon aus, daß die Ladung des W – Bosons durch die elektromagnetische $U(1)$ Eichinvarianz vorgegeben ist und somit der Elementarladung e entspricht, so müssen nur noch zwei Parameter für die Beschreibung des γW^+W^- – Vertex in Betracht gezogen werden. Insgesamt bleiben also zunächst neun Parameter, die die Kopplungen am γW^+W^- – und am ZW^+W^- – Vertex beschreiben und in die allgemeine effektive Lagrangedichte eingehen. Diese hat dann folgende Form [4] :

$$
\begin{aligned}
L = \; & - \; ie[A_\mu(W^{-\mu\nu}W^+_\nu - W^{+\mu\nu}W^-_\nu) + \kappa_\gamma F_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu}] \\
& - \; ieg_{ZWW}[Z_\mu(W^{-\mu\nu}W^+_\nu - W^{+\mu\nu}W^-_\nu) + \kappa_Z Z_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu} \\
& + \; ie\frac{\lambda_\gamma}{M_W^2}F^{\nu\lambda}W^-_{\lambda\mu}W^{+\mu}{}_\nu \\
& + \; ie\cot\theta_w\frac{\lambda_Z}{M_W^2}Z^{\nu\lambda}W^-_{\lambda\mu}W^{+\mu}{}_\nu \; , \\
& + \; \frac{e\;z_Z}{M_W^2}\partial_\alpha\hat{Z}_{\rho\sigma}(\partial^\rho W^{-\sigma}W^{+\alpha} - \partial^\rho W^{-\alpha}W^{+\sigma} + \partial^\rho W^{+\sigma}W^{-\alpha} - \partial^\rho W^{+\alpha}W^{-\sigma}) \\
& + \; ie\cot\theta_w[\hat{\kappa}_Z\hat{Z}_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu} + \frac{\hat{\lambda}_Z}{M_W^2}\hat{Z}^{\nu\lambda}W^+_{\lambda\mu}W^{-\mu}{}_\nu] \\
& + \; e\cot\theta_w\hat{\hat{\kappa}}_Z(\partial^\mu Z^\nu + \partial^\nu Z^\mu)W^+_\mu W^-_\nu \; ,
\end{aligned}
$$

wobei $W^\pm_{\mu\nu}$, $Z_{\mu\nu}$ und $\hat{Z}_{\rho\sigma}$ über
$W^\pm_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu W^\pm_\nu - \partial_\nu W^\pm_\mu$, $Z_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ und $\hat{Z}_{\rho\sigma} \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta}Z^{\alpha\beta}$ gegeben sind.

Referenz [4] ist die Tabelle 1.1 entnommen, die die Parameter unter den bisher angenommenen Voraussetzungen auflistet.

---

[1] Allgemein kann eine *effektive* Lagrangedichte, L_{eff}, neben der Standardmodell - Lagrangedichte noch die Niedrigenergieeffekte einer möglichen Theorie jenseits des Standardmodells miteinschließen. Dies geschieht meist in Form von zusätzlichen Operatortermen, die Linearkombinationen der Standardmodell - Felder enthalten. Die Manifestation einer möglichen, dem Standardmodell übergeordneten Theorie im Bereich kleiner Energien wird mit einer Massenskala Λ versehen, wobei Λ den Energiebereich repräsentiert, in dem mit dem Auftreten neuer physikalischer Phänomene (z.B. als Folge von Compositeness, neuen Teilchen oder Eichsymmetrien) gerechnet werden kann. Die Skalierung dieser Terme in L_{eff} erfolgt mit Potenzen von $1/\Lambda$.

		CP erhaltend	CP erhaltend	CP verletzend
		γW^+W^-	ZW^+W^-	ZW^+W^-
dim. 4	Ladung	e	g_{ZWW}	
	magn. Dipol	κ_γ	κ_Z	$\hat{\kappa}_Z \quad (\not{P})$
				$\hat{\hat{\kappa}}_Z$
dim. 6	elektr. Quadrupol	λ_γ	λ_Z	$\hat{\lambda}_Z$
	Anapol		$z_Z \quad (\not{P}, \not{C})$	

Tabelle 1.1: Parameter der Drei – Boson – Kopplungen. P – und C – Verletzung werden durch $\not{P}$ und $\not{C}$ symbolisiert

In den Spalten wird zwischen CP erhaltenden und CP verletzenden Parametern unterschieden, wobei die CP verletzenden Größen nur für den ZW^+W^- – Vertex betrachtet werden müssen. Außerdem erfolgt eine Aufteilung in Kopplungsparameter, die in vierdimensionalen bzw. sechsdimensionalen Termen der Lagrangedichte in Verbindung mit den Multipolen der entsprechenden Ordnung auftauchen.

> Bemerkung zur Multipol Namensgebung und Dimension:
> Aus der Elektrostatik ist bekannt, daß das Potential einer Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$, die in einem beschränkten Gebiet von Null verschieden ist, für große Abstände $\vec{y}$ durch eine Entwicklung von $\frac{1}{\vec{x}-\vec{y}}$ mit steigender Genauigkeit beschrieben werden kann, die sogenannte Multipolentwicklung. Die zugehörigen Entwicklungskoeffizienten, die Multipolmomente der Ladungsverteilung, sind in nullter Ordnung die Ladung (Skalar), in erster Ordnung das Dipolmoment (Vektor) und in zweiter Ordnung das Quadrupolmoment (Tensor zweiter Stufe). Dieser Formalismus der klassischen Physik wird, vereinfacht gesagt, in der Quantenfeldtheorie übernommen. Die Wechselwirkung der Bosonen, deren Austausch in der Quantenmechanik gerade das klassische Feldbild ersetzt, wird in der Lagrangedichte nach Dipol - und Quadrupol - Wechselwirkungstermen klassifiziert.
> In Referenz [5] wird ausgehend von einem stabilen geladenen Spin 1 Teilchen, das an das elektromagnetische Feld koppelt, auf allgemeine Argumente der Quantentheorie verwiesen. Diese besagen, daß ein Teilchen mit Spin S $(2S+1)$ Multipolmomente besitzt. Für das W – Boson als Spin 1 Teilchen bedeutet das, daß neben Ladung, magnetischem Dipol – und elektrischem Quadrupolmoment keine höheren Momente betrachtet werden müssen.
> Die Dimensionsbezeichnung wird verständlich, wenn eine Einheitenbetrachtung durchgeführt wird. In der Elementarteilchenphysik ist es allgemein üblich, daß $\hbar \equiv c \equiv 1$ gesetzt wird. Dann gilt wegen $E = mc^2$, daß Energie und Masse die gleiche Einheit besitzen, d.h. $[E] = [m]$, und wegen $E = \hbar\omega$ folgt $[E] = [\frac{1}{t}] = [\frac{1}{l}]$, d.h. die Einheiten von 1/Zeit, 1/Länge und Energie

dürfen gleichgesetzt werden. Eine Rückführung der Lagrangedichte auf die Einheit 1/Länge zeigt, daß sich Terme mit dim.4 Kopplungsparametern wie $1/l^4$, Terme mit dim.6 Parametern wie $1/l^6$ verhalten. Der Faktor $1/M_W^2$, der jeweils vor den dim.6 $1/l^6$ Termen zu finden ist, hat die Einheit l^2 und bewirkt, daß sich der Gesamtausdruck wie $l^2/l^6 = 1/l^4 = [L]$ verhält. Die Kopplungsparameter selbst sind dimensionslose Größen.

Eine Dimensionsbetrachtung steht im engen Zusammenhang mit der Frage nach der Renormierbarkeit einer Theorie.

Die neun unabhängigen Parameter setzen sich aus

- fünf C und P erhaltenden Parametern
- einem CP erhaltenden, aber sowohl P als auch C verletzenden Parameter und
- drei CP verletzenden Parametern zusammen.

Von den fünf C und P erhaltenden Parametern, ($g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_Z, \lambda_\gamma, \lambda_Z$), treten drei, $(g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_Z)$, in der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Standardmodell - Lagrangedichte mit festen Werten [2] auf :

$$\begin{aligned} g_{ZWW} &= \cot\theta_w \\ \kappa_\gamma &= 1 \\ \kappa_Z &= 1\ . \end{aligned}$$

Die verbleibenden zwei sechsdimensionalen Parameter, λ_γ und λ_Z, beschreiben Quadrupolwechselwirkungen, die im Standardmodell im Rahmen einer renormierbaren Theorie ausgeschlossen sind [6] :

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma &= 0 \\ \lambda_Z &= 0\ . \end{aligned}$$

κ_γ und λ_γ , also den beiden Parametern, die in die Beschreibung des γW^+W^- – Vertex eingehen, kann ein besonderer physikalischer Inhalt gegeben werden. Sie sind mit dem magnetischen Dipolmoment, μ_W, und dem elektrischen Quadrupolmoment , Q_W, des W – Bosons verknüpft:

$$\begin{aligned} \mu_W &= \frac{e}{2M_W}\,(1+\kappa_\gamma+\lambda_\gamma) \\ Q_W &= -\frac{e}{M_W^2}\,(\kappa_\gamma-\lambda_\gamma) \end{aligned}$$

Unter Vernachlässigung der sechsdimensionalen Terme, d.h. $\mu_W = \frac{e}{2M_W}(1+\kappa_\gamma)$, beschreibt κ_γ gerade die Abweichung vom Bohrschen Magneton, $\mu_B = \frac{e}{2M_W}$, und wird deshalb häufig auch "anomales magnetisches Moment" genannt.

---

[2] Eigentlich ist g_{ZWW} im Standardmodell über die Beziehung $g_{ZWW} = -e\cot\theta_w$ gegeben, $-e$ wird hier als Faktor herausgezogen, d.h. in der Lagrangedichte erscheint $-e\ g_{ZWW}$.

Bemerkung zum anomalen magnetischen Moment:
In Referenz [7] werden κ_γ und λ_γ als die einfachsten Eichbosonkopplungen zur Beschreibung der **elektromagnetischen** Wechselwirkung des W – Bosons bezeichnet. Die Parametrisierung der elektromagnetischen Wechselwirkung in Termen eines Magnetischen - Moment - Parameters, κ, ist ursprünglich von Lee und Yang [8] durchgeführt worden.

$$\begin{aligned}
\mu_W &= \frac{e\ (1+\kappa)}{2M_W} \ \text{(magnetisches Moment)} \\
Q_W &= -\frac{e\ \kappa}{M_W^2} \ \text{(elektrisches Quadrupolmoment)} \\
{R_W}^2 &= \frac{\kappa}{M_W^2} \ \text{(Quadrat des Ladungsradius)}
\end{aligned}$$

Ausgangspunkt der Gleichung für das magnetische Moment ist die bekannte Beziehung zwischen dem magnetischem Moment $\vec{\mu}$ und dem Spin $\vec{S}$ eines Teilchens:

$$\vec{\mu} = (1+\kappa)\ \frac{e}{2M_W}\ \vec{S}$$

Bardeen, Gastmans und Lautrup [9] haben die statischen Eigenschaften geladener intermediärer Vektorbosonen im Standardmodell berechnet. Ausgehend von dem allgemeinsten CP invarianten Vertex, bei dem sich alle Teilchen auf ihrer Massenschale befinden, fanden sie bei der Entwicklung der magnetischen Dipol – und elektrischen Quadrupolmomente des W – Bosons einschließlich zweiter Ordnung heraus, daß die Abweichung von $\kappa = 1$ der Ordnung $\frac{\alpha}{\pi}$ ist und von $\sin^2\theta_w$ und M_H (Higgsmasse) abhängt. In dieser Entwicklung entspricht $\kappa = 1$ dem elektromagnetischen Vertex niedrigster Ordnung.

Es ist sinnvoll, die zu den Kopplungen korrespondierende Lorentz – und $U(1)_Y$ – invariante Lagrangedichte L in drei Beiträge L_1, L_2, L_3 aufzuspalten, die verschiedene Symmetrie - Eigenschaften berücksichtigen [4]. Sie hat dann die Form :

$$\begin{aligned}
L &= L_1 \ (\ C \text{ und } P \text{ erhaltend }) \\
&+ L_2 \ (\ C \text{ und } P \text{ verletzend, } CP \text{ erhaltend }) \\
&+ L_3 \ (\ CP \text{ verletzend }) \ ,
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
L_1 &= -ie[A_\mu(W^{-\mu\nu}W_\nu^+ - W^{+\mu\nu}W_\nu^-) + \kappa_\gamma F_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu}] \\
&- ieg_{ZWW}[Z_\mu(W^{-\mu\nu}W_\nu^+ - W^{+\mu\nu}W_\nu^-) + \kappa_Z Z_{\mu\nu}W^{+\mu}W^{-\nu} \\
&+ ie\frac{\lambda_\gamma}{M_W^2}F^{\nu\lambda}W_{\lambda\mu}^-W^{+\mu}{}_\nu \\
&+ ie\cot\theta_w\frac{\lambda_Z}{M_W^2}Z^{\nu\lambda}W_{\lambda\mu}^-W^{+\mu}{}_\nu \ .
\end{aligned}$$

Man kann zeigen, daß alle Operatoren höherer Dimension in Kombinationen der vier - und sechsdimensionalen Operatoren zerlegbar sind, solange die W – Paare auf ihrer Massenschale sind — $(\Box + M_W^2) = 0 \ ; \ \partial_\mu W^\mu = 0$ — und das Z an Fermionen vernachlässigbarer Masse koppelt, wobei dann $\partial_\mu Z^\mu \sim m_e \approx 0$ angenommen werden darf.
Die vier - und sechsdimensionalen Operatoren stellen also einen kompletten Satz für die Drei – Boson – Kopplung dar [10].

Eine andere Wahl der Parametrisierung ist die folgende [4] :

$$\begin{aligned}
\delta_Z &\equiv g_{ZWW} - \cot\theta_w \\
x_\gamma &\equiv \kappa_\gamma - 1 \\
x_Z &\equiv (\kappa_Z - 1)(\cot\theta_w + \delta_Z) \equiv (\kappa_Z - 1)\ g_{ZWW} \\
y_\gamma &\equiv \lambda_\gamma \\
y_Z &\equiv \lambda_Z \cot\theta_w
\end{aligned}$$

Der “Anapol” - Term behält die Bezeichnung z_Z, den CP verletzenden Wechselwirkungen werden folgende Kombinationen zugeordnet :

$$\begin{aligned}
{z_1}' &\equiv \cot\theta_w\ \hat{\kappa}_Z \\
{z_2}' &\equiv \cot\theta_w\ (\hat{\kappa}_Z - \hat{\lambda}_Z) \\
{z_3}' &\equiv \cot\theta_w\ \frac{\hat{\lambda}_Z}{2}
\end{aligned}$$

Die C und P erhaltende Lagrangedichte in der “neuen” Parametrisierung ($L_{1,neu}$) ist in Anhang A zu finden. Im Vergleich zu L_1 fällt auf, daß in $L_{1,neu}$ die Kopplungsparameter linear eingehen und keine Mischterme wie in L_1 auftauchen (siehe dort in 2. Zeile '$g_{ZWW}\kappa_Z$'). Die Ursache dafür ist die Wahl von x_Z. Der neue Parameter ist über die Beziehung $x_Z = (\kappa_Z - 1)\ g_{ZWW}$ von κ_Z und g_{ZWW} abhängig und “entkoppelt” so den Mischterm $g_{ZWW}\kappa_Z = g_{ZWW} + x_Z$, was zur Linearität in $L_{1,neu}$ führt. Die Standardmodell Lagrangedichte erhält man, wenn die neuen Parameter gleichzeitig Null gesetzt werden. Anders betrachtet, geben ihre numerischen Werte gerade die Abweichungen vom Standardmodell an, weshalb sie auch als “anomale Kopplungsparameter” bezeichnet werden.

In Referenz [11] wird darauf hingewiesen, daß bei einer Betrachtungsweise, die den Anspruch auf volle Allgemeingültigkeit erhebt, die neun Kopplungsparameter eine Abhängigkeit von q^2 ($q \cong$ Impulsübertrag) aufweisen können. Diese Abhängigkeit wird aber erst bei einer Energieskala im TeV - Bereich erwartet und könnte dort einen Formfaktoreffekt darstellen, der die Möglichkeit einer Unterstruktur der W – Bosonen (“Compositeness”) miteinschließt [3]. Für den Energiebereich, den LEP200 überdeckt, ist dieses zu vernachlässigen, sollte aber im Hinblick auf einen Vergleich mit zukünftigen Ergebnissen

---

[3] Referenz [12] behandelt u.a. das magnetische Moment schwacher Bosonen in bezug auf eine Compositeness - Skala und liefert als Ergebnis quantitative Beziehungen zwischen Abweichungen vom Standardmodell und der Compositeness - Skala Λ.

bei höheren Energien nicht vergessen werden. Davon abgesehen wäre eine mögliche q^2 – Abhängigkeit entscheidend bei der Betrachtung von Strahlungskorrekturen mit Boson - Loops. Referenz [11] verzichtet jedoch auf die Berücksichtigung dieser Effekte.
Referenz [10] stellt den Drei – Boson – Vertex in einer allgemeinen lorentzinvarianten Form im Impulsraum vor. Dieser hängt von sieben Formfaktoren ab, die dimensionslose Funktionen von q^2 sind. In dem Energiebereich, der bei LEP200 erwartet wird, werden diese Formfaktoren aber näherungsweise als konstant angenommen.

Eine q^2 – Abhängigkeit wird auch in dieser Arbeit nicht betrachtet.
Außerdem beschränkt sie sich auf die fünf C und P erhaltenden Kopplungen. Die fünf anomalen hier untersuchten Kopplungsgrößen sind dann folgende :

- $x_\gamma = \kappa_\gamma - 1$ beschreibt die Abweichung vom anomalen magnetischen Moment κ_γ, das zusammen mit
- $y_\gamma = \lambda_\gamma$ zum magnetischen Moment und elektrischen Quadrupolmoment des W – Bosons beiträgt.

  x_γ und y_γ sind mit dem γW^+W^- – Vertex verknüpft.

- $x_Z = (\kappa_Z - 1)(\cot\theta_w + \delta_Z) = (\kappa_Z - 1)\ g_{ZWW}$ und
- $y_Z = \lambda_Z \cot\theta_w$ sind die ZW^+W^- Analogien zu x_γ und y_γ.
- $\delta_Z = g_{ZWW} - \cot\theta_w$ beschreibt die Abweichung von der $SU(2)$ – Eichkopplung eines W – Bosons an das Z und ist somit ein Testparameter für die Universalität der Z – Kopplung an Fermionen und an Bosonen.

  x_Z, y_Z und δ_Z beziehen sich auf den ZW^+W^- – Vertex.

Die Analogie zu δ_Z für den γ – Austausch fehlt, da die elektromagnetische Ladung des W – Bosons als bekannt vorausgesetzt wird.

Eine Beschränkung auf diese fünf Parameter, die alle keine Erhaltungsgesetze verletzen (vergl. Tabelle 1.1), ist in der Literatur oft zu finden, z.B. in [4], [10].
Ein Argument für das Ausschließen der drei *CP verletzenden* Parameter, $(\hat{\kappa}_Z, \hat{\hat{\kappa}}_Z, \hat{z}_Z)$, gibt Referenz [11]. Unter der Annahme, daß die Abweichungen von den Standardmodell - Werten klein sind, können die Meßgrößen bei LEP200 in einer Entwicklung erster Ordnung in Termen der anomalen Kopplungsparameter betrachten werden. Diese Entwicklung liefert für die Observablen sechs unabhängige Terme jenseits des Standardmodells, die linear in den anomalen Kopplungsparametern $\delta_Z, x_\gamma, x_Z, y_\gamma, y_z$ und z sind. Die CP verletzenden Kopplungsparameter gehen quadratisch in die Entwicklung ein und liefern deshalb in einer "1. Ordnung Betrachtung" keinen Beitrag.

Die Analyse der $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ – Daten im Hinblick auf fünf freie Parameter gestaltet sich schwierig.
Man möchte wissen, mit welcher Genauigkeit die Stärke der Wechselwirkungen der Standard $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Lagrangedichte bestimmt werden kann, die sich z.B. in der g_{ZWW} – Kopplung und den Dipolwechselwirkungen, die mit κ_γ und κ_Z verknüpft sind, niederschlägt. Außerdem ist es von Interesse, in welchem Ausmaß ein Auftreten zusätzlicher Wechselwirkungen verbunden mit sechsdimensionalen Quadrupoltermen, $(\lambda_\gamma, \lambda_Z)$, aus den Daten ausgeschlossen werden kann.
Ein Fünf - Parameter - Fit zur Klärung dieser Fragen ist schwer durchführbar. Eine wesentliche Überlegung ist deshalb, wie die Anzahl der fünf freien Parameter reduziert werden kann. Mit dieser Problematik befaßt sich der nachfolgende Abschnitt.

1.2.2 Reduktion der Zahl der freien Parameter durch zusätzliche Symmetrie – Forderungen

Ausgangspunkt der Überlegungen sind theoretische Prinzipien, die sich auf experimentell erworbene Kenntnisse der schwachen Wechselwirkung stützen. Diese führen — neben Lorentzinvarianz, elektromagnetischer Eichinvarianz, C – und P – Erhaltung — zu zusätzlichen Symmetrie - Forderungen, die die Anzahl der fünf freien γW^+W^- – und ZW^+W^- – Kopplungsparameter einschränken. Während die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Eichsymmetrie des Standardmodells zu festen Werten für die Parameter der Drei - Boson - Vertices führt, sind die Symmetrie - Forderungen dieser theoretischen Modellen jenseits des Standardmodells mit weniger Einschränkungen verbunden. Auf diese Weise kann das Standardmodell, als das Modell mit den stärksten Einschränkungen, von einem allgemeineren Standpunkt aus betrachtet, überprüft werden. Die Symmetrie - Forderungen bewirken in der Regel Abhängigkeiten der Parameter voneinander. Mit dem verkleinerten Satz freier Parameter können die restlichen Kopplungsparameter als Funktionen dieser Parameter geschrieben werden. Diese Methode der Analyse wird als “modellunabhängig” bezeichnet. Im Gegensatz dazu ist eine Untersuchung, bei der in einem Fit ein Parameter variiert wird und die verbleibenden Parameter auf festen Werten — meist den Standardmodell - Werten — festgehalten werden, modellabhängig, und sie wird häufig als “theoretisch unmotiviert” kritisiert.
Die Reduktion der Parameterzahl ermöglicht, bzw. verbessert die Durchführung eines Fits. Dabei sollte man aber bedenken, daß die zunehmende Genauigkeit bei der Bestimmung der Parameter letztendlich auf Einschränkungen aufgrund von Symmetrie - Forderungen beruht. Neben dem “praktischen Effekt” einer Parameterreduktion, der in der verbesserten Durchführung eines Fits liegt, verschafft sie einen Einblick in die Bedeutung möglicher Abweichungen von der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ – Theorie des Standardmodells hinsichtlich innerer Symmetrie - Eigenschaften. Leider erfordert der Zugang zu dem letztgenannten Aspekt eine umfassende Kenntnis der Theorie und geht deshalb über den Anspruch dieser Arbeit hinaus. Dieser Abschnitt enthält deshalb nur eine Zusammenfassung einiger Argumente und Ergebnisse auf diesem Gebiet; der Weg dorthin muß mit Hilfe der angegebenen Literatur nachvollzogen werden.

Ausgegangen wird von dem Teil der allgemeinen Lagrangedichte, der neben Lorentzinvarianz und elektromagnetischer Eichinvarianz auch die C – und P – Erhaltung der Wechselwirkungen gewährleistet, also von L_1 und dem dazu korrespondierenden Fünf - Parametersatz, $(g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_Z, \lambda_\gamma, \lambda_Z)$, bzw. in der "neuen" Schreibweise $(\delta_Z, x_\gamma, x_Z, y_\gamma, y_Z)$.

Eine untersuchte Symmetrie - Eigenschaft ist die $SU(2)_L$ – Invarianz. Dazu wird in Referenz [4] eine orthogonale Transformation durchgeführt, nach deren Anwendung die Lagrangedichte L_1 in der ungemischten $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ – Basis (B_μ, W_μ^3) ausgedrückt werden kann :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_w & \sin\theta_w \\ -\sin\theta_w & \cos\theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}$$

- Gültigkeit globaler $SU(2)_L$ – Symmetrie

Ein - Parameter - Fall λ (dim.4 + dim.6)

Die Forderung nach globaler $SU(2)_L$ – Symmetrie reduziert den Satz auf einen freien Parameter [4]. Die Parameter, die sich auf die Kopplung des W – Bosons an das Z und die Dipolwechselwirkungen beziehen, erhalten die gleichen Werte wie im Standardmodell :

$$g_{ZWW} = \cot\theta_w \ , \qquad \kappa_\gamma = \kappa_Z = 1.$$

Zusätzliche Quadrupolwechselwirkungen sind erlaubt, allerdings mit der Einschränkung $\lambda_\gamma = \lambda_Z \equiv \lambda$.
Der einzig zu betrachtende freie Parameter bei Gültigkeit globaler $SU(2)_L$ – Symmetrie ist λ .

Mit den Beziehungen $\lambda_\gamma = y_\gamma$ und $\lambda_Z = y_Z \tan\theta_w$ folgt wegen $\lambda_\gamma = \lambda_Z$
$y_Z = y_\gamma \cot\theta_w$,
d.h. das Verhältnis von Z – und γ – Quadrupolwechselwirkungen wird von demselben Faktor, $\cot\theta_w$, bestimmt, der auch die relative Stärke der Z – und γ – Standardeichkopplung festlegt, $(g_{ZWW} = -e\cot\theta_w)$.

- Gebrochene $SU(2)_L$ – Symmetrie

Zwei - Parameter - Fall g_{ZWW}, κ_γ (dim.4)

Die $SU(2)_L$ – Symmetrie kann in L_1, formuliert in der ungemischten Basis, in zweierlei Hinsicht gebrochen werden. Die eine Quelle, die zu einer $SU(2)_L$ – Symmetrieverletzung führt, ist elektromagnetischer Natur, nämlich die Kopplung von $W^\pm$ an das B^μ – Feld. Zweite Quelle ist der rein schwache oder auch "intrinsische" ${W_{\mu\nu}}^3 W^{+\mu} W^{-\nu}$ Term.
Eine Annahme der Theorie besteht nun darin, daß im Falle einer $SU(2)_L$ – Verletzung bei Vektorboson - Selbstwechselwirkungen nur die elektromagnetische Wechselwirkung dafür verantwortlich sei. D.h. anders gesagt, daß im Grenzfall verschwindender elektromagnetischer Wechselwirkungen, $B^\mu \to 0$, die $SU(2)_L$ – Symmetrie erhalten bliebe.

Obwohl eine experimentelle Verifikation dieser Annahme noch aussteht, ist sie doch stark motiviert durch die empirische Gültigkeit bestimmter Aspekte der *elektroschwachen* Theorie, welche eine $SU(2)_L$ – Symmetrie erfordern. Dazu gehören insbesonders die Gleichheit der geladenen und der neutralen ungemischten Massen, $M_{W^\pm} \equiv M_{W^3}$, die zu der experimentell überprüften Massenbeziehung $M_Z = M_{W^\pm}/\cos\theta_w$ führt, und das Verhältnis der Kopplungen von neutralen und geladenen Strömen, ρ (s.u.). Die globale $SU(2)$ – Invarianz des schwachen Isospins anzunehmen, scheint dann vor diesem Hintergrund eine gerechtfertigte Hypothese zu sein, da sie als Extrapolation von bereits bestätigten Eigenschaften der elektroschwachen Theorie interpretiert werden kann [13], [14], [15], [4].
Wird die intrinsische $SU(2)_L$ – Verletzung in L_1 ausgeschlossen, reduziert sich der Parametersatz auf vier freie Parameter,

$$g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \lambda_\gamma, \lambda_Z.$$

Der fünfte Parameter, κ_Z, ist von κ_γ und g_{ZWW} in folgender Weise abhängig :

$$\kappa_Z = 1 - \frac{(\kappa_\gamma - 1)\tan\theta_w}{g_{ZWW}}$$

Die entsprechende Darstellung in den anomalen Parametern lautet :

$$x_Z = x_\gamma \ \frac{\sin\theta_w}{\cos\theta_w} = x_\gamma \ \ \tan\theta_w$$

und die unabhängigen Parameter sind

$$\delta_Z, x_\gamma, y_\gamma, y_Z.$$

Schließt man zusätzlich noch die Quadrupolwechselwirkungen aus, $\lambda_\gamma = \lambda_Z = 0$, so bleiben nur noch zwei freie Parameter , g_{ZWW}, κ_γ ,
bzw. δ_Z, x_γ.
Eine Untersuchung dieses Zwei - Parameter - Falles, basierend auf den angeführten theoretischen Überlegungen, kann möglicherweise eine Antwort auf die Frage geben, ob die Lagrangedichte $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ invariant ist (d.h. die zwei Parameter erhalten ihre Standardmodell - Werte), oder nur global $SU(2)$ symmetrisch, [15].

Ein - Parameter - Fall κ_γ (dim.4)

Der Zwei - Parameter - Fall kann weiter auf einen freien Parameter, das anomale magnetische Dipolmoment κ_γ , eingeschränkt werden, wenn man eine Diskussion des bereits oben erwähnten ρ – Parameters miteinbezieht. Dieser ist über das Verhältnis von neutraler und geladener Fermionkopplung definiert, $\rho = G_\mu / G_{NC}$. G_{NC} symbolisiert das neutrale Äquivalent der Fermi Kopplung G_μ .
In Referenz [16] werden vor dem Hintergrund *erhaltener $SU(2)_L$ – Symmetrie bei verschwindender elektromagnetischer Wechselwirkung* in der Lagrangedichte noch zusätzliche Selbstenergiebeiträge, die durch Vektorboson - Loops erzeugt werden, berücksichtigt. Diese liefern Korrekturterme zum ρ – Parameter, der ohne diese Korrekturen den Wert

1 hat. Ein Ausschließen der höchsten divergenten Beiträge zu ρ, (Λ^4), hat eine Einschränkung der betrachteten zwei Parameter auf einen freien Parameter, κ_γ (bzw. x_γ), zur Folge, für den anderen Parameter gilt

$$g_{ZWW} = -\tan\theta_w + \frac{\kappa_\gamma}{\sin\theta_w \cos\theta_w}$$

bzw.

$$\delta_Z = \frac{x_\gamma}{\sin\theta_w \cos\theta_w}.$$

Neben ρ existieren noch andere "Schleifen – Effekte", die empfindlich für die Existenz anomaler Selbstkopplungen sind, z.B. das anomale magnetische Moment des Myons oder die Strukturfunktion des Photons.

Ausgehend von der zugrundeliegenden Theorie des Zwei - Parameter - Falls kann man diesen speziellen Ein - Parameter - Fall , κ_γ , auch durch eine äquivalente Betrachtungsweise erhalten, in der die s^2 – Beiträge zur Streuung der Vektorbosonen untereinander , $(W^+W^- \longrightarrow W^+W^-)$, ausgeschlossen werden, [17].

An dieser Stelle soll nochmal auf die Verfahrensweise bei einer "Einschränkung der Anzahl freier Parameter durch Symmetrie - Forderungen " hingewiesen werden. Ausgehend von dem zuvor vorgestellten Ein - Parameter - Fall bedeutet eine Variation des anomalen magnetischen Moments κ_γ in einem Fit, daß die anderen nichtverschwindenden Parameter, (κ_Z, g_{ZWW}), über ihre theoretisch begründete κ_γ – Abhängigkeit von der Variation mitbetroffen sind, d.h. der Fit steht im Einklang mit der angenommenen Theorie des betrachteten Parameterfalles. Anders verhält es sich, wenn man ausgehend von den fünf freien Parametern κ_γ variieren läßt und den übrigen vier Parametern ihre Standardmodell - Werte zuordnet. Ein Test der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Theorie ist so auf einen Vergleich mit einem sehr speziellen Fall beschränkt, und man kann keine Aussagen zum theoretischen Hintergrund machen, falls man den Anspruch an einen Fit stellt, auch darauf eine Antwort zu geben.

Ein - Parameter - Fall g_{ZWW} (dim.4)

Der Zwei - Parametersatz, (g_{ZWW}, κ_γ) , kann auch auf den Fall $\kappa_\gamma = 1$ und damit auf g_{ZWW} als einzig freien Parameter reduziert werden. Theoretische Motivation dazu ist eine spezielle Eichtheorie, in der neben den Standardmodell - Vektorbosonen von der Existenz eines neuartigen schweren Vektorbosontripletts, V^+, V^- und V^0, basierend auf einer $SU(2)_L \otimes SU(2)_V \otimes U(1)_Y$ Symmetrie ausgegangen wird. Mit der Annahme $M_V \gg M_W$ folgt, daß die dazugehörige effektive Lagrangedichte Selbstwechselwirkungen der Vektorbosonen beschreibt, die bei wesentlich kleineren Energien stattfinden als der zu M_V korrespondierenden Energie [18].

Drei - Parameter - Fall κ_γ, λ_γ, g_{ZWW} (dim.4 + dim.6)

Die Motivation der bisher angeführten Argumente zur Parameterreduktion liegt darin begründet, die Symmetrie der Nicht - Standardmodell - Wechselwirkungen zu steigern und nur die Abweichungen zuzulassen, deren divergenten Beiträge sich bei hohen Energien noch “in Maßen” verhalten. Weiterführende Überlegungen gehen dahin, L_1 in eine Theorie einzubetten, die symmetrisch unter lokalen $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Transformationen ist [4]. Dieses gelingt, vorausgesetzt man beschränkt sich auf nichtrenormierbare sechsdimensionale Quadrupol – und Dipolwechselwirkungen. Für den Dipolfall werden zusätzliche Wechselwirkungen erlaubt, in denen ein $SU(2)_L$ Skalardublett auftaucht. Das Ergebnis dieser $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ symmetrischen rein sechsdimensionalen Erweiterung der Standardmodell - Theorie ist der theoretisch bevorzugte Satz aus drei freien Parametern:

$$(\kappa_\gamma, \lambda_\gamma, g_{ZWW}) \ ,$$

mit den Bedingungen für κ_Z und λ_Z :

$$\begin{aligned} \kappa_Z &= 1 - \frac{(\kappa_\gamma - 1)\tan\theta_w}{g_{ZWW}} \\ \lambda_Z &= \lambda_\gamma. \end{aligned}$$

In der anderen Parametrisierung sind die drei unabhängigen Größen :

$$(x_\gamma, y_\gamma, \delta_Z) \ ,$$

und x_Z und y_Z sind über folgende Beziehungen gegeben :

$$\begin{aligned} x_Z &= -\frac{\sin\theta_w}{\cos\theta_w}\ x_\gamma = -\tan\theta_w\ x_\gamma \\ y_Z &= \frac{\cos\theta_w}{\sin\theta_w}\ y_\gamma = \cot\theta_w\ y_\gamma. \end{aligned}$$

Im Gegensatz zu diesem Drei - Parameter - Fall kann der Fünf - Parametersatz nicht in eine lokale $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Symmetrie eingebettet werden, es sei denn, man ließe achtdimensionale Wechselwirkungsterme zu.
Außerdem hat der Drei - Parametersatz noch einen weiteren Vorteil. Die damit verbundenden Divergenzen sind derart, daß die präzisen Ergebnisse der LEP100 Observablen auch in Gegenwart von Nicht - Standardmodell - Vektorboson - Selbstkopplungen nicht angezweifelt werden müssen [4].

Die Tabelle 1.2 stellt einen Auszug der Tabelle in Referenz [4] dar und beinhaltet die Fälle, die in dieser Arbeit untersucht werden. Die Symmetrie - Forderungen und die daraus folgende Anzahl der freien Parameter sind der zweiten und dritten Spalte der Tabelle zu entnehmen. In der vierten und fünften Spalte stehen die freien Parameter und die Beziehungen für die verbleibenden Parameter jeweils in beiden Parametrisierungen.
Außerdem erfolgt eine Aufteilung, die berücksichtigt, welche Terme der Lagrangedichte — nur vierdimensionale, bzw. vier - **und** sechsdimensionale Terme — in eine Diskussion miteinbezogen wurden.

Dimension	Symmetrie		Parameter	Parameter ("neu")
Dim. 4	Lorentzinvarianz C -, P - Invarianz	3	$g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_Z$	δ_Z, x_γ, x_Z
	Ausschluß intrinsischer $SU(2)_L$ - Verletzung	2	g_{ZWW}, κ_γ $\kappa_Z = 1 - \frac{(\kappa_\gamma - 1)\tan\theta_w}{g_{ZWW}}$	δ_Z, x_γ $x_Z = -\frac{\sin\theta_w}{\cos\theta_w}\, x_\gamma$
	keine s^2 - Terme in W^+W^- - Streuung keine Λ^4 Divergenzen in ρ	1	κ_γ $g_{ZWW} = -\tan\theta_w + \frac{\kappa_\gamma}{\sin\theta_w\cos\theta_w}$ $\kappa_Z = 1 - \frac{(\kappa_\gamma - 1)\tan\theta_w}{g_{ZWW}}$	x_γ $\delta_Z = \frac{x_\gamma}{\sin\theta_w\cos\theta_w}$ $x_Z = -\frac{\sin\theta_w}{\cos\theta_w}\, x_\gamma$
	$SU(2)_L \otimes SU(2)_V \otimes U(1)_Y$	1	g_{ZWW} $\kappa_\gamma = \kappa_Z = 1$	δ_Z $x_\gamma = x_Z = 0$
Dim. 4 + Dim. 6	Lorentzinvarianz C -, P - Invarianz	5	$g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_Z, \lambda_\gamma, \lambda_Z$	$\delta_Z, x_\gamma, x_Z, y_\gamma, y_Z$
	lokale $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Invarianz, Beschränkung auf Dim. 6 Terme	3	$g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \lambda_\gamma$ $\kappa_Z = 1 - \frac{(\kappa_\gamma - 1)\tan\theta_w}{g_{ZWW}}$ $\lambda_Z = \lambda_\gamma$	$\delta_Z, x_\gamma, y_\gamma$ $x_Z = -\frac{\sin\theta_w}{\cos\theta_w}\, x_\gamma$ $y_Z = \frac{\cos\theta_w}{\sin\theta_w}\, y_\gamma$
	globale $SU(2)_L$	1	λ_γ $\lambda_Z = \lambda_\gamma$ $\kappa_\gamma = \kappa_Z = 1$ $g_{ZWW} = \cot\theta_w$	y_γ $y_Z = \frac{\cos\theta_w}{\sin\theta_w}\, y_\gamma$ $x_\gamma = x_Z = 0$ $\delta_Z = 0$
	Lorentzinvarianz C -, P - Verletzung + CP - Verletzung	6 9		$\delta_Z, x_\gamma, x_Z, y_\gamma, y_Z, z_Z$ $+\ z_1', z_2', z_3'$

Tabelle 1.2: Parametersätze und Symmetrien

Der Vollständigkeit halber sind in den letzten beiden Zeilen auch die hier nicht weiter betrachteten C , P , und CP verletzenden Fälle aufgelistet.

Die Bedeutung der Entscheidung für einen bestimmten Parametersatz, d.h. Anzahl der Parameter und Wahl der Parametrisierung, verdient mehr Aufmerksamkeit und zusätzlicher Überlegungen als es im Rahmen dieser Arbeit möglich war.

1.3 Helizitätsamplituden

Wichtige physikalische Beobachtungsgrößen wie der differentielle Wirkungsquerschnitt der W – Paarproduktion und die Winkelverteilungen der Zerfallsprodukte der W – Bosonen können vollständig mit Hilfe von Helizitätsamplituden beschrieben werden. Damit ist die Formulierung des Übergangsmatrixelementes, klassifiziert nach den Helizitätszuständen der W – Bosonen, gemeint. Über Feynman Regeln werden die Amplituden aus der effektiven Lagrangedichte berechnet.

Die Helizitätsamplituden des s – Kanals zeigen nichttriviale Abhängigkeiten von den anomalen Kopplungsparametern des Drei – Boson – Vertex. Zur Berechnung des Matrixelementes der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ muß über die Beiträge der drei Graphen summiert werden, die jetzt in der Helizitätsbasis dargestellt sein sollen. Der Wirkungsquerschnitt ist im wesentlichen durch das Quadrat des Matrixelementes bestimmt. Dabei treten Interferenzterme der verschiedenen Helizitätszustände auf, die die relativen Phasen der Amplituden zueinander berücksichtigen und die Aufhebung einzelner Beiträge (“Gauge Cancellation”) verursachen. Aufgrund der Komplexität des Ausdrucks sollte sich eine kleine Variation der Kopplungparameter von ihren Standardmodell - Werten auf diesen Gauge Cancellation - Mechanismus auswirken und zu einem sichtbaren Effekt in der Winkelverteilung führen.

Die Beschreibung des Wirkungsquerschnitts mittels Helizitätsamplituden ist somit ein Ausgangspunkt für die systematische Suche nach denjenigen Observablen, die empfindlich auf Standardmodell - Abweichungen der Drei – Boson – Vertices sind.

Zuerst folgen nun einige grundsätzliche Bemerkungen zum Helizitätsformalismus. Anschließend werden die Helizitätsamplituden der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ für den allgemeinen Fall behandelt, d.h. in Abhängigkeit von den fünf C und P erhaltenden Kopplungsparametern. Für eine spezielle Wahl der Kopplungsparameter erhält man die Amplituden im Standardmodell, die danach diskutiert werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht erste Einblicke in Gauge Cancellation Effekte und empfindliche Bereiche für eine Variation der Parameter.

1.3.1 Die Helizitätsamplituden für den allgemeinen Fall

Die folgende Zeichnung zeigt eine schematische Sicht der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$.

$k, \bar{k}, q, \bar{q}$ sind die Viererimpulse der Teilchen.
$\sigma, \bar{\sigma}, \tau, \bar{\tau}$ symbolisieren ihre Helizitäten, also die Projektionen der Spins entlang der Bewegungsrichtungen der Teilchen. Allgemein ist die Helizität λ eines Teilchens über die folgende Beziehung gegeben :

$$\lambda = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|},$$

wobei $\vec{S}$ den Spin und $\vec{p}$ den Impuls des Teilchens bezeichnet. Für ein Spin 1 Teilchen bedeutet $\lambda = +1$ eine parallele Ausrichtung des Spins zur Impulsrichtung, für $\lambda = -1$ ist der Spin antiparallel zur Bewegungsrichtung des Teilchens.
Im ersten Fall spricht man von einem rechtshändigen Teilchen, im zweiten Fall ist das Teilchen linkshändig polarisiert.
Die Helizitätszustände ± 1 werden bei Bosonen in dem Begriff “transversale” Polarisation zusammengefaßt, in Analogie zu einer Bezeichnungsweise der Optik : Ein Photon ist als masseloses Teilchen auf die beiden Helizitätsfreiheitsgrade ± 1 beschränkt. Im Wellenbild nennt man die korrespondierenden elektromagnetischen Wellen auch *Transversal*wellen.
Ein Boson mit einem Spin senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung hat die Helizität $\lambda = 0$, es ist longitudinal [4] polarisiert. Diesen zusätzlichen Helizitätsfreiheitsgrad besitzen nur massive Bosonen. Die Vektorbosonen können demnach alle drei Helizitätszustände annehmen $(-1, 0, +1)$.

Die Helizitäten sind hier im e^+e^- – Schwerpunktsystem der Reaktion definiert. Die Koordinatenachsen werden so gewählt, daß die e^- – Flugrichtung mit der x – Achse übereinstimmt. Die y – Achse zeigt in Richtung des Vektorproduktes $\vec{k}\ (e^-) \times \vec{q}\ (W^-)$. Damit findet die W – Paarproduktion in der x - z Ebene statt.
Für ein W^- – Vektorboson der Energie E_W, das sich in positive z – Richtung bewegt,

---

[4] Der Sprachgebrauch “transversale” und “longitudinale Polarisation” ist mit Vorsicht zu genießen. Er wird allein im Fall von Bosonen im oben erklärten Sinne verwendet. Fermionen mit Spin $\frac{1}{2}$ haben nur zwei mögliche Helizitäten, $+\frac{1}{2}$ (Spin parallel zur Bewegungsrichtung, rechtshändig polarisiert) und $-\frac{1}{2}$ (Spin antiparallel zur Bewegungsrichtung, linkshändig polarisiert).

d.h. $q^\mu = (E_W, 0, 0, |\vec{q}|\ )$, lauten die zugehörigen Polarisationsvektoren ϵ^μ :

$$\epsilon^\mu(\tau = \pm 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \pm 1, -i, 0)$$

und

$$\epsilon^\mu(\tau = 0) = \frac{1}{M_W}(\ |\vec{q}|, 0, 0, E_W) = (\gamma\beta, 0, 0, \gamma)$$

mit

$$\gamma = \frac{E_W}{M_W} = \frac{\sqrt{s}}{2M_W}\ ;\ \ \beta = \sqrt{1 - \frac{M_W^2}{E_W{}^2}} = \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{s}}.$$

Jedes longitudinale W $(\tau = 0)$ führt zu einem γ im Matrixelement M, da M proportional zu ϵ ist. Dieser Faktor kann ein divergentes Hochenergieverhalten zur Folge haben (s.u.).

Der Spin des Anfangzustandes ist über $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma}$ gegeben, der des Endzustandes entsprechend durch $\Delta\tau = \tau - \bar{\tau}$. $\Delta\tau$ und $\Delta\sigma$ sind über die d – Funktionen, $d^{J_0}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}(\theta)$, im e^+e^- – System miteinander verknüpft. θ stellt den Streuwinkel zwischen e^- und W^- dar. J_0 bezeichnet das Maximum von $|\Delta\sigma|$ und $|\Delta\tau|$ und entspricht dem minimalen Gesamtdrehimpuls des Systems.

Die d – Funktionen repräsentieren den kinematischen Beitrag zum Matrixelement M und geben so ein Maß für die Wahrscheinlichkeit an, mit der der Anfangszustand mit der Helizität $\Delta\sigma$ entlang der z – Achse in den Endzustand mit der Helizität $\Delta\tau$ in θ – Richtung übergeht. Um den "interessanten" dynamischen Beitrag, der die Wechselwirkungen im Detail beschreibt, von dem kinematischen Beitrag zu trennen, wird häufig der folgende Ansatz für die Berechnung von M gewählt :

$$M_{\sigma,\bar{\sigma},\tau,\bar{\tau}}(\theta) = e^2\ \widetilde{M}_{\sigma,\bar{\sigma},\tau,\bar{\tau}}(\theta)\ d^{J_0}_{\Delta\sigma\Delta\tau}(\theta),$$

wobei die Summe der drei beitragenden Graphen in der Amplitude $\widetilde{M} = \widetilde{M}^\gamma + \widetilde{M}^Z + \widetilde{M}^\nu$ zusammengefaßt ist.

Die Anzahl der voneinander unabhängigen Amplituden kann mit Hilfe einiger Überlegungen ermittelt werden [10] :

- (a) Die Erhaltung der Fermionhelizität im Grenzfall vernachlässigbarer Fermionmasse schließt $\Delta\sigma = 0$ aus.
  Die Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ läßt sich durch eine Kombination von Vektor – und Axialvektorwechselwirkungen beschreiben. Beide Wechselwirkungen sind im Grenzfall vernachlässigbarer Elektronenmasse m_e helizitätserhaltend. Ein einlaufendes e^- mit der Helizität σ verläßt im Feynman Graphen als zeitlich rückwärtslaufendes e^- mit gleicher Helizität σ den Vertex, letzteres entspricht aber einem einlaufendem Positron e^+ mit der Heliziät $\bar{\sigma} = -\sigma$. Die Helizitätserhaltung am Vertex erfordert, daß e^- und e^+ entgegengesetzte Helizitäten haben. Amplituden mit $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma} = 0$ fallen daher weg. Nur die Amplituden mit $\Delta\sigma = \pm 1$ liefern einen Beitrag. Die zu den e^- – und e^+ – Helizitätszuständen korrespondierenden Wirkungsquerschnitte, die leider mit dem gleichen griechischen Buchstaben σ bezeichnet werden, erhalten zwei Indices. "R" steht für ein rechtshändiges und "L" für ein linkshändiges Teilchen, es gilt $\sigma_{LL} = \sigma_{RR} = 0$.

$\Delta\tau$	$(\tau\bar{\tau})$	Austausch
-2	$(-+)$	ν
$+2$	$(+-)$	ν
-1	$(-0) \longleftrightarrow (0+)$	ν, γ, Z
0	$(++) \longleftrightarrow (--)$	ν, γ, Z
0	(00)	ν, γ, Z
$+1$	$(+0) \longleftrightarrow (0-)$	ν, γ, Z

Tabelle 1.3: Unabhängige Amplituden und beitragende Graphen

- (b) σ_{LR} ($\Delta\sigma = -1$) dominiert über σ_{RL} ($\Delta\sigma = +1$).
  Die V – A Kopplung am $e\nu W$ – Vertex erfordert linkshändige Elektronen und rechtshändige Positronen, d.h. der Neutrino - Austausch liefert keinen Beitrag zu σ_{RL}. Auch die Summe der γ und Z Beiträge zu σ_{RL} ist verglichen mit σ_{LR} klein. Bei LEP200 Energien gilt $\sigma_{RL} \approx 10^{-2}\sigma_{LR}$ [19],(siehe Abb. 2.4).

- (c) Der γ – bzw. Z – Austausch im s – Kanal trägt nicht zu $|\Delta\tau| = 2$ bei.
  Wegen (a) koppeln die e^+, e^- – Spins zu einem Gesamtspin $|\Delta\sigma| = 1$. Im s – Kanal sind aus Drehimpulserhaltungsgründen keine Partialwellen mit einem Bahndrehimpuls größer als 0 möglich. Das bedeutet, γ und Z liefern nur einen Beitrag zu einer $J = J_0 = 1$ Partialwelle (P – Welle). Im t – Kanal sind für die eingehenden Teilchen Bahndrehimpulse größer als 0 jedoch erlaubt. Er besitzt alle Partialwellen $J \geq J_0$ (P – Wellen und höhere). Damit ist für einen minimalen Drehimpuls $J_0 = |\Delta\tau| = 2$ nur der Neutrino Austausch verantwortlich.

- (d) Aus der CP – Invarianz folgt : $\widetilde{M}(\sigma, \bar{\sigma}, \tau, \bar{\tau}) = (-1)^{\tau+\bar{\tau}}\widetilde{M}(-\bar{\sigma}, -\sigma, -\bar{\tau}, -\tau)$
  Für den gleichen Anfangszustand nichtverschwindender Amplituden $(\sigma\,\bar{\sigma}) = (\pm\mp) = (-\bar{\sigma}, -\sigma)$ werden die Endzustände $(\tau\bar{\tau})$ mit gleichem $\Delta\tau$ und $|\tau|+|\bar{\tau}| \neq 0$ zueinander in Beziehung gesetzt :

  $$\begin{aligned} \Delta\tau = +1 &\;:\; (+0) \longleftrightarrow (0-) \\ \Delta\tau = 0 &\;:\; (++) \longleftrightarrow (--) \\ \Delta\tau = -1 &\;:\; (0+) \longleftrightarrow (-0) \end{aligned}$$

  Für $\Delta\tau = \pm 1$ unterscheiden sich die Amplituden in diesen Fällen nur durch ein Vorzeichen, für $\Delta\tau = 0$ sind sie gleich.

Unter Beachtung von (a) - (d) bleiben für $\Delta\sigma = +1$ ausgehend von den **neun** möglichen $(\tau\bar{\tau})$ – Kombinationen **vier** voneinander unabhängigen Amplituden übrig. Für $\Delta\sigma = -1$ müssen **sechs** unabhängige Amplituden betrachtet werden. Die Amplituden sind in Tabelle 1.3 aufgelistet.

Möchte man herausfinden, wie die drei beitragenden Graphen in die Berechnung der Helizitätsamplituden eingehen, ist es zunächst sinnvoll, die beiden Fälle $J_0 = 1$ und $J_0 = 2$ getrennt zu betrachten. Wegen (c) trägt nur der ν – Austausch - Graph zu $J_0 = |\Delta\tau| = 2$ bei. $|\Delta\tau| = 2$ entspricht einem Endzustand, bei dem beide W – Bosonen entgegengesetzt transversal polarisiert sind [$(\tau\bar{\tau})$: $(+-) \longleftrightarrow (-+)$] . Die beiden zugehörigen Amplituden lauten :

$$\widetilde{M}_{|\Delta\tau|=2} = \widetilde{M}^{\nu}_{|\Delta\tau|=2} = -\frac{1}{\sin^2\theta_w}\,\frac{1}{1+\beta^2-2\beta\cos\theta}\;\delta_{\Delta\sigma,-1} = -\frac{D}{\sin^2\theta_w}\;\delta_{\Delta\sigma,-1}$$

Der Faktor $D = 1/(1+\beta^2-2\beta\cos\theta)$ stammt vom Neutrino - Propagator. Dieser ist durch den (Impulsübertrag q) $^{-2}$ gegeben :

$$\frac{1}{q^2} = \frac{1}{(p-k)^2} = -\frac{1}{E^2_{W^-}(1+\beta^2-2\beta\cos\theta)} = -\frac{D}{E^2_{W^-}}$$

Da q^2 der Mandelstam - Variablen t entspricht, erhält die Größe D in der Literatur auch häufig die Bezeichnung " $1/t$ - Pol ".
Das Kroneckersymbol $\delta_{\Delta\sigma,-1}$ berücksichtigt die Tatsache, daß am $e\nu W$ – Vertex nur linkshändige e^- bzw. rechtshändige e^+ koppeln (s. (b)).

Für $J_0 = 1$, d.h. $|\Delta\tau| \leq 1$ berechnet sich $\widetilde{M}$ aus der Summe der drei Graphen

$$\widetilde{M} = \widetilde{M}^{\gamma} + \widetilde{M}^{Z} + \widetilde{M}^{\nu}$$

mit

$$\widetilde{M}^{\gamma} = -\sqrt{2}\beta\;\; A^{\Delta\sigma\gamma}_{\tau\bar{\tau}}\;\delta_{|\Delta\sigma|,1}$$

$$\widetilde{M}^{Z} = \sqrt{2}\beta\left[\delta_{|\Delta\sigma|,1}\;-\frac{1}{2\sin^2\theta_w}\delta_{\Delta\sigma,-1}\right]\frac{s}{s-M_Z^2}\;\;A^{\Delta\sigma Z}_{\tau\bar{\tau}}$$

und

$$\widetilde{M}^{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}\beta\sin^2\theta_w}\;\;\delta_{\Delta\sigma,-1}\;\left[B_{\tau\bar{\tau}} - D\cdot C_{\tau\bar{\tau}}\right].$$

Diskussion:
Die beiden zu $|\Delta\tau| = 2$ korrespondierenden Amplituden $\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau\bar{\tau}} = \widetilde{M}_{-,\pm\mp}$ zeigen ein vernünftiges Hochenergieverhalten. Beide W – Bosonen sind transversal polarisiert und tragen somit nicht mit einem γ Faktor, der zu einem divergenten Hochenergieverhalten führen kann, zur Amplitude bei. Von den sieben $(\tau\bar{\tau})$ Amplituden mit $|\Delta\tau| \leq 1$ haben fünf mindestens ein longitudinal polarisiertes W – Boson. Der Koeffizient $C_{\tau\bar{\tau}}$ des Neutrino - Beitrags enthält alle Partialwellen $J \geq 1$. Er verhält sich regulär bei hohen Energien (Tabelle 1.5), so daß bei einer Diskussion möglicher Divergenzen bei hohen Energien nur die beiden zu $J = 1$ gehörenden Koeffizienten $B_{\tau\bar{\tau}}$ und $A_{\tau\bar{\tau}}$ berücksichtigt werden müssen. Das vernünftige Hochenergieverhalten der Neutrino Partialwellen mit $J > 1$ ist hier auch erforderlich, da γ und Z auf Partialwellen mit $J = 1$ beschränkt sind und somit ein divergentes Hochenergieverhalten für $J > 1$ nicht aufheben könnten.
Während man für $B_{\tau\bar{\tau}}$ und $C_{\tau\bar{\tau}}$ die Ausdrücke des Standardmodells annimmt (Tabelle 1.5), hängen die Koeffizienten $A^{\Delta\sigma V}_{\tau\bar{\tau}}$ der s – Kanal Beiträge , γ – und Z – Austausch, von den Kopplungsparametern ab. Tabelle 1.4 zeigt den allgemeinen Fall, Tabelle 1.7 sind ihre Standardmodell - Werte zu entnehmen.
Beim Neutrino - Austausch koppeln nur linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen. Der γ – Beitrag ist paritätserhaltend, das Photon koppelt gleichermaßen

$(\Delta\sigma, \tau\bar{\tau})$	$\Delta\tau$	$A^{\Delta\sigma V}_{\tau\bar{\tau}}$	$d^{J_0}_{\Delta\sigma\Delta\tau}$
$(\pm, 0+)$	-1	$\mp\gamma(1+\kappa_V+\lambda_V)$	$\frac{1}{2}(1 \mp \cos\theta)$
$(\pm, -0)$	-1	$\pm\gamma(1+\kappa_V+\lambda_V)$	$\frac{1}{2}(1 \mp \cos\theta)$
$(\pm, ++)$	0	$\mp(1+2\gamma^2\lambda_V)$	$\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
$(\pm, --)$	0	$\mp(1+2\gamma^2\lambda_V)$	$\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
$(\pm, 00)$	0	$\pm(1+2\gamma^2\kappa_V)$	$\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
$(\pm, +0)$	1	$\pm\gamma(1+\kappa_V+\lambda_V)$	$\frac{1}{2}(1 \pm \cos\theta)$
$(\pm, 0-)$	1	$\mp\gamma(1+\kappa_V+\lambda_V)$	$\frac{1}{2}(1 \pm \cos\theta)$
$(-, -+)$	-2		$-\frac{1}{2}(1+\cos\theta)\sin\theta$
$(-, +-)$	2		$\frac{1}{2}(1-\cos\theta)\sin\theta$

Tabelle 1.4: Allgemeine Koeffizienten $A^{\Delta\sigma V}_{\tau\bar{\tau}}$ der s – Kanal Beiträge, $(V = \gamma, Z)$, und d – Funktionen

an links - und rechtshändige Fermionen, was eine Konsequenz der Vektor - Kopplung des Photons an Fermionen ist. Der Z – Beitrag spaltet sich in einen paritätserhaltenden "elektromagnetischen" Anteil und in einen rein linkshändigen "schwachen Isovektor" Anteil auf. Das ist vor dem Hintergrund zu verstehen, daß es sich bei dem Z – Boson um eine Mischung aus dem $SU(2)_L$ (W^3_μ) – und dem $U(1)_Y$ (B_μ) – Eichboson handelt.

In Tabelle 1.4 sind nur vier der fünf Parameter zu sehen. Der fehlende Parameter g_{ZWW} wird in dieser Konvention als "overall" Faktor vor den gesamten Ausdruck für den ZWW – Vertex geschrieben und taucht dehalb in der Tabelle nicht mehr auf. In einem Fit wird er aber als eine mögliche zu variierende Größe betrachtet. Tabelle 1.6 gibt die Inhalte der Tabellen 1.4 und 1.5 in einer anderen Darstellungsweise wieder, anhand derer Aussagen zu Beziehungen zwischen Helizitätsamplituden und Kopplungsparametern gemacht werden sollen. Die Art der Darstellung ist Referenz [4] entnommen. (Im Folgenden wird für $\sin^2\theta_w$ die abkürzende Schreibweise s^2_w benutzt.)

Um mit Hilfe von Tabelle 1.6 die Helizitätsamplituden $M_{\Delta\sigma,\tau\bar{\tau}}$ für ein bestimmtes $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma} = \pm 1$ und definierte W – Helizitäten τ (W^-) und $\bar{\tau}$ (W^+) zu berechnen, müssen zuvor die Elemente der betreffenden Spalte mit dem gemeinsamen Faktor am Kopf der Spalte multipliziert werden. Die einzelnen Spaltenelemente selbst werden jeweils mit dem dazu korrespondierenden Inhalt der ersten Spalte multipliziert und die so gewonnenen Produkte werden addiert. (In Anhang B wird dieses Verfahren anhand der Amplitude

$(\Delta\sigma, \tau\bar{\tau})$	$\Delta\tau$	$B_{\tau\bar{\tau}}$	$C_{\tau\bar{\tau}}$
$(-, 0+)$	-1	2γ	$\frac{2(1-\beta)}{\gamma}$
$(-, -0)$	-1	-2γ	$-\frac{2(1-\beta)}{\gamma}$
$(-, ++)$	0	1	$\frac{1}{\gamma^2}$
$(-, --)$	0	1	$\frac{1}{\gamma^2}$
$(-, 00)$	0	$2\gamma^2$	$\frac{2}{\gamma^2}$
$(-, +0)$	1	-2γ	$-\frac{2(1+\beta)}{\gamma}$
$(-, 0-)$	1	2γ	$\frac{2(1+\beta)}{\gamma}$

Tabelle 1.5: Koeffizienten $B_{\tau\bar{\tau}}$ und $C_{\tau\bar{\tau}}$ des t – Kanal Beitrags ($\Delta\sigma = -1$)

$M_{-,+0}$ demonstriert.) Am Kopf jeder Spalte in den gemeinsamen Faktoren finden sich die d – Funktionen aus Tabelle 1.4 wieder. Die Faktoren in den Koeffizienten $A_{\tau\bar{\tau}}^{\Delta\sigma V}$, die die Kopplungsparameter enthalten, stehen in der ersten Spalte (abgesehen vom letzten Eintrag) der Tabelle. Die vollständigen Zeilen $1-6$ beschreiben somit die γ – und Z – Beiträge zu den Amplituden. Die letzte Zeile beinhaltet in den Spalten $2-6$ die $B_{\tau\bar{\tau}}$ und $C_{\tau\bar{\tau}}$ Koeffizienten aus Tabelle 1.5 und ist somit für den Beitrag des Neutrino Austausches verantwortlich. Bei einem direkten Koeffizientenvergleich zwischen Tabelle 1.4, 1.5 und Tabelle 1.6 muß allerdings von den Vorzeichen abgesehen werden. Diese gehen nämlich in Tabelle 1.6 über die Vorfaktoren am Kopf jeder Spalte in die Berechnung der Amplituden mit ein.

Erscheint die Berechnung der Helizitätsamplituden mittels Tabelle 1.6 auf den ersten Blick vielleicht kompliziert, so bietet die Darstellungsweise doch einige Vorteile. Aus der Tabelle können folgende Punkte abgelesen werden :

- 1) Die Amplituden mit $\Delta\sigma = +1$ (rechtshändige e^-, linkshändige e^+) werden vollständig durch den γ – , Z – Austausch bestimmt. Die letzte Zeile der Tabelle, die die Beiträge des Neutrino Austausches beschreibt, hat in dem Faktor , mit dem die Spalteneinträge multipliziert werden, ein $\delta_{\Delta\sigma,-1}$. Damit ist der Neutrino Austausch für $\Delta\sigma = +1$ ausgeschlossen.

- 2) Zu den Amplituden $M_{-,+-}$, $M_{-,-+}$ trägt nur der Neutrino Graph bei. Die Tabelle zeigt keine Einträge in den Zeilen $1-6$ der letzten Spalte.

- 3) Die Amplituden, die die Produktion transversaler W – Bosonen gleicher Helizität beschreiben, $M_{\Delta\sigma,++}$ und $M_{\Delta\sigma,--}$, hängen nur von den Parametern λ_γ, λ_Z und g_{ZWW} ab. In der Tabelle findet sich in den Spalten, die zu $(1+2\gamma^2\kappa_V)$ und $(1+\kappa_V+\lambda_V)$ korrespondieren, als Eintrag eine Null.

Tabelle 1.6: Helizitätsamplituden der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$

	(TL)⟷(LT)	**(TL)⟷(LT)**	**(TT)**	**(LL)**	**(TT)**
	$(+0)\,:\,\Delta\sigma\,\cdot$ $(0-)\,:\,-\Delta\sigma\,\cdot$ $e^2\sqrt{2}\beta\gamma\frac{1+\Delta\sigma\cos\theta}{2}$	$(-0)\,:\,\Delta\sigma\,\cdot$ $(0+)\,:\,-\Delta\sigma\,\cdot$ $e^2\sqrt{2}\beta\gamma\frac{1-\Delta\sigma\cos\theta}{2}$	$(\pm\pm)$ $e^2\sqrt{2}\beta\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$	(00) $-e^2\sqrt{2}\beta\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$	$(\pm\mp)$ $\mp e^2(1\mp\cos\theta)\sin\theta$
$1+2\gamma^2\kappa_\gamma$	0	0	0	-1	
$1+2\gamma^2\kappa_Z$	0	0	0	$\frac{s}{s-M_Z^2}\left[1-\frac{\delta_{\Delta\sigma,-1}}{2s_w^2}\right]$	
$1+2\gamma^2\lambda_\gamma$	0	0	-1	0	
$1+2\gamma^2\lambda_Z$	0	0	$\frac{s}{s-M_Z^2}\left[1-\frac{\delta_{\Delta\sigma,-1}}{2s_w^2}\right]$	0	
$1+\kappa_\gamma+\lambda_\gamma$	-1	-1	0	0	
$1+\kappa_Z+\lambda_Z$	$\frac{s}{s-M_Z^2}\left[1-\frac{\delta_{\Delta\sigma,-1}}{2s_w^2}\right]$	$\frac{s}{s-M_Z^2}\left[1-\frac{\delta_{\Delta\sigma,-1}}{2s_w^2}\right]$	0	0	
$\delta_{\Delta\sigma,-1}\frac{1}{2s_w^2}$	$\frac{1}{\beta^2\gamma}\left[2\gamma-\frac{2(1+\beta)}{\gamma}D\right]$	$\frac{1}{\beta^2\gamma}\left[2\gamma-\frac{2(1-\beta)}{\gamma}D\right]$	$\frac{1}{\beta^2}\left[1-\frac{1}{\gamma^2}D\right]$	$\frac{1}{\beta^2}\left[2\gamma^2-\frac{2}{\gamma^2}D\right]$	$2D$

- 4) Die Amplituden für eine Produktion longitudinaler W – Bosonen $M_{\Delta\sigma,00}$ sind nur von den Kopplungsparametern κ_γ, κ_Z und g_{ZWW} abhängig.
- 5) Longitudinal - transversale Amplituden $M_{\Delta\sigma,\pm 0}$, $M_{\Delta\sigma,0\pm}$ zeigen eine Abängigkeit von allen fünf Parametern.

Während die beiden Punkte 1 und 2 mit den Aussagen von (*b*) und (*c*) (siehe Seite 23) übereinstimmen und deshalb an dieser Stelle keine neuen Erkenntnisse bieten, verhält es sich mit den Inhalten von 3 - 5 anders : Die Helizitätsamplituden sind mit den Kopplungsparametern verknüpft. Sie zeigen Abhängigkeiten unterschiedlicher Art. Wenn die Zusammenhänge auch nicht einfach interpretierbar sind, so läßt sich daraus doch eine konkrete Schlußfolgerung ziehen : Eine Messung der W – Helizitäten ermöglicht prinzipiell eine Trennung der Effekte der Dipol (κ_γ, κ_Z) – und Quadrupol (λ_γ, λ_Z) – Wechselwirkungen (Punkte 3 und 4).
Bevor weitere Überlegungen zu den Kopplungsparametern für den allgemeinen Fall gemacht werden, behandelt der folgende Abschnitt die Helizitätsamplituden im Standardmodell. Er soll einen Überblick über das Verhalten der Amplituden bei hohen Energien und Gauge Cancellation Effekte geben. Erwartet man kleine Abweichungen für die Kopplungsparameter des allgemeinen Falls von den Standardmodell - Werten, so sind die empfindlichen Bereiche der Meßgrößen für kleine Variationen von besonderem Interesse.

1.3.2 Die Helizitätsamplituden im Standardmodell

Ausgehend von Tabelle 1.4 erhält man die Helizitätsamplituden des Standardmodells, wenn den Parametern in $A_{\tau\bar\tau}^{\Delta\sigma V}$ die Werte $\kappa_V = 1$ und $\lambda_V = 0$ zugeordnet werden und der g_{ZWW} – Faktor vor dem ZW^+W^- - Vertex den Wert $g_{ZWW} = \cot\theta_w$ erhält. Die Koeffizienten für das Standardmodell sind in Tabelle 1.7 aufgelistet.
Diskussion der Tabelle 1.7 :

- 1) Aufgrund der CP – Invarianz gelten — wie auch schon für den allgemeinen Fall angenommen (vergl. S.23 (*d*)) — folgende Beziehungen zwischen den Amplituden :

$$\begin{aligned} M_{0+}^{\Delta\sigma} &= -\,M_{-0}^{\Delta\sigma} \\ M_{++}^{\Delta\sigma} &= \;M_{--}^{\Delta\sigma} \\ M_{+0}^{\Delta\sigma} &= -\,M_{0-}^{\Delta\sigma} \end{aligned}$$

  Für $\Delta\sigma = \pm 1$ muß neben diesen drei unabhängigen Amplituden noch die Amplitude $M_{00}^{\Delta\sigma}$ betrachtet werden. Die beiden Amplituden des Neutrino Austausches, M_{-+}^{-} und M_{+-}^{-}, können wegen der Linkshändigkeit des Neutrinos nur bei einem Anfangszustand mit $\Delta\sigma = -1$ auftreten, so daß insgesamt vier unabhängige Amplituden für $\Delta\sigma = +1$ und sechs unabhängige Amplituden für $\Delta\sigma = -1$ existieren.

- 2) Im Standardmodell sind die Koeffizienten $A_{\tau\bar\tau}$ für den γ – und Z – Austausch gleich, es gilt $A_{\tau\bar\tau}^{\Delta\sigma\gamma} = A_{\tau\bar\tau}^{\Delta\sigma Z} \equiv A_{\tau\bar\tau}^{\Delta\sigma}$.
  (Um in der Tabelle 1.7 kenntlich zu machen, daß $B_{\tau\bar\tau}$ und $C_{\tau\bar\tau}$ nur zu $\Delta\sigma = -1$ beitragen, erhalten sie hier noch den oberen Index -1).

	$(\Delta\sigma, \tau\bar{\tau})$	$\Delta\tau$	$A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$	$B^{-}_{\tau\bar{\tau}}$	$C^{-}_{\tau\bar{\tau}}$	$d^{J_0}_{\Delta\sigma\Delta\tau}(\theta)$
(LT)	$(\pm, 0+)$	-1	$\mp 2\gamma$	2γ	$+\frac{2(1-\beta)}{\gamma}$	$\frac{1}{2}(1 \mp \cos\theta)$
(TL)	$(\pm, -0)$	-1	$\pm 2\gamma$	-2γ	$-\frac{2(1-\beta)}{\gamma}$	
(TT)	$(\pm, ++)$	0	∓ 1	1	$\frac{1}{\gamma^2}$	$\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
(TT)	$(\pm, --)$	0	∓ 1	1	$\frac{1}{\gamma^2}$	
(LL)	$(\pm, 00)$	0	$\pm(1+2\gamma^2)$	$2\gamma^2$	$\frac{2}{\gamma^2}$	$\mp\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta$
(TL)	$(\pm, +0)$	1	$\pm 2\gamma$	-2γ	$-\frac{2(1+\beta)}{\gamma}$	$\frac{1}{2}(1 \pm \cos\theta)$
(LT)	$(\pm, 0-)$	1	$\mp 2\gamma$	2γ	$+\frac{2(1+\beta)}{\gamma}$	
(TT)	$(-, -+)$	-2				$-\frac{1}{2}(1+\cos\theta)\sin\theta$
(TT)	$(-, +-)$	2				$\frac{1}{2}(1-\cos\theta)\sin\theta$

Tabelle 1.7: Koeffizienten $A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$, $B^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ und $C^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ im Standardmodell und d Funktionen

- 3) Betrachtet man die Koeffizienten $A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$ und $B^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$, so erkennt man, daß jedes longitudinale W (**L**) das Auftreten eines Faktors γ in der Amplitude zur Folge hat. Das bedeutet, der separate Term – gemeint sind die einzelnen Beiträge der γ - , Z - , ν - Graphen zur Amplitude – wächst mit der Energie :

$$\begin{aligned} (\mathbf{LT}),\ (\mathbf{TL})\ \sim \gamma &= \sqrt{s} \\ (\mathbf{LL})\ \sim \gamma^2 &= s \end{aligned}$$

- 4) Im Gegensatz zu den Koeffizienten $A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$ und $B^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ wird $C^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ mit zunehmender Energie kleiner, d.h. die Möglichkeit eines divergenten Hochenergieverhaltens ist auf die zu $J = 1$ korrespondierenden Amplituden beschränkt.
  Alle drei Graphen haben divergente Anteile. Bis auf den Fall $(\tau\bar{\tau}) = (00)$ sind die Koeffizienten $A^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ und $B^{-}_{\tau\bar{\tau}}$ vom Betrag her gleich. Für hohe Energien ($\gamma \to \infty, \beta \to 1$) wird der Unterschied von A^{-}_{00} und B^{-}_{00} vernachlässigbar, und es gilt $A^{-}_{\tau\bar{\tau}} = B^{-}_{\tau\bar{\tau}}$.

Es existieren zwei wesentliche Faktoren, die nun das Verhalten der Amplituden und damit auch des Wirkungsquerschnitts (s. Abschnitt 2.1.2) im Standardmodell bestimmen, nämlich Gauge Cancellation und der “ 1/t Pol ”.
Zunächst soll der Gauge Cancellation Effekt erläutert werden. Die Überlagerung der einzelnen Beiträge führt zu einem $1/\gamma^2$ - Reduktionsfaktor, der die Terme, die mit der Energie wachsen, bei hohen Energien verschwinden läßt :
Für rechtshändige Elektronen und linkshändige Positronen ($\Delta\sigma = +1$) tragen nur der γ – und Z – Austausch zu $\widetilde{M}$ bei :

$$\begin{aligned} \widetilde{M} &= \widetilde{M}^{\gamma} + \widetilde{M}^{Z} \\ &= -\sqrt{2}\beta\ A^{+\gamma}_{\tau\bar{\tau}} + \sqrt{2}\beta\ \frac{s}{s - M_Z^2}\ A^{+Z}_{\tau\bar{\tau}} \\ &\overset{1)}{=} \sqrt{2}\beta\ \frac{M_Z^2}{s - M_Z^2}\ A^{+}_{\tau\bar{\tau}} \\ &= \sqrt{2}\beta\ \frac{1}{s}\ \frac{M_Z^2}{1 - \frac{M_Z^2}{s}}\ A^{+}_{\tau\bar{\tau}} \\ &\overset{2)}{=} \frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\ \frac{\sqrt{2}\ \beta}{1 - \frac{M_Z^2}{s}}\right]\ A^{+}_{\tau\bar{\tau}}\ , \\ &\equiv \widetilde{M}^{+} \end{aligned}$$

wobei bei 1) $A^{+\gamma}_{\tau\bar{\tau}} = A^{+Z}_{\tau\bar{\tau}} = A^{+}_{\tau\bar{\tau}}$ und bei 2) $\gamma^2 = s/4M_W^2$ angewandt wurde.
Für die Amplituden des Anfangszustands linkshändiger Elektronen und rechtshändiger Positronen ($\Delta\sigma = -1$) müssen alle drei Graphen berücksichtigt werden :

$$\begin{aligned} \widetilde{M} &= \widetilde{M}^{\gamma} + \widetilde{M}^{Z} + \widetilde{M}^{\nu} \\ &= -\sqrt{2}\beta\ A^{-}_{\tau\bar{\tau}} + \sqrt{2}\beta\ \frac{s}{s - M_Z^2}\ A^{-}_{\tau\bar{\tau}}\ -\ \frac{\beta}{\sqrt{2}s_w^2}\ \frac{s}{s - M_Z^2}\ A_{\tau\bar{\tau}} + \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}(B_{\tau\bar{\tau}} - C_{\tau\bar{\tau}}D) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right] A^-_{\tau\bar\tau} \;-\; \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\beta\frac{s}{s-M_Z^2}\;A_{\tau\bar\tau}-\frac{B_{\tau\bar\tau}}{\beta}+\frac{D\cdot C_{\tau\bar\tau}}{\beta}\right]\\
&\equiv \widetilde{M}^-\\
&\equiv \widetilde{M}^-_{elm}+\widetilde{M}^-_{wiv}\ ,
\end{aligned}
$$

dabei wird $\widetilde{M}^-$ in einen paritätserhaltenden "elektromagnetischen" Anteil, $\widetilde{M}^-_{elm}$, dessen Form mit $\widetilde{M}^+$ übereinstimmt, und in einen "schwachen Isovektor" Anteil,

$$
\widetilde{M}^-_{wiv} = -\frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\beta\frac{s}{s-M_Z^2}\;A_{\tau\bar\tau}-\frac{B_{\tau\bar\tau}}{\beta}+\frac{D\cdot C_{\tau\bar\tau}}{\beta}\right],
$$

der nur für linkshändige e^- existiert, aufgespalten.
Da abgesehen von der Amplitude, bei der beide W – Bosonen longitudinal polarisiert sind ($\widetilde{M}^-_{00}$, s.u.) , die Koeffizienten $A_{\tau\bar\tau}$ und $B_{\tau\bar\tau}$ in den übrigen Amplituden übereinstimmen, kann $\widetilde{M}^-_{wiv}$ unter Hinzunahme der Gleichung

$$
\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\gamma^2\beta} - \beta
$$

in der folgenden Form geschrieben werden :

$$
\begin{aligned}
\widetilde{M}^-_{wiv} &= -\frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\left(\beta\frac{s}{s-M_Z^2}-\frac{1}{\beta}\right)\;A^-_{\tau\bar\tau}+\frac{D\cdot C_{\tau\bar\tau}}{\beta}\right]\\
&= -\frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\frac{1}{\gamma^2}\left(-\frac{1}{\beta}+\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right)\;A^-_{\tau\bar\tau}+\frac{D\cdot C_{\tau\bar\tau}}{\beta}\right]\ ,
\end{aligned}
$$

so daß $\widetilde{M}^-$ insgesamt über

$$
\widetilde{M}^- = \frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right]\;A^-_{\tau\bar\tau} \;-\frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\frac{1}{\gamma^2}\left(-\frac{1}{\beta}+\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right)\;A^-_{\tau\bar\tau}+\frac{D\cdot C_{\tau\bar\tau}}{\beta}\right]
$$

gegeben ist (mit Ausnahme von $\widetilde{M}^-_{00}$).
In dieser Gestalt von $\widetilde{M}^+$ und $\widetilde{M}^-$ wird der $1/\gamma^2$ - Gauge Cancellation Faktor vor den $J=1$ Beiträgen gut sichtbar. Für einen Endzustand, in dem beide W – Bosonen die Helizität $\tau=\bar\tau=0$ haben, lautet der komplette Ausdruck für $\widetilde{M}^-_{00}$:

$$
\widetilde{M}^-_{00} = -(\frac{1}{\gamma^2}+2)\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}+\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right]-\frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[\beta\;\frac{1}{1-\frac{M_Z^2}{s}}+\frac{2}{\beta}-\frac{M_Z^2}{2M_W^2}\;\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}+\frac{2D}{\beta}\frac{1}{\gamma^2}\right]
$$

Auch hier verschwinden wie bei den zuvor diskutierten Amplituden bei der Überlagerung der einzelnen Beiträge die divergenten Teile.

Die Amplituden für entgegengesetzt transversal polarisierte W – Bosonen, zu denen nur der ν – Austausch beitragen kann, sind über :

$$
\widetilde{M}^-_{\mp\pm} = -\frac{1}{s_w^2}\;\frac{1}{1+\beta^2-2\beta\cos\theta}
$$

gegeben. Die vollständigen Ausdrücke der Amplituden $\widetilde{M}^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}$ sind in Anhang B zu finden.

Diskussion $s \gg M_Z^2$ (vergl. auch Punkt 3) zu Tabelle 1.7) :
Bei hohen Energien tritt der Gauge Cancellation Mechanismus auf der einen Seite zwischen dem Z – und γ – Beitrag, auf der anderen Seite zwischen dem Z – und Neutrino - Beitrag auf : Die paritätserhaltende Z – Komponente wird vom γ – Austausch, die rein linkshändige Z – Komponente vom B - Term des Neutrino Austausches aufgehoben. Unter Berücksichtigung des $1/\gamma^2$ Faktors werden die Amplituden, die zu gleich transversal polarisierten W – Bosonen korrespondieren, $\widetilde{M}^{\Delta\sigma}_{++}$ und $\widetilde{M}^{\Delta\sigma}_{--}$, mit $1/\gamma^2$ unterdrückt.
Amplituden mit einem longitudinal und einem transversal polarisierten W – Boson nehmen mit $1/\gamma$ bei steigenden Energien ab, ihr Hauptbeitrag bei diesem Grenzübergang rührt von den $J > 1$ - Anteilen des Neutrino Austausches her (siehe C Koeffizienten). Im Gegensatz dazu, weisen die Amplituden für zwei longitudinale W – Bosonen bei hohen Energien ein konstantes Verhalten auf, dessen Ursache im Wesentlichen der $\Delta\sigma = -1$ Anteil des Z – Austausches ist. Die Schlußfolgerung daraus ist, daß für $s \gg M_Z^2$ von den Amplituden mit $|\Delta\tau| \leq 1$ nur die Amplitude $\widetilde{M}_{00}$ "überlebt".
Die beiden zu $|\Delta\tau| = 2$ korrespondierenden Amplituden des Neutrino Austausches sind nicht von dem Gauge Cancellation Effekt betroffen, da der s – Kanal zu diesen Helizitätszuständen nicht beitragen kann. D.h. diese Amplituden verschwinden nicht mit zunehmender Energie und weisen aufgrund des 1/t Pols einen Peak in Vorwärtsrichtung auf (betrachte $\theta \to 0$, $\beta \to 1$), ein Effekt, der mit der Energie noch zunimmt.
Zusammengefaßt liefern von den maximal sechs unabhängigen Helizitätsamplituden für $\Delta\sigma = -1$ nur drei Helizitätsamplituden ($\widetilde{M}^-_{00}$, $\widetilde{M}^-_{-+}$, $\widetilde{M}^-_{+-}$) einen nennenswerten Beitrag bei hohen Energien, von den vier unabhängigen $\Delta\sigma = +1$ Amplituden wird nur die Amplitude $\widetilde{M}^+_{00}$ nicht unterdrückt. Allerdings ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts dieser Helizitätskombination ($\Delta\sigma = +1, \tau = \bar{\tau} = 0$) nur ungefähr 10^{-2} vom unpolarisierten Wirkungsquerschnitt [10].

Die drei Amplituden tragen nicht in gleicher Weise zum Wirkungsquerschnitt bei. Der 1/t Pol wird in $\widetilde{M}_{00}$ mit $1/\gamma^2$ im C Koeffizienten unterdrückt. Berücksichtigt man weiter die Kinematik der Reaktion, die den d – Funktionen zu entnehmen ist,

$$\begin{aligned} M_{00} &\sim \sin\theta \\ M_{-+} &\sim (1+\cos\theta)\sin\theta \cdot D \\ M_{+-} &\sim (1-\cos\theta)\sin\theta \cdot D, \end{aligned}$$

so erkennt man, daß die $\Delta\tau = -2$ Amplitude M_{-+} bei hohen Energien dominiert. Der Peak bei $\cos\theta \to 1$, der aufgrund der $\sin\theta$ - Proportionalität der d – Funktion bei $|\cos\theta| = 1$ verschwindet und in M_{-+} somit etwas unterhalb von $\cos\theta = 1$ erscheint, wird von der Kinematik in M_{+-} unterdrückt. In M_{00} wird der 1/t Pol neben dem dynamischen $1/\gamma^2$ Faktor ebenfalls kinematisch durch einen $\sin\theta$ Faktor abgeschwächt. Auch bei großen Winkeln ist die longitudinale M_{00} Amplitude numerisch kleiner als die beiden tansversalen $M_{\mp\pm}$ Amplituden. Insgesamt zeigt sich also bei hohen Energien eine Dominanz des transversalen $(-+)$ Endzustandes , verursacht durch den Neutrino - Austausch und verbunden mit einer verstärkten W – Paarproduktion bei kleinen Streuwinkeln. Nur in

Rückwärts – und extremer Vorwärtsrichtung überwiegen die (LT), bzw. (TL) Zustände, da diese nicht zu $\sin\theta$ proportional sind (vergl. d – Funktionen in Tabelle 1.7).

Bei LEP200 Energien ist die Dominanz der Amplituden mit $\Delta\tau = -2$ bereits ersichtlich. Der Anteil der Endzustände mit einem transversal und einem longitudinal polarisierten W – Boson und $\Delta\tau = -1$ überwiegt bei diesen Energien aber noch den Anteil der Endzustände, in denen beide W – Bosonen longitudinal polarisiert sind (s. Abb. 2.5).
Im Schwellenbereich der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$, d.h. $\sqrt{s} \to 2M_W$, werden die beiden s – Kanal Beiträge,

$$\widetilde{M}^{\gamma} = -\sqrt{2}\beta A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}}\ \delta_{|\Delta\sigma|,-1}$$

und

$$\widetilde{M}^{Z} = \sqrt{2}\beta \left[\delta_{|\Delta\sigma|,1} - \frac{1}{2s_w^2}\delta_{\Delta\sigma,-1}\right] \frac{s}{s - M_Z^2} A^{\Delta\sigma}_{\tau\bar{\tau}},$$

mit

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{s}} \longrightarrow 0$$

unterdrückt, d.h. dort überwiegt der ν – Austausch, wie in Abbildung 1.1 zu erkennen ist.
Eine weitere Diskussion des Standardmodells bei LEP200 Energien folgt im Abschnitt 2.1.2 , in dem die Observablen vorgestellt werden.

Konsequenzen für die anomalen Kopplungen :
Eine Abweichung der Kopplungsparameter von ihren Standardmodell - Werten beeinflußt den komplizierten Gauge Cancellation Effekt. Da von den sechs $(\Delta\sigma = -1)$ Amplituden zwei vollständig von dem Neutrino Austausch, der unabhängig von den Kopplungsparametern ist, bestimmt werden, beinhalten von den insgesamt $4(\Delta\sigma = +1) + 6(\Delta\sigma = -1) = 10$ Amplituden nur noch acht Amplituden Informationen über die Kopplungsparameter. Empfindliche Bereiche für Variationen der Parameter lassen sich dort vermuten, wo der t – Kanal Neutrino Beitrag nicht dominiert. Das ist der Fall für

- $\Delta\sigma = +1$, also rechtshändige e^- und linkshändige e^+,
- die Rückwärtsrichtung
- oder für zwei longitudinal polarisierte W – Bosonen.

Da der 1/t Pol aber auch mit einer erhöhten W – Paarproduktion verbunden ist, hat eine Beschränkung auf diese Regionen eine Einschränkung der Ereignisanzahl zur Folge, eine Konsequenz, die sich nachteilig auf die Genauigkeit bei der Bestimmung der Parameter auswirkt. Ebenso ist der Wirkungsquerschnitt σ_{RL} verglichen mit σ_{LR} bei LEP200 Energien sehr klein, und der Anteil longitudinaler W – Paare erweist sich als der geringste (s. Abb. 2.2).
Im Grenzfall hoher Energien kann nur der $(\tau\bar{\tau}) = (00)$ Zustand zur Untersuchung der Parameter betrachtet werden, was für eine genaue Analyse nicht ausreichend ist, da dieser

Endzustand z.B. unabhängig von den elektrischen Quadrupolen λ_γ und λ_Z ist (s. Bem.4 zu Tabelle 1.6).
Die Unterdrückung der s – Kanal Beiträge an der Schwelle schränkt die Empfindlichkeit in diesem Energiebereich stark ein.
Die beiden zuletzt genannten Punkte, die einen hohen Energiebereich und den Schwellenbereich der Reaktion betreffen, sprechen beide für eine Untersuchung der anomalen Kopplungen in einem Energiebereich von ca. 200 GeV. So entspricht z.B. ein Energiezuwachs von 170 GeV auf 200 GeV einer Zunahme des β - Faktors von 0,32 auf 0,59 und verstärkt somit den Einfluß der s – Kanal Beiträge, (s.o.).
Bei einer Analyse der Kopplungsparameter, die sich auf die Helizitätsamplituden stützt, muß nach Meßgrößen gesucht werden, in die die Helizitätsinformation eingeht. Eine Größe, von der man sich Aufschlüsse erhoffen kann, ist der Zerfall der W – Bosonen. Die Einbeziehung des Zerfalls ist außerdem erforderlich, falls die Helizitäten der W – Bosonen rekonstruiert werden sollen. Der Zerfall der W – Bosonen und seine Eigenschaft als "Polarisationanalysator" sind u.a. Gegenstand des nachfolgenden Kapitels.

Kapitel 2

Bestimmung der Kopplungsparameter

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den physikalischen Meßgrößen und der Methode, mit der die Werte der Kopplungsparameter und deren Genauigkeit mit deren Hilfe bestimmt werden können, und ist damit wesentlicher Bestandteil der Arbeit.
Zu Beginn wird auf die zugrundeliegende "Geometrie" der Reaktion eingegangen.

2.1 Geometrie und Winkelverteilungen der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\mu^-\bar{\nu}_\mu$

2.1.1 Koordinatensysteme und Winkel der Gesamtreaktion

Die W – Paarproduktion und der Zerfall der W – Bosonen in $q\bar{q}$, bzw. in $\mu^-\bar{\nu}_\mu$, können mit Hilfe von fünf Winkeln beschrieben werden. Die dazu korrespondierenden Winkelverteilungen, die in den Fit miteingehen, sind in Anlehnung an Referenz ([10], Kapitel 4) formuliert.
Die Betrachtung des Zerfalls der W – Bosonen in Referenz [10] erfolgt ohne Festlegung der Fermionart (Lepton oder Quark) in einen allgemeinen Vierfermion - Endzustand, $(f_1\bar{f}_2f_3\bar{f}_4)$. Es wird lediglich zwischen Fermion, (f_1, f_3) , und Antifermion, $(\bar{f}_2, \bar{f}_4)$, unterschieden.
Die gewählten Bezeichnungen sind:

$$e^-\ (k,\sigma) + e^+\ (\bar{k},\bar{\sigma}) \longrightarrow W^-\ (q,\tau) + W^+\ (\bar{q},\bar{\tau})$$

$$W^-\ (q,\tau) \longrightarrow f_1\ (p_1,\sigma_1) + \bar{f}_2\ (p_2,\sigma_2)$$

$$W^+\ (\bar{q},\bar{\tau}) \longrightarrow f_3\ (p_3,\sigma_3) + \bar{f}_4\ (p_4,\sigma_4)$$

Der erste Ausdruck in den Klammern steht für den Viererimpuls des Teilchens, der zweite kennzeichnet seine Helizität. Querstriche sind mit der Eigenschaft “Antiteilchen” verbunden.
Als Bezugssystem wird das Laborsystem, d.h. das e^+e^- – Schwerpunktsystem, gewählt. Die Lage des Koordinatensystems veranschaulicht folgende Skizze :

Gemäß Konvention liegt die z – Achse entlang der Flugrichtung des e^-. Die W^- – Impulsrichtung stimmt mit der z' – Achse überein, die Lage der y' – Achse ist durch das Vektorprodukt $\vec{k}\,(e^-) \times \vec{q}\,(W^-)$ bestimmt. Die Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ findet also in der x' - z' Ebene statt. Der Streuwinkel zwischen e^- – und der W^- – Flugrichtung ist der Polarwinkel θ.
Der Zerfallswinkel zwischen W^- und dem Fermion f_1 wird im e^+e^- – Schwerpunktsystem mit χ bezeichnet. Der entsprechende Winkel $\bar{\chi}$, der den Zerfall des W^+ in das Antifermion $\bar{f}_4$ beschreibt, wird von der z' – Achse zum Antifermion $\bar{f}_4$ gemessen.
Um vom Laborsystem in die Ruhesysteme der W – Bosonen überzugehen, wird eine Lorentztransformation durchgeführt. Der Zusammenhang zwischen dem W^- – Zerfallswinkel χ im e^+e^- – Schwerpunktsystem und dem Zerfallswinkel im Ruhesystem des W^-, $\chi *$,

ist durch die Beziehung

$$\cos\chi* = \frac{\cos\chi - \beta}{1 - \beta\cos\chi}$$

gegeben, wobei sich β gemäß

$$\beta = \frac{\mid \vec{q} \mid}{E_{W^-}}$$

berechnet.
Da die Bewegung hier in positive z' – Richtung erfolgt, muß in der entsprechenden Gleichung für den W^+ – Zerfall das Vorzeichen vor β geändert werden, um eine Bewegung in negative z' – Richtung zu erreichen. Somit ergibt sich

$$\cos\bar{\chi}* = \frac{\cos\bar{\chi} + \beta}{1 + \beta\cos\bar{\chi}}$$

mit

$$\beta = \frac{\mid \vec{\bar{q}} \mid}{E_{W^+}}.$$

Die Kenntnis des Polarwinkels $\chi*$ (bzw. $\bar{\chi}*$) im gestrichenen Koordinatensystem reicht nicht aus, um die Flugrichtung des betrachteten Fermions f_1 (bzw. Antifermions $\bar{f}_4$) im Raum eindeutig festlegen zu können. Als zusätzliche Information müssen auch die Azimuthalwinkel von f_1 und $\bar{f}_4$ bekannt sein. Die Ebene, in der e^- und W^- liegen, also die $x' - z'$ Ebene , dient dabei als Bezugsebene. Der Winkel zwischen dieser Bezugsebene und der Ebene, die von W^- und f_1 aufgespannt wird, ist der Azimuthalwinkel ϕ des Fermions f_1 im W^- – Zerfall.
$\bar{\phi}$ bezeichnet den Azimuthalwinkel des Antifermions $\bar{f}_4$ im W^+ – Zerfall, er wird von der Bezugsebene zu der Ebene gemessen, die durch W^+ und das Antifermion $\bar{f}_4$ gegeben ist. ϕ und $\bar{\phi}$ werden dabei in W^+ – Blickrichtung von der Bezugsebene zur jeweiligen W – Zerfallsebene hin gemessen.
Insgesamt folgt für die Parametrisierung der beiden Fermionen f_1 und $\bar{f}_2$ im W^- – Ruhesystem

$$p_1 \sim (1, \sin\chi*\cos\phi, \sin\chi*\sin\phi, \cos\chi*)$$

$$p_2 \sim (1, -\sin\chi*\cos\phi, -\sin\chi*\sin\phi, -\cos\chi*)$$

und für f_3 und $\bar{f}_4$ im W^+ - Ruhesystem

$$p_3 \sim (1, -\sin\bar{\chi}*\cos\bar{\phi}, -\sin\bar{\chi}*\sin\bar{\phi}, -\cos\bar{\chi}*)$$

$$p_4 \sim (1, \sin\bar{\chi}*\cos\bar{\phi}, \sin\bar{\chi}*\sin\bar{\phi}, \cos\bar{\chi}*).$$

Abbildung 2.1 zeigt als Beispiel für die Zerfallswinkel - Verteilungen die $\cos\chi^*$ – und ϕ – Verteilung des Fermions aus dem W^- – Zerfall bei einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV. Anhand der Verteilung in $\cos\chi^*$ erkennt man, daß das Fermion die Flugrichtung des W^- – Bosons bevorzugt. Dies wird mit Hilfe von Helizitätsbetrachtungen verständlich. Abbildung 2.3 zeigt, daß die W^- – Helizität $\tau = -1$ bei 200 GeV überwiegt. Das Zerfallsfermion ist bei Vernachlässigung seiner Ruhemasse als linkshändiges Teilchen auf negative

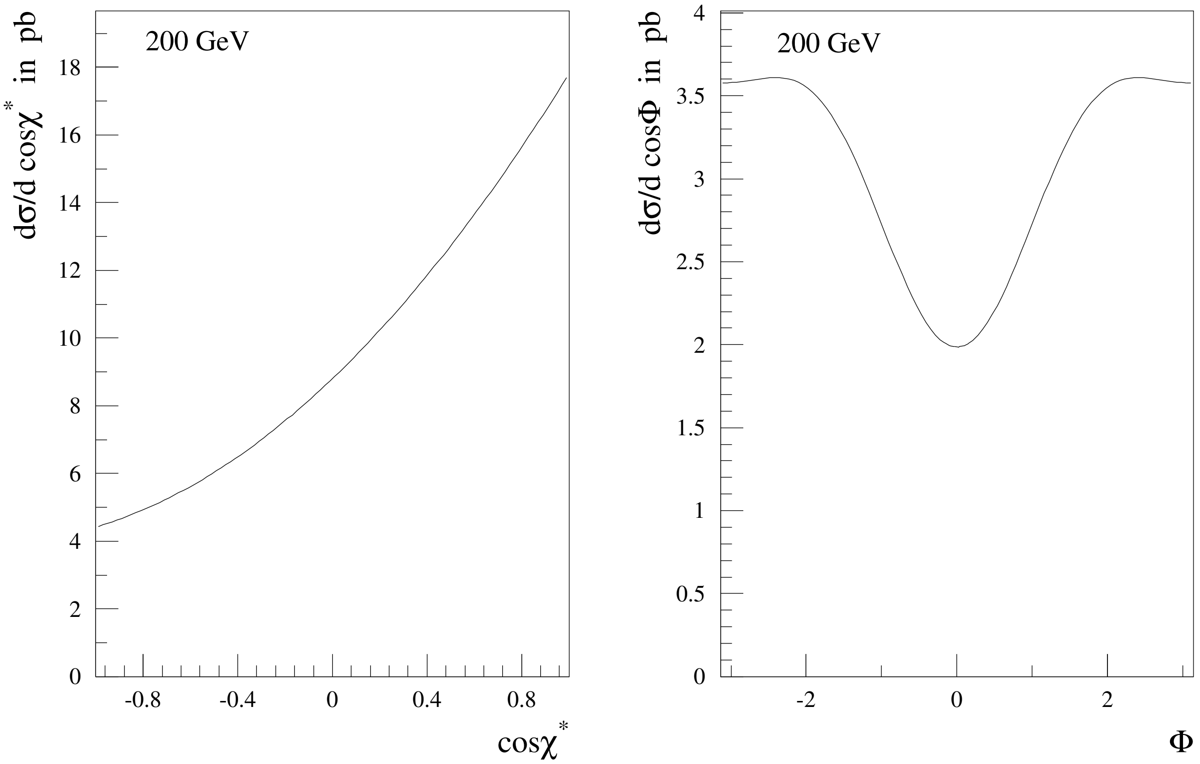

Abbildung 2.1: Polarwinkel - Verteilung ($\cos\chi^*$) und Azimuthalwinkel - Verteilung (ϕ) des Fermions aus dem W^- - Zerfall bei einer Schwerpunktsenergie von 200 *GeV*

Helizität beschränkt. Die V – A Eigenschaft bedingt die Helizitätserhaltung am Fermion - Boson - Vertex. Deshalb fliegt das Zerfallsfermion überwiegend in W^- – Richtung und übernimmt so dessen Vorzugsrichtung. Daß die Vorzugsrichtung des W^- – Bosons in Richtung des e^- – Strahls liegt, (s. Abb. 1.1), spiegelt sich in der Azimuthalwinkel - Verteilung des Fermions wider. Anschaulich läuft der Impulsvektor des Fermions $\vec{p}_1$ mit ϕ auf der Oberfläche eines Kegels, wobei die Kegelspitze im Ursprung des gestrichenen Koordinatensystems liegt und der halbe Öffnungswinkel des Kegels durch χ gegeben ist. Der Winkel $\phi = 0$ gibt dann genau die Flugrichtung des Fermions an, die bei festem χ in ϕ am meisten von der e^- – Richtung abweicht. Für $|\phi| = \pi$ liegt sie dieser Richtung am nächsten. Insgesamt stellt sich die ϕ – Verteilung symmetrisch um $\phi = 0$, mit maximalen Werten bei $|\phi| = \pi$ dar. Die Tatsache, daß keine Gleichverteilung im Azimuthalwinkel ϕ vorliegt, steht im direkten Zusammenhang mit der Helizitätsinformation dieses Winkels, die bei späteren Untersuchungen eine wichtige Rolle spielt.

2.1.2 Die Meßgrößen der Reaktion

In diesem Abschnitt werden physikalische Meßgrößen beschrieben, die in eine Untersuchung des Drei - Boson - Vertex miteinbezogen werden. Die Formulierung der Meßgrößen geht dabei von den Übergangsamplituden in der Helizitätsbasis aus.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$

Bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts, der die Winkelverteilung des W^- – Bosons bezogen auf die Flugrichtung des Elektrons beschreibt, wird über die vier möglichen Anfangszustände gemittelt (Faktor 1/4) und über die Helizitäten der W – Bosonen summiert. Die Mittelung über die Anfangszustände geschieht, da unpolarisierte Elektronen und Positronen betrachtet werden. Bei Vernachlässigung der Elektronenmasse $m_e \approx 0$ entfallen die beiden Zustände mit $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma} = 0$, so daß bei der Summation nur $\Delta\sigma = \pm 1$ berücksichtigt werden muß. Der vollständige Ausdruck dieser "Produktionswinkelverteilung" lautet dann [10] :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{1}{4}\,\frac{\beta}{32\pi s} \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |M_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}|^2 \\ &= \frac{1}{4}\,\frac{\beta}{32\pi s} \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |e^2 \widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}\; d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}|^2 \\ &= \frac{1}{4}\,\frac{\beta e^4}{32\pi s} \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}\; d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}|^2 \\ &= \frac{\pi\alpha^2\beta}{8s} \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}\; d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}|^2, \end{aligned}$$

wobei im letzten Schritt von der Beziehung für die Feinstrukturkonstante $4\pi\alpha = e^2$ Gebrauch gemacht wurde.
$\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}$ steht für die Summe der drei beitragenden Graphen und wurde zusammen mit den d – Funktionen in den Abschnitten 1.3.1 für den allgemeinen Fall und in 1.3.2 für das Standardmodell ausführlich beschrieben.
Im Fit erhält dieser Wirkungsquerschnitt die Bezeichnung $1d$, um anzudeuten, daß **ein** Winkel, nämlich der Polarwinkel der W – Paarproduktion, miteinbezogen wird.

Ausgehend von dieser Form des differentiellen Wirkungsquerschnitts können die Polarisationswirkungsquerschnitte für definierte W – Helizitäten $(\tau\bar{\tau})$ berechnet werden :

$$\frac{d\sigma_{\tau\bar{\tau}}}{d\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2\beta}{8s} \sum_{\Delta\sigma=\pm 1} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}|^2.$$

Der totale Wirkungsquerschnitt σ_{tot}

Die Integration des differentiellen Wirkungsquerschnitt über $\cos\theta$ ergibt den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$,

$$\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\cos\theta} d\cos\theta.$$

Abbildung 1.1 zeigt σ_{tot} und $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ im Standardmodell. Anhand dieser Abbildung können nun vor dem Hintergrund der Diskussion der Helizitätsamplituden in Kapitel 1.3 Gauge Cancellation und die Dominanz des Neutrino Austausches diskutiert werden.
Die Ursache für die Dominanz des Neutrino Beitrags zum totalen Wirkungsquerschnitt ist in dem Verhalten der Helizitätsamplituden bei steigender Energie begründet. Endzustände mit $|\Delta\tau| = 2$, die nur von dem Austausch eines Neutrinos realisiert werden können, setzen sich bei hohen Energien gegenüber anderen Endzuständen durch. Während bei 200 GeV ungefähr 50% des totalen Wirkungsquerschnitts auf $|\Delta\tau| = 2$ Zustände zurückzuführen ist, steigt dieser Prozentsatz auf 94% bei 500 GeV. Für 1000 GeV beträgt er schließlich 99%, [20]. Ohne Gauge Cancellation Effekt zwischen den Graphen bewirken beide Kanäle in Abb. 1.1 ein divergentes Hochenergieverhalten des totalen Wirkungsquerschnitts. Die Überlagerung der beiden s – Kanal - Beiträge γ und Z reicht nicht aus, um Divergenzen zu vermeiden. Der rein linkshändige Z – Anteil benötigt die Interferenz mit dem Neutrino Beitrag.
Die Asymmetrie des Neutrino Beitrags zum differentiellen Wirkungsquerschnitt (s. Abb. 1.1) ist auf den 1/t Pol zurückzuführen. Der ν – Beitrag erreicht in Vorwärtsrichtung ein Maximum, verschwindet aber bei $\theta = 0$ wegen der Proportionalität zu $\sin\theta$.

Im Folgenden werden Abbildungen betrachtet, die auf die Abhängigkeiten des differentiellen Wirkungsquerschnitts von den Helizitäten der W – Bosonen (Abbildungen 2.2, 2.3 und 2.5) und der e^+e^- – Strahlen (Abb. 2.4) eingehen. In Abbildung 2.2 können die Beiträge verschiedener Polarisationswirkungsquerschnitte zum differentiellen Wirkungsquerschnitt bei Energien von 170 GeV und 200 GeV verglichen werden. Eingetragen sind die Wirkungsquerschnitte für Endzustände, bei denen beide W – Bosonen longitudinal (LL) , transversal (TT) oder "gemischt", d.h. ein W ist longitudinal, das andere transversal, (TL)+(LT), polarisiert sind. Ein Vergleich zwischen den Überlagerungen dieser drei möglichen Endzustände für verschiedene Energien zeigt die Zunahme der verstärkten W – Paarproduktion bei kleinen Streuwinkeln mit der Energie, was sich in den Einzelbeiträgen (TT) und (TL)+(LT) in der Gestalt des Vorwärtspeaks besonders bemerkbar macht. Der Zustand (TT) beinhaltet den Fall zweier entgegengesetzt transversal polarisierter W – Bosonen, für den diese Zunahme mit der Energie charakteristisch ist. Während für große Energien ($s \gg M_Z^2$) der longitudinale Polarisationszustand an Einfluß gewinnt, stellt er bei LEP200 Energien in dieser Einteilung nach Endzuständen den kleinsten Anteil zum Wirkungsquerschnitt dar. Da (TT) und (LL) zu $\sin\theta$ proportional sind, verschwinden diese Polarisationswirkungsquerschnitte in Vorwärts – und Rückwärtsrichtung ($|\cos\theta| = 1$), und nur die (TL)+(LT) Zustände liefern dort einen Beitrag.

Überlegungen zu Abbildung 2.3 veranschaulichen die Dominanz von $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma} = -1$, also einem Anfangszustand, bei dem das Elektron linkshändig und das Positron rechtshändig ist, gegenüber dem umgekehrten Fall, $\Delta\sigma = +1$. Zu sehen sind einzelne

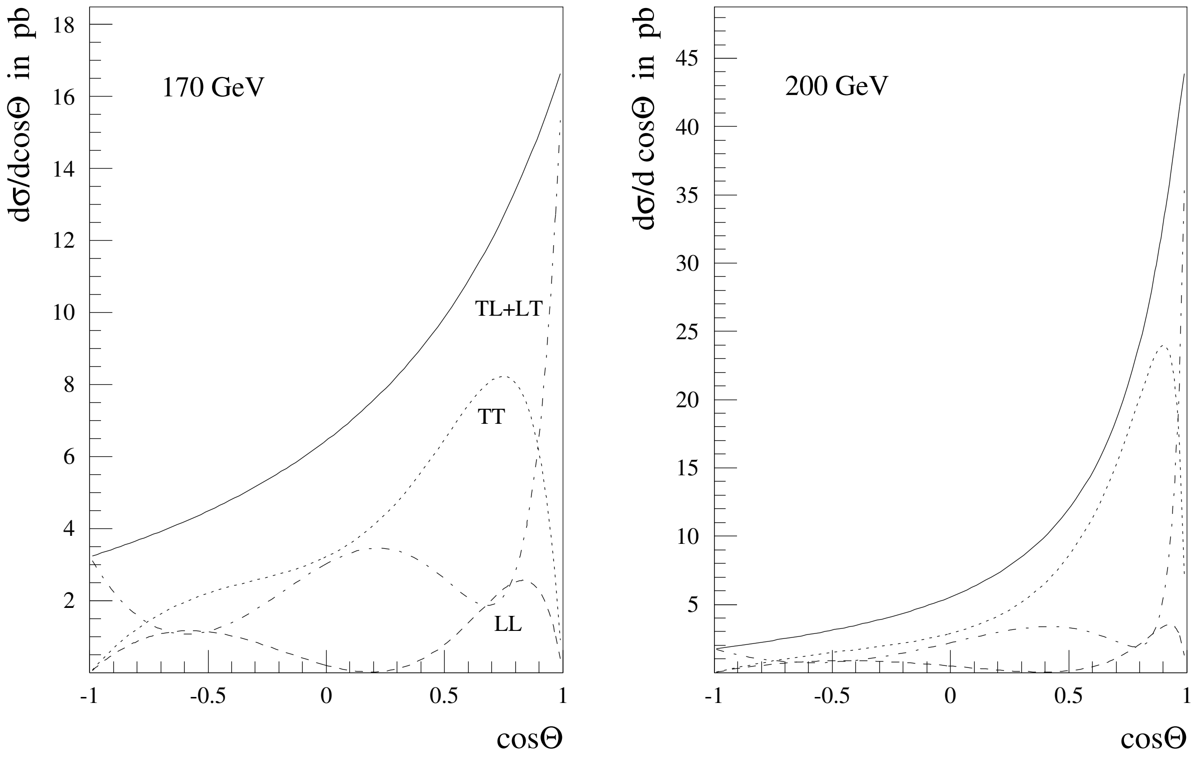

Abbildung 2.2: Differentieller Wirkungsquerschnitt und Beiträge verschiedener $W^{\pm}$ - Helizitäten $(\tau\bar{\tau})$, links für 170 GeV und rechts für 200 GeV

Beiträge zum differentiellen Wirkungsquerschnitt klassifiziert nach der Helizität τ des W^- – Bosons bei 170 GeV und 200 GeV . In die Beiträge für feste τ – Werte gehen folgende W^- – und W^+ – Helizitäten $(\tau\bar{\tau})$ ein :

$$\begin{aligned} \tau = -1 \quad &: \quad (-0) + (--) + (-+) \\ \tau = 0 \quad &: \quad (0\,+) + (0\;0) \; + (0\,-) \\ \tau = +1 \quad &: \quad (+0) + (++) + (+-) \end{aligned}$$

Für kleine Streuwinkel $(\theta \to 0, \cos\theta \to 1, \sin\theta \to 0)$ fällt die Dominanz von $\tau = -1$ gegenüber $\tau = +1$ auf. Erinnert man sich an den Zusammenhang zwischen den Amplituden $(\Delta\sigma, \tau\bar{\tau})$ und den d – Funktionen (s. Tabelle 1.7), so fallen die (TT) – Amplituden $(--)$, $(-+)$, $(++)$ und $(+-)$ wegen ihrer $\sin\theta$ – Abhängigkeit weg. Es bleiben für die beiden betrachteten W - Helizitäten $\tau = \pm 1$:

$$(\Delta\sigma, \tau\bar{\tau}) \quad : \quad d^{J_0}_{\Delta\sigma\Delta\tau}(\theta)$$

$$\begin{aligned} (\pm, -0) \quad &: \quad \frac{1}{2}(1 \mp \cos\theta) \\ (\pm, +0) \quad &: \quad \frac{1}{2}(1 \pm \cos\theta)\ . \end{aligned}$$

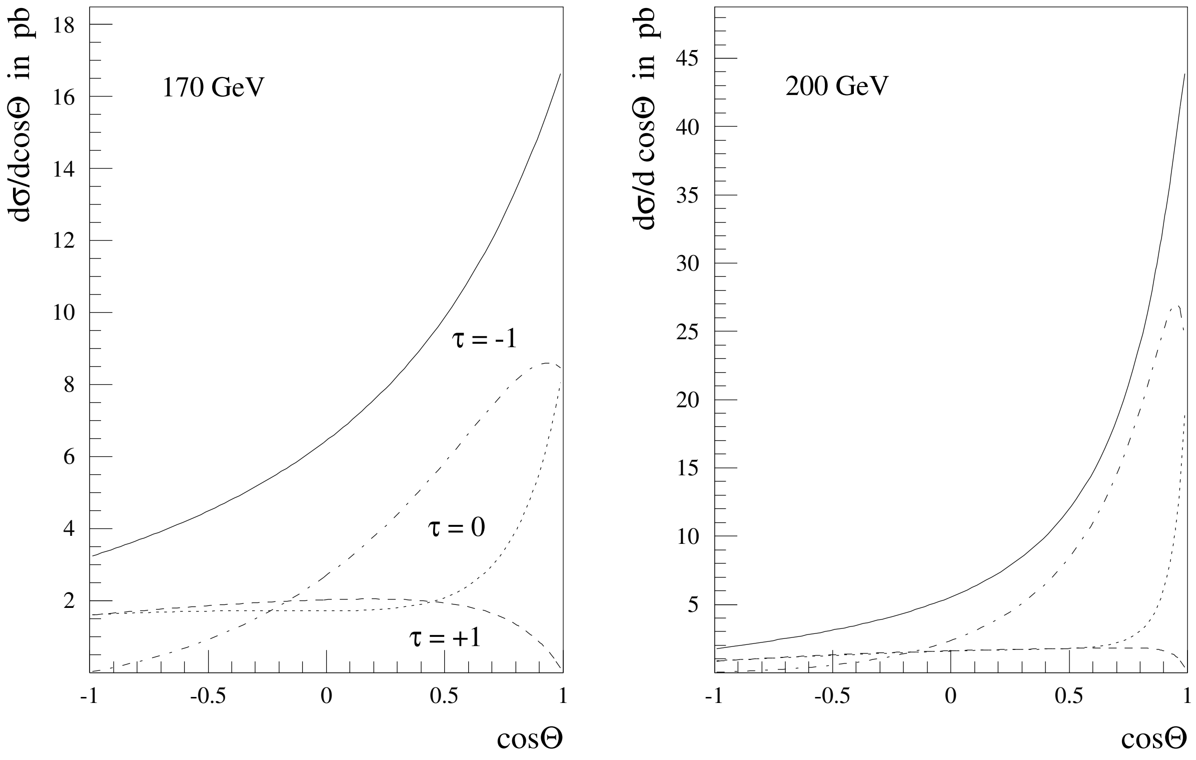

Abbildung 2.3: Differentieller Wirkungsquerschnitt und Beiträge der W^- - Helizitäten $\tau = 0, \pm 1$, links für 170 *GeV* und rechts für 200 *GeV*

Die Amplituden $(+, -0)$ und $(-, +0)$ verschwinden für $\theta \to 0$. Anhand Abb. 2.3 läßt sich dann folgende Schlußfolgerung ziehen :
In extremer Vorwärtsrichtung liefert der $\tau = +1$ Zustand $(+, +0)$ einen nichtverschwindenden aber sehr kleinen Beitrag für $\Delta\sigma = +1$. Der Beitrag des $\tau = -1$ Zustandes $(-, -0)$ für $\Delta\sigma = -1$ ist in dieser Region wesentlich größer, ein Hinweis auf die Dominanz von σ_{LR} $(\Delta\sigma = -1)$ genüber σ_{RL} $(\Delta\sigma = +1)$.

Diese Dominanz ist in Abbildung 2.4 deutlich zu erkennen. Sie zeigt den differentiellen Wirkungsquerschnitt in logarithmischer Skala für $e^-_L e^+_R$ (linkshändige Elektronen und rechtshändige Positronen, $\Delta\sigma = -1$), $e^-_R e^+_L$ $(\Delta\sigma = +1)$ und unpolarisierte $e^+ e^-$ – Strahlen bei Schwerpunktsenergien von 170 *GeV* und 200 *GeV*. Die Erhaltung der Fermionhelizität am Vertex erlaubt nur $\Delta\sigma = \pm 1$ – Zustände, $e^-_L e^+_R$ und $e^-_R e^+_L$, (vergl. Bem (a) S.22). $e^-_R e^+_L$ – Strahlen sind allein mit dem s – Kanal der Reaktion $e^+ e^- \to W^+ W^-$ verknüpft (s. Bem (b) S.23). Der differentielle Wirkungsquerschnitt, der zu einem $e^-_R e^+_L$ – Polarisationszustand korrespondiert, zeigt deshalb eine symmetrische Verteilung in $\cos\theta$, die auch schon in den $\gamma + Z$ – Beiträgen zu $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ in Abbildung 1.1 beobachtet werden konnte. Der 1/t Pol des t – Kanals bedingt die Asymmetrie des differentiellen Wirkungsquerschnitts für einen $e^-_L e^+_R$ – Anfangszustand, in den der Neutrino Beitrag miteingeht. Aufgrund des größeren β - Faktors bei der höheren Energie ist das Verhältnis von $e^-_R e^+_L$ zu $e^-_L e^+_R$ bei 200 *GeV* geringfügig größer als bei 170 *GeV*, da die s – Kanal - Beiträge und

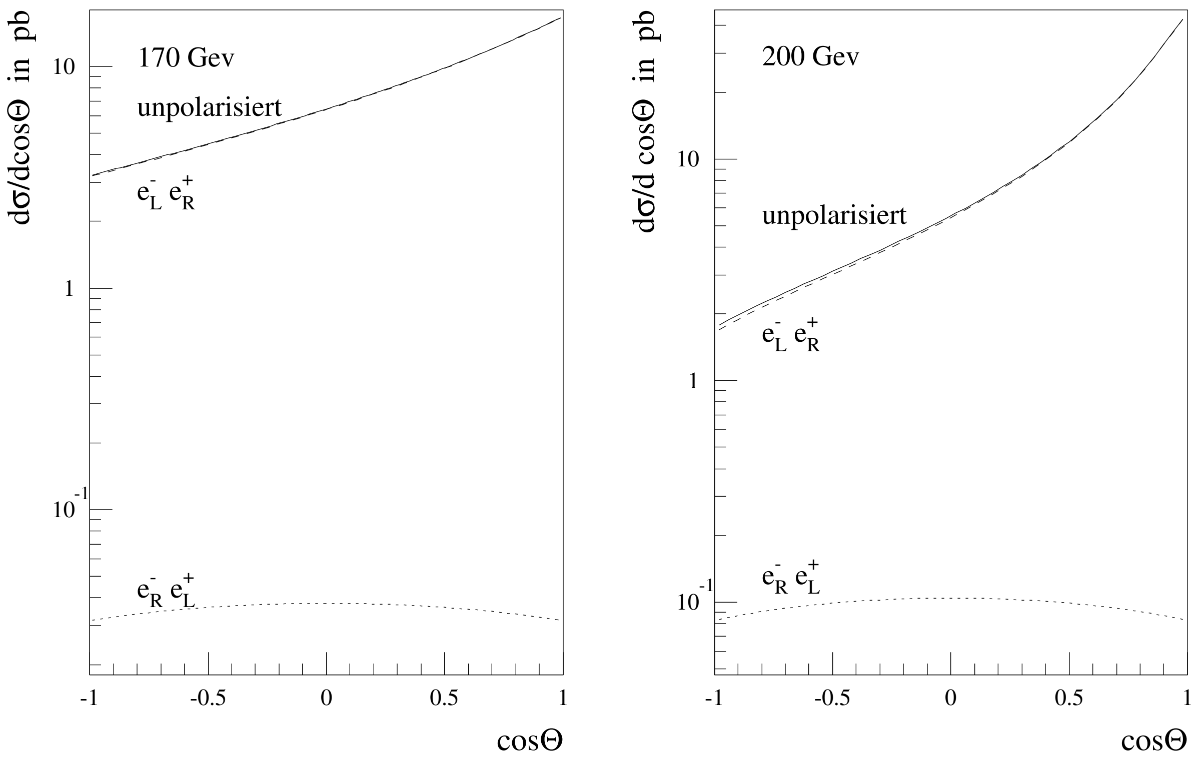

Abbildung 2.4: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $e_L^- e_R^+$, $e_R^- e_L^+$ und unpolarisierte e^+e^- – Strahlen, links bei 170 *GeV* und rechts bei 200 *GeV*

damit auch die $e_R^- e_L^+$ – Zustände dort weniger unterdrückt werden.
Referenz [21] geht der Frage nach, ob eine Strahlpolarisation für die Analyse der W – Paarproduktion sinnvoll ist. Prinzipiell bieten die Strahlen definierter Helizität die Möglichkeit, den ν – Beitrag von den s – Kanal - Beiträgen γ und Z zu trennen, da der Neutrino - Austausch nur in $e_L^- e_R^+$, nicht aber in $e_R^- e_L^+$ eingeht. Die Rate der $e_R^- e_L^+$ – Zustände für longitudinal polarisierte Strahlen [1] fällt im Standardmodell sehr gering aus. Damit stellt ihre Verwendung neben der Schwierigkeit, sie zu realisieren, keine erfolgversprechende Methode zum Studium der Kopplungsparameter dar. Untersuchungen in Referenz [21] zeigen, daß der Betrag des auf den ersten Blick interessant erscheinenden Interferenztermes von $e_L^- e_R^+$ – und $e_R^- e_L^+$ – Zuständen bei **transversal** polarisierten Strahlen (s. S.50) im Standardmodell klein ist. Die Ursache dafür ist die Dominanz der W^-, W^+ – Helizitätsamplitude $(-+)$, für die allein der Neutrino - Austausch verantwortlich ist, und die deshalb nur zu einem $e_L^- e_R^+$ – Zustand korrespondiert. Die $(-+)$ – Amplitude findet in $e_R^- e_L^+$ – Zuständen keinen "Gegenpart", mit dem sie interferieren könnte, so daß der Interferenzterm im wesentlichen von den anteilmäßig weniger vertretenen W

---

[1] "Longitudinale Strahlpolarisation" darf nicht im Sinne von "longitudinal polarisierten Bosonen" verstanden werden, sondern meint die Ausrichtung der e^-, e^+ – Spins in oder entgegen ihrer Bewegungsrichtung, also in $e_R^- e_L^+$ – oder $e_L^- e_R^+$ – Zustände. "Transversale Strahlpolarisation" bezeichnet Spineinstellungen der Elektronen und Protonen senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung.

– Helizitätsamplituden bestimmt wird. Damit läßt auch die Verwendung transversal polarisierte Strahlen keine tieferen Einsichten in die anomalen Kopplungen vermuten. Die Schlußfolgerung in Referenz [21] zu diesem Problem ist, daß eine Polarisation der Strahlen nur im Fall großer Abweichungen der Kopplungsparameter von ihren Standardmodell - Werten zu sichtbaren Effekten führt, die hilfreich bei der Trennung von γ – und Z – Beiträgen sein könnten.

Betrachtet man abschließend die logarithmischer Auftragung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die gesamten $(\tau\bar{\tau})$ Werte geordnet nach den drei möglichen W^- – Helizitäten in Abbildung 2.5, so können die Winkelverteilungen der einzelnen $(\tau\bar{\tau})$ Zustände und die Dominanz von σ_{LR} noch besser nachvollzogen werden. Die einzelnen Minima entsprechen den Nullstellen der Amplituden mit $\Delta\sigma = -1$. Weiter ist zu erkennen, daß Amplituden mit $\Delta\tau = -1$, $(0+)$ und (-0), einen größeren Beitrag liefern als die zu $\Delta\tau = +1$ korrespondierenden Amplituden, $(+0)$ und $(0-)$.

Insgesamt wird die Form des Wirkungsquerschnitts bei 200 GeV wesentlich von den $\Delta\tau = -1$ und den $\Delta\tau = -2$ Amplituden bestimmt. Für eine Bestimmung der Kopplungsparameter ist dieses nicht von Vorteil. Während die Amplituden mit $|\Delta\tau| = 2$ von den Kopplungsparametern unabhängige Größen darstellen, sind die $\Delta\tau = -1$ Amplituden zwar von den Parametern abhängig, bieten aber keine Möglichkeit, die Abhängigkeiten von den verschiedenen Parametern zu differenzieren, da alle fünf Parameter in die Berechnung dieser Amplituden eingehen.

Die Helizitäten der W – Bosonen können über eine Untersuchung des W – Zerfalls rekonstruiert werden. Die Winkelverteilungen der Zerfallsprodukte erweisen sich nämlich als Größen, die von den W – Helizitäten abhängig sind.

Der Zerfall der W – Bosonen

(a) Zerfallsmöglichkeiten und Verzweigungsverhältnisse

Ein W – Boson zerfällt primär in ein Fermion - Antifermionpaar, $W \longrightarrow f\bar{f}$. Es bestehen folgende Zerfallsmöglichkeiten :

- $W \longrightarrow l\nu_l$ leptonischer Zerfall, es existieren drei Zerfallskanäle :
  $W \longrightarrow e\nu_e,\ \mu\nu_\mu,\ \tau\nu_\tau$.
- $W \longrightarrow q\bar{q}$ hadronischer Zerfall, unter der Annahme $M_{top} \gg M_W$ müssen zwei Zerfallskanäle im Quarksektor berücksichtigt werden :
  $W \longrightarrow ud,\ cs$.

Damit schließt der Vierfermionen - Endzustand des W^+W^- – Zerfalls,
$W^+W^- \longrightarrow f_1\bar{f}_2\ f_3\bar{f}_4$, folgende Möglichkeiten mit ein :

- $W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\ q\bar{q}$ rein hadronischer Zerfall
- $W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\ l\nu_l$ “gemischter” Zerfall
- $W^+W^- \longrightarrow l\nu_l\ l\nu_l$ rein leptonischer Zerfall

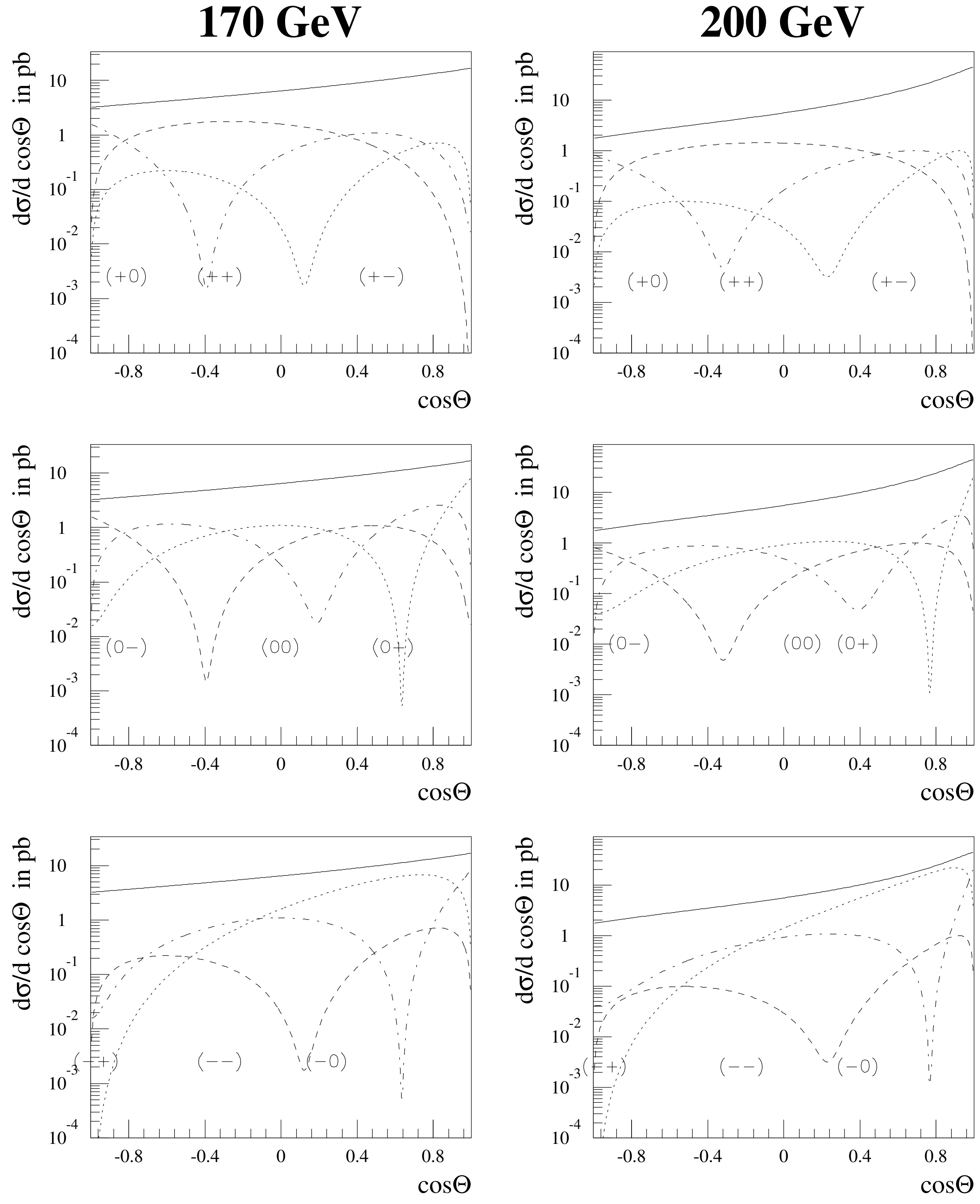

Abbildung 2.5: Differentieller Wirkungsquerschnitt und Beiträge der $W^{\pm}$ – Helizitäten ($\tau\bar{\tau}$) für 170 GeV (links) und 200 GeV (rechts)

Der Zerfall des W – Bosons wird durch einen geladenen Strom beschrieben. Unter der Annahme der Universalität geladener Ströme folgt für die drei Verzweigungsverhältnisse der leptonischen Zerfallskanäle

$$BR\ (W \rightarrow e\nu_e) = BR\ (W \rightarrow \mu\nu_\mu) = BR\ (W \rightarrow \tau\nu_\tau)$$

Im Quarksektor müssen für die einzelnen Zerfallskanäle noch die drei Farbzustände miteinbezogen werden. Damit zerfällt ein W – Boson mit einer dreimal höheren Wahrscheinlichkeit in ein Quarkpaar als in eines der drei Leptonpaare.
Für das Verzweigungsverhältnis des W – Zerfalls in ein Quarkpaar $q_i\bar{q}_j$ aus den ersten beiden Fermionfamilien gilt unter Berücksichtigung der Kobayashi - Maskawa - Matrix und der QCD Korrekturen der Ordnung α_s [22] :

$$BR\ (W \rightarrow q_i\bar{q}_j) \ = \ 3|U_{ij}|^2\ (1 + \frac{\alpha_s}{\pi})\ BR\ (W \rightarrow l\nu_l).$$

Nach Summation über alle i, j ergibt sich dann als Verzweigungsverhältnis für den Quarksektor :

$$BR\ (W \rightarrow q\bar{q}) \ = \ \frac{2 \cdot 3 \cdot (1 + \frac{\alpha_s}{\pi})}{3 + 2 \cdot 3 \cdot (1 + \frac{\alpha_s}{\pi})} \ = \ 67,5\%$$

und für den leptonischen Sektor :

$$BR\ (W \rightarrow l\nu_l) \ = \ \frac{3}{3 + 2 \cdot 3 \cdot (1 + \frac{\alpha_s}{\pi})} \ = \ 32,5\%\ .$$

Quadriert man $BR\ (W \rightarrow q\bar{q})$, so gibt das Ergebnis die Wahrscheinlichkeit an, mit der das W^+W^- – Paar in einen rein hadronischen Vierfermionenzustand zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls in vier Leptonen erhält man entsprechend durch Quadrieren von $BR\ (W \rightarrow l\nu_l)$. Da die Summe der Wahrscheinlichkeiten der drei möglichen Zerfallsmoden 1 ergeben muß, berechnet sich das Verzweigungsverhältnis für den "gemischten" Zerfall, $BR_{gem.}$, als

$$BR_{gem.} \ = \ 100\% - BR_{had.} - BR_{lept.}\ .$$

Damit lauten die Verzweigungsverhältnisse der Gesamtreaktion :

$$\begin{aligned} BR\ (WW \longrightarrow q\bar{q}\ q\bar{q}) \ &= \ 45,5\% \\ BR\ (WW \longrightarrow q\bar{q}\ l\nu_l) \ &= \ 43,9\% \\ BR\ (WW \longrightarrow l\nu_l\ l\nu_l) \ &= \ 10,6\%\ . \end{aligned}$$

Der " gemischte " Zerfall eignet sich besonders für ein Studium der W – Paarproduktion. Die Addition der Jet - Impulse des hadronischen Zerfalls gibt die Richtung eines W – Bosons an. Die Ablenkung, die das geladene Lepton aus dem leptonischen Zerfall im Magnetfeld des Detektors erfährt, ermöglicht es, die Ladung des Leptons und damit auch des W – Bosons zu bestimmen.
Bei einem rein hadronischen Zerfall stellt sich das Problem, die vier Jets zu den beiden richtigen Paaren zusammenzufassen. Ein Anhaltspunkt dabei ist, daß die invarianten

Massen der beiden Jetpaare den W – Massen entsprechen sollten. Ein Nachteil des hadronischen Zerfalls gegenüber dem gemischten Zerfall besteht darin, daß der erstgenannte keine Ladungsbestimmung für das W – Boson ermöglicht, d.h. nach erfolgreicher Jetzuordnung kann in θ nur die $|\cos\theta|$ - Verteilung angegeben werden.
Die Untersuchung des rein leptonischen Zerfalls ist mit der Schwierigkeit verbunden, daß die beiden Neutrino - Impulse im Detektor nicht meßbar sind. Ein Versuch, diese unter Anwendung von Erhaltungssätzen in Termen der meßbaren Lepton - Impulse zu schreiben, führt auf eine quadratische Gleichung. Das ungeklärte Vorzeichen bewirkt, daß die Bestimmung der longitudinalen Komponente des Neutrino - Impulses zweideutig ist, [10].

(b) Winkelverteilungen des Zerfalls

Die Winkelabhängigkeit des Zerfalls wird durch d – Matrixelemente beschrieben (vergl. auch Kapitel 1.3). Der normierte differentielle Wirkungsquerschnitt des W^- – Zerfallsfermions läßt sich in drei Beiträge aufspalten, die die Helizitäten $\tau = 0, \pm 1$ des W^- – Bosons berücksichtigen [2]:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\chi^*} = \frac{3}{8}\,(1 - cos\chi^*)^2\ \sigma|_{\tau=+1} \ +\ \frac{3}{4}\ \sin^2\chi^*\ \sigma|_{\tau=0} \ +\ \frac{3}{8}\ (1+\cos\chi^*)^2\ \sigma|_{\tau=-1}$$

Der doppelt - differentielle Wirkungsquerschnitt hat die folgende Form :

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\cos\chi^* d\cos\theta} &= \frac{3}{8}(1-\cos\chi^*)^2\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{\tau=+1}\\ &+ \frac{3}{4}\sin^2\chi^*\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{\tau=0}\\ &+ \frac{3}{8}(1+\cos\chi^*)^2\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{\tau=-1}\end{aligned}$$

Da in diese Winkelverteilung zwei Winkel miteinbezogen werden, erhält sie im Fit auch die Abkürzung $2d$.
Eine Möglichkeit, die inklusiven differentiellen Wirkungsquerschnitte $(d\sigma/d\cos\theta)_{\tau=0,\pm1}$ aus dem doppelt - differentiellen Wirkungsquerschnitt zu bestimmen, besteht darin, die Erwartungswerte bestimmter Funktionen zu berechnen, die die $\tau = \pm 1$ und $\tau = 0$ Helizitätszustände herausprojezieren [21]. Es gilt :

$$\begin{aligned}\left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{\tau=\pm1} &= \int_{-1}^{+1} \frac{1}{2}(-1 \pm 2\cos\chi^* + 5\cos^2\chi^*)\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta\cos\chi^*}\right) d\cos\chi^*\\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta}\right)_{\tau=0} &= \int_{-1}^{+1} (2 - 5\cos^2\chi^*)\ \left(\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^*}\right) d\cos\chi^*\end{aligned}$$

Gelingt es im Experiment, den Streuwinkel θ und den Zerfallswinkel χ , aus dem man über die Beziehung

$$\cos\chi^* = \frac{\cos\chi - \beta}{1 - \beta\cos\chi}$$

den Winkel χ^* erhält, zu messen, so können die daraus gewonnen Ergebnisse für $(d\sigma/d\cos\theta)_{\tau=0,\pm1}$ mit den theoretischen Vorhersagen verglichen werden.

Geht man von der $2d$ Verteilung aus, ergibt sich unter Einbeziehung des Azimuthalwinkels ϕ die $3d$ Winkelverteilung (vgl. Abschnitt 2.1.1). Ihre analytische Form erhält man, indem die einzelnen Helizitätsamplituden, über die bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts summiert wird, mit einer komplexen Funktion Z_τ multipliziert werden [10]. Die Funktionen Z_τ sind im wesentlichen die Elemente der W – Zerfallsmatrix. In Abhängigkeit von der jeweiligen W – Helizität τ ergeben sich die folgenden Werte für die Funktion Z_τ :

$$\begin{aligned} \tau = -1 \quad &: \quad d_+(\chi^*)e^{-i\phi} \\ \tau = 0 \quad &: \quad -d_0(\chi^*) \\ \tau = +1 \quad &: \quad d_-(\chi^*)e^{+i\phi} \end{aligned}$$

Die vollständigen Ausdrücke für $d_{0,\pm}$ lauten :

$$\begin{aligned} d_\pm(\chi^*) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \cos\chi^*) \\ d_0(\chi^*) &= \sin\chi^* \ . \end{aligned}$$

Berücksichtigt man das Verzweigungsverhältnis $BR\ (W^- \rightarrow f_1\bar{f}_2)$, so hat der $3d$ Wirkungsquerschnitt, der die Winkelverteilung des W^- – Zerfallsfermions in den Winkeln θ, χ^* und ϕ beschreibt, die folgende Form :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^* d\phi} &= \frac{3\beta}{1024\pi^2 s} BR\ (W^- \rightarrow f_1\bar{f}_2) \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |M_{\Delta\sigma,\tau\bar{\tau}}\ Z_\tau|^{\ 2} \\ &= \frac{3\alpha^2\beta}{64s} BR\ (W^- \rightarrow f_1\bar{f}_2) \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}\ d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}\ Z_\tau|^{\ 2} \end{aligned}$$

Die dreidimensionale Winkelverteilung des Antifermions aus dem W^+ – Zerfalls, abgekürzt $\overline{3d}$, ist von ähnlicher Gestalt. Die einzelnen Komponenten der komplexen Funktion $\overline{Z}_{\bar{\tau}}$ lauten :

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = -1 \quad &: \quad d_+(\bar{\chi}^*)e^{+i\bar{\phi}} \\ \bar{\tau} = 0 \quad &: \quad -d_0(\bar{\chi}^*) \\ \bar{\tau} = +1 \quad &: \quad d_-(\bar{\chi}^*)e^{-i\bar{\phi}} \ , \end{aligned}$$

wobei die $d_{0,\pm}$ über :

$$\begin{aligned} d_\pm(\bar{\chi}^*) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \cos\bar{\chi}^*) \\ d_0(\bar{\chi}^*) &= \sin\bar{\chi}^* \end{aligned}$$

gegeben sind. Für $\overline{3d}$ ergibt sich :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\bar{\chi}^* d\bar{\phi}} = \frac{3\alpha^2\beta}{64s} BR\,(W^+ \to f_3\bar{f}_4) \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}\; d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau}\; \bar{Z}_{\bar{\tau}}|^{\,2}$$

Die Kenntnis des Streuwinkels θ , der Polarwinkel χ^*, $\bar{\chi}^*$ und der Azimuthalwinkel ϕ, $\bar{\phi}$ ermöglicht es, die fünfdimensionale Winkelverteilung $5d$ in einen Fit miteinzubeziehen. Der analytische Ausdruck heißt :

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^* d\phi d\cos\bar{\chi}^* d\bar{\phi}} &= \frac{9\beta}{8192\pi^3 s} BR\,(W^- \to f_1\bar{f}_2)\; BR\,(W^+ \to f_3\bar{f}_4)\cdot \\
&\quad \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |M_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} Z_\tau \bar{Z}_{\bar{\tau}}|^{\,2} \\
&= \frac{9\alpha^2\beta}{512\pi s} BR\,(W^- \to f_1\bar{f}_2)\; BR\,(W^+ \to f_3\bar{f}_4)\cdot \\
&\quad \sum_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} |\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} d^{J_o}_{\Delta\sigma,\Delta\tau} Z_\tau \bar{Z}_{\bar{\tau}}|^{\,2}
\end{aligned}$$

Schon bei einer experimentellen Messung der dreidimensionalen Winkelverteilung, die den Zerfall eines W – Bosons in ein Quarkpaar $q\bar{q}$ beschreibt, wird eine Ladungserkennung der einzelnen Quarks benötigt. Da die Ladungsrekonstruktion aus den beiden Jets mit Schwierigkeiten verbunden ist, wird es unter Umständen nicht möglich sein, für den hadronischen Zerfall zwischen Fermion und Antifermion und damit zwischen χ^* und $\pi - \chi^*$ ($\bar{\chi}^*$ und $\pi - \bar{\chi}^*$) bzw. zwischen ϕ und $-\phi$ ($\bar{\phi}$ und $-\bar{\phi}$) zu unterscheiden. In dieser Arbeit wird der “gemischte” Zerfall, in dem ein W – Boson in ein Leptonpaar, das andere in ein Quarkpaar zerfällt, untersucht, wobei es keinen Unterschied macht, welches W leptonisch oder hadronisch zerfällt. O.B.d.A. soll hier das W^- in ein Leptonpaar und das W^+ in ein Quarkpaar zerfallen. Da die Informationen, die die beiden dreidimensionalen Verteilungen für eine Analyse der Kopplungsparameter ergeben, gleichwertig sind, und es deshalb ausreichend ist, nur die experimentell leichter zugängliche $3d$ Verteilung des leptonisch zerfallenden W^- – Bosons zu betrachten, stellt sich das Problem der Quarkladungsidentifikation erst bei einer Untersuchung der fünfdimensionalen Winkelverteilung. Ohne eine mögliche Unterscheidung zwischen $\bar{\chi}^*$ und $\pi - \bar{\chi}^*$ und zwischen $\bar{\phi}$ und $-\bar{\phi}$ erhält man eine eingeschränkte $5d$ Verteilung, indem man den 5d Wirkungsquerschnitt für die beiden Winkelpaare ($\bar{\chi}^*$, $\bar{\phi}^*$) und ($\pi - \bar{\chi}^*$, $-\bar{\phi}^*$) mittelt. Die resultierende Verteilung wird hier mit $< 5d >$ bezeichnet.

Abschließend folgt eine Zusammenfassung der Winkelverteilungen, die in den Fit miteinbezogen werden. Eine Diskussion des Fitverfahrens ist Gegenstand des nächsten Abschnitts.

$$1d \qquad \frac{d\sigma}{d\cos\theta}$$

$$2d \qquad \frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^*}$$

$$\begin{array}{ll}
3d & \dfrac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^* d\phi} \\
\overline{3d} & \dfrac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\bar{\chi}^* d\bar{\phi}} \\
< 5d > & \dfrac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^* d\phi \; d|\cos\bar{\chi}^*| \; d|\bar{\phi}|} \\
5d & \dfrac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^* d\phi \; d\cos\bar{\chi}^* \; d\bar{\phi}}
\end{array}$$

Die Gesamtreaktion $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \rightarrow f_1\bar{f}_2 \; f_3\bar{f}_4$ ist mit der maximalen Zahl von fünf Winkeln, die in die $5d$ Winkelverteilung eingehen, ausreichend beschrieben. Eine Betrachtung der Anzahl der Freiheitsgrade, die die Gesamtreaktion hat, liefert folgendes Ergebnis : Die vier Vierervektoren der Fermionen,

$$p_i = (E_i \; , \vec{p}_i) \quad ; \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

haben insgesamt $4 \cdot 4 = 16$ Koordinaten.
Folgende Bedingungen schränken diese 16 Größen auf sechs Unabhängige ein :

$+16$	:	Anzahl der Koordinaten der vier Fermionen
-1	:	Energieerhaltung für f_1 , $\bar{f}_2$, f_3 und $\bar{f}_4$ $E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = \sqrt{s}$
-3	:	Impulserhaltung für f_1 , $\bar{f}_2$, f_3 und $\bar{f}_4$ $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = 0$
-4	:	Massen von f_1 , $\bar{f}_2$, f_3 und $\bar{f}_4$
-2	:	invariante Massen von W^+ und W^- $(p_1 + p_2)^2 = M^2_{W^-}$, $(p_3 + p_4)^2 = M^2_{W^+}$
$\Rightarrow +6$	:	Anzahl der verbleibenden Freiheitsgrade

Diese Freiheitsgrade sind z.B. die fünf genannten Winkeln ergänzt um den noch “fehlenden” W^- – Azimuthalwinkel Φ , der die Lage der W^- – Achse im Raum erst vollständig beschreibt. Die Neigung der Achse bezogen auf den e^+e^- – Strahl wird ja vom Winkel θ angegeben. Der Winkel Φ ist aber nur dann von Bedeutung, wenn man eine natürliche transversale Polarisation $P_T^{\pm}$ der $e^{\pm}$ – Strahlen betrachtet. Während sich im unpolarisierten Fall der differentielle Wirkungquerschnitt als eine Summe der Beiträge von linkshändigen $\Delta\sigma = -1$ und rechtshändigen $\Delta\sigma = +1$ Elektronen darstellt,

$$d\sigma \sim |M_+|^{\,2} + |M_-|^{\,2} \,,$$

erhält er für transversal polarisierte Strahlen einen Φ – abhängigen Term [10]

$$d\sigma \sim |M_+|^{\,2} + |M_-|^{\,2} + P_T^+ P_T^- \left[2Re(M_+^* M_-)\cos 2\Phi + 2Im(M_+^* M_-)\sin 2\Phi \right] \;,$$

wobei der Winkel Φ im e^+e^- – Ruhesystem von der e^- – Polarisationsrichtung zu der W^- – Flugrichtung gemessen wird. Da hier aber unpolarisierte $e^{\pm}$ – Strahlen betrachtet werden, sind die Winkelverteilungen unabhängig von Φ, und das gesamte Problem kann als rotationssymmetrisch bezüglich Φ betrachtet werden. Damit liefert dieser sechste Freiheitsgrad keine zusätzliche Information.

2.2 Die Fitmethode

Eine allgemeine Methode zur Größenabschätzung physikalischer Parameter mit Hilfe eines beobachtbaren Datensatzes, (gemessen oder generiert, s.u.), ist das Maximum – Likelihood – Verfahren. Es ermittelt diejenigen Parameterwerte und dazugehörenden Fehler, für die die Wahrscheinlichkeit, mit der der betrachtete Datensatz auftritt, maximal wird. Dabei wird die Existenz einer analytischen Wahrscheinlichkeitsverteilung vorausgesetzt, die von den freien Parametern abhängt.
In diesem Fall sind die Kopplungsparameter die Parameter, deren Meßgenauigkeit ermittelt werden soll. In Ermangelung experimenteller Daten werden hier Ereignisse verwandt, die zuvor mit Hilfe einer Monte Carlo Rechnung erzeugt wurden.

Es folgen zunächst einige Bemerkungen zum Generator:
Der Generator erzeugt einen Datensatz unter bestimmten Bedingungen, die der Benutzer z.T. mittels Datenkarten vorgeben kann. Grundsätzlich arbeitet der für die W – Paarerzeugung verwendete Generator $EGWWV204$ auf Born - Niveau. Es besteht aber die Möglichkeit, über die Datenkarte IRAD die Erzeugung von Bremsstrahlung im Anfangszustand miteinzubeziehen.
Zu den hier relevanten Eingaben, die mit den Datenkarten vorgenommen werden, gehören daneben

- die Anzahl der generierten Ereignisse
- die dabei angenommene Schwerpunktsenergie
- die Breite der W – Bosonen
- ihr Zerfallskanal und
- die Werte der Kopplungsparameter des Drei – Boson – Vertex

Im Unterprogramm UGENR kann sich der Benutzer “Ereignis für Ereignis” die gewünschte Information aus der Generatorausgabe (z.B. Teilchenidentität, Viererimpulse) herausfiltern und in Form einer Datei ausgeben lassen.
Für die in dieser Arbeit vorgestellte Fitmethode wurde eine Datei erstellt, die die Werte für $\cos\theta, cos\chi*, \phi, cos\bar{\chi}*$ und $\bar{\phi}$ für jedes Ereignis enthält.

Für die weitere Betrachtung der Maximum – Likelihood – Methode [2] werden diese fünf Winkel für jedes generierte Ereignis formal in einem Vektor

$$\vec{\omega} = (\cos\theta, \cos\chi*, \phi, \cos\bar{\chi}*, \bar{\phi})$$

zusammengefaßt. $\vec{\omega_i}$ symbolisiert die beobachtbaren, festen Daten für das Ereignis i.
Die Komponenten des Vektors $\vec{f}$ sind die Kopplungsparameter, die alle im Prinzip freie Parameter sein können. Die genaue Form von $\vec{f}$ hängt von dem speziell angenommenen Parametersatz ab, für den Fünf - Parametersatz hat $\vec{f}$ die folgende Gestalt

$$\vec{f} = (g_{ZWW}, \lambda_\gamma, \lambda_Z, \kappa_\gamma, \kappa_Z),$$

bzw. in der " neuen " Parametrisierung

$$\vec{f} = (\delta_Z, y_\gamma, y_Z, x_\gamma, x_Z).$$

Die analytische Wahrscheinlichkeitsverteilung ist hier durch eine der im vorherigen Abschnitt vorgestellten $1d - 5d$ Winkelverteilungen $\sigma(\vec{\omega_i}, \vec{f})$ gegeben. Diese wird auf den totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} normiert, damit sich der gesamte Ausdruck auch wie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung verhält. $\sigma(\vec{\omega_i}, \vec{f})$ hängt sowohl von den Winkeln $\vec{\omega_i}$, als auch von den Kopplungsparametern $\vec{f}$ ab. $\sigma_{tot}(\vec{f})$ ist nur von $\vec{f}$ abhängig. Diese $\vec{f}$-Abhängigkeit von σ_{tot} ist wichtig, konstante Faktoren spielen keine Rolle (s.u.).
Die sogenannte Likelihoodfunktion $\mathcal{L}(\vec{f})$ stellt sich dann als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten — hier des normierten Wirkungsquerschnittes — für jedes Ereignis dar und ist somit ein Ausdruck für die Gesamtwahrscheinlichkeit des ganzen Ereignissatzes, sie lautet:

$$\mathcal{L}(\vec{f}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\sigma(\vec{\omega_i}, \vec{f})}{\sigma_{tot}(\vec{f})}$$

n entspricht der Gesamtzahl der Ereignisse. Die Gesamtwahrscheinlichkeit als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten zu schreiben, ist hier gerechtfertigt, da die generierten Ereignisse als unabhängig voneinander betrachtet werden dürfen. $\mathcal{L}(\vec{f})$ drückt für einen gegebenen $\vec{f}$ Wert gerade die Wahrscheinlichkeit aus, den speziellen Winkelsatz (gemeint ist die Menge aller $\vec{\omega_i}$'s) zu erhalten.
Das Prinzip der Maximum – Likelihood – Methode besteht nun darin, diejenigen Parameterwerte zu finden, für die $\mathcal{L}(\vec{f})$ ein Maximum annimmt und somit die Wahrscheinlichkeit der Messung des Winkelsatzes maximal wird.
An dieser Stelle wird die Notwendigkeit der Normierung mittels σ_{tot} deutlich. Ohne eine Normierung hätte $\mathcal{L}$ kein *absolutes* Maximum, da $\sigma(\vec{\omega_i}, \vec{f})$ einfach durch eine Erhöhung der Parameterwerte vergrößert werden könnte.
Es ist allgemein üblich, anstelle $\mathcal{L}(\vec{f})$ den natürlichen Logarithmus von $\mathcal{L}(\vec{f})$ zu betrachten. Man spricht dann von der Log – Likelihoodfunktion :

$$\ln \mathcal{L}(\vec{f}) = \sum_{i=1}^{n} \ln \frac{\sigma(\vec{\omega_i}, \vec{f})}{\sigma_{tot}(\vec{f})}$$

---

[2] Diese Betrachtung erhebt nicht den Anspruch, mathematisch exakt zu sein. Sie dient lediglich dazu, das Prinzip der Maximum - Likelihood - Methode angewandt auf das vorliegende Problem zu erläutern.

Diese Form erleichtert das Aufsuchen eines Maximums. Denn mehrmalige Produktbildung kann sehr schnell zu sehr großen bzw. zu sehr kleinen Zahlen führen und damit die Zahlendarstellung eines Rechners überschreiten. Da der Logarithmus eine monoton steigende Funktion ist, besitzt $\ln \mathcal{L}(\vec{f})$ das Maximum auch an der gleichen Stelle.
Die Aufgabe, das Maximum von $\ln \mathcal{L}(\vec{f})$ zu finden, wird mit Hilfe des Programmpakets MINUIT [23] gelöst. Dazu wird die Funktion

$$FCN = -2 \ln \mathcal{L}(\vec{f})$$

an MINUIT übergeben. Das Vorzeichen in FCN bewirkt das Aufsuchen eines Minimums anstelle eines Maximums, der Faktor 2 schafft Konsistenz mit der Fehlerdefinition im χ^2 – Verfahren.
MINUIT variiert die vorgegebene Anzahl freier Parameter solange, bis das Minimum von FCN, FCN_{min}, gefunden ist.
Die Lage von FCN_{min} bezogen auf die variierten Parameter entspricht deren Erwartungswerten $\vec{f_o}$. Diejenigen Parameterwerte $(\vec{f}+\Delta\vec{f})$, bei denen sich FCN gegenüber FCN_{min} um einen Wert ΔFCN erhöht, entsprechen den Fehlergrenzen der Parameter:

$$FCN(\vec{f_o} \pm \Delta\vec{f}) = FCN_{min} + \Delta FCN$$

Dieses ΔFCN hängt von der Anzahl der variierten Parameter und dem angenommenen Vertrauensbereich (engl. "confidence level", CL), ab. Für zwei freie Parameter und einem Vertrauensbereich von 70 % ist ΔFCN z.B. 2,41 , d.h. der gesuchte FCN – Wert, der die Fehlergrenzen der Parameter liefert, ist

$$FCN = FCN_{min} + 2,41.$$

Die MINUIT Routine MNCONT ermöglicht es, die Konturen des Vertrauensbereiches in einer Zwei – Parameterebene zu erstellen. Ein Vertrauensbereich von 70 % bedeutet dann anschaulich, daß die wahren Parameterwerte mit 70 % iger Wahrscheinlichkeit innerhalb der "Fehlerellipse" liegen, wobei "Fehlerellipse" die Kurve in der betreffenden Parameterebene meint, die zu $FCN_{min} + \Delta FCN$ korrespondiert.

Bei der Erstellung von Konturen werden zwei Fälle unterschieden. Im ersten Fall liegen nur zwei freie Parameter vor, falls noch weitere Parameter zu dem betrachteten Parametersatz gehören, sind deren Werte fest.
Der andere Fall geht von drei freien Parametern aus. Die zugehörigen Konturen sind dann zweidimensionale Projektionen der dreidimensionalen Hyperkontur, auch "Schattenwürfe" genannt.
Konturen mit mehr als drei freien Fitparametern werden nicht diskutiert.

Die entscheidenden Größen bei dem hier durchgeführten Fit sind nur die **Fehler** der Kopplungsparameter und nicht deren Werte. Letztere müssen gezwungenermaßen in der Nähe der Werte liegen, die der Generator mittels der Kopplungsparameter - Datenkarte zugewiesen bekommen hat. Bei der Angabe der Fehler ist noch deren Symmetrie zu berücksichtigen. Falls $\mathcal{L}$ $(\vec{f})$ in der Nähe des Maximums annähernd gaußverteilt ist, ist

$\ln \mathcal{L}(\vec{f})$ eine Parabel. Die Fehler sind dann symmetrisch, angegeben wird der parabolische Fehler. Ist $\mathcal{L}$ in $\vec{f}$ nicht gaußverteilt, so liegen die Grenzen des Vertrauensbereichs nicht mehr symmetrisch um den Fitwert. Für einen freien Parameter führt dies zu asymmetrischen Fehlerangaben, im Fall von zwei freien Parametern erhält man außerdem eine Abweichung von der Ellipsenform der Fehlerkontur. Die MINUIT Routine MINOS liefert als Ergebnis asymmetrische Fehler für die Parameter. Ursachen für asymmetrische Fehler können nichtlineare Abhängigkeiten der Meßgrößen von den Parametern und Korrelationen zwischen den Parametern sein.

Abschließend ist noch zu bemerken, daß die hier angewandte Maximum – Likelihood – Methode ein Verfahren darstellt, das “unbinned” ist, d.h. sie erfordert nicht die Erstellung von Histogrammen, bei denen neben der Wahl der Bin – Breite noch Probleme auftreten können, falls die “ Ereignisdichte ” in einem physikalischen Bereich des Phasenraums sehr gering ist.

Kapitel 3

Resultate

3.1 Realistische Erwartungen und Grundvoraussetzungen der Analyse

In den Kapiteln 1.3 und 2.1.2 werden Helizitätsamplituden und daraus abgeleitete physikalische Meßgrößen wie totaler und differentieller Wirkungsquerschnitt der W – Paarproduktion genannt. Von besonderem Interesse sind ihre Abhängigkeiten von den Kopplungsparametern und empfindliche Bereiche für eine Variation der Parameter.
Einen experimentellen Zugang zu den Helizitäten der W – Bosonen erhält man über ihren Zerfall. Darüber hinaus sind die "höher" - dimensionalen Winkelverteilungen der Zerfallsfermionen mit einem Informationsgewinn über die Helizitäten verbunden. Letzteres sollte auch auf die Bestimmung der Kopplungsparameter einen Einfluß ausüben. Die analytischen Funktionen der betrachteten Winkelverteilungen sind in Kapitel 2.1.2 zu finden. Als geeignetester Zerfallsmodus für eine experimentelle Untersuchung der $1d$ – $5d$ Winkelverteilung erweist sich der "gemischte" Zerfall. Wegen der guten Impuls – und Richtungsauflösung von Myonen im L3 – Detektor wird die Reaktion $e^+e^- \longrightarrow W^+W^- \longrightarrow q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$ betrachtet.
Im Experiment müssen aus dem hadronischen W – Zerfall die Richtung und aus dem leptonischen Zerfall die Ladung eines W – Bosons identifiziert werden, um die $1d$ Winkelverteilung zu reproduzieren. Für die $2d$ Verteilung benötigt man den Zerfallswinkel zwischen dem geladenen Lepton und dem W – Boson im W – Ruhesystem, das sich mit β entlang der z' Achse bewegt. Dazu muß der Zerfallswinkel im Laborsystem gemessen werden; der entsprechende Winkel im Ruhesytem ergibt sich unter Anwendung einer Lorentztransformation. Eine zusätzliche Messung des Azimuthalwinkels ergibt die $3d$ Winkelverteilung des geladenen Fermions. Eine Ladungsidentifikation der Quarkjets ermöglicht die experimentelle Bestimmung der fünfdimensionalen Verteilung $5d$. Ohne eine Rekonstruktion der Ladung erhält man die eingeschränkte $< 5d >$ Verteilung.

Energie $[GeV]$	$e^+e^- \longrightarrow W^+W^-$ σ $[pb]$	Kanal $q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$ σ $[pb]$	Kanal $q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$ Ereigniszahl	Kanäle $q\bar{q}\ \mu^\pm\nu_\mu$ Ereigniszahl
170	13,31	0,947	474	948
180	16,11	1,200	600	1200
190	16,92	1,284	642	1284
200	16,94	1,303	651	1302
210	16,61	1,286	643	1286
220	16,12	1,262	631	1262
230	15,56	1,222	611	1222

Tabelle 3.1: Anzahl der Ereignisse für 500 pb^{-1} (Born - Niveau)

Geht man von einer integrierten Luminosität von 500 pb^{-1} aus, so liefert der Generator EGWWV204 für die betrachtete Reaktion und den dazu korrespondierenden Wirkungsquerschnitt eine energieabhängige Ereigniszahl, die in Tabelle 3.1 für verschiedene Energien wiedergegeben ist.

Der Einfluß, den Strahlungskorrekturen auf die Wirkungsquerschnitte ausüben, wird bei diesen Angaben **nicht** berücksichtigt, d.h. der Generator arbeitet hier auf Born - Niveau. Mittels einer analytischen Funktion berechnet er den Wirkungsquerschnitt der W – Paarproduktion. Der Wirkungsquerschnitt für den speziellen Kanal $q\bar{q}\ \mu^-\bar{\nu}_\mu$ wird während der Ereignis - Generation ermittelt und berücksichtigt demnach auch Effekte wie z.B. die W – Breite. Die vorletzte Spalte der Tabelle gibt die erwartete Anzahl der Ereignisse für den speziellen Zerfallskanal wieder. Dabei ist festgelegt, welches W – Boson leptonisch, bzw. hadronisch zerfällt. Da dieses für die Analyse des gemischten Zerfalls unerheblich sein sollte, ergibt die Multiplikation mit 2 die Gesamtanzahl der gemischten, myonischen Zerfallsereignisse, diese beinhaltet die letzte Spalte.

Bevor auf die Ergebnisse dieser Arbeit eingegangen wird, folgen drei grundsätzliche Bemerkungen zu den Voraussetzungen, die bei der Untersuchung der Kopplungsparameter der Drei – Boson – Vertices gemacht werden :

- Die analytischen Funktionen der Winkelverteilungen aus [10] sind in Bornnäherung formuliert, d.h. sie schließen keine Strahlungskorrekturen mit ein. Außerdem wird in der Funktion für die W – Zerfallsbreite $\Gamma_W \approx 0$ angenommen, während der Generator den Wert mit $\Gamma_W = 2,1\ GeV$ besetzt.
  Zu den Größen, die in die Simulation eingehen, gehören :

$$\begin{aligned} M_W &= 80,44\ GeV \\ M_Z &= 91,18\ GeV \\ \Gamma_W &= 2,1\ GeV \\ \Gamma_Z &= 2,5\ GeV \\ \sin^2\theta_w &= 0,230 \\ \alpha &= \frac{1}{128,3} \end{aligned}$$

Abgesehen von den Boson - Breiten, werden in den analytischen Funktionen der Winkelverteilungen die gleichen Werte verwendet.

- Die Simulation der Daten erfolgt in Übereinstimmung mit den Vorhersagen des Standardmodells. Die so ermittelten Grenzen für die Genauigkeit, mit der die Kopplungsparameter aus den verschiedenen Winkelverteilungen bestimmt werden können, bewahren ihre Gültigkeit, wenn man davon ausgeht, daß die in der Natur verwirklichten Werte der Parameter sich nur wenig von denen, die das Standardmodell für sie annimmt, unterscheiden.

- Die Analyse ist auf die Generatorebene beschränkt, es fehlen Detektoreffekte wie Auflösung und Akzeptanz.

Vor diesem Hintergrund machen die Ergebnisse rein qualitative Aussagen zur Bestimmung der Parameter aus den Winkelverteilungen. Weitere Untersuchungen, die die oben genannten Punkte miteinschließen, und die Behandlung des theoretischen Aspekts bezüglich der verschiedenen Parametersätze (vergl. Kapitel 1.2) sollten in späteren Arbeiten ergänzt werden.

3.2 Einfluß der Variation der Kopplungsparameter auf die Meßgrößen

In diesem Abschnitt wird die Auswirkung von Variationen der Kopplungsparameter auf unterschiedliche Verteilungen untersucht. Alle Verteilungen wurden mit Hilfe einer analytischen Funktion [2] bei einer angenommenen Schwerpunktsenergie von 200 GeV erstellt. In Abbildung 3.1 ist der Einfluß einer Variation von κ_γ (links), bzw λ_γ (rechts), um $\pm\ 0,5$ auf die $\cos\theta$ – Verteilung und die $\cos\chi^*$ – und ϕ – Verteilungen des W^- – Zerfalls zu sehen. (Die Auswirkungen auf die W^+ – Zerfallswinkel entsprechen den Auswirkungen auf die W^- – Zerfallswinkel). Die Variation der Parameter führt zu Effekten, die besonders in den $\cos\chi^*$ – und Φ – Verteilungen sehr klein ausfallen und dort überwiegend der Tatsache Rechnung tragen, daß sich der totale Wirkungsquerschnitt mit einer positiven Abweichung $(+0,5)$ der Parameter erniedrigt, bzw. mit einer negativen Abweichung $(-0,5)$ erhöht, siehe ([2], S.22) . Abbildung 3.2 zeigt deshalb den Einfluß der Variation auf die Verteilungen, die auf die jeweiligen Standardmodell - Verteilungen normiert sind. Um die Größe der Unterschiede besser vergleichen zu können, besitzen die einzelnen Diagramme für die Y - Achse die gleiche Skala.
In der $\cos\theta$ – Verteilung bewirkt eine Vergrößerung der Parameter eine Erhöhung in Vorwärtsrichtung und eine Erniedrigung in Rückwärtsrichtung. Eine Verkleinerung der

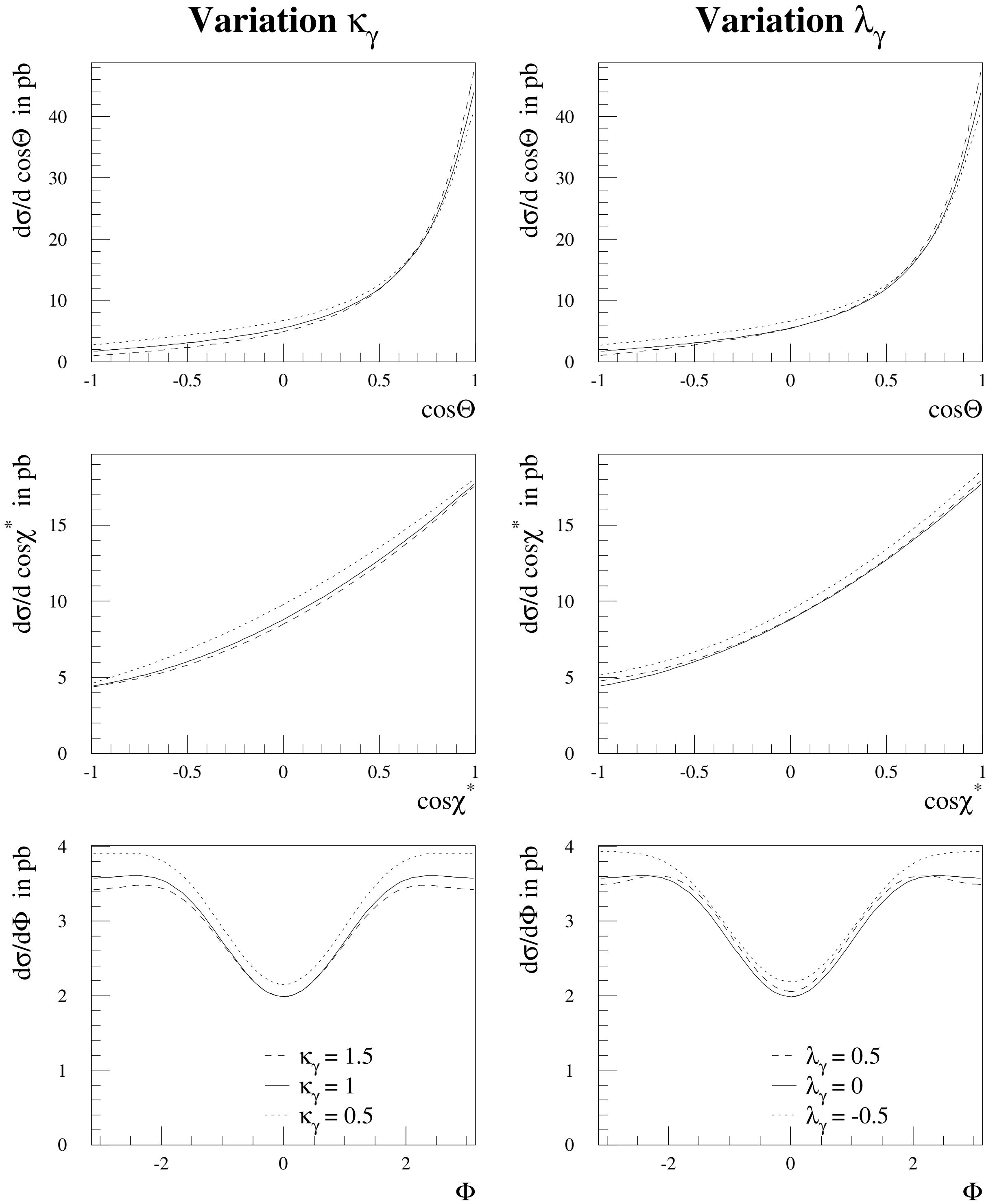

Abbildung 3.1: Einfluß der Variationen von κ_γ und λ_γ um ± 0.5 auf die Winkelverteilungen bei 200 GeV. Links sind die Variationen von κ_γ und rechts von λ_γ zu sehen.

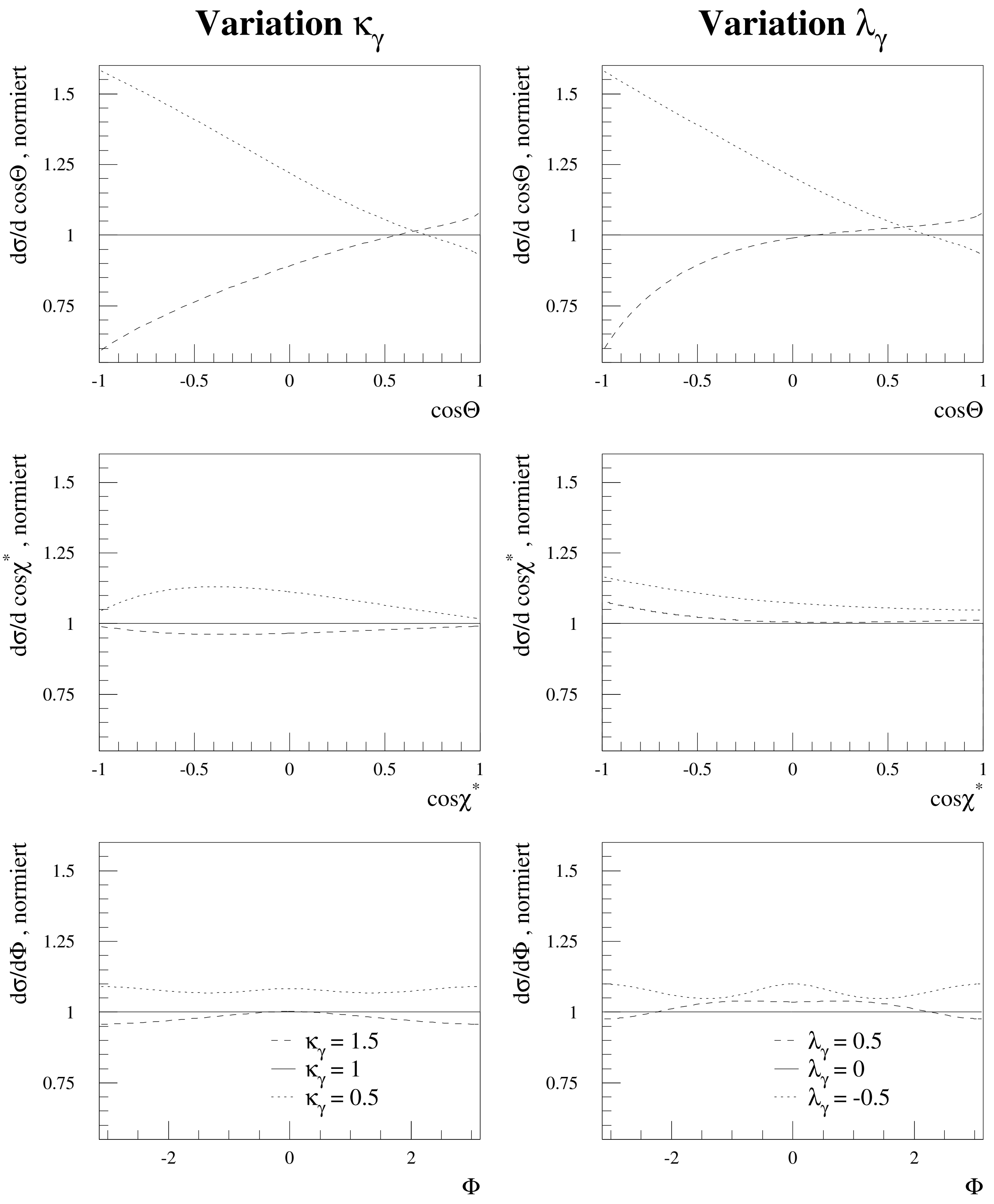

Abbildung 3.2: Einfluß der Variationen von κ_γ und λ_γ um ± 0.5 bei einer Energie von 200 *GeV* auf Winkelverteilungen, die auf die jeweiligen Standardmodell - Verteilungen normiert wurden.

Parameterwerte hat genau den umgekehrten Effekt. Für beide Parameter kann in den Beträgen der Abweichungen für große bzw. kleine Winkel kein erkennbarer Unterschied festgestellt werden. Für eine Abweichung in dieser Größenordnung wird es also in späteren Experimenten kaum möglich sein, zu entscheiden, welcher Parameter dafür verantwortlich ist. Die $\cos\theta$ – Verteilung reagiert empfindlich auf Variationen für große Winkel. Dieser Bereich hat aber für eine Untersuchung der Parameter den Nachteil, daß dort wenig Ereignisse zu verzeichnen sind, siehe Abb. 3.1.
In der $\cos\chi^*$ – Verteilung macht sich für κ_γ und λ_γ eine Erniedrigung ihrer Standardmodell - Werte um $0,5$ bemerkbarer als eine Erhöhung um den gleichen Betrag. Insgesamt sind die Effekte aber sehr klein und für große Streuwinkel χ^* mit dem Problem einer geringen Statistik belastet, da das Zerfallsfermion bevorzugt in Richtung des W^- – Bosons und damit unter kleinen Winkeln emittiert wird.
Die ϕ – Verteilung ist in den sensitiven Bereichen, $\phi = 0$ und $|\phi| = \pi$, von dem gleichen Problem betroffen. Die Abbildungen 3.1 und 3.2 veranschaulichen somit, daß die Variation der Parameter in den Verteilungen der **einzelnen** Winkel kleine Effekte zeigt, die wenig Aussagen über die "Herkunft" der Abweichungen machen können und oftmals in Bereichen liegen, in denen die Ereigniszahl gering ist. Die Betonung liegt auf dem Adjektiv "einzelnen", da sich bei späteren Untersuchungen zeigt, daß die Korrelation der Winkel in den mehrdimensionalen Verteilungen zu einer sichtbaren Verbesserung in der Genauigkeitsbestimmung der Kopplungsparameter führt, siehe Abschnitt 3.3 und folgende. Referenz [2] beinhaltet auf Seite 28 eine Abbildung, die den Einfluß der Parameter des Drei - Boson - Vertex auf den doppelt - differentiellen Wirkungsquerschnitt, der hier mit $2d$ bezeichnet wird, zeigt. Eine Betrachtung dieser Abbildung stützt für die beiden Winkel θ und χ^* die These, daß erst die Kombination der Winkel zu einem Informationsgewinn führt, der sich dort in der Unterscheidungsmöglichkeit der Parameter äußert, s.u..

Die Variation wird hier nicht für alle Parameter durchgeführt, Ergebnisse dazu sind in Referenz [2] zu finden. Dort werden die Auswirkungen auf den totalen Wirkungsquerschnitt, den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\cos\theta}$ und den doppelt - differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\chi^*}$ untersucht. Das Ergebnis ist, daß die $\cos\theta$ – Verteilung am empfindlichsten auf Abweichungen der Kopplungsparameter von ihren Standardmodell - Werten reagiert. Da alle (!) Parameter bei einer Vergrößerung, bzw. Verkleinerung ihrer Werte in der Tendenz den gleichen Effekt auf die $\cos\theta$ – Verteilung ausüben, ist es schwierig, Abweichungen mit einem bestimmten Parameter zu identifizieren. Der doppelt - differentielle Wirkungsquerschnitt bietet dafür die Möglichkeit, zwischen Abweichungen von κ_γ und κ_Z einerseits, bzw. λ_γ und λ_Z andererseits, zu unterscheiden, allerdings nur in einem Bereich, in dem die Ereigniszahl gering ausfällt ($\cos\theta \to -1$, $\cos\chi^* \to +1$).

Ein weiterer Ansatzpunkt für die Suche nach sensitiven Meßgrößen geht von der Kenntnis der W^- – Helizität τ aus. Abbildung 3.3 untersucht die Empfindlichkeit der $\cos\theta$ – Verteilung auf Variationen der Kopplungsparameter bei fester W^- – Helizität. Betrachtet wird die Variation der Standardmodell - Werte von κ_γ und λ_γ um ± 0,5 bei einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV. Die Wirkungsquerschnitte bestimmter W^- – Helizität reagieren unterschiedlich auf Variationen. Der Wirkungsquerschnitt für W^- –

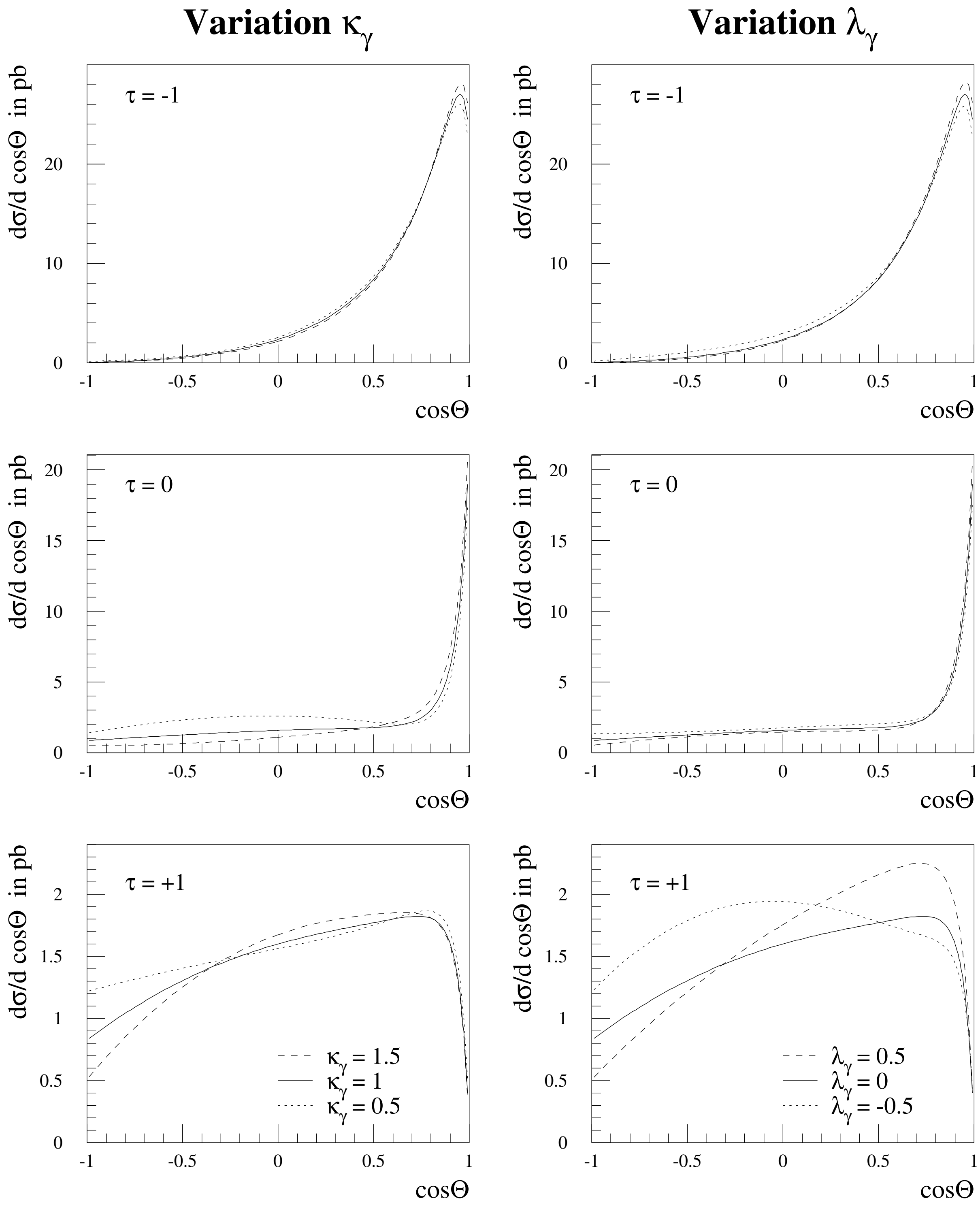

Abbildung 3.3: Einfluß der Variationen von κ_γ und λ_γ um ± 0.5 auf die $\cos\theta$ - Verteilungen für feste W^- Helizität τ. Links sind die Variationen von κ_γ und rechts von λ_γ zu sehen. Die Schwerpunktsenergie beträgt 200 GeV.

Bosonen der Helizität $\tau = -1$ zeigt für beide Parameter in Vorwärtsrichtung einen vergleichbaren, kleinen Effekt. Eine Untersuchung der Winkelverteilung eines longitudinal polarisierten W^- – Bosons ($\tau = 0$) kann für kleine Streuwinkel ($\theta \to 0$) keine Information über Abweichungen der Parameter geben. Dafür ist der $\cos\theta$ – Bereich zwischen 0 und 0,5 für κ_γ besonders empfindlich. Leider sind dort wenig Ereignisse zu verzeichnen. Der Wirkungsquerschnitt der W^- – Bosonen der Helizität $\tau = +1$ ist für Abweichungen von dem gleichen Problem betroffen. Die Variation von λ_γ unterscheidet sich für diese W^- – Helizität von κ_γ – Variationen am deutlichsten. Der sensitive Bereich kann wegen eines Mangels an Statistik aber nur wenig zu einer Bestimmung des Parameters beitragen.
Die unterschiedlichen Auswirkungen der Variationen können vor dem Hintergrund der Abhängigkeiten der einzelnen Helizitätsamplituden von den Kopplungsparametern verstanden werden. Die Amplitude (00) für vollständig longitudinal polarisierte W – Bosonen ist nur von κ_γ, κ_Z und g_{ZWW}, aber nicht von λ_γ und λ_Z abhängig. Diese Amplitude (00) geht in die $\cos\theta$ – Verteilung der W^- – Helizität $\tau = 0$ ein. Deshalb ist die entsprechende Verteilung sensitiv auf Variationen des Kopplungsparameters κ_γ, während Variationen des Parameters λ_γ einen sehr geringen Einfluß ausüben. Amplituden gleich - transversal polarisierter W – Bosonen, $(++)$ und $(--)$, sind nur von λ_γ, λ_Z und g_{ZWW} abhängig. Die beiden Amplituden tragen zu den Wirkungsquerschnitten für $\tau = -1$ und $\tau = +1$ bei. Da die $\cos\theta$ – Verteilung für $\tau = -1$ aber den dominierenden Neutrino Beitrag der Amplitude $(-+)$ beinhaltet, werden die s – Kanal - Beiträge und damit die Empfindlichkeit für die Kopplungsparameter überdeckt. Der Wirkungsquerschnitt für $\tau = +1$ ist davon nicht betroffen, so daß die λ_γ – Information der Amplitude $(++)$ dort von Nutzen ist und sich die Verteilung empfindlich für λ_γ – Variationen erweist.

Eine aussichtsreiche Kombination von Winkel – und Helizitätsinformation stellen die mehrdimensionalen Winkelverteilungen dar. Die Verteilungen der W – Zerfallsfermionen sind von den W – Helizitäten geprägt, (siehe Abschnitt 2.1.2). Eine Verknüpfung der fünf Winkel in der Form von mehrdimensionalen Winkelverteilungen, die den Zerfall der W – Bosonen miteinschließen, berücksichtigt in der Untersuchung die Abhängigkeit von den Helizitäten. In der nachfolgenden Methode zur Bestimmung der Kopplungsparameter werden deshalb die höherdimensionalen Winkelverteilungen in einen Fit miteinbezogen.

3.3 Bestimmung der Kopplungsparameter aus den Winkelverteilungen

Die folgenden beiden Abschnitte beinhalten Untersuchungen, die vor dem Hintergrund der in Abschnitt 1.2.2 vorgestellten Parametersätze und den dorthin führenden Überlegungen zunächst als "theoretisch unmotiviert" bezeichnet werden können : Bei der Variation eines freien bzw. zwei freier Parameter (Abschnitt 3.3.1 und 3.3.2) erhalten die übrigen Parameter ihre Standardmodell - Werte. Dieser Ansatz erweist sich aber als nützlich, um einen Eindruck über die Abhängigkeit der Untersuchungen von der "Dimension" der Winkelverteilung und der Energie zu bekommen. Eine Behandlung der theoretisch motivierten

Winkelverteilung	$\Delta\lambda_\gamma$	$\Delta\lambda_Z$	$\Delta\kappa_\gamma$	$\Delta\kappa_Z$	$\Delta\frac{g_{ZWW}}{cot\theta_w}$
1d	0,112	0,078	0,104	0,073	0,037
2d	0,106	0,072	0,098	0,067	0,035
3d	0,098	0,060	0,091	0,057	0,031
$< 5d >$	0,085	0,051	0,080	0,051	0,028
5d	0,056	0,035	0,066	0,047	0,023

Tabelle 3.2: Ergebnisse der 1 Parameter Fits für die Fehler der Parameter bei 170 GeV, 10000 Ereignissen und 68% CL

Winkelverteilung	$\Delta\lambda_\gamma$	$\Delta\lambda_Z$	$\Delta\kappa_\gamma$	$\Delta\kappa_Z$	$\Delta\frac{g_{ZWW}}{\cot\theta_w}$
$1d$	0,046	0,045	0,039	0,040	0,022
$2d$	0,043	0,035	0,036	0,034	0,019
$3d$	0,040	0,028	0,033	0,028	0,016
$< 5d >$	0,034	0,024	0,030	0,025	0,015
$5d$	0,021	0,015	0,025	0,019	0,011

Tabelle 3.3: Ergebnisse der 1 Parameter Fits für die Fehler der Parameter bei 200 GeV, 10000 Ereignissen und 68% CL

Parametersätze folgt in Abschnitt 3.3.3 und bestätigt nachträglich generelle Aussagen, die aufgrund der nun folgenden ersten Untersuchungen gemacht werden können.

3.3.1 Fit mit einem freien Parameter

Zu Beginn folgt eine Untersuchung der Genauigkeit, mit der ein einzelner Parameter aus den verschiedenen Winkelverteilungen bestimmt werden kann. Das dabei verwendete Verfahren wurde in Kapitel 2 erläutert. Tabelle 3.2 beinhaltet die Ergebnisse für die Genauigkeiten auf der Grundlage von jeweils 10000 simulierten Ereignissen bei einer Schwerpunktsenergie von 170 GeV und einem Vertrauensbereich von 68%. Bei diesen getrennt voneinander durchgeführten Untersuchungen wurden die anderen Kopplungsparameter auf ihren Standardmodell - Werten belassen.
Ein Vergleich der Genauigkeiten für einen bestimmten Parameter zeigt bei allen Parametern eine Verkleinerung des Fehlers um einen Faktor 2, wenn man von der $1d$ Winkelverteilung zu der $5d$ Verteilung übergeht. Die Verbesserungen innerhalb der ersten drei Verteilungen $1d \rightarrow 3d$ sind weniger signifikant, der Faktor beträgt im Mittel 1,2 . Die Kenntnis aller fünf Winkel, jedoch ohne Bestimmung der Quarkladungen, bewirkt eine vergleichsweise große Zunahme der Genauigkeit um einen Faktor 1,4 . Vor diesem Hintergrund ist die Verbesserung der Genauigkeit bei einem Fit, dem die $5d$ Verteilung zugrunde liegt, bemerkenswert.
Da bei diesen Untersuchungen zusätzliche Effekte durch Detektor oder Strahlungskorrekturen nicht berücksichtigt wurden, können nur qualitative Schlüsse aus den Ergebnissen gezogen werden. Generell sind die Fehler der ZW^+W^- – Parameter kleiner als die Fehler

der Parameter, die die Kopplungen am γW^+W^- – Vertex beschreiben.
Um den Einfluß der Schwerpunktsenergie auf die Genauigkeit bei der Bestimmung der Kopplungsparameter zu ermitteln, wurde das gleiche Verfahren bei 200 GeV angewandt. Die Ergebnisse sind Tabelle 3.3 zu entnehmen.
Eine Erhöhung der Energie von 170 GeV auf 200 GeV hat einen großen Effekt. Sie bewirkt eine Verkleinerung der Fehler um den Faktor 2 bei den Fits, die auf der $1d$ Verteilung beruhen, bei den Fits, die von der Kenntnis der $5d$ Winkelverteilung ausgehen, beträgt der Faktor schon 2,4 .
Davon abgesehen zeigen die Genauigkeiten bei einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV die gleichen Tendenzen wie bei 170 GeV. Die deutliche Verkleinerung des Fehlers bei einem Fit an die $5d$ Verteilung ist auf die zunehmende Helizitätsinformation zurückzuführen und spricht für den Versuch, in einem zukünftigen Experiment neben dem W^- – Streuwinkel θ, der in die $1d$ Verteilung eingeht, auch die Zerfallswinkel der W – Bosonen zu messen.

3.3.2 Fit mit zwei freien Parametern

In diesem Abschnitt wird die Variation von zwei freien Parametern betrachtet, die verbleibenden drei Parameter erhalten dabei ihre Standardmodell - Werte. Die Ergebnisse können als Konturen in der Parameterebene dargestellt werden. Als Beispiel für einen Fit mit zwei freien Parametern werden die beiden γW^+W^- – Kopplungsparameter aus dem Fünf - Parametersatz ausgewählt. λ_Z, κ_Z und g_{ZWW} sind auf ihre Standardmodell - Werte festgelegt.
Abbildung 3.4 zeigt die κ_γ - λ_γ – Konturen für die fünf möglichen Winkelverteilungen, die unter den Voraussetzungen einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV und einer Anzahl von 10000 Ereignissen entstanden sind. Der Vertrauensbereich beträgt 70%, dies gilt auch für die nachfolgenden Konturen.
Links sind die Konturen für alle fünf Winkelverteilungen zu sehen, rechts werden die inneren drei Konturen, denen im Fit die $3d$, $< 5d >$ und $5d$ Winkelverteilungen zugrunde liegen, gesondert betrachtet. Die gestrichelt eingezeichneten Linien entsprechen den Standardmodell - Werten von κ_γ und λ_γ, von denen bei der Simulation der Daten ausgegangen wurde.
Verglichen mit den Fitergebnissen für einen freien Parameter nehmen die Fehler hier um eine Größenordnung zu. Die Ursache dafür ist die bestehende Korrelation zwischen κ_γ und λ_γ, die den Helizitätsamplituden zu entnehmen ist und sich bereits an den gleichausfallenden Effekten einer Parametererhöhung bzw. – erniedrigung auf die betrachtete $\cos\theta$ – Verteilung in Abschnitt 3.2 bemerkbar gemacht hat. Während die $1d$ Kontur lediglich diese Korrelation von λ_γ und κ_γ wiedergibt, werden die Konturen für höherdimensionale Winkelverteilungen sichtbar kleiner. Besonders fällt der Genauigkeitsgewinn auf, den ein Fit an die $5d$ Verteilung zur Folge hat, zwischen den Fehlergrenzen der $5d$ und $1d$ Verteilung liegt ein Faktor 12. Anders als beim Fit mit einem freien Parameter bewirkt hier auch schon die $3d$ Verteilung eine deutliche Verbesserung gegenüber der $1d$ Winkelverteilung (Faktor 6) und der $2d$ Winkelverteilung (Faktor 1,5). Die $< 5d >$ Verteilung verkleinert den Fehler gegenüber der $3d$ Verteilung um 1,4 .
Tabelle 3.4 gibt die Parameterwerte und Fehler an, die zu den Konturen der Abbildung 3.4 korrespondieren. Die letzte Spalte zeigt den Faktor, um den sich die Genauigkeit der

Winkelverteilung	κ_γ	λ_γ	Faktor $1d \to *d$
$1d$	1,12 ± 0,49	$-0,11$ ± 0,49	1
$2d$	0,98 ± 0,12	0,04 ± 0,14	4
$3d$	1,0 ± 0,08	0,01 ± 0,09	6
$< 5d >$	1,0 ± 0,06	0,02 ± 0,06	8
$5d$	0,99 ± 0,04	0,03 ± 0,04	12

Tabelle 3.4: Ergebnisse des Fits mit zwei freien Parametern bei 10000 Ereignissen, einer Energie von **200** *GeV* und 70% CL. Abb. 3.3 zeigt die dazu korrespondierenden Konturen.

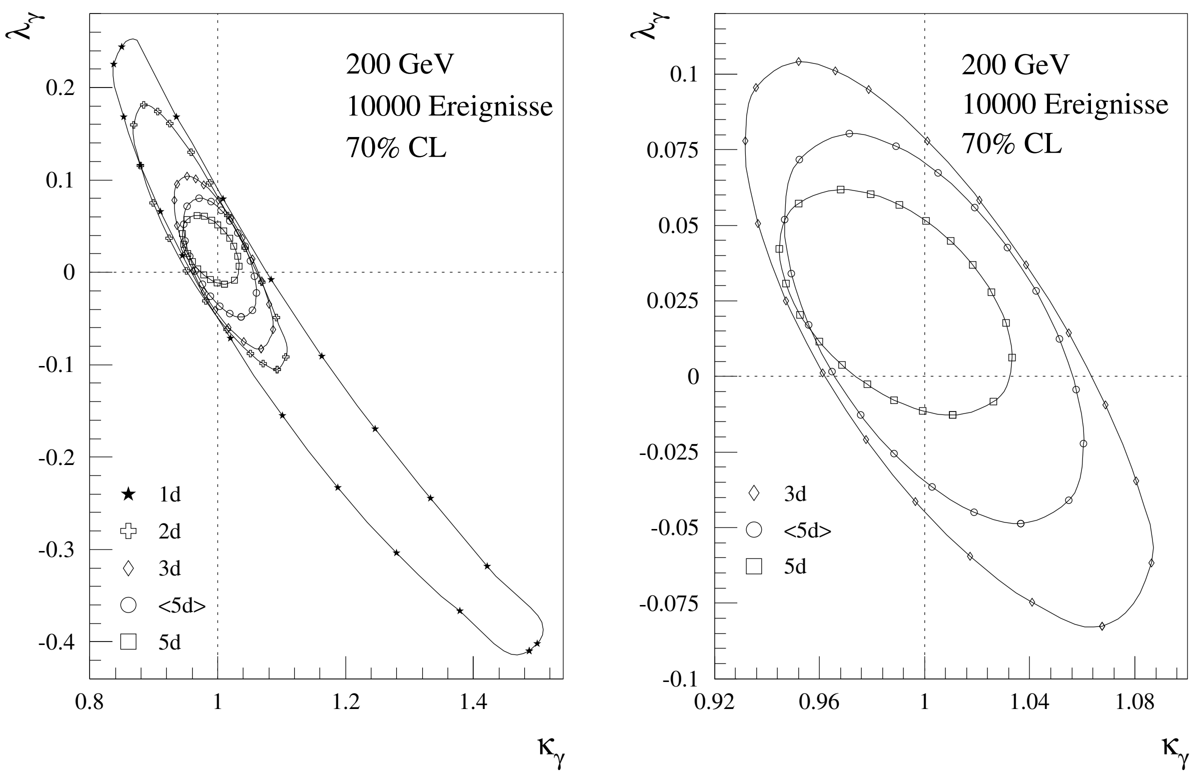

Abbildung 3.4: Zwei freie Parameter, κ_γ und λ_γ , Konturen bei 200 *GeV*. Im Fit werden κ_Z, λ_Z und g_{ZWW} auf ihre Standardmodell - Werte festgesetzt.

beiden Parameter bezogen auf die Ergebnisse der $1d$ Verteilung im Mittel verbessert.
In Abbildung 3.5 und Tabelle 3.5 sind die entsprechenden Ergebnisse für eine Schwerpunktsenergie von 170 *GeV* aufgeführt. Ein Zahlenvergleich der Fehler mit Hilfe der beiden Tabellen zeigt, daß sich diese bei 170 *GeV* im Mittel um einen Faktor 3 gegenüber den Fitergebnissen bei 200 *GeV* verschlechtert haben. Ein Vergleich der Faktoren in der letzten Spalte der Tabellen zeigt, daß die relative Verbesserung der Genauigkeit mit steigender Dimension der Winkelverteilung bei beiden Energien im gleichen Größenbereich liegt.
Die Konturen für 170 *GeV* unterscheiden sich jedoch von denen bei 200 *GeV* durch ihre

Winkelverteilung	κ_γ	λ_γ	Faktor $1d \rightarrow *d$
$1d$	1,15 ± 1,33	$-0,04$ ± 1,41	1
$2d$	1,49 ± 0,45	$-0,18$ ± 0,44	3
$3d$	1,33 ± 0,22	$-0,03$ ± 0,23	6
$< 5d >$	1,06 ± 0,15	0,20 ± 0,17	8.5
$5d$	1,05 ± 0,12	0,08 ± 0,10	12.5

Tabelle 3.5: Ergebnisse des Fits mit zwei freien Parametern auf der Grundlage von 10000 Ereignissen, **170** *GeV* und 70% CL. Die zugehörigen Konturen sind in Abb. 3.4 zu sehen.

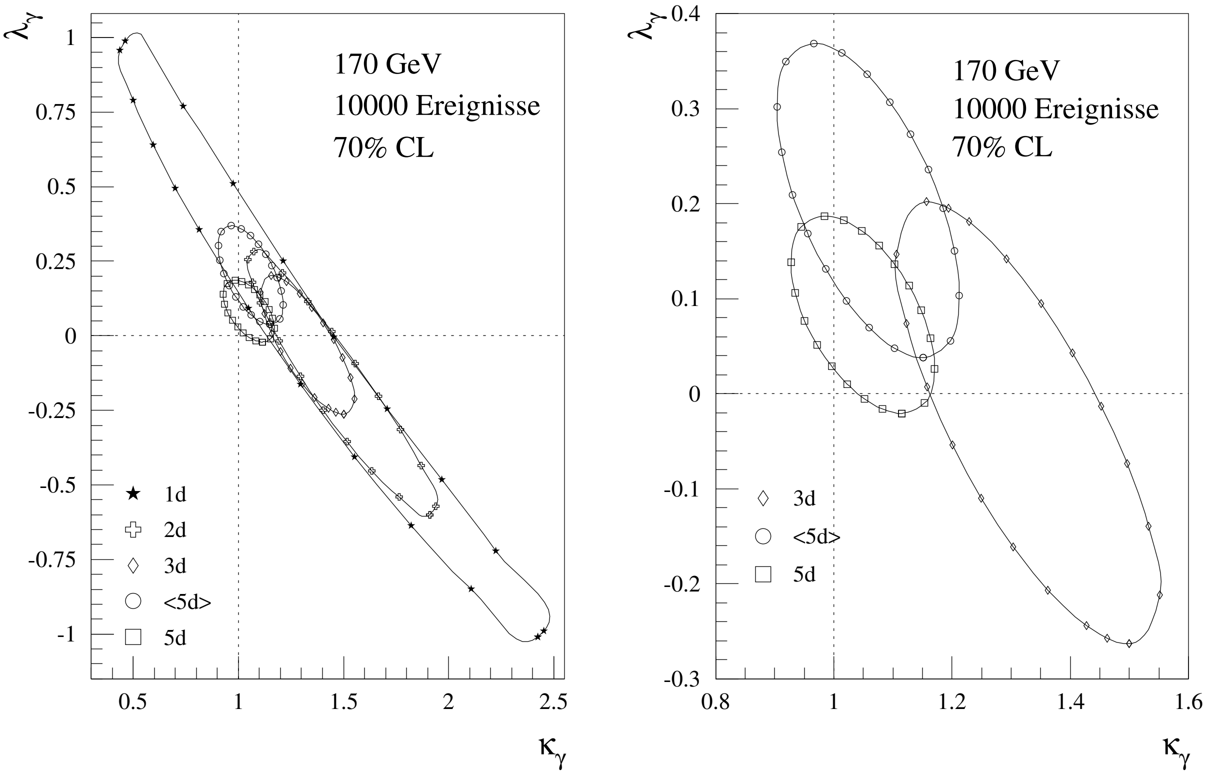

Abbildung 3.5: Zwei freie Parameter, κ_γ und λ_γ , Konturen bei 170 *GeV*. κ_Z, λ_Z und g_{ZWW} erhalten im Fit ihre Standarmodell - Werte.

Lage zueinander. Wählt man als Bezugspunkt das Achsenkreuz, das den Standardmodell - Werten der Parameter entspricht, so sind die $1d$, $2d$ und $3d$ Konturen zu größeren κ_γ – Werten verschoben. Die $< 5d >$ und $5d$ Konturen liegen näher an dem Standardmodell - Wert und sind deshalb etwas außerhalb der Konturen, die zu den Verteilungen niedrigerer Dimension korrespondieren. Dieses Verhalten bei 170 *GeV* wurde durch einen zweiten Datensatz von 10000 simulierten Ereignissen bestätigt. Eine Erklärungsmöglichkeit für den Effekt ist der Einfluß der W – Breite Γ_W, der bei kleineren Energien eine Rolle spielt. Auf diesen Punkt wird in Abschnitt 3.3.4 eingegangen.
Mit einer Zunahme der Energie von 170 *GeV* auf 200 *GeV* verkleinern sich die Fehler

um ca. einen Faktor 3. Der Faktor 3 resultiert aus dem höheren Anteil des s – Kanals, die relative Zunahme der Ereigniszahl mit der Erhöhung der Energie ist dabei noch nicht berücksichtigt. Erst die Annahme einer festen Luminosität ($L = 500\ pb^{-1}$) erlaubt eine sinnvolle Betrachtung der Energieabhängigkeit bei der Bestimmung der Kopplungsparameter. Das Produkt aus Luminosität und dem totalen Wirkungsquerschnitt, den die Reaktion für eine bestimmte Schwerpunktsenergie aufweist, gibt die Zahl der Ereignisse an, mit der bei dieser Energie zu rechnen ist. Für die vorherigen Ergebnisse wurde die Energieabhängigkeit der Ereigniszahl nicht berücksichtigt. Davon abgesehen, wird man bei LEP200 keine 10000 Ereignisse für den gemischten Zerfall $e^+e^- \to W^+W^- \to q\bar{q}\mu\nu$ erhalten. Die folgenden Untersuchungen basieren auf den realistischeren Ereigniszahlen, wobei von dem Einfluß der Bremsstrahlung abgesehen wird (vgl. Tabelle 3.1).
Abbildung 3.6 zeigt links die $5d$ Konturen und rechts die $3d$ Konturen für Energien von 170 GeV , 190 GeV und 200 GeV. Dabei sind die beiden Diagramme gleich skaliert, um einen richtigen Eindruck von der Verbesserung mit der höherdimensionalen Winkelverteilung zu bekommen. Sowohl die $3d$ als auch die $5d$ Konturen weisen einen deutlichen Genauigkeitsgewinn auf, wenn die Schwerpunktsenergie von 170 GeV auf 190 GeV erhöht wird. Die erlaubten Gebiete in der Parameterebene werden um einen Faktor 2 reduziert. Eine Energieerhöhung von 190 GeV auf 200 GeV geht mit einer weiteren Verkleinerung des Fehlers einher. Allerdings beruht die höhere Genauigkeit in der Bestimmung der Kopplungsparameter nicht mehr auf einem Zuwachs der Ereigniszahl, sondern nur noch auf der zunehmenden Empfindlichkeit der Winkelverteilungen in bezug auf Variationen der Parameter.
Die Schlußfolgerung der Energiediskussion ist, daß man bei LEP200 möglichst hohe Energien für eine Bestimmung der Kopplungsparameter anstreben sollte. Im Energiebereich von 170 GeV nahe der Energieschwelle der Reaktion führt die Unterdrückung der relevanten s – Kanal - Beiträge zu vergleichsweise großen Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Kopplungsparameter.

In Abbildung 3.7 sind die $1d$ bis $5d$ Konturen auf der Grundlage der realistischen Ereigniszahlen links für eine Schwerpunktsenergie von 170 GeV und rechts für 200 GeV zu sehen. Die Ergebnisse betonen ebenfalls den Vorteil, den eine Messung der Zerfallswinkel mit sich bringt. Tabelle 3.6 sind die Fehler der Parameter zu entnehmen.

Bisher beziehen sich die Ergebnisse dieses Abschnitts auf λ_γ und κ_γ als Parameterauswahl für einen Fit, der von zwei freien Größen ausgeht. Insgesamt existieren aber für den Fünf - Parametersatz zehn mögliche Zwei - Parameter - Kombinationen. Eine Diskussion dieser Kombinationen beschränkt sich auf die $5d$ Konturen. Abbildung 3.8 stellt die Ergebnisse des Fits an die $5d$ Winkelverteilung für 10000 Ereignisse bei 200 GeV in gleicher Skalierung dar. Von den Größen κ_γ, κ_Z und $\frac{g_{ZWW}}{\cot\theta_w}$, deren Standardmodell - Wert 1 ist, wird der Faktor 1 abgezogen , um einheitlich für alle Parameter die Abweichung von Null betrachten zu können. Mit Ausnahme der $(\kappa_Z - 1,\ \frac{g_{ZWW}}{\cot\theta_w} - 1)$ – Kontur liegen die Konturen in der gleichen Größenordnung. Die $(\lambda_\gamma,\ \kappa_Z - 1)$ – und $(\lambda_Z,\ \kappa_\gamma - 1)$ – $5d$ Konturen sind im Gegensatz zu den anderen Konturen in Abb. 3.8 unkorreliert. Dies läßt sich im Zusammenhang mit den Bemerkungen zur Tabelle 1.6 in Abschnitt 1.3.1 erklären : Die $5d$ Verteilung beinhaltet, verglichen mit den Winkelverteilungen kleinerer Dimension, den maximalen Informationsgehalt über die Heliziäten der W – Bosonen, die ihrerseits

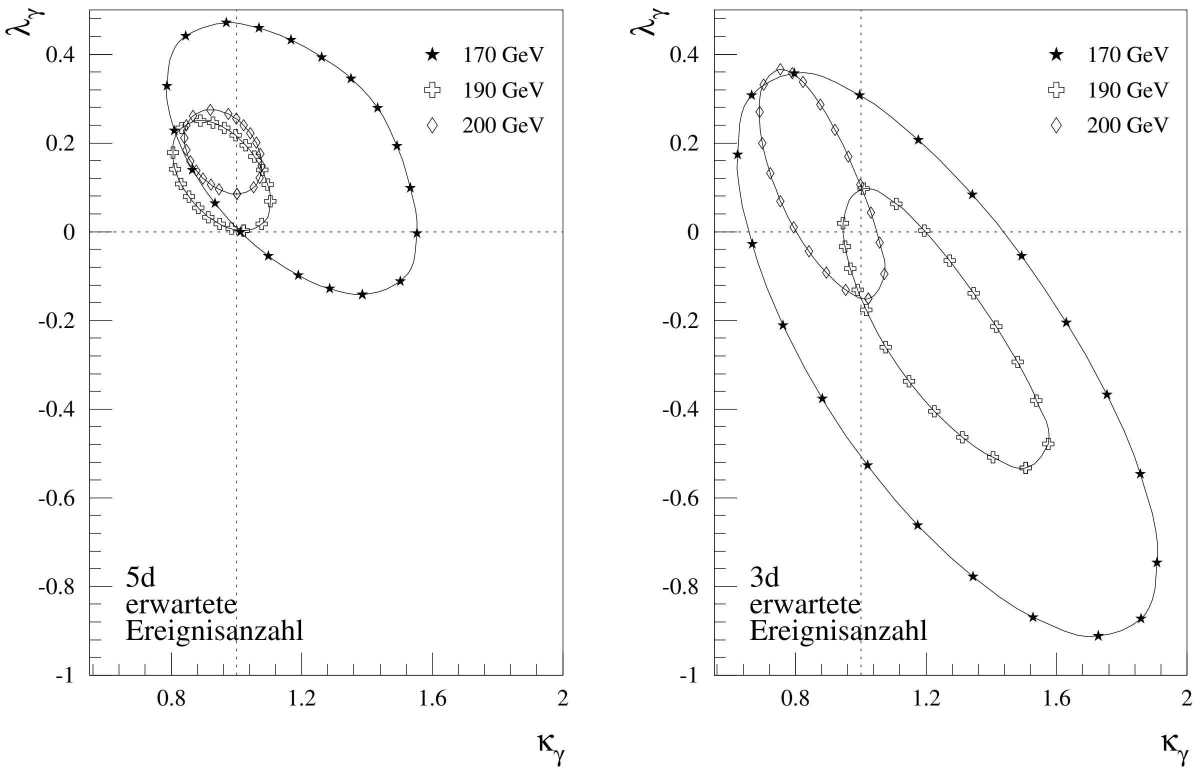

Abbildung 3.6: $5d$ (links) und $3d$ (rechts) κ_γ - λ_γ Konturen für verschiedene Energien basierend auf den erwarteten Ereigniszahlen und 70% CL. κ_Z, λ_Z und g_{ZWW} werden auf ihre Standardmodell - Werte festgesetzt.

Winkelverteilung	Energie in GeV	$\Delta\kappa_\gamma$	$\Delta\lambda_\gamma$
$1d$	170	1,41	1,40
$2d$	170	1,18	1,09
$3d$	170	0,60	0,58
$< 5d >$	170	0,47	0,46
$5d$	170	0,37	0,30
$1d$	200	0,68	0,67
$2d$	200	0,29	0,33
$3d$	200	0,19	0,26
$< 5d >$	200	0,15	0,16
$5d$	200	0,12	0,09

Tabelle 3.6: Fehler (70% CL) des Fits mit zwei freien Parametern basierend auf realistischen Ereigniszahlen mit einer integrierten Luminosität von 500 pb^{-1} bei Energien von 170 GeV und 200 GeV (siehe Abb. 3.6)

von den Kopplungsparametern abhängig sind. Speziell gehen λ_γ und λ_Z nicht in die Berechnung der (LL) – Helizitätsamplitude ein, die den Fall beschreibt, in dem beide W – Bosonen longitudinal polarisiert sind. κ_γ und κ_Z hingegen erscheinen nicht in den Am-

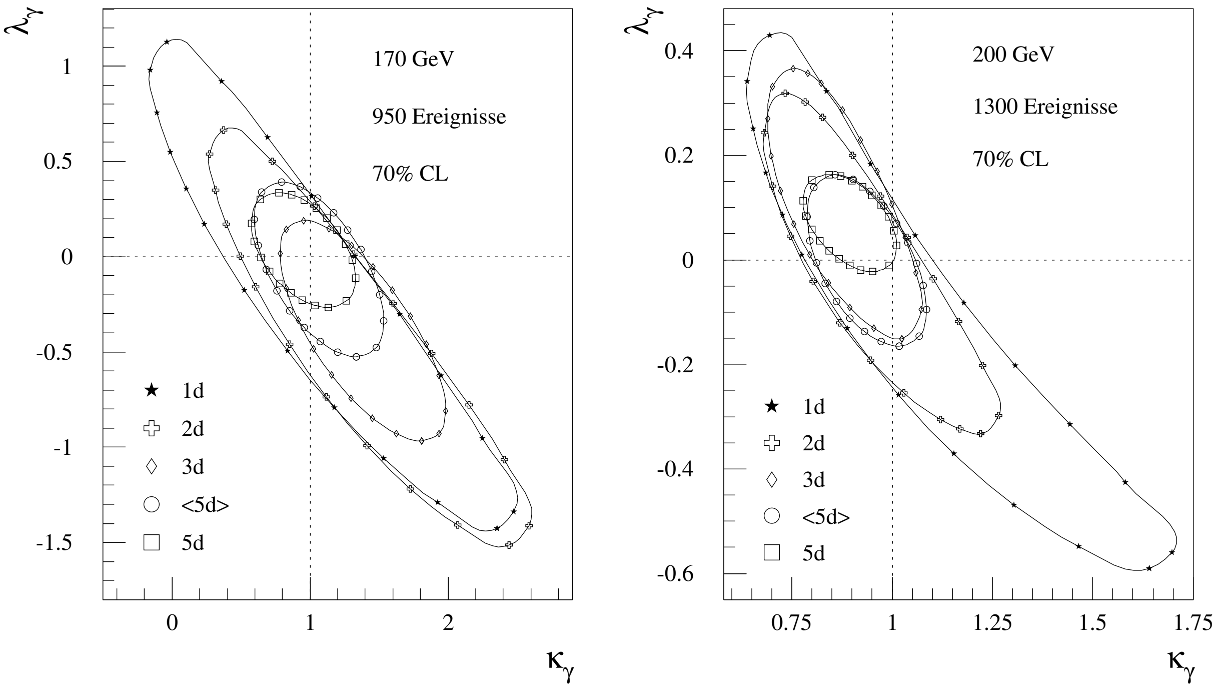

Abbildung 3.7: κ_γ - λ_γ – Konturen für die erwartete Anzahl von Ereignissen, links bei 170 *GeV* und rechts bei 200 *GeV*. Die anderen Parameter κ_Z, λ_Z und g_{ZWW} erhalten im Fit ihre Standardmodell - Werte.

plituden, die zu zwei transversal polarisierten W – Bosonen korrespondieren. Somit sind die λ und κ Parameter insgesamt weniger korreliert. Ein Fit der beiden in bezug auf den Vertex “herkunftsverschiedenen” (λ, κ) – Paare scheint die Abhängigkeiten der Parameter zusätzlich zu verringern, das Ergebnis spiegelt sich in der Gestalt der Ellipsenkonturen wider, deren Symmetrieachsen parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.

3.3.3 Fit der Parameter auf der Grundlage theoretischer Modelle

Dieser Abschnitt behandelt die Untersuchung der Parametersätze aus Tabelle 1.2, deren theoretische Motivationen in Kapitel 1.2.2 vorgestellt wurden. Für jeden Parametersatz wird auf den Einfluß der Energie und die Abhängigkeit von der Analysemethode, d.h. der zugrundeliegenden Winkelverteilung, eingegangen. Zu Anfang werden die Ergebnisse der Ein - Parameter - Fälle, die mit den größten Symmetrie - Forderungen verbunden sind, diskutiert. Schwächere Einschränkungen führen zu einer größeren Anzahl von Parametern, den Zwei -, Drei - und Fünf - Parametersätzen, die anschließend behandelt werden.

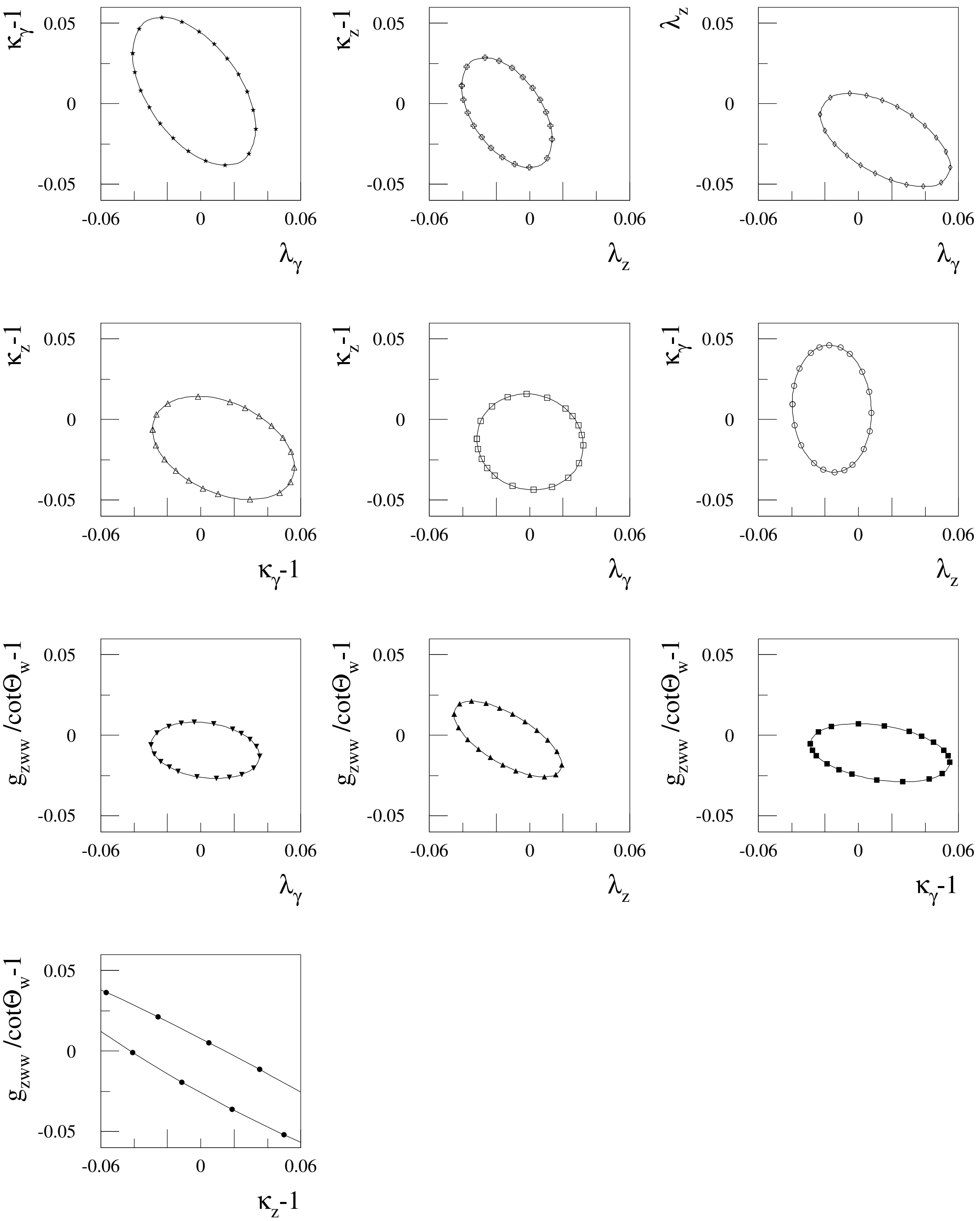

Abbildung 3.8: $5d$ Konturen und Korrelationen der möglichen Parameterkombinationen bei 200 *GeV* auf der Grundlage von 10000 Ereignissen und 70% CL.

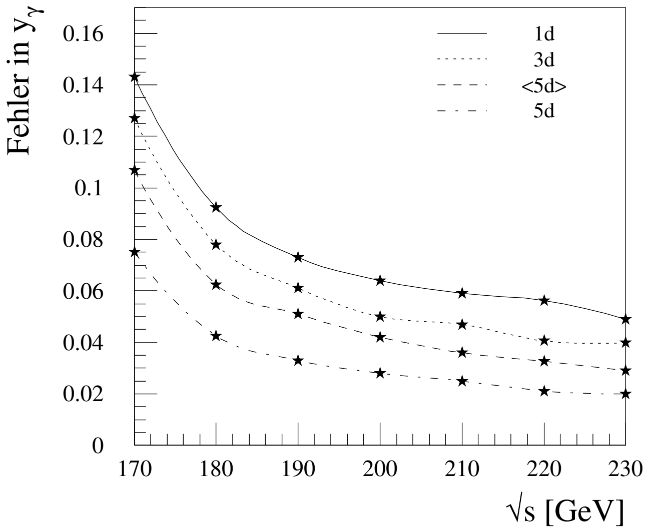

Abbildung 3.9: Ein - Parameter - Fit λ_γ für verschiedene Winkelverteilungen in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Die Ergebnisse basieren auf den erwarteten Ereigniszahlen und einem Vertrauensbereich von 68%.

Die Kopplungsparameter liegen hier in der neuen Parametrisierung vor, um die Ergebnisse der Fits von denen abzugrenzen, die in Abschnitt 3.2.2 mit Hilfe der theoretisch unmotivierten Parametersätze erhalten wurden.

- Ergebnisse der Ein - Parameter - Fälle
  y_γ (dim.4 + dim.6)
  x_γ (dim.4)
  δ_Z (dim.4)

Die Abbildungen 3.9 und 3.10 zeigen die Ergebnisse der drei Ein - Parameter - Fits. Eingetragen sind die Fehlergrenzen der Parameter für die verschiedenen Winkelverteilungen in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Die Punkte stützen sich auf die erwarteten Ereigniszahlen bei der entsprechenden Energie und einen Vertrauensbereich von 68%. Die Ein - Parameter - Fits zeigen bei einer Erhöhung der Schwerpunktsenergie von 170 *GeV* auf 190 *GeV* eine Verbesserung in der Genauigkeit um ca. einen Faktor 2 , der allen Winkelverteilungen gemeinsam ist. Mit der Erhöhung der Energie nimmt die Ereigniszahl wieder ab, deshalb wird der Genauigkeitsgewinn vermindert. Die Ein - Parameter - Fits für y_γ und x_γ zeigen dieses Verhalten einheitlich in allen zugrundeliegenden Winkelverteilungen. Die Fehler in δ_Z weisen diese Tendenz ebenfalls auf. Allerdings zeigen die Kurven im Vergleich mit den anderen beiden Abbildungen größere statistische Fluktuationen. Dieses Verhalten wird verständlich, wenn man die Bedingungen für die festen Parameter in den jeweiligen Parametersätzen betrachtet. In dem Ein - Parameter - Fall mit freiem x_γ sind die anderen Parameter δ_Z und x_Z beide von x_γ abhängig und liefern in einem x_γ

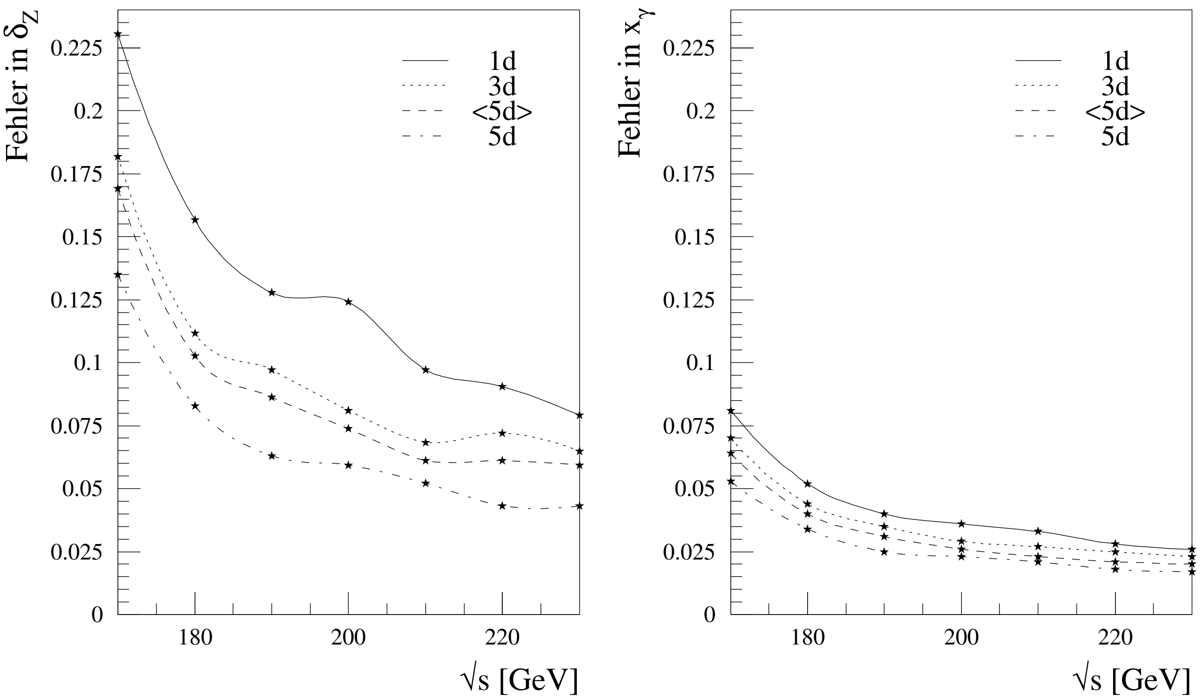

Abbildung 3.10: Ein - Parameter - Fit g_{ZWW} und Ein - Parameter - Fit κ_γ für verschiedene Winkelverteilungen in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Die Fitergebnisse basieren auf den erwarteten Ereigniszahlen und einem Vertrauensbereich von 68% .

– Fit zusätzliche Information über diesen Parameter. Der y_γ – Fit kann sich noch auf die Beziehung $y_Z = \cot\theta_w \; y_\gamma$ stützen, die übrigen drei Parameter x_γ, x_Z und δ_Z erhalten feste Werte. Dem Ein - Parameter - Fall δ_Z liegt keine Beziehung zwischen δ_Z und den verbleibenden beiden Parametern x_Z und x_γ zugrunde. Dieser Sachverhalt bietet eine mögliche Erklärung für die Schwankungen der Kurven in δ_Z, die in den anderen beiden Ein - Parameter - Fällen in diesem Ausmaß nicht zu beobachten sind. Auch die verschiedenen Größenordnungen der Fehler (s.u.) sind vor diesem Hintergrund zu verstehen.
Aus der Energiebetrachtung wird ersichtlich, daß eine Energie von 190 *GeV* bereits eine deutliche Verbesserung der Fehler gegenüber den Fehlern bei Energien in Schwellennähe der Reaktion bewirkt und deshalb für LEP200 erstrebenswert ist. Im Schwellenbereich werden die s – Kanal - Beiträge, die von den Kopplungsparametern abhängig sind, relativ zu dem t – Kanalbeitrag durch den β Faktor unterdrückt. Die Beobachtungen in bezug auf die Energieabhängigkeit konnten bereits anhand des Fits mit zwei freien Parametern in Abschnitt 3.3.2 gemacht werden.
Neben der Energieabhängigkeit werden die Fehlergrenzen der Parameter auch deutlich von der Dimension der Winkelverteilung beeinflußt. Die Einbeziehung der maximalen Helizitätsinformation mit der $5d$ Verteilung verkleinert die Fehler gegenüber der $1d$ Verteilung in allen drei Parameter - Fällen um ca. die Hälfte. Bei einer Energie von 190 *GeV* gilt ungefähr :

$$0,03 \leq \; \Delta y_\gamma \; \leq \; 0,08$$

Winkelverteilung	Δx_γ	$\Delta \delta_Z$	Energie $[GeV]$
$3d$	0,98	0,41	170
$5d$	0,34	0,21	170
$3d$	0,16	0,13	200
$5d$	0,11	0,09	200

Tabelle 3.7: Ergebnisse des Zwei - Parameter - Fits auf der Grundlage der erwarteten Ereigniszahlen und einem Vertrauensbereich von 70% . Die Konturen sind in Abbildung 3.10 zu sehen.

Die Genauigkeit, mit der x_γ bestimmt werden kann, ist um einen Faktor 1,5 bis 2 höher. Für die gleiche Energie beträgt der Fehler schätzungsweise :

$$0,025 \leq \ \Delta x_\gamma \ \leq \ 0,04 \ .$$

Die kleineren Fehler in x_γ beruhen auf dem zusätzlichen Informationsgehalt, den die x_γ – Abhängigkeit der anderen Parameter in diesem Fit bietet.
Die Ein - Parameter - Fits bestätigen den Genauigkeitsgewinn, der mit einer Erhöhung der Energie und einer Kenntnis der Zerfallswinkel, die in die höherdimensionalen Winkelverteilungen eingehen, erzielt werden kann.

- Zwei - Parameter - Fall δ_Z, x_γ (dim.4)

Abbildung 3.11 zeigt die $3d$ und $5d$ Konturen dieses Zwei - Parameter - Falles für Energien von 170 GeV und 200 GeV. Die Skalen der beiden Diagramme sind gleich, um einen richtigen Eindruck von dem Einfluß der Winkelverteilung auf die Fitergebnisse zu bekommen. Im Vergleich mit den Ein - Parameter - Fällen sind die Fehlergrenzen der beiden Parameter deutlich höher. So liegt der Fehler in x_γ, den man bei 170 GeV aufgrund eines Fits an die $5d$ Verteilung erhält, bei 0,3 und ist damit um einen Faktor 6 größer als der Fehler des zuvor diskutierten Ein - Parameter - Fits für x_γ. Der Fehler in δ_Z von 0,2 kann bei gleicher Verteilung ($5d$) und Energie (170 GeV) mit dem Fehler aus dem Ein - Parameter - Fit verglichen werden. Auch hier liegt eine Verschlechterung der Genauigkeit um einen Faktor 1,8 zu Ungunsten des Zwei - Parameter - Falles vor. Die Ursache dafür ist die bestehende Korrelation zwischen den Kopplungsparametern.
Die Abhängigkeit von Energie und Winkelverteilung zeigt die bekannten Effekte. Eine Energieerhöhung von 170 GeV auf 200 GeV verkleinert den erlaubten Parameterbereich bei der $5d$ Verteilung um einen Faktor 7, bei der $3d$ Verteilung verringert sich die Fläche sogar um einen Faktor 19. Eine Untersuchung, die auf der $5d$ Verteilung basiert, reduziert gegenüber einem Fit an die $3d$ Verteilung die Fehler bei 170 GeV im Mittel um 57 % , bzw. um 32 % bei 200 GeV. Die Fehlerverbesserung aufgrund der zusätzlichen Helizitätsinformation der $5d$ Verteilung fällt damit im Zwei - Parameter - Fall bei 200 GeV geringer aus als bei 170 GeV. Tabelle 3.7 beinhaltet die Fehlerwerte der Parameter.

- Drei - Parameter - Fall δ_Z, x_γ, y_γ (dim.4 + dim.6)

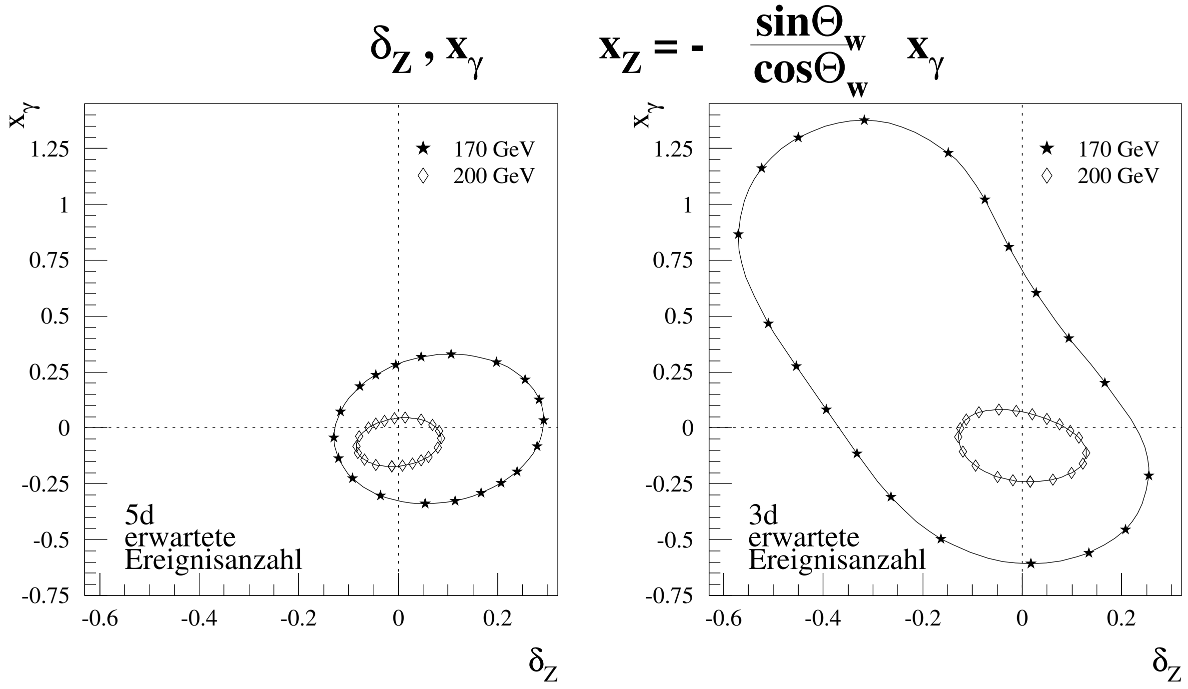

Abbildung 3.11: $5d$ und $3d$ Konturen des Zwei - Parameter - Fits δ_Z, x_γ für 170 GeV und 200 GeV. Der Fit basiert auf den erwarteten Ereigniszahlen und 70% CL.

Winkelverteilung	Δy_γ	Δx_γ	$\Delta\delta$	Energie $[GeV]$
$3d$	0,51	1,15	0,83	170
$5d$	0,33	1,01	0,58	170
$3d$	0,17	0,9	0,39	200
$5d$	0,07	0,14	0,13	200

Tabelle 3.8: Ergebnisse des Drei - Parameter - Fits auf der Grundlage der erwarteten Ereigniszahlen. Die Konturen zeigt Abbildung 3.12 .

Dieser Parametersatz gilt als der theoretisch bevorzugte Satz, (s. Kapitel 1.2.2). Aus diesem Grund sind ihm zwei Abbildungen "gewidmet". Abbildung 3.12 zeigt die Darstellung sämtlicher Konturen in den drei Parameterebenen. Den Konturen liegen 10000 Ereignisse, eine Energie von 200 GeV und ein Vertrauensbereich von 70% zugrunde. Es handelt sich um sogenannte "Schattenwürfe", d.h. den Projektionen des Drei - Parameter - Fits auf die drei möglichen Ebenen (x_γ, y_γ), (δ_Z, y_γ) und (δ_Z, x_γ), die in Abbildung 3.11 untereinander stehen. Die linke Seite gibt die $1d$, $2d$ und $3d$ Konturen bei gleicher Skalierung wieder. Die rechte Seite beinhaltet als "Ausschnittsvergrößerung" die inneren Konturen $3d$, $< 5d >$ und $5d$, die ebenfalls gleich skaliert sind. Ein Vergleich der Form der Konturen in den drei Ebenen zeigt, daß die Parameter x_γ und y_γ weniger korreliert sind als δ_Z und y_γ , bzw. δ_Z und x_γ. Diese Beobachtung läßt sich wieder auf die Tatsache zurückführen, daß $x_\gamma = \kappa_\gamma - 1$ nicht in die rein transversale Amplituden eingeht, während

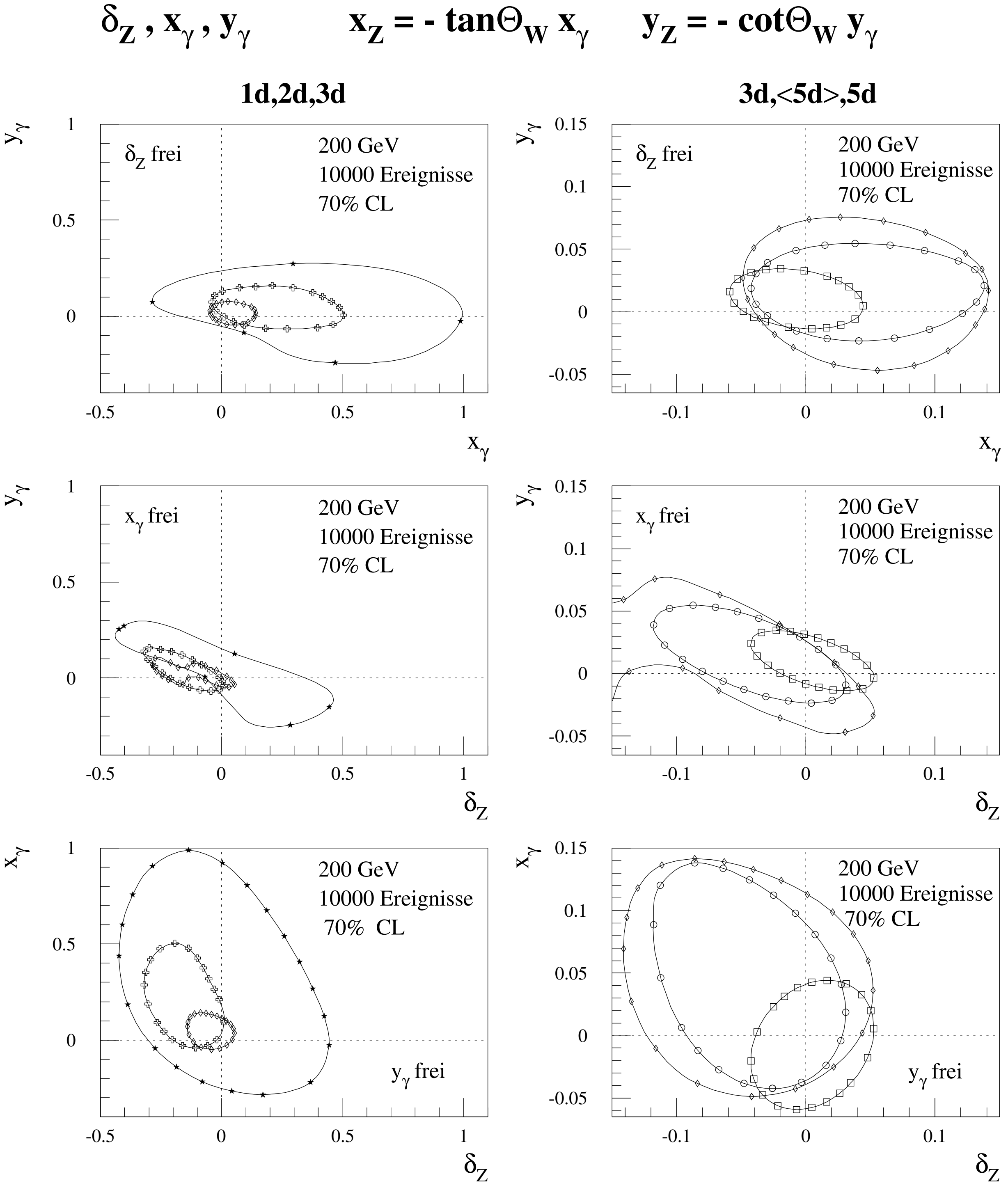

Abbildung 3.12: 2 Parameterkombinationen des Drei - Parameter - Fits ($\delta_Z, x_\gamma, y_\gamma$). Links sind die $1d, 2d, 3d$ Konturen und rechts die entsprechenden $3d$, $< 5d >$, $5d$ Konturen zu sehen. Die Abbildungen sind gleich skaliert.

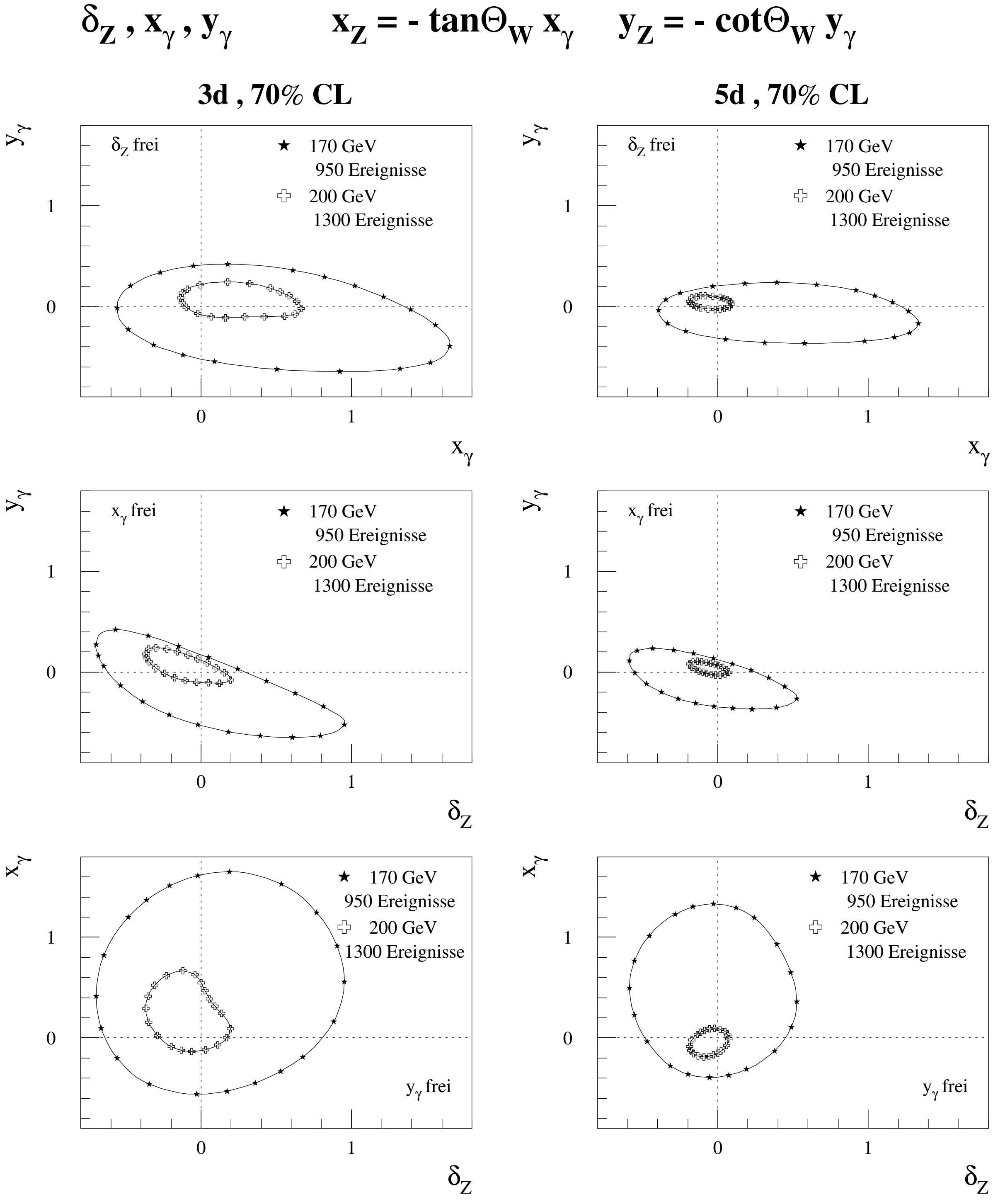

Abbildung 3.13: Energieabhängigkeit des Drei - Parameter - Fits ($\delta_Z, x_\gamma, y_\gamma$). Die linke Seite zeigt die $3d$ Konturen und die rechte Seite die $5d$ Konturen in den drei möglichen Parameterebenen.

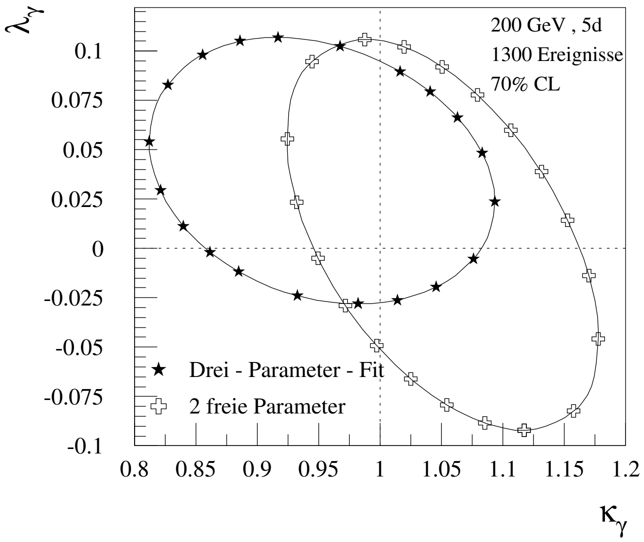

Abbildung 3.14: Vergleich zwischen den $5d$ – Konturen für zwei freie Parameter und den $5d$ – Konturen des Drei - Parameter - Fits. Die Grundlage bilden jeweils 1300 Ereignisse bei 200 *GeV* und ein Vertrauensbereich von 70%.

$y_\gamma = \lambda_\gamma$ nicht in den rein longitudinalen Amplituden erscheint.
Die Dimension der Winkelverteilungen führt auch hier zu einer sichtbaren Verkleinerung der Fehlergrenzen der drei Parameter. Allerdings sind bei der Erstellung der $1d$ Konturen in den oberen beiden Parameterebenen Schwierigkeiten aufgetreten. Das Minuit Programm konnte die geforderte Anzahl von Punkten nicht ermitteln. Bei der $3d$ Verteilung in der $(\delta_Z,\ y_\gamma)$ – Ebene wurde das Minimum nicht eindeutig gefunden. Für die weiteren Betrachtungen anhand von Abbildung 3.13 erfolgt deshalb eine Beschränkung auf die Konturen, die auf der $3d$ und $5d$ Verteilung basieren. Außerdem liegen den Ergebnissen dort die realistischen Ereigniszahlen zugrunde. In Abbildung 3.13 sind links die $3d$ Konturen für 170 *GeV* und 200 *GeV* in allen drei Parameterebenen zu sehen. Die rechte Seite zeigt die entsprechenden Konturen der $5d$ Winkelverteilung. Alle sechs Einzelabbildungen sind gleich skaliert. Die Verbesserung mit der Energie beträgt bei den $3d$ Konturen im Mittel einen Faktor 2, bei den $5d$ Konturen wird der erlaubte Parameterbereich sogar um einen Faktor 5 kleiner. Besonders fällt die größere Genauigkeit von x_γ auf, die mit Hilfe der $5d$ Verteilung bei der höheren Energie erreicht werden kann. Eine Zunahme der Helizitätsinformation durch den Übergang von der $3d$ zur $5d$ Verteilung bewirkt bei 170 *GeV* eine Verbesserung der Genauigkeit um einen Faktor 1,5 . Für 200 *GeV* liegt dieser Faktor zwischen 3 und 4. Insgesamt zeigt y_γ die kleinsten Fehler. Die genauen Werte der Fehler sind in Tabelle 3.8 zu finden.

Abschließend zeigt Abbildung 3.14 einen Vergleich zwischen $5d$ Konturen. In dem einen Fall sind sie das Ergebnis eines Fits, der auf dem theoretisch motivierten Drei - Parametersatz beruht. Der andere Fall stellt die Ergebnisse eines Fits mit zwei freien Parametern dar, in dem die übrigen drei Parameter ihre Standardmodell - Werte erhalten, (siehe Abschnitt 3.3.2) . Betrachtet werden die Fehler in $\kappa_\gamma = x_\gamma + 1$ und $\lambda_\gamma = y_\gamma$. Beide Fits gehen von einer Schwerpunktsenergie von 200 GeV, 1300 Ereignissen und einem Vertrauensbereich von 70% aus. Aus der Abbildung wird ersichtlich, daß die Konturen in der gleichen Größenordnung liegen. Der Drei - Parameter - Fit liefert für λ_γ einen ca. 20% kleineren Fehler. Der Fehler für κ_γ ist im Fit mit zwei freien Parametern ca. 14 % kleiner. Die Schlußfolgerung daraus ist, daß einem Parameter - Fit, in dem einige der Parameter auf ihre Standardmodell - Werte festgesetzt werden, zwar die theoretische Motivation fehlt, er aber dennoch eine Vorstellung von der Größenordnung liefert, mit der bei der Bestimmung der Genauigkeit der Kopplungsparameter gerechnet werden kann.

3.3.4 Einfluß der W – Breite

Abschließend wird anhand der Abbildung 3.15 der Einfluß der W – Breite Γ_W bei einer Schwerpunktsenergie von 170 GeV betrachtet. Da die analytische Funktion die W – Breite vernachlässigt, der Generator aber von $\Gamma_{Gen} = \Gamma_W = 2,1\ GeV$ ausgeht, ergibt sich eine Unstimmigkeit, mit der die Verschiebung der Parameterwerte zu größeren Werten, von der besonders die Winkelverteilungen niedriger Dimension betroffen sind, erklärt werden kann. Über die betreffende Datenkarte des Generators wird der Einfluß der W – Breite "künstlich" erhöht bzw, erniedrigt. Eine Vergrößerung von Γ_{Gen} um einen Faktor 10 bewirkt bei κ_γ eine deutliche Verschiebung zu höheren Werten als 1 . Dieser Effekt wird bei $\Gamma_{Gen} = 2\ \Gamma_W$ zwar kleiner, ist aber immer noch zu erkennen. Der "Normalfall", unter dem der Generator die Reaktion simuliert hat, ist in der Abbildung $\Gamma_{Gen} = \Gamma_W$ wiedergegeben. Eine Annäherung an die Bedingung der analytischen Funktion durch $\Gamma_{Gen} = 0,1\ \Gamma_W$ ergibt Konturen, die die Standardmodell - Werte der Parameter miteinschließen. Die Vermutung, daß die Verschiebung der Konturen zu größeren Werten nicht allein durch Statistik bedingt ist, wird bestätigt, wenn man den Einfluß der W – Breite auf die $\cos\theta$ – Verteilung betrachtet. In Abbildung 3.16 ist die $\cos\theta$ – Verteilung des Generators für verschiedene Γ_{Gen} – Eingaben zu sehen. Den Verteilungen liegen jeweils 10000 generierte Ereignisse zugrunde, in der linken Abbildung bei 170 GeV und in der rechten Abbildung bei 200 GeV. Ein Vergleich zwischen den beiden Energien zeigt einen erheblich größeren Einfluß der W – Breite auf die $\cos\theta$ – Verteilung bei der kleineren Energie. Besonders $\Gamma_{Gen} = 10\ \Gamma_W$ bewirkt dort in Vorwärtsrichtung einen sichtbaren Effekt, der außerhalb des eingetragenen statistischen Fehlers liegt und seine Entsprechung in den zugehörigen Konturen in Abbildung 3.15 findet.

3.4 Ausblick

Die Ergebnisse dieser Arbeit in bezug auf die Genauigkeiten, mit denen die Kopplungsparameter aus den verschiedenen Winkelverteilungen bestimmt werden können, sind qualitativer Art, da von einer Simulation der Detektoreffekte abgsehen wurde. Deshalb wird auch von einer Fehlerangabe, die den Anspruch erhebt, die spätere Meßgenauigkeit bei

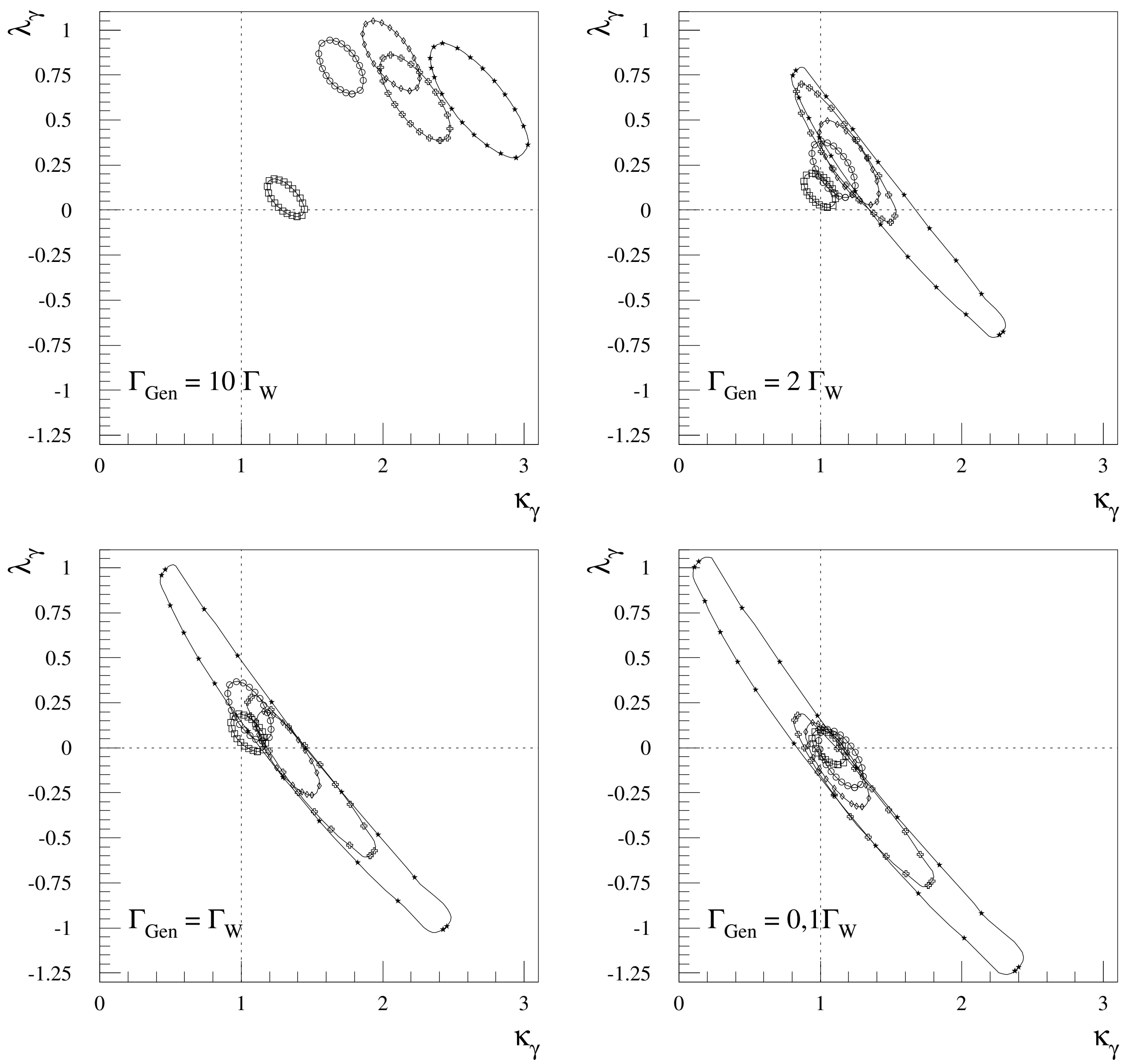

Abbildung 3.15: $1d$ bis $5d$ κ_γ – λ_γ Konturen für verschiedene W – Breiten Γ_{Gen} des Generators. Die Konturen basieren auf einer Energie von 170 GeV, 10000 Ereignisse und 70% CL . κ_Z, λ_Z und g_{ZWW} erhalten im Fit ihre Standardmodell - Werte.

LEP200 wiederzugeben, abgesehen. Festzuhalten bleibt, daß bei einer Erhöhung der Energie von 170 GeV auf 190 GeV mit einer Verbesserung der Genauigkeit um mindestens einen Faktor 2 zu rechnen ist. Weiter bewirkt eine Analyse der Daten, die über die Messung der Zerfallswinkel der W – Bosonen ihre Helizitätseigenschaften miteinbezieht, eine beachtliche Verkleinerung der Fehler. Das Ausmaß dieser Verkleinerung ist von dem betrachteten Parametersatz abhängig, besonders fällt sie bei Fits mit mehr als einem freien Parameter ins Gewicht.

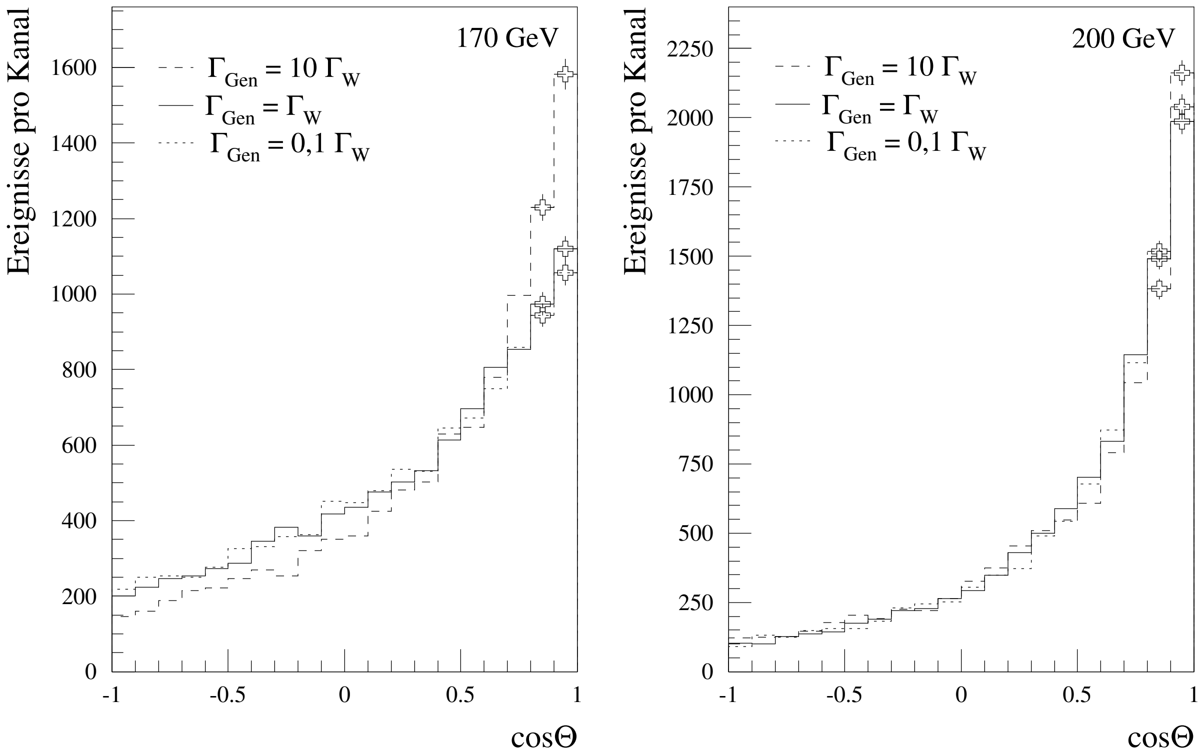

Abbildung 3.16: Einfluß der W – Breite auf die $\cos\theta$ – Verteilung der generierten Daten. Den einzelnen Verteilungen entsprechen jeweils 10000 Ereignisse, die bei einer Energie von 170 GeV (links), bzw 200 GeV (rechts) erzeugt wurden.

Die Analyse beschränkt sich hier auf die Generatorebene. Um realistischere, quantitative Angaben für die Bestimmung der Kopplungsparameter bei LEP200 machen zu können, muß die Simulation des Detektors mit allen auftretenden Einschränkungen und Schwierigkeiten, wie begrenzte Akzeptanz der Myonkammern und Meßungenauigkeit, in eine Analyse miteinbezogen werden. Realistische Ergebnisse fordern die Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen.

Außerdem muß über die theoretischen Hintergründe der verschiedenen Parametersätze nachgedacht werden, um zu einer Entscheidung zu kommen, welcher Satz aus dieser Sicht von Bedeutung ist und sich damit als sinnvoll für einen Fit der experimentellen Daten erweist.

Anhang A

Parameter

Die beiden Parametersätze, $(g_{ZWW}, \kappa_\gamma, \kappa_z, \lambda_\gamma, \lambda_z)$ und $(\delta_z, x_\gamma, x_z, y_\gamma, y_Z)$, können leicht ineinander umgerechnet werden. Die Beziehungen lauten :

$$\begin{aligned}
g_{ZWW} &= \delta_Z + \cot\theta_W \\
\kappa_\gamma &= x_\gamma + 1 \\
\kappa_Z &= \frac{x_\gamma}{\delta_Z + \cot\theta_W} + 1 \\
\lambda_\gamma &= y_\gamma \\
\lambda_Z &= \frac{y_Z}{\cot\theta_W}
\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
\delta_Z &= g_{ZWW} - \cot\theta_W \\
x_\gamma &= \kappa_\gamma - 1 \\
x_Z &= (\kappa_Z - 1)(\cot\theta_W + \delta_Z) = (\kappa_Z - 1) g_{ZWW} \\
y_\gamma &= \lambda_\gamma \\
y_Z &= \lambda_Z \cot\theta_W
\end{aligned}$$

Die C und P erhaltende Lagrangedichte in den neuen Parametern lautet [4] :

$$\begin{aligned}
L_1 &= -ie\ [A_\mu (W^{-\mu\nu} W^+_\nu - W^{+\mu\nu} W^-_\nu) + F_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu}] - iex_\gamma F_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} \\
&- ie\ (\cot\theta_w + \delta_Z)[Z_\mu (W^{-\mu\nu} W^+_\nu - W^{+\mu\nu} W^-_\nu) + Z_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} \\
&- e\ x_Z\ Z_{\mu\nu} W^{+\mu} W^{-\nu} \\
&+ ie \frac{y_\gamma}{M_W^2} F^{\nu\lambda} W^-_{\lambda\mu} W^{+\mu}{}_\nu \\
&+ ie \frac{y_Z}{M_W^2} Z^{\nu\lambda} W^-_{\lambda\mu} W^{+\mu}{}_\nu
\end{aligned}$$

Anhang B

Helizitäten

B.1 Berechnung der Helizitätsamplitude mit Hilfe von Tabelle 1.6

Das folgende Beispiel zeigt, wie man mit Hilfe von Tabelle 1.6 eine Helizitätsamplitude erhält. Es soll $M_{-,+0}$ ermittelt werden. Diese Amplitude ist in der ersten vollständigen Spalte der Tabelle zu finden. Der gemeinsame Faktor lautet :

$$e^2\sqrt{2}\beta\gamma\frac{1+\Delta\sigma\cos\theta}{2}.$$

Er muß noch mit $\Delta\sigma$ multipliziert werden, was der obersten Zeile "$(+0) : \Delta\sigma\ \cdot$" zu entnehmen ist. Für $\Delta\sigma$ wird -1 eingesetzt. Damit ergibt sich für den kompletten Vorfaktor dieser Amplitude :

$$-e^2\sqrt{2}\beta\gamma\frac{1-\cos\theta}{2}.$$

Der erste von Null verschiedene Spalteneintrag ist die -1 in Zeile 5. Mit diesem Eintrag muß der dazu korrespondierende Inhalt der ersten Spalte multipliziert werden, in diesem Fall ist das der Faktor $1+\kappa_\gamma+\lambda_\gamma$. Der Eintrag unter der -1 wird ebenfalls mit seinem Faktor der ersten Spalte multipliziert und das Produkt wird zu dem vorherigen Produkt addiert. Auch der letzte Eintrag der Spalte liefert einen Beitrag. Da $\Delta\sigma$ hier -1 ist, verschwindet der unterste Faktor der ersten Zeile nicht. Insgesamt erhält man so für die Amplitude :

$$M_{-,+0} = -e^2\sqrt{2}\beta\gamma\frac{1-\cos\theta}{2}\ \cdot$$

$$\left[-(1+\kappa_\gamma+\lambda_\gamma)+\frac{s}{s-{M_Z}^2}(1-\frac{1}{2s_w^2})(g_Z+\kappa_z+\lambda_Z)+\frac{1}{2s_w^2}\ \frac{1}{\beta^2\gamma}(2\gamma-\frac{2(1+\beta)}{\gamma}D)\right]$$

Multipliziert man den Ausdruck in der eckigen Klammer mit dem Faktor $-\sqrt{2}\beta\gamma$ vor der Klammer, so erkennt man schnell die Form der Amplitude wieder, deren Berechnung auf den Seiten (21 - 22) angegeben ist. Dazu müssen nur die Koeffizienten $A_{-,+0}$, $B_{-,+0}$ und $C_{-,+0}$ und die d Funktionen mit Hilfe der Tabellen 1.4 und 1.5 identifiziert werden.

B.2 Die Helizitätsamplituden im Standardmodell

Die Helizitätsamplituden setzen sich aus einem "dynamischen" Anteil $\widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}$ und einem kinematischen Anteil, den d – Funktionen, zusammen :

$$M_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}} = e^2 \widetilde{M}_{\Delta\sigma,\tau,\bar{\tau}}(\theta) d^{J_o}_{\Delta\sigma\Delta\tau}(\theta).$$

Dabei bezeichnet τ die W^- – Helizität, $\bar{\tau}$ die W^+ – Helizität. $\Delta\sigma$ entspricht der Differenz von e^- – und e^+ – Helizität , $\Delta\sigma = \sigma - \bar{\sigma}$.
In der Born - Näherung des Standardmodells haben die dynamischen Anteile der Amplituden die folgende Gestalt :

- (i) $\Delta\sigma = +1$

$$\begin{aligned}
\widetilde{M}_{0+} &= -\widetilde{M}_{-0} = \frac{2}{\gamma}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right] \\
\widetilde{M}_{++} &= \widetilde{M}_{--} = \frac{1}{\gamma^2}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right] \\
\widetilde{M}_{+0} &= -\widetilde{M}_{0-} = -\frac{2}{\gamma}\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right] \\
\widetilde{M}_{00} &= -(\frac{1}{\gamma^2}+2)\left[\frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\sqrt{2}\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}}\right]
\end{aligned}$$

- (ii) $\Delta\sigma = -1$
  Diese Amplituden setzen sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil ist mit dem entsprechenden Ausdruck in $\Delta\sigma = +1$ identisch und beschreibt die Überlagerung von γ und dem paritätserhaltenden Anteil des Z - Austausches. Dieser soll in den folgenden Amplituden die Abkürzung $\widetilde{M}_{elm,\tau\bar{\tau}}$ erhalten. Die Summe aus dem nur für $\Delta\sigma = -1$ existierenden Neutrino - Austausch und dem ebenfalls rein linkshändigen Z – Austausch wird durch den zweiten Ausdruck beschrieben.

$$\widetilde{M}_{0+} = -\widetilde{M}_{-0} = \widetilde{M}_{elm,0+} - \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\frac{2}{\gamma}\left[-\frac{1}{\beta} + \frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}} + \frac{D}{\beta}(1-\beta)\right]$$

$$\begin{aligned}
\widetilde{M}_{++} &= \widetilde{M}_{--} = \widetilde{M}_{elm,++} - \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\frac{1}{\gamma^2}\left[-\frac{1}{\beta} + \frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}} + \frac{D}{\beta}\right] \\
\widetilde{M}_{+0} &= -\widetilde{M}_{0-} = \widetilde{M}_{elm,+0} + \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\frac{2}{\gamma}\left[-\frac{1}{\beta} + \frac{M_Z^2}{4M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}} + \frac{1+\beta}{\beta}D\right] \\
\widetilde{M}_{00} &= \widetilde{M}_{elm,00} - \frac{1}{\sqrt{2}s_w^2}\left[-\beta\frac{1}{1-\frac{M_Z^2}{s}} + \frac{2}{\beta} - \frac{M_Z^2}{2M_W^2}\,\frac{\beta}{1-\frac{M_Z^2}{s}} + \frac{2D}{\beta}\frac{1}{\gamma^2}\right] \\
\widetilde{M}_{+-} &= \widetilde{M}_{-+} = -\frac{D}{s_w^2}
\end{aligned}$$

s_w^2 steht für $\sin^2\theta_w$.
Die d – Funktionen können z.B. Tabelle 1.7 in **1.3.2** entnommen werden.

Literaturverzeichnis

[1] J. L. Kneur et. al. , *Phys. Lett.* **B262** (1951) 31.

[2] Stefan Roth : Monte - Carlo - Studien zur Reaktion $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ an LEP, Diplomarbeit, Aachen 1992.

[3] G. Gounaris et. al. in *Proc. of the Workshop on e^+e^- Collisions at 500 GeV : the Physics Potential* , Hrsg. P. Zerwas, DESY 92–123B, (August 1992), S.753.

[4] M. Bilenky et al. : Trilinear Self Couplings of Vector Bosons and their Determination at LEP2 , *Bielefeld - Preprint* BI–TP 92/44 (1991).

[5] H. Aronson, *Phys. Rev.* **186** (1969) 1434.

[6] M. Kuroda et. al. , *Phys. Rev.* **B183** (1987) 366.

[7] R. W. Robinett, *Phys. Rev.* **D28** (1983) 1192.

[8] T. D. Lee et. al. , *Phys. Rev.* **128** (1962) 885.

[9] W. A. Bardeen et. al. , *Nucl. Phys.* **B46** (1972) 319.

[10] K. Hagiwara et. al. : Probing the Weak Boson Sector in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, *DESY - Preprint* MAD/PH/279, DESY 86–058, (1986).

[11] J. Layssac et. al. : Cross sections, asymmetries and W density matrices for $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ with general 3-boson couplings, *Montpellier-Preprint* PM/90-42, (Juni 1991).

[12] M. Suzuki , *Phys. Lett.* **153B** (1985) 289.

[13] M. Kuroda et. al. *Phys. Lett.* **B190** (1987) 217.

[14] J. Maalampi et. al. , *Phys. Lett.* **B166** (1986) 361.

[15] M. Kuroda et. al. *Nucl. Phys.* **B284** (1987) 271.

[16] H. Neufeld et. al. , *Phys. Lett.* **B198** (1987) 563.

[17] C. Bilchak et. al. , *Nucl. Phys.* **B299** (1988) 7.

[18] J. L. Kneur et. al. , *Nucl. Phys.* **B357** (1991) 357.

[19] G. Barbiellini et. al. : Physics at LEP at High Energies , Hrsg. J. Ellis und R. Peccei, *Physics at LEP, Vol.2*, CERN 86–02, (1986).

[20] F. Jegerlehner et. al. : Transverse versus other polarization effects in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, Vortrag im Rahmen des L3 Analysis Meetings in NIKHEF, (Juni 1993).

[21] Davier et. al. : The Study of the Reaction $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, Hrsg. A. Böhm und W. Hoogland, *Proceedings of the ECFA Workshop on LEP200, Vol. I*, CERN 87–08, ECFA 87/108, (1987), S.120 - 156.

[22] E. Longo et. al. : W – decays , Hrsg. A. Böhm und W. Hoogland, *Proceedings of the ECFA Workshop on LEP200, Vol. I*, CERN 87–08, ECFA 87/108, (1987), S.85 - 119.

[23] F. James, MINUIT, Function Minimization and Error Analysis, CERN program library D506, (1992).

Danksagung

Ich bedanke mich bei Prof. Dr. Albrecht Böhm für die interessante Themenstellung und seine Betreuung, die von großer Gesprächsbereitschaft geprägt war und viele Anregungen lieferte.
Dr. Harm Fesefeldt danke ich für die geduldige Einführung in den Umgang mit Rechnern.
Die Unterstützung von Stefan Roth hat mir oft weitergeholfen; herzlichen Dank an ihn und weitere liebe Mitmenschen, deren Aufmunterungen und Hilfestellungen zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.