

**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Verbesserung von Formfaktormodellen und Verzweigungsverhältnissen in der Simulation von D-Mesonenzerfällen

Bachelor-Arbeit
zur Erlangung des Hochschulgrades
Bachelor of Science
im Bachelor-Studiengang Physik

vorgelegt von

Marius Walther
geboren am 19.04.1993 in Friedrichroda

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Fachrichtung Physik
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden
2016



Eingereicht am 27. Mai 2016

1. Gutachter: Dr. Frank Siegert
2. Gutachter: Prof. Dr. Kai Zuber

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Teilchenzerfälle	5
2.2	D-Mesonenzzerfälle	6
2.3	Berechnung von Matrixelementen	9
2.4	Berechnung der Formfaktoren	11
3	Methodik der Simulation	14
4	Aktualisierung von Verzweigungsverhältnissen und Formfaktormodellen	16
4.1	Aktualisierung der Partialbreiten	16
4.2	Aktualisierung der Formfaktormodelle	19
4.2.1	Formfaktormodelle für $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$	20
4.2.2	Formfaktormodelle für $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$	21
4.2.3	Formfaktormodelle für $D^+ \rightarrow \bar{K} e^+ \nu_e$	23
4.2.4	Formfaktormodelle für $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$	24
5	Zusammenfassung und Ausblick	25
6	Literatur	29

1 Einleitung

Jedes theoretische physikalische Modell braucht den Vergleich mit dem Experiment, um seine Vorhersagen und seine Richtigkeit zu überprüfen. Erst dieser Vergleich zeigt, ob das Modell die wahren Abläufe von physikalischen Ereignissen in der Natur korrekt vorhersagen kann und sich damit eignet, unsere Welt zu beschreiben. In der Teilchenphysik ist das erfolgreichste Modell das sogenannte Standardmodell, welches alle uns bekannten Teilchen und ihre Wechselwirkungen (mit Ausnahme der Gravitation) zueinander beschreibt. Das Modell wird durch die experimentellen Daten, die durch Beschleuniger wie den Large Hadron Collider (LHC) am CERN produziert werden, immer wieder bestätigt.

Jedoch konnten einige schwierige Berechnungen im Standardmodell erst mit Hilfe von leistungsstärkeren Computern durchgeführt werden. Sowohl im Rahmen des störungstheoretischen als auch des nicht störungstheoretischen Zugangs zur Quantenchromodynamik konnten mit Hilfe der Fortschritte in der Computertechnik Vorhersagen im niederenergetischen Bereich dieser Wechselwirkung verbessert werden. Diese Fortschritte waren notwendig, um die im LHC stattfindenden Kollisionen von zwei Hadronen genauer analysieren zu können. Im rund 27 km langen Synchrotron werden zwei Protonen-Pakete auf nahezu Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und zur Kollision gebracht. Da die Protonen nicht zu den fundamentalen Teilchen gehören, also aus Elementarteilchen bestehen, findet die eigentliche Kollision zwischen je einem Bestandteil des Protons, einem Quark oder einem Gluon, statt. Die anderen Bestandteile des Protons wechselwirken auf einem niedrigeren Energielevel und tragen zur Produktion von vielen instabilen Teilchen bei, die, bevor sie auf den Detektor treffen, weiter zerfallen.

Um diese Zerfallsprozesse und kaskadenartige Bildung von weiteren Teilchen nachzustellen, wurden Programme entwickelt, die auf sogenannten Monte-Carlo Simulationen basieren. Diese Programme bilden, auf Grundlage von zufällig gewürfelten Ereignissen, den Zerfall eines Teilchen über einen seiner Zerfallskanäle nach. Dabei können Kollisionen in niedrige und hohe Energiebereiche aufgeteilt und unabhängig voneinander betrachtet werden. Somit ist es auch möglich, den Zerfall von entstehenden, instabilen Teilchen auf Grundlage von verschiedenen theoretischen Modellen zu simulieren.

Nützlich wird dies zum Beispiel bei der Betrachtung von Hadronenzerfällen, da diese nicht analytisch lösbar sind. Die Berechnung findet stattdessen über verschiedene theoretische Modelle statt, welche die wichtigen Größen parametrisieren und zur Bestimmung dieser Parameter, den sogenannten Formfaktoren, verschiedene Ansätze verfolgen. Damit die Modelle auf ihre Güte geprüft werden können, werden diese in die Simulationssoftware implementiert und die Ergebnisse mit dem Experiment verglichen.

Eine solche Software stellt SHERPA dar. SHERPA ist ein unter anderem an der TU Dresden entwickelter Event-Simulator, der auf der Programmiersprache C++ basiert. Durch seinen modularen Aufbau ist es möglich, neue Elemente leicht einzubauen und bestimmte Bereiche von Kollisionen getrennt voneinander zu betrachten. Ein wichtiger Aspekt für solche Programme ist es, dass diese ständig überarbeitet und aufgrund von neuen Daten und Modellen aktualisiert werden.

In dieser Arbeit soll es darum gehen, mögliche Verbesserungen in die Simulations-

Software SHERPA einzupflegen und deren Auswirkungen zu überprüfen. Dabei wird speziell der Zerfall von D-Mesonen betrachtet und versucht, deren Implementation zu verbessern.

Zu Beginn wird ein Einblick in die Physik von Teilchenzerfällen, insbesondere D-Mesonenzefälle und in die Grundlagen der nicht-perturbativen Ansätze der Quantenchromodynamik gegeben. Im darauf folgenden Teil folgt eine Beschreibung der Simulation von Hadronenzefällen, um einen Einblick in mögliche Verbesserungsfelder zu geben. Im Abschnitt Implementation und Auswertung werden die vorgenommenen Veränderungen an den Verzweungsverhältnissen und den Formfaktormodellen beschrieben und ihre Auswirkungen auf die Simulation der Zerfälle analysiert. Den Abschluss bildet eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf weitere Schritte, die zur Verbesserung der Zerfallssimulation führen könnten.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Teilchenzerfälle

Um die Kollision von Hadronen vollständig verstehen zu können, ist es notwendig, dass alle in diesem Prozess entstehenden Teilchen und deren weiteres Verhalten, also ihre möglichen Zerfälle, verstanden werden. Das bedeutet die Wahrscheinlichkeiten dieser Zerfälle zu kennen, weil der Übergang von Teilchen ineinander einen Übergang von verschiedenen quantenmechanischen Zuständen ist. Diese wird über das Verzweungsverhältnis dargestellt und wie folgt ausgedrückt:

$$B_{i \rightarrow f} = \frac{\Gamma_{i \rightarrow f}}{\Gamma}.$$

Dabei ist Γ die totale Zerfallsbreite und $\Gamma_{i \rightarrow f}$ stellt die Partialbreite für einen Zerfallskanal dar.

Die totale Zerfallsbreite ist die Summe über alle möglichen Partialbreiten, also:

$$\Gamma = \sum_f \Gamma_{i \rightarrow f}.$$

Die Zerfallsbreite kann als Energieunschärfe des Zerfalls verstanden werden und steht somit im direkten Zusammenhang mit der Wahrscheinlichkeit, dass der Zerfall stattfindet.

Man möchte nun die Partialbreite für jeden möglichen Zerfallskanal des Teilchens i (initial state) in ein Teilchen f (final state) bestimmen. Als allgemeiner Ausdruck zur Berechnung wird Fermis Goldene Regel verwendet [1]:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \rho(E_i).$$

Oder in alternativer Form als Integral über alle möglichen Endzustände:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_i - E) dn.$$

Dabei ist $|T_{fi}|$ das sogenannte Übergangsmatrixelement und $\rho(E_i)$ die Zustandsdichte. Das Matrixelement berechnet sich über den zum zugehörigen Hamiltonian H_0 gehörenden Störungsterm V . Dieser beschreibt den Übergang vom Zustand i in den Zustand f . Es gilt also:

$$T_{fi} = \langle f | V | i \rangle.$$

Die Zustandsdichte gibt die möglichen Endzustände pro Energieintervall dE an. In der obigen Form beschreibt Fermis Goldene Regel nur den nichtrelativistischen Fall, so dass eine Umformulierung in eine lorentzinvariante Darstellung notwendig ist. Die Partialbreite des Zerfalls eines Teilchens in n Teilchen berechnet sich nach dem Umformen über folgende Formel:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_i} \cdot \int |M_{fi}|^2 \delta^4(p_i - p_1 - p_2 - \dots - p_n) \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \dots \frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n}.$$

Hier ist M_{fi} das lorentzinvariante Übergangsmatrixelement, p_i der Viererimpuls und E_i die Energien der einzelnen Teilchen.

Es ist zu erkennen, dass die Partialbreite nur vom Matrixelement und dem vorliegenden Phasenraum abhängt. Will man also die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls bestimmen, muss vor allem die Form von $|M_{fi}|^2$ bestimmt werden. Für dessen Berechnung nutzt man Feynmandiagramme und die entsprechenden Feynman-Regeln. Das Matrixelement berechnet sich als die Summe aus allen möglichen Diagrammen, wobei nur die Diagramme niedriger Ordnung, also mit wenig Vertices, zur Berechnung verwendet werden. Dies ist möglich, da mit jedem weiteren Vertex eine weitere Potenz der jeweiligen Kopplungskonstante hinzukommt und somit, aufgrund der geringen Kopplung, Diagramme höherer Ordnung kaum zur Summe beitragen.

Die Berechnung findet über folgendes beispielhaftes Schema statt:

$$|M|^2 = \left| \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ | \\ \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \right|^2 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ | \\ \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \right|^2 + \dots$$

An jedem Vertex findet sich ein Term, welcher proportional zur jeweiligen Kopplungskonstante ist. Die Linien der Elementarteilchen gehen über die Dirac-Spinoren mit ihrem Impuls und gegebenenfalls ihrer Polarisierung in die Berechnung ein [1]. Beispiele für den Zerfall von gebundenen Zuständen sind Zerfälle von Hadronen, also Teilchen, die aus zwei oder drei Quarks bestehen. Diese können zum Beispiel über die elektromagnetische Wechselwirkung in Photonen zerfallen oder über die starke Wechselwirkung in Gluonen. Viele der sogenannten Mesonen, Hadronen aus einem Quark-Antiquark-Paar, zerfallen jedoch ausschließlich über die schwache Wechselwirkung.

Im folgenden Abschnitt soll auf die für diese Arbeit relevanten D-Mesonen und deren Zerfälle eingegangen werden.

2.2 D-Mesonenzerfälle

Zu den D-Mesonen zählen das neutrale D^0 , das geladene $D^\pm$ und das $D_s^\pm$. Die Zusammensetzung und wichtigen Kenngrößen sind der Tabelle 1 zu entnehmen [2].

Tabelle 1: Überblick über die D-Mesonen.

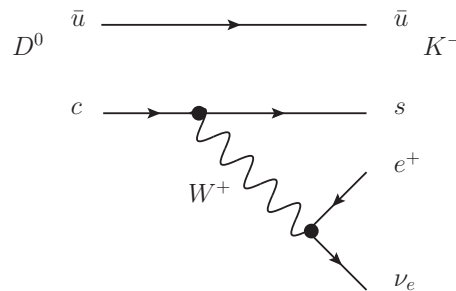
	Zusammen setzung	Masse (MeV/c ²)	Lebensdauer (s)	J^P
D^0	$c\bar{u}/\bar{c}u$	1864.84 ± 0.07	$4.101 \pm 0.015 \cdot 10^{-13}$	0^-
$D^\pm$	$c\bar{d}/\bar{c}d$	1869.61 ± 0.10	$1.040 \pm 0.007 \cdot 10^{-12}$	0^-
$D_s^\pm$	$c\bar{s}/\bar{c}s$	1968.30 ± 0.11	$5.00 \pm 0.07 \cdot 10^{-13}$	0^-

Alle fünf haben also einen Gesamtdrehimpuls J von Null und eine negative Parität und gehören damit zu den pseudoskalaren Mesonen.

Für die drei D-Mesonen existieren jeweils weiter angeregte Zustände. Diese sind, im Gegensatz zu den nicht angeregten, Vektormesonen. Sie besitzen also einen Gesamtdrehimpuls von eins.

Der Zerfall des D-Mesons kann, aufgrund seiner Zusammensetzung, nur über die schwache Wechselwirkung stattfinden. Sowohl die starke als auch die elektromagnetische Wechselwirkung würden die Interaktion von einem Quark und dem zugehörigen Antiquark voraussetzen, damit alle Quantenzahlen erhalten bleiben. Da dies im Falle des D-Meson die Verletzung der Flavourquantenzahl bedeuten würde und dies nur über die schwache Wechselwirkung möglich ist, können Zerfälle über diese Wechselwirkungen nicht stattfinden. Zudem ist Bremsstrahlung über das Aussenden von Gluonen aufgrund des vorliegenden gebundenen Zustand nicht möglich.

Wie der Abbildung 1 zu entnehmen ist, findet der Zerfall der D-Mesonen über den Flavourwechsel von einen der Konstituentenquarks statt. Das andere Quark wird auch als Spectator, also Beobachter, bezeichnet, da es nicht an der schwachen Wechselwirkung beteiligt ist.

Abbildung 1: Feynman-Diagramm eines semileptonischen D^0 -Zerfalls nach K^- .

Ein entscheidender Faktor für den Zerfall ist also das Mischungsverhältnis zwischen den einzelnen Quark-Flavours. Dieses kann über die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) angegeben werden. Der Zusammenhang von den schwachen Eigenzuständen zu den Masseneigenzuständen ist über die folgende Gleichung gegeben:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

Das bedeutet, dass die an der schwachen Wechselwirkung teilnehmenden Quarks

eine Superposition aus den anderen down- beziehungsweise up-type-Quarks sind. Daraus ergibt sich aus den Regeln für Feynman-Diagramme folgende Form für den beschreibenden Strom:

$$j^\mu \sim (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}.$$

(d, s, b) sind dabei die entsprechenden Dirac-Spinoren der Quarks, $(\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})$ die adjungierten Spinoren [1]. Berechnet man nun das zugehörige Matrixelement, erhält man eine Proportionalität von $|V_{ud}|^2$ mit dem entsprechenden down- und up-Quark. Für die Werte der CKM-Matrix gilt [2]:

$$\begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,97427 \pm 0,00014 & 0,22536 \pm 0,00061 & 0,00355 \pm 0,00015 \\ 0,22522 \pm 0,00061 & 0,97343 \pm 0,00015 & 0,0414 \pm 0,0012 \\ 0,00886^{+0,00033}_{-0,00032} & 0,0405^{+0,0011}_{-0,0012} & 0,99914 \pm 0,00005 \end{pmatrix}$$

Man sieht, dass die Übergänge von Quarks, die durch die Elemente der Hauptdiagonale beschrieben werden, bevorzugt sind, während die anderen unterdrückt werden.

Neben dem einfachen Zerfall direkt in Leptonen in Abbildung 1 sind noch andere und kompliziertere Zerfälle möglich. So machen die Zerfälle des D^0 , in denen Elektronen und Myonen beteiligt sind etwa $13,19 \pm 0,17 \%$ aus, Zerfälle, in denen das D^0 in K^- zerfällt, machen $54,7 \pm 2,8 \%$ aus. In den Tabellen 2 und 3 soll eine Übersicht über die zusammengefassten Verzweigungsverhältnisse von D^0 und D^+ gegeben werden [2]. x stellt dabei beliebige weitere Zerfallsprodukte dar.

Tabelle 2: Überblick über die zusammengefassten Zerfallskanäle des D^0 -Mesons.

Zerfallsmodus	Verzweigungs- verhältnis	Zerfallsmodus	Verzweigungs- verhältnis
$D^0 \rightarrow e^+ + x$	$6,49 \pm 0,11 \%$	$D^0 \rightarrow \bar{K}^*(892)^0 + x$	$9 \pm 4 \%$
$D^0 \rightarrow \mu^+ + x$	$6,7 \pm 0,6 \%$	$D^0 \rightarrow K^*(892)^+ + x$	$< 3,6 \%$
$D^0 \rightarrow K^- + x$	$54,7 \pm 2,8 \%$	$D^0 \rightarrow K^*(892)^0 + x$	$2,8 \pm 1,3 \%$
$D^0 \rightarrow \bar{K}^0 + x + K^0 + x$	$47 \pm 4 \%$	$D^0 \rightarrow \eta + x$	$9,5 \pm 0,9 \%$
$D^0 \rightarrow K^+ + x$	$3,4 \pm 0,4 \%$	$D^0 \rightarrow \eta' + x$	$2,48 \pm 0,27 \%$
$D^0 \rightarrow K^*(892)^- + x$	$15 \pm 9 \%$	$D^0 \rightarrow \phi + x$	$1,05 \pm 0,11 \%$

Der Zerfall des D^0 in das negativ geladene Kaon, welches aus einem Strange-Quark und dem Antiteilchen des Up-Quarks besteht, tritt am häufigsten auf, da der Übergang des Strange-Quarks in das Charm-Quark der durch die CKM-Matrix bevorzugte ist. Danach folgt der Zerfall in das neutrale Kaon beziehungsweise in das zugehörige Antiteilchen. Durch dessen Zusammensetzung ($d\bar{s}$) ist der Zerfall komplizierter und weniger wahrscheinlich.

In den Verzweigungsverhältnissen von D^+ ist zu sehen, dass die Häufigkeit des Zerfalls in das neutrale Kaon mehr als doppelt so groß ist wie die des negativ geladenen. Außerdem treten die leptonischen Zerfälle häufiger auf als beim D^0 -Meson.

Tabelle 3: Überblick über die zusammengefassten Zerfallskanäle des D^+ -Mesons.

Zerfallsmodus	Verzweigungs- verhältnis	Zerfallsmodus	Verzweigungs- verhältnis
$D^+ \rightarrow e^+ + x$	$16.07 \pm 0,30 \%$	$D^+ \rightarrow \bar{K}^*(892)^\pm + x$	$23 \pm 5 \%$
$D^+ \rightarrow \mu^+ + x$	$17,6 \pm 3,2 \%$	$D^+ \rightarrow K^*(892)^0 + x$	$< 6,6 \%$
$D^+ \rightarrow K^- + x$	$25,7 \pm 1,4 \%$	$D^+ \rightarrow \eta + x$	$6,3 \pm 0,7 \%$
$D^+ \rightarrow \bar{K}^0 + x + K^0 + x$	$61 \pm 5 \%$	$D^+ \rightarrow \eta' + x$	$1,05 \pm 0,11 \%$
$D^+ \rightarrow K^+ + x$	$1,04 \pm 0,18 \%$	$D^+ \rightarrow \phi + x$	$1,03 \pm 0,12 \%$
$D^+ \rightarrow K^*(892)^- + x$	$6 \pm 5 \%$		

Neben Zerfällen, in denen Leptonen involviert sind, können also auch Zerfälle auftreten, in denen zwei oder mehr Hadronen entstehen. Dabei ist es auch möglich, dass der Zerfall erst über eine Zwischenstufe, eine Resonanz, stattfindet. Ein Beispiel hierfür ist der Zerfall des neutralen D-Mesons in das neutrale Kaon und ein Omega-Meson, welches wiederum in zwei geladene Pionen zerfällt.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt bei den semileptonischen Zerfällen, da die Berechnung durch das auftreten weiterer Hadronen wesentlich erschwert wird und für diese Zerfälle auch kaum Formfaktormodelle oder experimentelle Daten existieren. Außerdem bietet der einfache Aufbau die Möglichkeit eine klare Theorie aufzubauen und zu testen. Aus diesem Grund werden semileptonische und leptonische Zerfälle genutzt, um zum Beispiel die Einträge der CKM-Matrix genau zu bestimmen.

2.3 Berechnung von Matrixelementen

Die Berechnung des Matrixelements eines Mesonenzerfalls ist nicht ohne weiteres analytisch lösbar. Dies liegt an der Wechselwirkung zwischen den beiden Konstituentenquarks über Gluonen und sogenannten Seequarks, also virtuellen Quark-Antiquark-Paaren. Hadronenbildung geschieht bei einer Größenordnung des Impulsübertrags, bei der die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung groß wird. Für die Konstante gilt:

$$\alpha_s(Q^2) \sim \frac{1}{\ln(Q^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)}.$$

Dabei beträgt Λ_{QCD} etwa 0,2 GeV. Die Berechnung mit Hilfe von Störungstheorie ist jedoch nur möglich, wenn die Kopplungskonstante der Wechselwirkung viel kleiner als eins ist. In der Berechnung des Matrixelements dürfen diese Bindungseffekte nicht ignoriert werden. Der Einfluss des Spectators auf den Zerfall wird mit Hilfe von Formfaktoren parametrisiert und einbezogen.

Mit Hilfe der Feynman-Regeln berechnet sich das Matrixelement für einen schwachen Zerfall über ein W-Boson wie in Abbildung 1 dargestellt wie folgt:

$$\mathcal{M} = \left(\frac{-ig_w}{2\sqrt{2}} \right)^2 J_1^\mu \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2} J_2^\nu.$$

g_w ist die Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung, M_W die Masse des

W-Bosons, q^2 der Impulsübertrag und J_i stellt die beteiligten Ströme dar. Trifft man nun die Annahme, dass der Impulsübertrag sehr klein gegenüber der Masse des W-Bosons sein wird, es also gilt

$$q^2 \ll M_W^2$$

kann die Formel weiter vereinfacht werden. Diese Annahme kann getroffen werden, da die beteiligten Hadronen viel leichter sind als das W-Boson. Diese Vereinfachung wird auch Vier-Fermionen oder Fermi-Wechselwirkung genannt, da sie die direkte Wechselwirkung der Fermionen ohne Propagator beschreibt. Der Zähler des Propagators wird dabei zu eins und im Nenner bleibt nur die Masse mit einem negativen Vorzeichen als relevante Größe übrig. Alle Konstanten können dann durch die Fermi-Konstante ausgedrückt werden:

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g_w^2}{M_W^2}.$$

Der Faktor $\sqrt{2}$ wird aus historischen Gründen eingeführt [1], damit der Wert der Konstante nicht angepasst werden muss.

Möchte man nun zum Beispiel das Matricelement eines semileptonischen Zerfalls ermitteln, muss man zuerst den hadronischen und leptonischen Strom berechnen und erhält über folgende Formel das entsprechende Element [3]:

$$\mathcal{M}(M_i \rightarrow M_f l^+ \nu_l) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{q_i q_f} L^\mu H_\mu. \quad (1)$$

M_i und M_f stellen die Mesonen im Anfangs- bzw. Endzustand, $V_{q_i q_f}$ das entsprechende Element der CKM-Matrix und G_F die Fermikonstante dar. Der leptonische Strom L^μ ist bekannt und berechnet sich mit Hilfe der Dirac-Spinoren wie folgt:

$$L^\mu = \bar{u}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v_\nu.$$

Die Form des Stroms wird durch die Lorentzinvarianz der Wechselwirkung zwischen einem Boson mit Spin gleich eins und einem Fermion motiviert. Die einfachste Form, diese zu beschreiben, ist die lineare Kombination eines Vektor-Stroms und eines Axialvektor-Stroms. In der schwachen Wechselwirkung wird die Interaktion durch eine vollständig linkshändige Kombination, einen sogenannten V-A-Strom, beschrieben [1]. Zur Berechnung des hadronischen Stroms wird die Lorentzinvarianz des Vierer-Vektors vorausgesetzt und der Strom durch alle möglichen Kombinationen der relevanten Größen dargestellt. Das heißt, er wird dann durch Lorentz-Tensoren ausgedrückt. Die Größen sind die Impulse der Teilchen, deren Spin, also Polarisationsvektor bzw. -tensor und der metrische Tensor. Jede dieser Kombinationen wird mit einem invarianten Formfaktor multipliziert. Diese Faktoren dürfen nur skalare Funktionen sein. Die Lorentz-Tensoren würden durch die Verwendung von anderen Tensoren als Parametrisierung ihre Form so verändern, dass der Vierer-Vektor nicht mehr durch eine Kombination von ihnen dargestellt werden kann. Die Formfaktoren hängen in Folge nur von q^2 , also dem Impulsübertrag, mit dem der hadronische Strom aufgelöst wird, ab.

2.4 Berechnung der Formfaktoren

Für diese Arbeit wird besonders der hadronische Strom für den Zerfall eines pseudoskalaren Mesons in ein pseudoskalares Meson wichtig. Der entsprechende Strom hat die folgende Form [3]:

$$\langle P_f(p_f) | V^\mu | P_i(p_i) \rangle = f_+(q^2) \left((p_i + p_f)^\mu - \frac{m_i^2 - m_f^2}{q^2} (p_i - p_f)^\mu \right) + f_0(q^2) \frac{m_i^2 - m_f^2}{q^2} (p_i - p_f)^\mu. \quad (2)$$

Dabei stellen p und m die entsprechenden Impulse und Massen dar.

f_+ und f_0 sind die Formfaktoren. Im semileptonischen Fall mit Elektronen und Myon kann, aufgrund der leichten Masse dieser beiden Teilchen, der zweite Summand ignoriert werden. Der Impulsübertrag an das Lepton-Neutrino-Paar ist gering, so dass der Term $(p_i - p_f)^\mu$ gegen Null geht.

Die Aufgabe der Theorie ist es nun, mit Hilfe von verschiedenen Modellen die Berechnung dieser Faktoren vorzugeben oder so zu parametrisieren, dass sie über das Experiment bestimmt werden können. Einige für die Arbeit wichtigen Modelle sollen nun in den nächsten Abschnitten mit den für die Berechnung des Formfaktors wichtigen Formeln kurz vorgestellt werden. Dabei wird der Zerfall eines D-Mesons mit Masse m_D in ein pseudoskalares Meson mit Masse m_P betrachtet.

ISGW2-Modell

Das ISGW2-Modell stellt eine Weiterentwicklung des ISGW-Modells dar. Es ist nach Isgur, Scora, Grinstein und Wise benannt. Die Idee hinter der Berechnung der Formfaktoren ist, diese über den Radius des Mesons zu berechnen und nicht über die Masse des Mesons, wie zum Beispiel in der Heavy Quark Effective Theory [4]. Als Verbesserung des ISGW-Modells wurden aktuelle Entwicklungen in der Heavy Quark Symmetry und relativistische Korrekturen eingebaut.

Die Berechnung des Formfaktors erfolgt über folgende Formel:

$$f_+(q^2) = f_+(q_{\max}^2) \left(1 + \frac{r^2}{12} (q_{\max}^2 - q^2) \right)^{-2}. \quad (3)$$

Dabei stellt r den Ladungsradius des Mesons im Endzustand und $f_+(q_{\max}^2)$ den Formfaktor in Abhängigkeit vom maximalen Impulsübertrag von $q_{\max}^2 = (m_D - m_P)^2$ dar [5].

SimplePole-Modell

Die folgenden vier Modelle basieren auf der Idee, dass die Formfaktoren eine bestimmte Dispersionsrelation erfüllen und man die Faktoren auf dieser Grundlage bestimmt. Die Relation

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{1 - \lambda} \frac{1}{1 - \frac{q^2}{M_{\text{Pole}}^2}} + \frac{1}{\pi} \int_{(m_D + m_P)^2}^{\infty} \frac{\text{Im}(f_+(t))}{t - q^2 - i\epsilon} dt$$

wird dafür üblicherweise in Form einer Summe von unterschiedlich vielen Polstellen von $f_+(q^2)$ dargestellt. Diese Polstellen entsprechen bestimmten Massen, die sich aus den Resonanzen der Hadronen ergeben [6].

In den einfachsten Fällen findet die Entwicklung nur um einen festen Pol statt. Die als SimplePole bezeichnete Parametrisierung stellt mit zwei freien Parametern und nur einem linearen Term von q^2/M_{Pole}^2 die einfachste Berechnung über diesen Weg dar. Die Formel lautet:

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{\left(1 - \frac{q^2}{M_{\text{Pole}}^2}\right)}. \quad (4)$$

Der freie Parameter $f_+(0)$ muss hierfür experimentell bestimmt werden.

In SHERPA wird diese Parametrisierung als auch die folgende über die PoleFit-Parametrisierung realisiert.

BK-Modell

Die von Becirevic und Kaidalov entwickelte Parametrisierung findet besonders beim Zerfall von schweren zu leichten Mesonen Anwendung. Durch die in Formel (5) gegebene Darstellung, kann das Verhalten der Formfaktoren im Limit von schweren Quarks besser modelliert werden [7].

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{\left(1 - \frac{q^2}{M_{\text{Pole}}^2}\right) \left(1 - \alpha \frac{q^2}{M_{\text{Pole}}^2}\right)} \quad (5)$$

In der Auswertung wird dieses Modell als PoleFit-Modell bezeichnet und für den Wert von M_{Pole} wird der entsprechende Wert des SimplePole-Modells verwendet.

Zwei-Pol

Das BK-Modell kann als eine Vereinfachung folgender Parametrisierung angesehen werden:

$$f_+(q^2) = f_+(0) \frac{1 - \delta_{\text{Pole}} \frac{q^2}{m_{D^*}^2}}{\left(1 - \frac{q^2}{m_{H^*}^2}\right) \left(1 - \beta_{\text{Pole}} \frac{q^2}{m_{H^*}^2}\right)}. \quad (6)$$

Die Vereinfachung ist möglich, wenn die Formfaktoren f_+ und f_0 bestimmte Voraussetzungen erfüllen, die vor allem in Bereichen von großen Rückstößen auftreten.

Werden diese Voraussetzungen nicht erfüllt, findet die Berechnung über Gleichung (6) statt, wobei $f_+(0)$, δ_{Pole} und β_{Pole} die zu bestimmenden Parameter sind [6].

Das Zwei-Pol-Modell wird bereits über die Ball-Zwicky Implementation dargestellt.

Drei-Pol

In diesem Modell findet die Parametrisierung über die Koeffizienten c_i statt. Diese hängen von den Residuen der verschiedenen Resonanzen der Mesonen ab, deren

Masse die Polstellen sind. In

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{1 - c_2 - c_3} \left(\frac{1}{1 - \frac{q^2}{m_{H^*}^2}} - \sum_{i=2}^3 \frac{c_i}{1 - \frac{q^2}{m_{H_i^*}^2}} \right) \quad (7)$$

können die $m_{H_i^*}^2$ entweder durch einen fest gewählten Wert ausgedrückt werden oder durch eine effektive Masse. Je nach Wahl wird der Ansatz als “Fester Drei-Pol“ oder “Effektiver Drei-Pol“ Ansatz bezeichnet. Die Werte werden durch bestimmte Einschränkungen, die durch das Meson und dessen Resonanzen festgelegt werden, bestimmt. Die effektive Masse bestimmt sich über die Summe von Beiträge von allen Polstellen [6].

Die Berechnung der Formfaktoren über dieses Modell konnte nicht über das bereits integrierte PoleFit geschehen, so dass es neu implementiert wurde.

Z-Entwicklung

Die Grundlage der Z-Entwicklung ist, dass die Formfaktoren analytische Funktionen sind und sich somit durch eine konvergente Reihe ausdrücken lassen [8]. Der Parameter $z(t)$ ist als

$$z(q^2, t_0) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}$$

definiert und ist der Entwicklungsparameter der angestrebten Reihe. Die Parameter t_0 und $t_{\pm}$ sind definiert als

$$t_0 = t_+ \left(1 - \sqrt{1 - \frac{t_-}{t_+}} \right),$$

$$t_{\pm} = (m_D \pm m_P)^2.$$

Die Berechnung des Formfaktors erfolgt dann über folgende Formel:

$$f_+(q^2) = \frac{1}{P(q^2) \phi(q^2, t_0)} \left(\sum_{i=0}^{\infty} a_i(t_0) z(q^2, t_0)^i \right). \quad (8)$$

Dabei sind $P(q^2)$ und $\phi(q^2, t_0)$ analytische Funktionen, die unterschiedlich parametrisiert sind und vom jeweiligen Zerfall abhängen. Zur besseren Berechnung wird a_0 aus der Klammer herausgezogen und das Verhältnis von $f_+(q^2)$ zu $f_+(0)$ gebildet:

$$\frac{f_+(q^2)}{f_+(0)} = \frac{P(0) \phi(0, t_0)}{P(q^2) \phi(q^2, t_0)} \frac{1 + r_1 z(q^2, t_0) + r_2 z^2(q^2, t_0)}{1 + r_1 z(0, t_0) + r_2 z^2(0, t_0)}. \quad (9)$$

Dabei gilt $r_i = a_i/a_0$. Im Folgenden werden zur Parametrisierung der Z-Entwicklung die r_i und der Parameter $f_+(0)$ verwendet. ϕ hat die folgende Form:

$$\phi(q^2, t_0) = c \left(\frac{z(q^2, 0)}{-q^2} \right)^{5/2} \left(\frac{z(q^2, t_0)}{t_0 - q^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{z(q^2, t_-)}{t_- - q^2} \right)^{-3/4} \frac{t_+ - q_2}{(t_+ - t_0)^{1/4}},$$

wobei sich c mit m_c als Masse des Charme-Quarks wie folgt berechnet [3]:

$$c = \sqrt{\pi \frac{m_c^2}{3}}$$

oder mit einem leicht anderen Wert [6]:

$$c = \sqrt{\frac{4}{9}\pi m_c^2}.$$

Da der Formfaktor jedoch über das Verhältnis in Gleichung (9) gebildet wird, ist der Vorfaktor zur Berechnung nicht relevant.

Für P werden folgende Annahmen getroffen [3]:

$$P(q^2) = \begin{cases} 1 & D \rightarrow \pi \\ z(q^2, m_{D_s^{*+}}^2) & D \rightarrow K \end{cases}.$$

Die Masse des angeregten D_s^+ beträgt $2,1121 \text{ GeV}/c^2$.

Das Modell der Z-Entwicklung wurde noch nicht in SHERPA implementiert, so dass eine eigene Implementierung eingefügt wurde.

3 Methodik der Simulation

Den softwareseitigen Rahmen für die Berechnung der Formfaktoren und der Hadronenzerfälle stellt SHERPA (Simulation of High Energy Reactions of Particles) dar. Ein Ziel bei der Entwicklung von SHERPA war es, die Implementation von neuen Programmabschnitten so einfach wie möglich zu gestalten und es sollte erreicht werden, dass die verschiedenen Phasen einer Kollision getrennt voneinander betrachtet werden können [9]. Die grobe Aufteilung in diese Phasen ist der Abbildung 2 zu entnehmen.

Die mit rot gekennzeichneten Abschnitte stellen den harten Prozess, also die Kollision der Partonen dar. Mit lila gekennzeichnete Linien sind niederenergetische Wechselwirkungen der anderen beteiligten Gluonen und Quarks. Vom harten Prozess ausgehend sind die Hadronisierungsvorgänge zu erkennen. In der letzten Ebene, den grünen Linien, sind die Zerfälle der instabilen Hadronen dargestellt. Diese letzte Ebene ist die für die Arbeit relevante Ebene. In SHERPA findet die Berechnung dieser letzten Ebene im Modul HADRONS++ statt. Im ersten Schritt des Prozesses wird die gesamte Energie des zerfallenden Teilchens festgelegt. Dabei ist es auch möglich, dass es sich in Ruhe befindet. Danach wird durch zufälliges Würfeln ein Zerfallskanal gewählt. Dabei werden die Größen der einzelnen Verzweigungsverhältnisse berücksichtigt, die sich in einer Zerfallstabelle befinden. An dieser Stelle kann die Kinematik des Zerfalls auf einer isotropischen Verteilung basieren oder die Vierer-Impulse werden auf Grundlage von Matrixelementen bestimmt. Die Ströme der Matrixelemente sind die in den vorherigen Kapiteln beschriebenen und basieren auf den verschiedenen Modellen. Nicht für jeden Zerfall sind die Formfaktoren bekannt, so dass oft auf einen isotropen Phasenraum und ein sogenanntes Generic Element zurückgegriffen

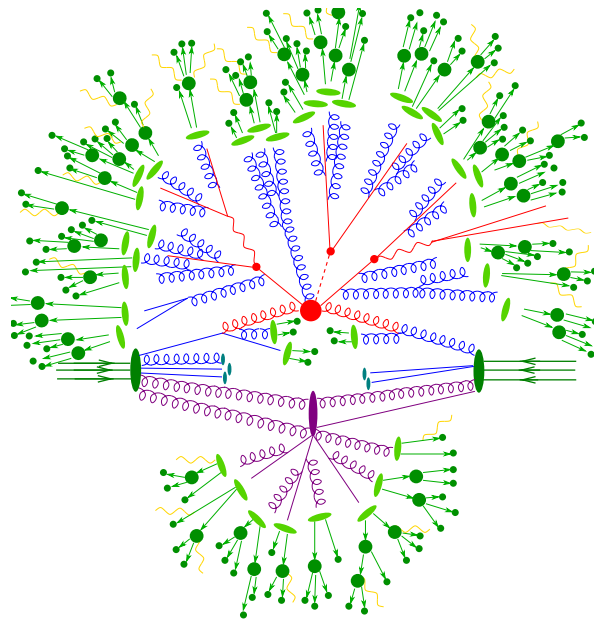


Abbildung 2: Darstellung einer Hadronen-Kollision.

wird. Dieses Matrixelement ist abhängig vom Spin der Teilchen, verwendet jedoch keine weiteren Informationen über den Zerfall.

Nachdem der Einfluss des Matrixelements und der Formfaktoren eingerechnet wurden und ein weiteres instabiles Teilchen vorliegt, wird auch dieses auf gleiche Art und Weise im Modul berechnet. Der Zerfall findet also kaskadenartig statt.

Es gibt einige Punkte, die es bei dieser Art der Berechnung zu beachten gilt. Die Verzweungsverhältnisse können unvollständig bekannt sein, so dass sie nicht 100% ergeben. Für Hadronen mit einer großen Anzahl an Zerfallskanälen, wird deshalb zusätzlich zu den bekannten Hadronenzerfällen auch ein Aufspalten der Hadronen in ihre Partonen mit anschließender Hadronisierung gewählt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass solch ein Partonenzerfall nicht in Zuständen endet, die bereits im Hadronenzerfall vorkommen. In SHERPA werden diese Zustände im Partonenzerfall verboten [9].

Die angestrebten Verbesserungen der Simulation fanden alle in diesem Modul statt. In einer Datenbank sind alle Zerfallskanäle mit Verzweungsverhältnis aufgeführt, aus denen das Programm auswählt. Die Änderungen an den und das Implementieren neuer Formfaktormodellen wurde im Ordner `Current_Library` und den darin enthaltenen Dateien durchgeführt.

Zur Validierung der Veränderungen wurde des Weiteren das Unterprogramm `Single-Decay` verwendet. Mit diesem ist es möglich, nur bestimmte Zerfälle eines Mesons mehrmals ablaufen zu lassen. Außerdem wurde `FullDecay` genutzt, welches den Zerfall eines Mesons komplett durchführt. Der Vorteil der Verwendung dieser Programme ist, dass nicht die komplette Simulation der Kollision durchgeführt werden muss und nur die benötigten Berechnungen ablaufen.

4 Aktualisierung von Verzweigungsverhältnissen und Formfaktormodellen

4.1 Aktualisierung der Partialbreiten

Um auf Grundlage von aktuellen Messungen Simulationen durchzuführen und neue Parameter für die Formfaktormodelle zu testen, wurde die Datenbank der Zerfallsbreiten auf den aktuellen Stand gebracht. Als Referenz für die neuen Werte wurde die ParticleDataGroup (PDG) genutzt [2]. Den Tabellen 4 und 5 sind die wichtigsten Zerfallskanäle des neutralen D-Mesons mit ihren alten und neuen Werten sowie der prozentualen Änderung des neuen Werts zum alten zu entnehmen. Obwohl einige Änderungen fast 100 % ausmachen, ist der Anteil der semileptonischen Zerfallskanäle relativ klein.

Bei den hadronischen sind sowohl die prozentualen als auch die totalen Änderungen größer und verändern die Verhältnisse bis zu 5 %. Des Weiteren wurden einige Zerfälle mit niedrigen Anteilen an der gesamten Zerfallsbreite hinzugefügt.

Tabelle 4: Übersicht über die Änderungen der Verzweigungsverhältnisse der semileptonischen Zerfälle des D^0 -Mesons

Zerfallskanal $D^0 \rightarrow$	alter Wert	neuer Wert	prozentuale Änderung
$K^- \nu_e e^+$	3,50 %	3,57 %	2,00 %
$K^- \nu_\mu \mu^+$	3,27 %	3,33 %	1,83 %
$K^*(892)^- \nu_\mu \mu^+$	1,94 %	1,92 %	-1,03 %
$K_1(1270)^- \nu_e e^+$	0,15 %	0,076 %	-49,33 %
$K_1(1270)^- \nu_\mu \mu^+$	0,15 %	0,076 %	-49,33 %
$\pi^- \nu_e e^+$	0,28 %	0,289 %	3,21 %
$\pi^- \nu_\mu \mu^+$	0,236 %	0,238 %	0,85 %
$\rho(770)^- \nu_e e^+$	0,19 %	0,17 %	-10,53 %
$\rho(770)^- \nu_\mu \mu^+$	0,19 %	0,17 %	-10,53 %
$\bar{K} \pi^- \nu_e e^+$	1,43 %	2,7 %	88,81 %
$\bar{K} \pi^- \nu_\mu \mu^+$	1,43 %	2,7 %	88,81 %

Tabelle 5: Übersicht über die Änderungen der Verzweigungsverhältnisse der wichtigsten hadronischen Zerfälle des D^0 -Mesons

Zerfallskanal $D^0 \rightarrow$	alter Wert	neuer Wert	prozentuale Änderung
$K^- \pi^+$	3,82 %	3,93 %	2,88 %
$\bar{K} \pi^0$	1,13 %	2,2 %	94,69 %
$\bar{K} \omega(782)$	2,60 %	2,22 %	-14,62 %
$K^- a_1(1260)^+$	7,5 %	3,6 %	-52,00 %
$\bar{K}^*(892) \rho(770)$	1,47 %	1,596 %	8,57 %
$K^- \pi^+ \pi$	12,35 %	13,05 %	5,67 %
$\bar{K} \rho(770)$	1,52 %	1,28 %	-15,79 %
$K^*(892)^- \pi^+$	6,33 %	5,3485 %	-15,51 %
$\bar{K}^*(892) \pi$	2,67 %	3,757	40,71 %
$K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$	2,28 %	7,57 %	232,02 %
$\bar{K}^*(892) \pi^+ \pi^-$	1,79 %	2,406 %	34,41 %
$\bar{K} \pi^+ \pi^-$	-	0,052 %	-
$K^*(892)^+ \pi^-$	-	0,03453 %	-
$K^*(1680)^- \pi^+ \pi^-$	-	0,052 %	-
$\bar{K}^*(1680) \pi$	-	0,052 %	-

Die Änderungen des D^+ -Mesons sind geringer als die des neutralen. Die semileptonischen als auch die wichtigsten hadronischen Zerfallskanäle unterscheiden sich kaum von den neuen Werten. $K_0^*(1430) \pi^+$ und $K^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$ wurden in der Datenbank aufgenommen und sind mit 1,91 % und 3,6 % größere Kanäle.

Tabelle 6: Übersicht über die Änderungen der Verzweigungsverhältnisse der semileptonischen Zerfälle des D^+ -Mesons

Zerfallskanal $D^+ \rightarrow$	alter Wert	neuer Wert	prozentuale Änderung
$\bar{K} \nu_e e^+$	8,6 %	8,3 %	-3,49 %
$\bar{K} \nu_\mu \mu^+$	9,6 %	9,3 %	-3,13 %
$\bar{K}^*(892) \nu_e e^+$	5,6 %	5,52 %	-1,43 %
$\bar{K}^*(892) \nu_\mu \mu^+$	5,5 %	5,3 %	-3,64 %

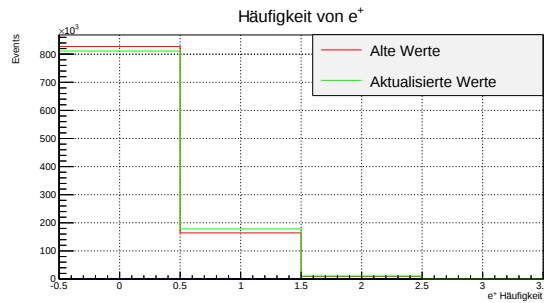
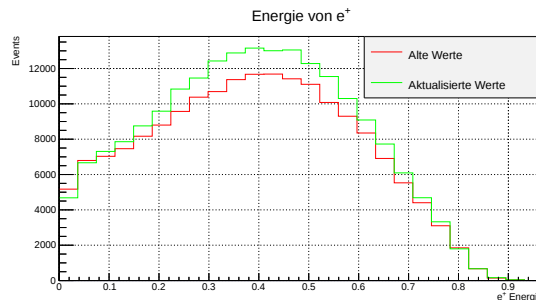
Durch die Anpassung der Zerfallsdatenbanken konnten sichtbare Unterschiede in der Simulation erreicht werden. Die Häufigkeit und die Energieverteilung der einzelnen Teilchen haben sich durch die Aktualisierung verändert. Da die Werte den aktuellen Datenbanken entnommen wurden, sollte die Simulation nun Ergebnisse liefern, die diesem Stand entsprechen.

Die Abbildung in 3 und 4 zeigen exemplarisch diese Unterschiede. Die Diagramme stellen dar, wie häufig ein Event mit der entsprechenden Anzahl an Teilchen oder mit der entsprechenden Energie auftreten. Man kann erkennen, dass sich die Häufigkeiten der beiden Teilchen leicht verändert haben, die Energieverteilung der Positronen

Tabelle 7: Übersicht über die Änderungen der Verzweungsverhältnisse der wichtigsten hadronischen Zerfälle des D^+ -Mesons

Zerfallskanal $D^+ \rightarrow$	alter Wert	neuer Wert	prozentuale Änderung
$\bar{K}\pi^+$	2,82 %	2,99 %	6,03 %
$\bar{K}^*(892)\pi^+$	1,7 %	1,57 %	-7,65 %
$\bar{K}\pi^+\pi$	8,7 %	7,74 %	-11,03 %
$K^-\pi^+\pi^+$	7,5 %	7,105 %	-5,27 %
$K_0^*(1430)\pi^+$	-	1,91 %	-
$K^-\pi^+\pi^+\pi$	-	3,6 %	-
$\bar{K}^*(1680)\pi^+$	-	0,033 %	-

aber eine stärkere Veränderung vorweist. Aus den Änderungen in Tabelle 4 ist zu erkennen, dass die Änderung der semileptonischen Zerfallskanäle zu einem Anstieg der Elektronen-Häufigkeit führen sollte. Dies wird im Diagramm bestätigt. Die Zerfälle, bei denen dem Positron weniger Energie zur Verfügung steht, also der Zerfall in $K_1(1270)^-$ und in das $\rho(770)^-$, wurden in ihrer Wahrscheinlichkeit abgesenkt. Da die Zerfälle mit leichteren Hadronen einen prozentualen Anstieg erfahren haben und mehr Positronen produziert werden, ist die Energieverteilung insgesamt gestiegen.

(a) Häufigkeiten e^+ (b) Energien e^+ Abbildung 3: Vergleich der Häufigkeiten (a) und der Energien (b) des Positrons vor und nach der Aktualisierung für das D^0 -Meson

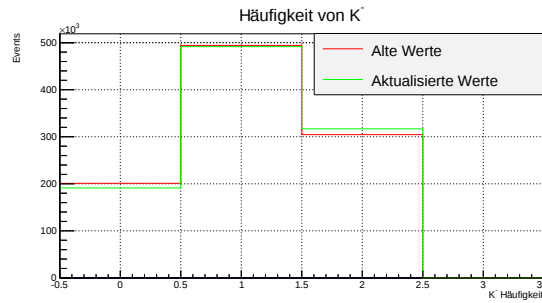
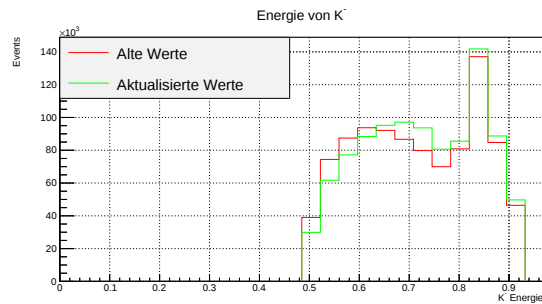
(a) Häufigkeiten K^- (b) Energien K^-

Abbildung 4: Vergleich der Häufigkeiten (a) und der Energien (b) des Kaon vor und nach der Aktualisierung für das D^0 -Meson

4.2 Aktualisierung der Formfaktormodelle

Für die Berechnung des Formfaktors f_+ des hadronischen Stroms stand bisher für alle folgenden Zerfälle das ISGW2-Modell zur Verfügung. Durch neuere Messdaten konnten aktuellere, genauere Parameter für dieses Modell berechnet werden. Außerdem wurden für D-Mesonenzzerfälle Parameter für weitere Formfaktormodelle bestimmt, so dass diese in den Simulationen genutzt werden können.

Im Folgenden werden die verwendeten Parameter und die dazugehörigen Simulationen im Vergleich zur ursprünglichen ISGW2-Parametrisierung und aktuellen Messdaten aufgeführt. Die Simulationen werden mit einer Eventzahl von eine Millionen Events durchgeführt, um statistische Unsicherheiten ausschließen zu können. Die Messdaten werden den angegebenen Referenzen mit Hilfe des Programms WebPlotDigitizer entnommen [10]. Zur Bewertung der jeweiligen Modelle wird ein χ^2 -Test durchgeführt. Die Werte wurden über die Gleichung [11]

$$\chi^2 = \frac{1}{\nu} \sum \frac{(O - E)^2}{\sigma^2} \quad (10)$$

ermittelt, wobei ν die Anzahl an Freiheitsgraden, O die gemessenen Daten und E die erwarteten Daten darstellt. σ repräsentiert die Ungenauigkeit der experimentellen Daten. Als Anzahl der Freiheitsgrade wurde die Anzahl der experimentellen Messpunkte gewählt.

4.2.1 Formfaktormodelle für $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$

Dieser Zerfall stellt mit 3,57% den wichtigsten semileptonischen Zerfall dar. Für ihn konnten neue Parameter für die ISGW2-Parametrisierung implementiert werden. Des Weiteren wurden Simulationen mit dem SimplePole- und dem PoleFit-Modell sowie der Z-Entwicklung durchgeführt. Die verwendeten Parameter der jeweiligen Formfaktormodelle sind der Tabelle 8 zu entnehmen [12].

Tabelle 8: Überblick über die verwendeten Parameter zur Berechnung von f_+ für den hadronischen Strom D^0 nach K^-

Formfaktormodell	Parameter	
ISGW2	$r = 1.6 \text{ GeV}^{-1} \text{c}^2$ $f(q_{\text{max}}^2) = 1,3091$	$f_+(0) V_{cs} = 0.7139$
SimplePole	$M_{\text{Pole}} = 1.9207 \text{ GeV}/\text{c}^2$	$f_+(0) V_{cs} = 0.7209$
PoleFit	$\alpha = 0.3088$	$f_+(0) V_{cs} = 0.7163$
Z-Entwicklung	$r_1 = -2.3331$ $r_2 = 3.4223$	$f_+(0) V_{cs} = 0.7196$

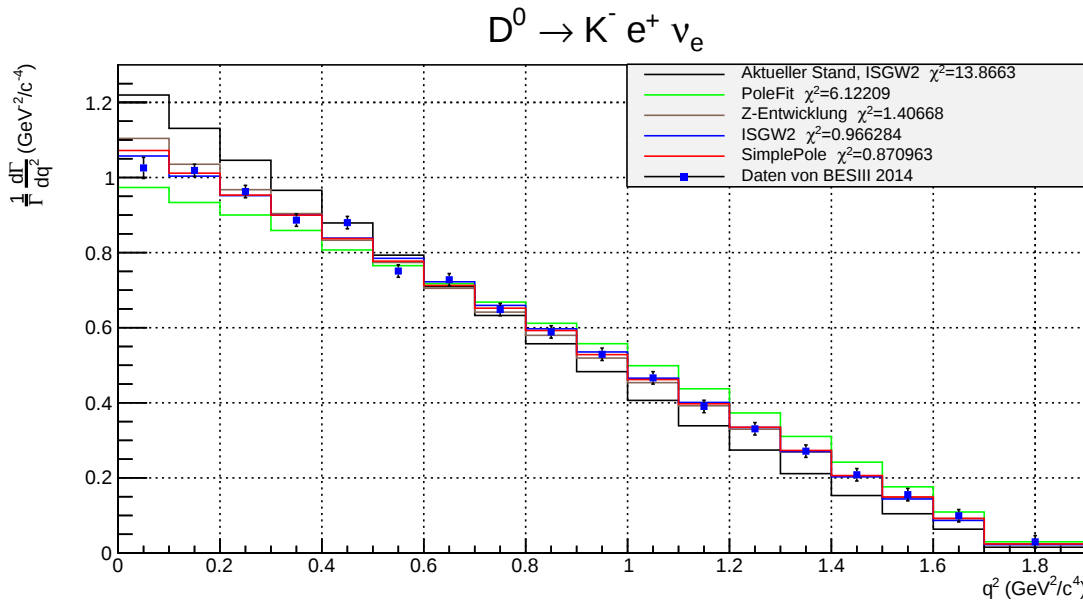


Abbildung 5: Vergleich der verschiedenen Modelle gegen die Messdaten und die aktuell verwendeten Parameter. Genutzte Parameter: siehe Tabelle 8

Auch bei diesem Zerfall des neutralen D-Mesons konnte durch die neuen Parameter ein verbessertes Ergebnis erzielt werden. Die Berechnung durch das ISGW2 und durch das SimplePole-Modell liefern ähnliche Werte und beschreiben die Messwerte des BESIII Detektors ungefähr gleich gut. Da das SimplePole-Modell einen leicht niedrigeren Wert beim χ^2 -Test erreicht, ist die Berechnung der Formfaktoren über dieses Modell zu bevorzugen.

4.2.2 Formfaktormodelle für $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$

Neben den aktuellen Werten für die Parameter des ISGW2-Modells wurden auch für diesen Zerfall zusätzlich Parameter für das SimplePole- und PoleFit-Modell, die sowie die Z-Entwicklung eingefügt. Die Simulationen wurden mit aktuellen Messdaten des BESIII-Detektor verglichen. Die Schwerpunktsenergie der betrachteten Kollision betrug $\sqrt{s} = 3,773 \text{ GeV}$ [12].

Der Detektor ist am Beijing Electron Positron Collider (BEPC) beziehungsweise BEPC-II in China installiert. Dieser Teilchenbeschleuniger besitzt zwei getrennte Speicherringe, in denen Elektronen und Positronen beschleunigt und zur Kollision gebracht werden. Der Umfang des Beschleunigers beläuft sich auf 238 m [13]. Die verwendeten Daten wurden 2014 aufgenommen.

Tabelle 9: Überblick über die verwendeten Parameter zur Berechnung von f_+ für den hadronischen Strom D^0 nach π^-

Formfaktormodell	Parameter	
ISGW2	$r = 2.0688 \text{ GeV}^{-1} \text{c}^2$ $f(q_{\text{max}}^2) = 2,7306$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1415$
SimplePole	$M_{\text{Pole}} = 1.9114 \text{ GeV}/\text{c}^2$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1475$
PoleFit	$\alpha = 0.2794$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1437$
Z-Entwicklung	$r_1 = -1.8434$ $r_2 = -1.3871$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1420$

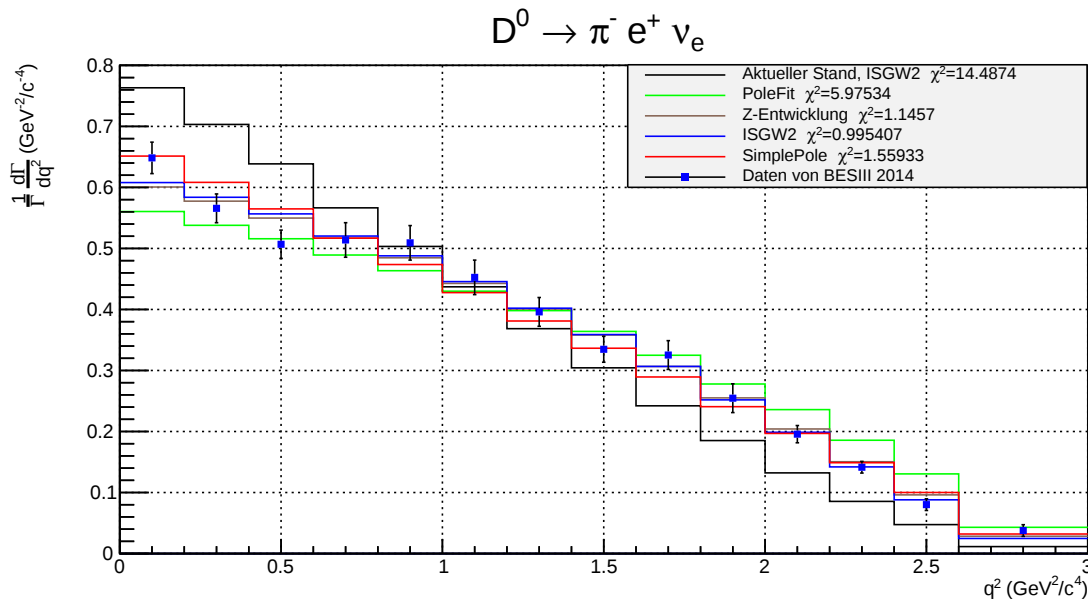


Abbildung 6: Vergleich der verschiedenen Modelle gegen die Messdaten und die aktuell verwendeten Parameter. Genutzte Parameter: siehe Tabelle 9

In Abbildung 6 und den Werten des χ^2 -Tests ist zu erkennen, dass die Verwendung

aktuellerer Parameter eine Verbesserung der Simulation zur Folge hat. Für diesen Zerfall liefert das ISGW2-Modell mit den neuen Parametern das beste Ergebnis. Auch das durch die PoleFit-Parametrisierung implementierte BK-Modell und das SimplePole-Modell würden zu einer Verbesserung führen. Die neu implementierte Z-Entwicklung liefert den zweitbesten Wert für die Modellierung dieses Zerfalls.

Für $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ standen des Weiteren die Zwei- und die Drei-Pol-Modelle zur Verfügung. Wie Abbildung 7 zu entnehmen ist, eignen sich die Parametrisierungen nach der Drei-Pol-Entwicklung nicht dazu, den Zerfall zu modellieren. Die Zwei-Pol-Entwicklung beschreibt die Messdaten nicht so gut wie die aktualisierten ISGW2-Parameter, jedoch besser als das BK-Modell. Die für diese Modelle verwendeten Parameter finden sich in Tabelle 10. Für $f_+(0)$ wurde der Wert 0.61 verwendet, der sich aus dem Fit der experimentellen Daten mit der Z-Entwicklung ergibt [6]. Für die Masse m_H^* in der Gleichung (6) wird eine effektive Masse des angeregten D-Mesons gewählt. Diese beträgt $2,45 \text{ GeV}/c^2$.

Tabelle 10: Überblick über die verwendeten Parameter zur Berechnung mit Hilfe der Zwei- und Drei-Pol-Entwicklung

Formfaktormodell	Parameter	
Zwei-Pol	$\delta_{\text{Pole}} = 1.643$	$\beta_{\text{Pole}} = 0.68$
Fester Drei-Pol	$M_{\text{Pole3},1} = 2.61 \text{ GeV}/c^2$	$M_{\text{Pole3},i} = 3.1 \text{ GeV}/c^2$
Effektiver Drei-Pol	$M_{\text{Pole3},1} = 2.61 \text{ GeV}/c^2$ $c_2 = 0.17$	$M_{\text{Pole3},i} = 3.55 \text{ GeV}/c^2$ $c_3 = 0.15$

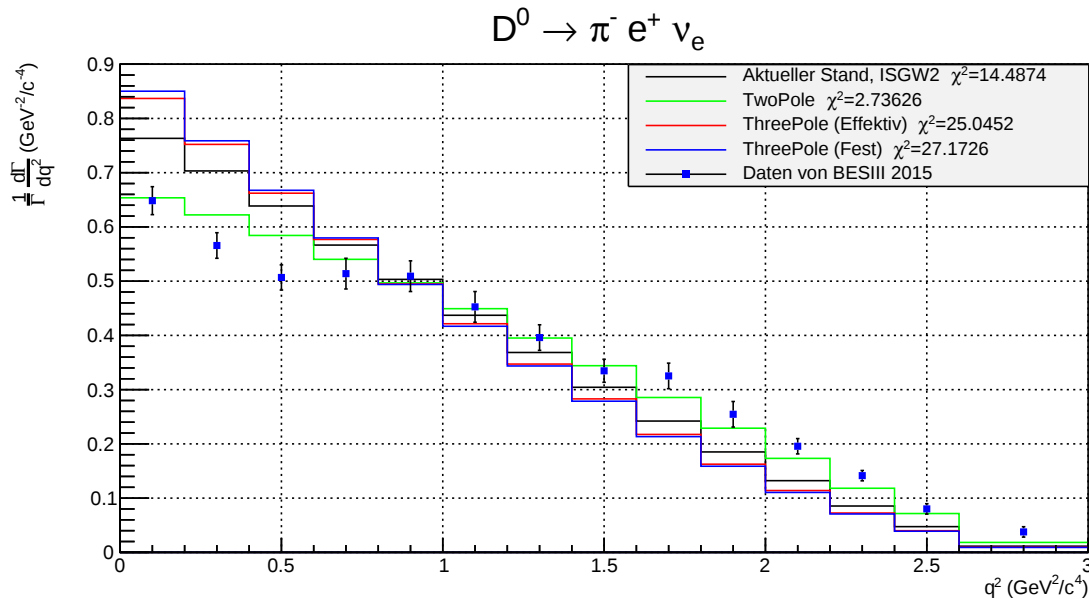


Abbildung 7: Vergleich der verschiedenen Modelle gegen die Messdaten und die aktuell verwendeten Parameter. Genutzte Parameter: siehe Tabelle 10

4.2.3 Formfaktormodelle für $D^+ \rightarrow \bar{K} e^+ \nu_e$

Der Zerfall des D^+ -Mesons nach $\bar{K}$ wird am genauesten durch die Z-Entwicklung beschrieben. Mit einem χ^2 -Wert von rund 0,88 liegt es nur knapp unterhalb unter dem Wert des ISGW2-Modells. Die verwendeten Parameter sind in Tabelle 11 dargestellt [3]. Die simulierten Daten wurden mit Werten des CLEO-Detektors verglichen. CLEO ist eine Abkürzung für Cleopatra und lehnt sich an den Namen des zugehörigen Beschleunigers CESR an. Dieser war eines der am längsten laufenden Experimente in der Teilchenphysik und sammelte im Zeitraum von 1979 bis 2008 Daten und wurde in dieser Zeit immer weiter verbessert [14]. Die vorliegenden Daten stammen aus dem Jahr 2008 und wurden bei einer Schwerpunktsenergie von 3.773 GeV aufgenommen. Da die Parameter an den Daten des CLEO-Detektors von 2008 gefittet wurden und die aktuellen Daten für das ISGW2-Modell dem Stand des Jahres 2007 entsprechen, können auch mit diesen Simulationen die Messdaten gut nachgestellt werden, was am niedrigen Wert des χ^2 -Test zu sehen ist. Gleiches gilt für den Zerfall in das neutrale Pion.

Tabelle 11: Überblick über die verwendeten Parameter zur Berechnung von f_+ für den hadronischen Strom D^+ nach K

Formfaktormodell	Parameter	
ISGW2	$r = 1.48 \text{ GeV}^{-1} \text{c}^2$	$f_+(0) V_{cs} = 0.723$
	$f(q_{\text{max}}^2) = 1,476$	
SimplePole	$M_{\text{Pole}} = 2.02 \text{ GeV}/\text{c}^2$	$f_+(0) V_{cs} = 0.733$
PoleFit	$\alpha = 0.12$	$f_+(0) V_{cs} = 0.723$
Z-Entwicklung	$r_1 = -1.9$	$f_+(0) V_{cs} = 0.744$
	$r_2 = 16.6$	

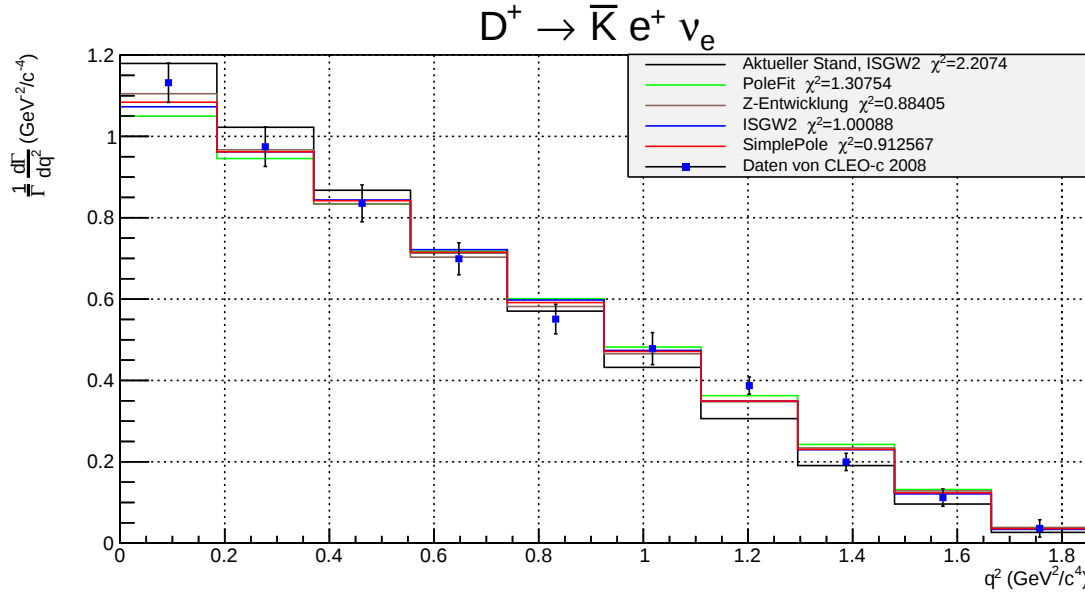


Abbildung 8: Vergleich der verschiedenen Modelle gegen die Messdaten und die aktuell verwendeten Parameter. Genutzte Parameter: siehe Tabelle 11

4.2.4 Formfaktormodelle für $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$

Für den Zerfall von D^+ nach π^0 konnten Parameter des SimplePole-, des PoleFit- und des ISGW2-Modells sowie der Z-Entwicklung implementiert werden [15]:

Tabelle 12: Überblick über die verwendeten Parameter zur Berechnung von f_+ für den hadronischen Strom D^+ nach π^0

Formfaktormodell	Parameter	
ISGW2	$r = 2.01 \text{ GeV}^{-1} \text{c}^2$ $f(q_{\text{max}}^2) = 2,0731$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1417$
SimplePole	$M_{\text{Pole}} = 1.905 \text{ GeV}/\text{c}^2$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1447$
PoleFit	$\alpha = 0.252$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1429$
Z-Entwicklung	$r_1 = -1.95$ $r_2 = -0.11$	$f_+(0) V_{cd} = 0.1428$

Von diesen Parametern haben sich die aktualisierten des ISGW2-Modells als am geeignetsten erwiesen. Die vergleichsweise niedrigen Werte des χ^2 -Tests in Abbildung 9 resultieren aus der Größe der Ungenauigkeiten der Messdaten. Betrachtet man den Verlauf der simulierten Daten, ist zu erkennen, dass auch das PoleFit- sowie das SimplePole-Modell den Zerfall gut beschreiben und noch innerhalb der Grenzen der Ungenauigkeiten liegen. Gleiches gilt für die Parametrisierung durch die Z-Entwicklung, die auch für diesen Zerfall einen niedrigen χ^2 -Wert liefert.

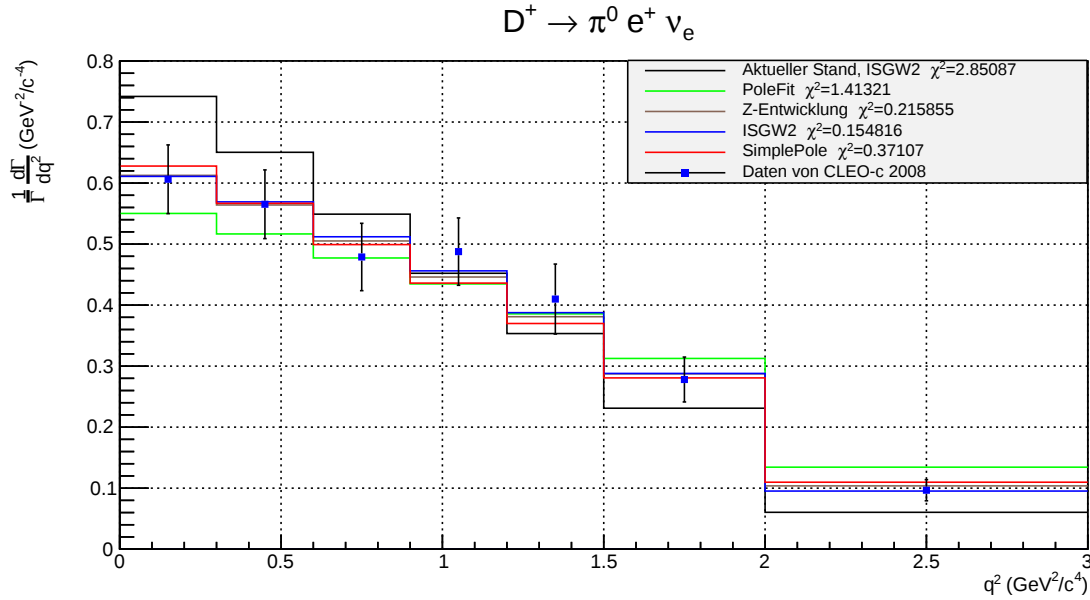


Abbildung 9: Vergleich der verschiedenen Modelle gegen die Messdaten und die aktuell verwendeten Parameter. Genutzte Parameter: siehe Tabelle 12

5 Zusammenfassung und Ausblick

Um die Simulationssoftware SHERPA zu verbessern, wurden aktuellere Parameter für die verschiedenen Formfaktormodelle gesucht. Die Betrachtung in den vorherigen Abschnitten zeigt, dass für die vier betrachteten semileptonischen Zerfälle bessere Berechnungen gefunden wurden. Seit der letzten Aktualisierung der D-Mesonenzерfälle konnten neue, genauere Daten mit den verschiedenen Detektoren aufgenommen werden, die eine neue Berechnung der einzelnen Parameter für die Modelle ermöglichten. Des Weiteren wurden nicht nur die Parameter für das bereits verwendete ISGW2-Modell aktualisiert, sondern auch Werte für weitere Modelle implementiert.

Für die genaue Beschreibung der Zerfälle in das geladene und neutrale Pion eignet sich weiterhin das ISGW2-Modell. Jedoch sollt für die Berechnung der Formfaktoren der semileptonischen Zerfälle des neutralen D-Meson in das negative Kaon das SimplePole-Modell genutzt werden. Für den Zerfall $D^+ \rightarrow \bar{K} e^+ \nu_e$ liefert die Z-Entwicklung die besten Ergebnisse.

Neben den neuen Parametern wirkt sich auch die Aktualisierung der Zerfallsdatenbank auf die Simulation aus. Die Datenbank spiegelt nun den aktuellen Stand der Messungen wider und eignet sich somit besser, die D-Mesonenzерfälle zu beschreiben. Diese Arbeit stellt außerdem den ersten Vergleich der von SHERPA gelieferten Ergebnisse von Mesonenzерfällen mit experimentellen Daten dar. Es konnte gezeigt werden, dass die Simulationen die vorliegenden Messdaten gut beschreiben können und sich somit eignen, in der Berechnung von Hadronenkollisionen verwendet zu werden.

Um in Zukunft die Genauigkeit weiter zu erhöhen, muss SHERPA weiter verbessert und aktualisiert werden. Zum einen können genauere Parameter die vorliegenden Formfaktormodelle verbessern, zum anderen kann über neue Modelle zur Berechnung

von Hadronenzerfällen nachgedacht werden. Diese könnten jenseits der Faktorisierung angesiedelt sein und über neue Ansätze die Berechnung des Matrixelements ermöglichen. Des Weiteren kann die Modellierung von hadronischen oder semileptonischen Zerfällen mit zwei Hadronen als Endprodukt angegangen werden und für diese Matrixelemente implementiert werden. Wie in dieser Arbeit sollte darauf geachtet werden, dass die verwendete Datenbank der Verzweigungsverhältnisse aktuell gehalten wird. Auf struktureller Ebene können Verbesserungen am Programmcode vorgenommen werden. Eine bessere Dokumentation könnte außerdem helfen, den Zugang für neue Entwickler zu erleichtern und Verbesserungen schneller einpflegen und testen zu können.

Die Ergebnisse dieser Arbeit sind in der SVN-Revisionsnummer 28322 des SHERPA Projektarchivs zusammengefasst.

Danksagungen

Ein großer Dank geht an Dr. Frank Siegert, der diese Arbeit ermöglicht und begleitet hat und immer für Fragen Zeit hatte. Vielen Dank auch an Professor Zuber für die Übernahme des zweiten Gutachten.

Danken möchte ich auch Johannes Krause, der mit seinem Optimismus auch die zähesten und scheinbar verlorenen Arbeitszeiten in einem guten Licht erscheinen lassen konnte. Auch mit seinen gelegentlich angebrachten Hinweis auf das Internet als Hilfe zur Selbsthilfe trug er aktiv zum Lösungsprozess bei.

Weiterhin gilt mein Dank all den Korrekturlesern: Martin Rehwald, der in einem frühen Stadium der Arbeit meinen Schreibstil bewertet hat und gute Hinweise geben konnte, Johannes Krause, Fabian Köhler, Kevin Krechan und Annika Schlögl, deren investierte Zeit sich hoffentlich ausgezahlt hat. Und natürlich Christian Soyk, der versuchte, meine Rechtschreibung und Grammatik in Form zu bringen.

Ganz besonderer Dank gehört Kien Dang Tran, der mein stetiger Begleiter in der Zeit am Institut war und mit dem ich mich jederzeit über die Arbeit austauschen konnte.

Nicht zuletzt gebührt mein Dank all jenen Freunden, die mich in der ganzen Zeit des Bachelorstudiums begleitet und motiviert haben und mir in allen Zeiten eine emotionale Stütze waren.

6 Literatur

- [1] P. M. Thomson, Modern Particle Physics -, ed. new., Cambridge University Press, Cambridge, 2013.
- [2] K. A. Olive et al., Particle Data Group collaboration, Review of Particle Physics, Chin. Phys. **C38** (2014), [090001](#).
- [3] J. Y. Ge, D. H. Miller, Pavlunin et al., CLEO Collaboration collaboration, Study of $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$, $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$, $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$, and $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ in tagged decays of the $\psi(3770)$ resonance, Phys. Rev. D **79** (2009), [052010](#), [[hep-ex/0810.3878v2](#)].
- [4] M. Neubert, Heavy-quark symmetry, Physics Reports **245** (1994), no. 5, [259 – 395](#).
- [5] D. Scora and N. Isgur, Semileptonic meson decays in the quark model: An update, Phys. Rev. D **52** (1995), [2783–2812](#).
- [6] J. P. Lees, V. Poireau, V. Tisserand et al., (BABAR Collaboration) collaboration, Measurement of the $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ differential decay branching fraction as a function of q^2 and study of form factor parametrizations, Phys. Rev. D **91** (2015), [052022](#), [[hep-ex/1412.5502](#)].
- [7] D. Becirevic and A. B. Kaidalov, Comment on the heavy $\rightarrow$ light form factors, Physics Letters B **478** (2000), no. 4, [417 – 423](#).
- [8] T. Becher and R. J. Hill, Comment on form-factor shape and extraction of from, Physics Letters B **633** (2006), no. 1, [61 – 69](#).
- [9] T. Gleisberg, S. Höche, F. Krauss, M. Schönherr, S. Schumann, F. Siegert and J. Winter, Event generation with SHERPA 1.1, Journal of High Energy Physics **2009** (2009), no. 02, [007](#), [[hep-ph/0811.4622v1](#)].
- [10] A. Rohatgi, WebPlotDigitizer (3.9), 2015, ankitrohatgi@hotmail.com.
- [11] Wikipedia, Goodness of fit — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2016, [Online; accessed 20-May-2016].
- [12] H. Ma, D leptonic and semileptonic decays, XV International Scientific Conference Constanta, Constanta, Romania, May 22-23, 2015, 2015.
- [13] Wikipedia, Beijing Electron Positron Collider — Wikipedia, Die freie Enzyklopädie, 2015, [Online; Stand 21. Mai 2016].
- [14] Wikipedia, CLEO (particle detector) — Wikipedia, The Free Encyclopedia, 2015, [Online; accessed 21-May-2016].
- [15] G. Rong, Y. Fang, H. Ma and J. Zhao, Determination of or extraction of from semileptonic D decays, Physics Letters B **743** (2015), [315 – 324](#), [[hep-ex/1410.3232v1](#)].

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit im Rahmen der Betreuung am Institut für Kern- und Teilchenphysik ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst und alle Quellen als solche gekennzeichnet habe.

Marius Walther
Dresden, 27. Mai 2016