Einfluss der Detektor-Akzeptanz auf die Messung von CP-Verletzung beim Zerfall $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ im Experiment CPLEAR

Diplomarbeit

Institut für
Mittelenergiephysik
ETH Zürich
CH-5232 Villigen PSI

CERN LIBRARIES, GENEVA

CM-P00081009

Erwin Heimgartner

Villigen, im Januar 1993

Thesis-1993-Heimgartner

CERN LIBRARIES, GENEVA

Zusammenfassung

Wir studieren mit einer Simulation den Einfluss asymmetrischer Nachweiswahrscheinlichkeit für π^+ und π^- auf die Messung des CP-verletzenden Parameters η_{+-0} im Zerfall $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Im Unterschied zu den zwei-pionischen Zerfällen ist der CP-Eigenwert von $\pi^+\pi^-\pi^0$ nicht fest, sondern hängt vom relativen Bahndrehimpuls l zwischen π^+ und π^- ab. Im Falle symmetrischer Detektor-Akzeptanz fällt der CP-erhaltende Beitrag im Interferenzterm der Zerfallsrate durch eine Integration über den Phasenraum heraus, und wir messen nur die CP-Verletzung. Asymmetrische Akzeptanz für π^+ und π^- bewirkt, dass dieses Wegheben nicht vollständig geschieht. Dies führt zu einer systematischen Korrektur auf η_{+-0}, die bestimmt oder abgeschätzt werden soll.
Mit insgesamt rund 5'800 simulierten Ereignissen finden wir eine knapp signifikante Korrektur mit $\sigma(|\eta_{+-0}|) = 7.34 \times 10^{-2}$. Als obere Grenze erhalten wir $|\eta_{+-0}| \leq 0.19$ bei 90% C.L. Falls diese Korrektur auf $|\eta_{+-0}|$ in einer analogen Studie mit einer Genauigkeit von 1.0×10^{-3} bestimmt werden soll, sind dafür 3.2×10^7 ausgewählte simulierte Ereignisse erforderlich. Mit dieser Studie haben wir gleichzeitig die Empfindlichkeit des CPLEAR-Experimentes auf den Parameter η_{+-0} zum Ausdruck gebracht.
Eine einfachere Abschätzung ergibt für die systematische Korrektur $\delta(\eta_{+-0}) = (-6.1 \pm 4.6) \times 10^{-4}$. Damit liegt der systematische Fehler auf η_{+-0} durch asymmetrische Akzeptanz in der Grössenordnung von ε selbst. Um diese Aussage zu bestätigen, ist allerdings noch eine verbesserte Statistik erforderlich.

Abstract

The influence of asymmetric detector acceptance for π^+ and π^- on the CP violation parameter η_{+-0} is studied by means of simulated datas. Contrary to the two-pion case the CP eigenvalue of $\pi^+\pi^-\pi^0$ is not unique but depends on the relative angular momentum l between π^+ and π^-. If the detector was ideal then the CP conserving contributions in the interference term of the decay rates would vanish by a simple phase space integration. Every asymmetric acceptance for π^+ and π^- would lead to systematical errors on η_{+-0}. The aim of this study consists in determining or at least estimating this systematic correction.
Using 5'800 simulated events we find a barely significant correction with an error of $\sigma(|\eta_{+-0}|) = 7.34 \times 10^{-2}$ being mainly statistical. The upper limit is $|\eta_{+-0}| \leq 0.19$ at 90 % CL. If the accuracy on the systematic correction on $|\eta_{+-0}|$ should be less than 1.0×10^{-3} then about 3.2×10^7 selected events have to be generated by the simulation program. We remark that this study mainly reflects the sensitivity of the CPLEAR detector on the parameter η_{+-0}.
In an approximation we estimate the systematical error $\delta(\eta_{+-0})$ to be $(-6.1 \pm 4.6) \times 10^{-4}$. This is of the order of ε. A better statistic is necessary to verify this result.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung 1

1 Einführung und Motivation 4

2 CP-Verletzung im neutralen Kaon-System 7
2.1 Phänomenologische Beschreibung der CP-Verletzung 7
2.2 Die verschiedenen Zerfallsarten 9
2.2.1 Zerfall in 2 Pionen 9
2.2.2 Zerfall in 3 Pionen 11
2.2.3 Semileptonische Zerfälle 12
2.3 Stand der Messung von CP-Verletzung 12

3 Das Experiment CPLEAR 14
3.1 Die Philosophie des Experimentes 14
3.2 Das Messprogramm 15
3.3 Der Aufbau des Detektors 15
3.4 Prinzip der Datenauswahl ("Trigger") 18

4 Der Zerfall $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 20
4.1 CP-Eigenwert und Isospin 20
4.2 Die verschiedenen Kanäle 21

5 Dalitz-Plot-Variablen für den Zustand $\pi^+\pi^-\pi^0$ 23
5.1 Definition der Variablen X und Y 23
5.2 Grenzen des Phasenraums für $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 23

6 Die differentiellen Zerfallsraten 26
6.1 Linearisierung der Zerfalls-Amplituden 26
6.2 Differentielle, zeitabhängige Raten in allgemeiner Form 27
6.3 Spezialfall der CP-erhaltenden, linearisierten Amplituden 27

7 Die phasenraum-integrierten Zerfallsraten 29
7.1 Werte für die Phasenraum-Integrale 29
7.2 Bildung der phasenraum-integrierten Raten 30
7.3 Spezialfall für linearisierte Amplituden 31

8 Die verwendete Simulation 32
8.1 Das Prinzip einer Simulation 32
8.2 Die simulierten Ereignisse 32
8.3 Das Analyseprogramm 33
8.4 Bildung der X- und Y-Variablen 35

9 Methodik und Resultate **38**
9.1 Mögliche Ursachen für asymmetrische Akzeptanz 38
9.2 Abschätzung der systematischen Korrektur auf η_{+-0} 39
9.3 Die Methode der vollen Simulation 41
9.4 Schätzwerte und Fehler auf η_{+-0} mit der χ^2-Methode 42

10 Schlussfolgerungen aus der Simulation **46**

Verwendete Literatur **48**

1 Einführung und Motivation

Eine der wichtigsten Quellen naturwissenschaftlichen Fortschritts ist die Frage, welche Grössen in bestimmten physikalischen Prozessen erhalten sind und welche nicht. Das Postulat der Energieerhaltung etwa führte im 19. Jahrhundert zum Begriff der Wärme als weiterer Energieform neben der mechanischen.
Das Noether'sche Theorem in der Lagrange'schen Formulierung der Feldtheorie stellte dann den Zusammenhang her zwischen einer erhaltenen Grösse und der Invarianz der Lagrangedichte unter einer dazugehörigen Symmetrietransformation. Energieerhaltung konnte so mit der Invarianz unter kontinuierlichen Zeittranslationen in Verbindung gebracht werden, die Impulserhaltung mit Raumtranslationen.
Im 20. Jahrhundert entstand mit der speziellen Relativitätstheorie eine Verknüpfung der Elektrodynamik mit der Mechanik. Damit wurde die Forderung nach Invarianz der Naturgesetze unter Lorentztransformationen zu einem wesentlichen Prinzip für neue Theorien. Nach der Entwicklung der Quantenelektrodynamik Mitte des 20. Jahrhunderts wurde versucht, sämtliche grundlegenden Wechselwirkungen der Physik, d.h.

- Elektromagnetische Wechselwirkung
- Starke Wechselwirkung
- Schwache Wechselwirkung
- Gravitation

Lorentz-invariant und lokal zu formulieren. Die Frage, die sich zudem stellte, war: Sind diese Wechselwirkungen invariant gegenüber weiteren (diskreten) Transformationen? Durch die Struktur der Poincarégruppe (Lorentztransformationen verknüpft mit Raum-Zeit-Translationen) sind für die Teilchenphysik folgende drei diskreten Transformationen sowie ihre Verknüpfungen von Bedeutung:

- Raumspiegelung oder Paritätstransformation (P)
- Teilchen-Antiteilchen-Umwandlung oder Ladungskonjugation (C)
- Zeitumkehrtransformation (T) .

Anfänglich wurde angenommen, dass sämtliche Wechselwirkungen auch diese Invarianzeigenschaften besitzen. Erst die Arbeit von Lee und Yang (1956) sowie Experimente von Wu und Mitarbeitern zum Kern-Betazerfall von ^{60}Co (1957) und Goldhaber (1958) zeigten die maximale Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung. Aus den Experimenten folgerte man weiter, dass auch die C-Parität maximal verletzt sein muss. Die Konsequenz davon ist, dass es nur linkszirkulare Neutrini (ν) und nur rechtszirkulare Antineutrini ($\overline{\nu}$) gibt. Werden die Teilchen als masselos angenommen, so haben sie auch festgelegte Händigkeit (Chiralität). Nun postulierte man, dass die schwache Wechselwirkung wenigstens invariant sei unter der kombinierten

Transformation CP, welche die Helizität *und* den Ladungszustand umkehrt und damit linkszirkulare ν in rechtszirkulare $\overline{\nu}$ überführt.
Im Jahre 1964 zeigte das Experiment von Christenson und Mitarbeitern mit neutralen K-Mesonen jedoch, dass hier diese Symmetrie (im statistischen Sinne) nur in 99.8 % der Fälle erhalten ist. Damit erlangte das schon früher aufgestellte CPT-Theorem wieder an Bedeutung. Es sagt aus, dass Lorentz-invariante, lokale Feldtheorien unter gewissen weiteren Bedingungen invariant sind unter der zusammengesetzten Transformation CPT. Eine wichtige Folgerung ist, dass es zu jedem Teilchen ein entsprechendes Antiteilchen gibt mit gleicher Masse und Lebensdauer, aber entgegengesetzten ladungsähnlichen Grössen (elektrische Ladung Q, Seltsamkeit S, etc.). Eine CP-Verletzung bedeutet dann ebenso eine T-Verletzung.
Das System der neutralen K-Mesonen ist bislang das einzige Beispiel von experimentell nachgewiesener CP-Verletzung. Es gibt verschiedene Modelle (z.B. Standardmodell, superschwache Wechselwirkung), die dieses Phänomen zu erklären versuchen. Die experimentellen Daten reichen im Augenblick noch nicht aus, um zwischen diesen Modellen zu unterscheiden.
Das Experiment CPLEAR verwendet in der Vernichtung von Antiprotonen in Ruhe die beiden Reaktionen $p\overline{p} \rightarrow K^+\pi^-\overline{K}^0$ und $p\overline{p} \rightarrow K^-\pi^+K^0$. Die Identifikation von K^0 und $\overline{K}^0$ geschieht durch Beobachtung der geladenen Pionen und Kaonen. Es ist das Ziel, für einige der CP-verletzenden Parameter eine bessere Genauigkeit anzugeben, sowie durch diese neue Messmethode andere systematische Fehler zu erhalten.
CP-Verletzung im Zerfall $K^0_S \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ konnte bis jetzt noch nicht experimentell nachgewiesen werden. Bei CPLEAR wird beabsichtigt, mit der Genaugkeit in einen Bereich vorzustossen, wo entschieden werden kann, ob CP-Verletzung im selben Ausmass vorliegt wie bei $K^0_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ oder nicht. Weil der CP-Eigenwert von $\pi^+\pi^-\pi^0$ vom relativen Bahndrehimpuls zwischen π^+ und π^- abhängt, ist eine genaue Analyse des kinematisch erlaubten Bereichs ("Phasenraum" oder "Dalitzplot") der drei π-Mesonen notwendig, um den CP-verletzenden Teil aus den gemessenen Zerfallsraten zu gewinnen. Die zentralen Fragestellungen lauten dabei:

1. In welcher Weise beeinflusst eine unterschiedliche Nachweiswahrscheinlichkeit für π^+ und π^- im Detektor die Messung des CP-verletzenden Parameters η_{+-0}?

2. Können wir die erforderliche systematische Korrektur auf η_{+-0} abschätzen und eine obere Grenze für diese Korrektur angeben?

3. Welcher Zusammenhang besteht beim CPLEAR-Experiment zwischen der Anzahl gemessener Ereignisse und der erreichten Genauigkeit auf η_{+-0}?

Im zweiten Kapitel findet sich eine Übersicht zum Phänomen der CP-Verletzung im neutralen Kaon-System. Wir gehen hauptsächlich auf die zwei- und drei-pionischen Zerfälle ein.
Das dritte Kapitel bringt eine kurze Einführung ins Experiment CPLEAR, soweit dies für das weitere Verständnis nützlich ist. In den weiteren Teilen wird dann der Zerfall $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ behandelt. Wir nehmen stets an, dass CPT erhalten ist, und dass die CP-Verletzung lediglich in der Mischung von K^0 mit $\overline{K}^0$ auftritt.

Kapitel 4 zeigt den Zusammenhang zwischen CP-Eigenwert, Bahndrehimpuls und Isospin. Damit werden unter der Annahme bestimmter empirischer Regeln die Beiträge zu den CP-verletzenden und CP-erhaltenden Zerfallsraten ersichtlich.
Im fünften Kapitel werden die Dalitzplot-Variablen eingeführt, und die Grenzen des Phasenraums explizit angegeben. Für unsere Berechnungen benötigen wir eine Parametrisierung der K^0_S- und K^0_L-Amplituden. Wir benützen dabei nur die linearen Terme.
Mit dieser Linearisierung leiten wir in Kapitel 6 die in bezug auf den Phasenraum differentiellen Raten her. Der CP-erhaltende Teil wird für die spätere Simulation benötigt.
Der Bezug zu den phasenraum-integrierten Raten wird in Kapitel 7 hergestellt, unter Annahme idealer Detektor-Akzeptanz. Wir berechnen die Phasenraum-Integrale von Polynomen in den Dalitzplot-Variablen.
Kapitel 8 enthält Angaben zur durchgeführten Simulation und zum Analyseprogramm mit insgesamt rund 5'800 Ereignissen. Nach einer Anpassung liegen sämtliche Ereignisse im kinematisch erlaubten Bereich.
Im neunten Kapitel schliesslich untersuchen wir, wodurch eine unterschiedliche Akzeptanz zwischen π^+ und π^- zustande kommen kann. Unter vereinfachten Annahmen schätzen wir den systematischen Fehler auf η_{+-0} ab. Mit einer vollen Simulation bringen wir die Empfindlichkeit des Detektors auf η_{+-0} zur Darstellung: Wir geben den Zusammenhang an zwischen erforderlicher Zahl an Ereignissen und erreichter Genauigkeit auf η_{+-0} für das Experiment CPLEAR.

2 CP-Verletzung im neutralen Kaon-System

Dieses Kapitel behandelt das System der neutralen Kaonen und beschreibt die darin auftretende CP-Verletzung phänomenologisch, d.h. ohne auf deren Ursache im einzelnen einzugehen. Näheres ist zum Beispiel in [1], [2], [3], [4] und [5] zu finden. Ganz analog wird CP-Verletzung auch im System der neutralen B- und D-Mesonen erwartet, doch steht dort die experimentelle Bestätigung noch aus.
Der Begriff der "seltsamen" Teilchen entstand, als Mesonen gefunden wurden, deren Lebensdauer beim Zerfall in Pionen viel grösser war als die Zeit, die sie für die Erzeugung benötigten. Weiter wurde beobachtet, dass solche "seltsamen" Teilchen stets paarweise erzeugt werden. Man wusste, dass Prozesse, an denen die starke Wechselwirkung beteiligt ist, wesentlich schneller ablaufen als solche, die nur schwach möglich sind.
Erklärt wurde dieses Phänomen dadurch, dass eine neue Quantenzahl eingeführt wurde, die "Seltsamkeit" (engl. strangeness), abgekürzt S. Sie sollte in der starken und der elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten, in der schwachen hingegen verletzt sein. Seltsame Teilchen konnten so in Paaren mit entgegengesetzter Seltsamkeit stark erzeugt werden, und nur schwach in nicht-seltsame Zustände zerfallen.
Das Konzept des Isospins konnte beibehalten werden, indem die Seltsamkeit als weitere ladungsähnliche Grösse eingeführt wurde. Teilchen und Antiteilchen sollten entgegengesetzte Seltsamkeit besitzen. Gell-Mann (1953) und Nishijima (1955) formulierten den Zusammenhang zwischen Ladung Q, Baryonenzahl B, dritter Komponente des Isospins I_3 und Seltsamkeit S wie folgt:

$$Q = \left(\frac{B}{2} + \frac{S}{2} + I_3\right) e \,. \tag{2.1}$$

Bis jetzt wurde noch in keinem Experiment eine Verletzung von B oder Q beobachtet. Mit obiger Formel heisst dies nichts anderes, als dass die Erhaltung (bzw. Verletzung) der Seltsamkeit in der starken und elektromagnetischen (bzw. schwachen) Wechselwirkung untrennbar mit der Erhaltung (bzw. Verletzung) der dritten Isospin-Komponente verbunden ist.
Die Zuordnung der Seltsamkeit zu einem bestimmten seltsamen Teilchen ist nicht eindeutig. Dem entstehenden neutralen K^0 wurde $S = +1$ und damit $I_3 = -1/2$ zugeordnet. Für ein vollständiges Isospin-Dublett braucht es noch ein Teilchen mit $I_3 = +1/2$, positiver Ladung und gleicher Seltsamkeit. Es wurde bald gefunden und mit K^+ bezeichnet. Für $S = -1$ wurde ein analoges Isospin-Dublett gefunden.

2.1 Phänomenologische Beschreibung der CP-Verletzung

Die durch starke und elektromagnetische Wechselwirkung erzeugten neutralen Teilchen K^0 und $\overline{\mathrm{K}}^0$ sind Eigenzustände von $H_0 = H_{st} + H_{em}$ mit $S = \pm 1$. Wegen der Verletzung der Seltsamkeit in der schwachen Wechselwirkung finden wir nach einer bestimmten Zeit eine Mischung von K^0 und $\overline{\mathrm{K}}^0$ vor. Nach der Erzeugung kann das System der neutralen Kaonen durch den gesamten Hamilton-Operator $H = H_0 + H_{wk}$

beschrieben werden. Die Teilchen mit definierten Massen und Lebensdauern sind lineare Kombinationen von K^0 und $\overline{K}^0$, sie werden mit K_S^0 und K_L^0 bezeichnet. Diese kohärente Mischung aus K^0 und $\overline{K}^0$ lässt sich schreiben als:

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|K^0\rangle + b(t)|\overline{K}^0\rangle \; . \tag{2.2}$$

In (2.2) bezeichnet $|\psi(t)\rangle$ eine zweikomponentige Wellenfunktion. Die allgemeinste Abbildung, welche $\psi(t)$ in $i\frac{d}{dt}\psi(t)$ überführt und das Superpositionsprinzip erfüllt, ist eine komplexe 2×2-Matrix. Jede solche lässt sich schreiben als Summe eines hermiteschen Anteils M ("Massenmatrix") und eines antihermiteschen Anteils $i\Gamma$ ("Zerfallsmatrix"). Mit der Methode von Wigner & Weisskopf (vgl. [1] und [4]) erhalten wir dieses Resultat auch aus der Schrödingergleichung für den Zustand, der zusätzlich alle möglichen Zerfallsprodukte enthält. Folgendes System von gekoppelten Differentialgleichungen beschreibt dann die Zeitentwicklung:

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = (M - i\Gamma)|\psi(t)\rangle \; . \tag{2.3}$$

Wegen der Hermitizität gilt $M_{21} = M_{12}^*$ und $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$. Unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung lassen sich mit einer Störungsreihenentwicklung die Übergangsamplituden mit den einzelnen Matrixelementen wie folgt in Verbindung bringen:

$$\langle K^0|\tilde{H}|K^0\rangle = M_{11} - i\Gamma_{11} \tag{2.4}$$

$$\langle \overline{K}^0|\tilde{H}|\overline{K}^0\rangle = M_{22} - i\Gamma_{22} \tag{2.5}$$

$$\langle K^0|\tilde{H}|\overline{K}^0\rangle = M_{12} - i\Gamma_{12} \tag{2.6}$$

$$\langle \overline{K}^0|\tilde{H}|K^0\rangle = M_{12}^* - i\Gamma_{12}^* \; . \tag{2.7}$$

Für das Folgende setzen wir CPT-Invarianz voraus, was gleichbedeutend ist mit: $M_{11} = M_{22}$ und $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$. Wir können die Eigenwerte dieser Matrix bestimmen:

$$\lambda_{S,L} = M_{11} - i\Gamma_{11} \pm \sqrt{M_{12} - i\Gamma_{12}} \cdot \sqrt{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*} \; . \tag{2.8}$$

Mit der Zuweisung

$$\lambda_{S,L} \equiv m_{S,L} - i\frac{\gamma_{S,L}}{2} \equiv M_{11} - i\Gamma_{12} \mp (\frac{\Delta m}{2} + i\frac{\Delta\gamma}{4}) \tag{2.9}$$

haben wir die Massen und die Lebensdauern der kurz- und langlebigen Komponente definiert. Es ist $\Delta m \equiv m_L - m_S = (3.522 \pm 0.016) \cdot 10^{-12} MeV$ und $\Delta\gamma \equiv \gamma_S - \gamma_L = (1.1189 \pm 0.0025) \cdot 10^{10} s^{-1}$ [9]. Die Transformation von der Basis $(K^0, \overline{K}^0)$ zur physikalischen (K_S^0, K_L^0) ist nicht unitär, deshalb ist die neue Basis nicht orthogonal. Die Transformation lässt sich durch zwei komplexe Zahlen p, q beschreiben, für die wegen der Normierung der Zustände zum Zeitpunkt $t = 0$ gelten muss $|p|^2 + |q|^2 = 1$.

$$\begin{pmatrix} K_S^0 \\ K_L^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ p & -q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K^0 \\ \overline{K}^0 \end{pmatrix} \; . \tag{2.10}$$

Alternativ können wir auch den Parameter ε einführen, mit folgender Beziehung:

$$p = \frac{1+\varepsilon}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} \; ; \; q = \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}} \, . \tag{2.11}$$

Der Bezug zwischen ε und den Matrixelementen ist nicht eindeutig, sondern hängt von einer Phasenkonvention ab. Wir wählen sie so, dass $CP|\mathrm{K}^0\rangle = |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle$ und $CP|\overline{\mathrm{K}}^0\rangle = |\mathrm{K}^0\rangle$. Damit wird:

$$\varepsilon = \frac{Im\Gamma_{12} + iImM_{12}}{\Delta m + i\frac{\Delta\gamma}{2}} \, . \tag{2.12}$$

Wir erkennen in (2.12), dass eine CP-Verletzung mit einem Nicht-Verschwinden der Differenz $\langle \mathrm{K}^0|H|\overline{\mathrm{K}}^0\rangle - \langle \overline{\mathrm{K}}^0|H|\mathrm{K}^0\rangle$ verbunden ist. Diese Differenz muss ebenfalls verschwinden, wenn T erhalten ist (Umkehr der Bewegungsrichtung).
Es lässt sich nun explizit die Zeitentwicklung der physikalischen Zustände angeben:

$$|K^0_{S,L}(t)\rangle = e^{-i(m_{S,L} - i\frac{\gamma_{S,L}}{2})t}|K^0_{S,L}\rangle \, . \tag{2.13}$$

Wir definieren noch die CP-Eigenzustände:

$$|K^0_{1,2}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|\mathrm{K}^0\rangle \pm |\overline{\mathrm{K}}^0\rangle\Big) \, . \tag{2.14}$$

Es gilt: $CP(|K_1\rangle) = |K_1\rangle$ und $CP(|K_2\rangle) = -|K_2\rangle$. Damit ist der Zusammenhang zwischen den CP-Eigenzuständen und den physikalischen Zuständen wie folgt gegeben:

$$|K^0_{S,L}\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}\Big(|K_{1,2}\rangle + \varepsilon|K_{2,1}\rangle\Big) \, . \tag{2.15}$$

Wir bemerken, dass K^0_S hauptsächlich aus dem (CP = +1)-Eigenwert und K^0_L im wesentlichen aus dem (CP = -1)-Eigenwert besteht. Der Parameter $Re(\varepsilon)$ beschreibt CP-Verletzung in der Mischung von K^0 und $\overline{\mathrm{K}}^0$. Wir werden diese Beziehungen später benötigen, wenn die zeitabhängigen Raten berechnet werden.

2.2 Die verschiedenen Zerfallsarten

2.2.1 Zerfall in 2 Pionen

Der CP-Eigenwert des $\pi^+\pi^-$-Zustandes ist stets +1. Die möglichen Isospin-Zustände sind $I = 0, 2$. Ein Zerfall $\mathrm{K}^0_\mathrm{L} \to \pi^+\pi^-$ ist deshalb ein untrügliches Zeichen von CP-Verletzung. Eine Zerlegung nach den Isospinzuständen 0 und 2 ergibt unter Benützung der Clebsch-Gordon-Koeffizienten:

$$|\pi^+\pi^-\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|I=0\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|I=2\rangle \, . \tag{2.16}$$

Wir definieren die Übergangsamplituden:

$$A_0 e^{i\delta_0} \equiv \langle \pi^+\pi^-(I=0)|H_{wk}|\mathrm{K}^0\rangle \tag{2.17}$$

$$A_2 e^{i\delta_2} \equiv \langle \pi^+\pi^-(I=2)|H_{wk}|\mathrm{K}^0\rangle \,. \tag{2.18}$$

Mit Hilfe von CPT-Invarianz und der Hermitizität des Hamilton-Operators erhält man:

$$A_0^* e^{i\delta_0} \equiv \langle \pi^+\pi^-(I=0)|H_{wk}|\overline{\mathrm{K}}^0\rangle \tag{2.19}$$

$$A_2^* e^{i\delta_2} \equiv \langle \pi^+\pi^-(I=2)|H_{wk}|\overline{\mathrm{K}}^0\rangle \,. \tag{2.20}$$

δ_0 und δ_2 sind die s-Wellen-Streuphasen der starken Wechselwirkung. Wir haben die Freiheit, die Phase von A_0 festzulegen. Nach Konvention von Wu & Yang [6] ist A_0 reell, und damit $A_0 = A_0^*$. Die Definition des CP-verletzenden Parameters η_{+-} ist gegeben durch:

$$\eta_{+-} = |\eta_{+-}|\, e^{i\phi_{+-}} \equiv \frac{\langle \pi^+\pi^-|H_{wk}|\mathrm{K}_\mathrm{L}^0\rangle}{\langle \pi^+\pi^-|H_{wk}|\mathrm{K}_\mathrm{S}^0\rangle} \,. \tag{2.21}$$

Unter Beachtung der $\Delta I = \frac{1}{2}$-Regel, die für unseren Fall bedeutet, dass $|A_2/A_0| \ll 1$ (experimentell findet man dafür $\approx 1/20$), erhält man die Näherung:

$$\eta_{+-} \approx \varepsilon + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Im(A_2)}{A_0} e^{i(\delta_2-\delta_2)+\frac{\pi}{2}}}_{\varepsilon'} \,. \tag{2.22}$$

Hier bezeichnet ε' die CP-Verletzung, wie sie im Zerfall selbst auftritt. Sie wird auch "direkte" CP-Verletzung genannt. Im Gegensatz dazu beschreibt ε CP-Verletzung in der Matrix $M - i\Gamma$, das heisst in der Mischung von K^0 und $\overline{\mathrm{K}}^0$; sie heisst auch "indirekte" CP-Verletzung.
Analog zum Zerfall in $\pi^+\pi^-$ können wir auch den Zerfall in $\pi^0\pi^0$ untersuchen. Der CP-Eigenwert ist ebenfalls $+1$. In analoger Weise (und unter Verwendung der erwähnten Konvention) finden wir:

$$\eta_{00} \approx \varepsilon - 2\varepsilon' \,. \tag{2.23}$$

Durch Messung beider Parameter η_{+-} und η_{00} lässt sich so ε' bestimmen. Die Experimente ([9], VII.99) liefern für $Re(\varepsilon'/\varepsilon) \ll 1$.
Mit der Transformation (2.10) und mit Hilfe der Zeitentwicklung (2.13) finden wir die zeitabhängigen Raten für den Zerfall in $\pi^+\pi^-$. Sie sind die eigentlichen Messgrössen:

$$R(\overline{R})\,(t) \propto \frac{1+|\varepsilon|^2}{2|1\pm\varepsilon|^2} |A^L|^2 \Big\{ e^{-\gamma_S t} + |\eta_{2\pi}|^2 e^{-\gamma_L t} \pm 2\, e^{-\gamma t} Re(\eta_{2\pi} e^{-i\Delta m t}) \Big\} \,. \tag{2.24}$$

Hier haben wir $\gamma \equiv \frac{1}{2}(\gamma_S + \gamma_L)$ sowie $A^L = \langle \pi^+\pi^-|H_{wk}|\mathrm{K}_\mathrm{L}^0\rangle$ eingeführt. Die Asymmetriefunktion, welche wir durch

$$A_{2\pi}(t) \equiv \frac{\overline{R}(t) - R(t)}{\overline{R}(t) + R(t)} \tag{2.25}$$

definieren, nimmt dann die folgende Form an (die Abbildung (2.1) zeigt den Verlauf für die aktuell gemessenen Werte)

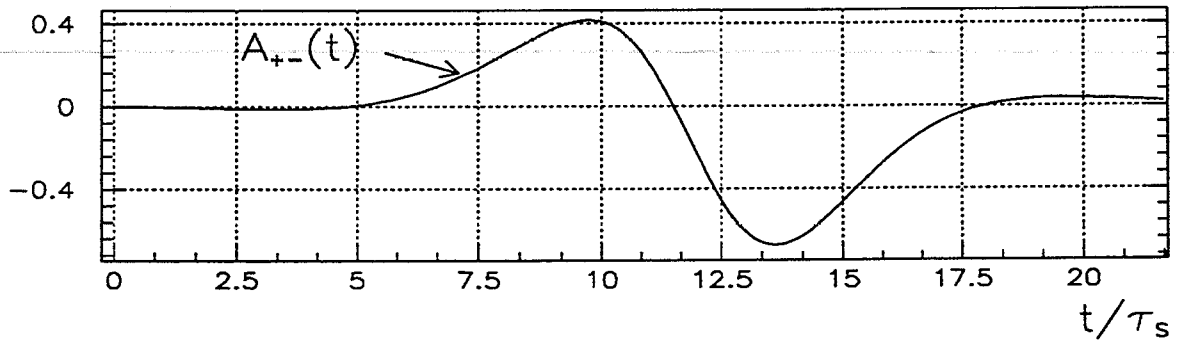

Abb. 2.1: *Asymmetriefunktion $A_{+-}(t)$ für den Zerfall in $\pi^+\pi^-$ mit $|\eta_{+-}| = 2.27 \cdot 10^{-3}$ sowie $\phi_{+-} = 46.6^0$. Die übrigen Grössen wurden gemäss [9] eingesetzt.*

$$A_{2\pi}(t) \cong 2\left\{ Re(\varepsilon) - \frac{|\eta_{2\pi}| e^{\frac{1}{2}(\gamma_S - \gamma_L)t} cos(\Delta m t - \phi_{2\pi})}{1 + |\eta_{2\pi}|^2 e^{(\gamma_S - \gamma_L)t}} \right\} . \tag{2.26}$$

In Abbildung (2.1) fällt auf, dass die Interferenzregion zwischen 5 und 20 τ_S liegt. Im Experiment CPLEAR müssen die K^0- und $\overline{K}^0$-Ereignisse normiert werden. Für die zwei-pionischen Zerfälle wird dazu der Bereich $t \leq 5\tau_S$ verwendet.

2.2.2 Zerfall in 3 Pionen

Die drei-pionischen Zustände haben bevorzugt einen CP-Eigenwert von -1, so dass hier die $\eta_{3\pi}$-Parameter gerade umgekehrt definiert werden. Der Zustand $\pi^+\pi^-\pi^0$ hat keinen festen CP-Eigenwert; er hängt vom relativen Bahndrehimpuls l zwischen π^+ und π^- ab und beträgt $(-1)^{l+1}$ (vgl. Kapitel 4.1), wobei $l = 0$ überwiegt. Der CP-Eigenwert von $\pi^0\pi^0\pi^0$ ist fest und beträgt -1. Es erfolgen die Definitionen:

$$\eta_{+-0} \equiv \frac{\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | H_{wk} | K_S^0 \rangle}{\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | H_{wk} | K_L^0 \rangle} \tag{2.27}$$

$$\eta_{000} \equiv \frac{\langle \pi^0\pi^0\pi^0 | H_{wk} | K_S^0 \rangle}{\langle \pi^0\pi^0\pi^0 | H_{wk} | K_L^0 \rangle} . \tag{2.28}$$

In analoger Form wie in (2.26) erhält man:

$$A_{3\pi}(t) \cong 2\Big\{ Re(\varepsilon) - |\eta_{3\pi}| e^{-\frac{1}{2}(\gamma_S - \gamma_L)t} cos(\Delta m t + \phi_{3\pi}) \Big\} . \tag{2.29}$$

Abbildung (2.2) zeigt, dass die Interferenzregion bei den drei-pionischen Zerfällen bei sehr kurzen Lebensdauern zu liegen kommt, d.h. bei $t \leq 10\tau_S$. Für die globale Normierung ist es aus diesem Grunde von Vorteil, den Bereich $t \geq 10\tau_S$ zu verwenden. Wie gross ist η_{+-0}? Die folgenden Fälle müssen unterschieden werden:

- Keine CP-Verletzung. Dann sind ε und η_{+-0} beide gleich 0.

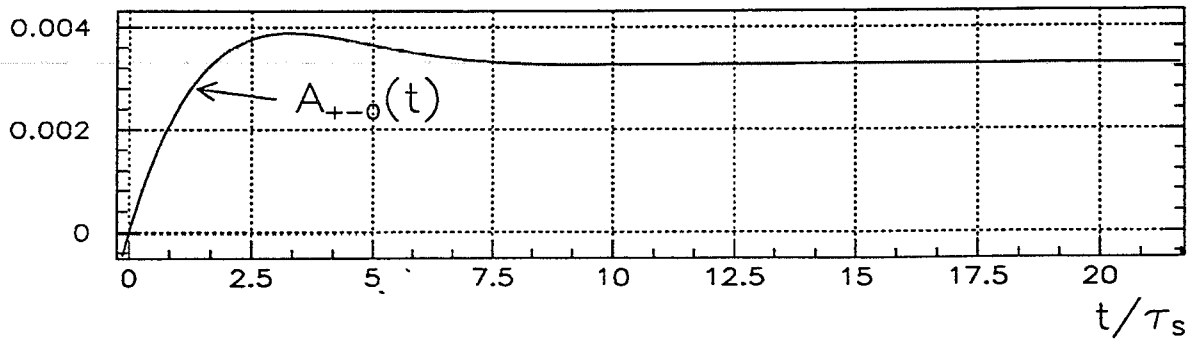

Abb. 2.2: *Asymmetriefunktion $A_{+-0}(t)$ für den Zerfall in $\pi^+\pi^-\pi^0$ für den Fall, wo $\eta_{+-0} = \varepsilon$, d.h. $|\eta_{+-0}| = 2.27 \cdot 10^{-3}$ und $\phi_{+-0} = 43.7^0$. Übrige Grössen aus [9].*

- CP-Verletzung nur in der Mischung von K^0 und $\overline{K}^0$ (beschrieben durch den Parameter ε). Hier gilt $\eta_{+-0} = \varepsilon$ sowie $\phi_{+-0} = Arg(\varepsilon) \cong 45°$ im Falle der Phasenkonvention nach Wu & Yang.

- CP-Verletzung in der Mischung und im Zerfall selbst. Dies ist die allgemeinste Form von CP-Verletzung. Unter der Annahme von CPT-Invarianz und falls nur der Übergang in den Isospinzustand $I = 1$ erfolgt, liefert die direkte CP-Verletzung nur einen Beitrag zum Imaginärteil von η_{+-0} (vgl. auch [3] und [25]). Der Parameter η_{+-0} sieht sehr ähnlich aus wie η_{+-} in (2.22), nur dass jetzt keine unterschiedlichen starken Streuphasen auftreten können. Im Falle der Phasenkonvention nach Wu & Yang [6] gilt:

$$\eta_{+-0} \equiv \varepsilon + \varepsilon'_{+-0} = \varepsilon + i\frac{ImA(K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)}{ReA(K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0)} . \tag{2.30}$$

Mit den erwähnten Einschränkungen gilt dann für den allgemeinen Fall von CP-Verletzung die Beziehung $Re(\eta_{+-0}) = Re(\varepsilon)$.

2.2.3 Semileptonische Zerfälle

Folgender Parameter beschreibt die CP-Verletzung in den semileptonischen Zerfällen:

$$\delta_L(\mu, e) \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \to \pi^-\mu(e)^+\nu_{\mu,e}) - \Gamma(K_L^0 \to \pi^+\mu(e)^-\overline{\nu}_{\mu,e})}{\Gamma(K_L^0 \to \pi^-\mu(e)^+\nu_{\mu,e}) + \Gamma(K_L^0 \to \pi^+\mu(e)^-\overline{\nu}_{\mu,e})} . \tag{2.31}$$

Der Zusammenhang mit dem in der Mischung von K^0 und $\overline{K}^0$ auftretenden Parameter ε lässt sich unter der Annahme der Regel $\Delta S = \Delta Q$ und der Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung in ε schreiben als $\delta_L \approx 2Re(\varepsilon)$. Dadurch wird klar, dass in den semileptonischen Zerfällen unter diesen Voraussetzungen $Re(\varepsilon)$ gemessen wird.

2.3 Stand der Messung von CP-Verletzung

Gemäss [9] betragen die CP-verletzenden Parameter für die zwei-pionischen Zerfälle (alle sind unabhängig von irgendwelchen Phasenkonventionen):

$$|\eta_{+-}| = (2.268 \pm 0.023) \times 10^{-3} \; ; \quad |\eta_{00}| = (2.253 \pm 0.024) \times 10^{-3}$$

$$\phi_{+-} = (46.6 \pm 1.2)^\circ \; ; \quad \phi_{00} = (46.6 \pm 2.0)^\circ \; .$$

Beim Zerfall in 3 Pionen sind die Fehler wesentlich grösser, weil bisher noch nicht sehr viele Ereignisse beobachtet wurden. Messungen von Metcalf und Barmin ([7],[8]) liefern als obere Grenze für den Fall, wo $Re(\eta_{+-0}) = 0$ gesetzt wird:

$$|\eta_{+-0}|^2 \leq 0.12 \;\; (90\% \; C.L.) \; ; \quad |\eta_{000}|^2 \leq 0.1 \;\; (90\% \; C.L.) \; .$$

Wir können dies auch auf den Betrag selbst umrechnen und erhalten mit derselben Vertrauensgrenze:

$$|\eta_{+-0}| \leq 0.35 \; ; \quad |\eta_{000}| \leq 0.32 \; .$$

Der Wert für den die CP-Verletzung in der $K^0, \overline{K}^0$-Mischung beschreibende Parameter ε lässt sich aus den semileptonischen Zerfällen messen. Damit ist $Re(\varepsilon)$ unabhängig von einer Phasenkonvention. Das Argument von ε genügt der Näherung $\phi(\varepsilon) \approx \text{atan}\left(\frac{2\Delta m \tau_S}{\hbar}\right)$. Die Messungen liefern ([9], VII.97):

$$Re(\varepsilon) = (1.64 \pm 0.06) \times 10^{-3} \; ; \quad \phi(\varepsilon) \approx (43.68 \pm 0.14)^\circ$$

$$|\varepsilon| = (2.27 \pm 0.09) \times 10^{-3} \; .$$

3 Das Experiment CPLEAR

Frühere und andere Experimente zur Messung von CP-Verletzung im System der neutralen Kaonen verwendeten entweder einen K_L^0-Strahl oder nur primär erzeugte K^0 oder $\overline{K}^0$. Die hauptsächlichsten Fehler tauchten in der Normierung der Raten im Vergleich zum Untergrund und durch die ungenaue Kenntnis der Regenerationseffekte auf. Dies führte zur Idee, CP-Verletzung in der Interferenz von K^0 und $\overline{K}^0$ zu messen (kohärente Mischung). In diesem Kapitel werden die Grundzüge des Experimentes CPLEAR (PS 195 am CERN) vorgestellt. Nähere Angaben sind in [10], [11], [12], [13] und [14] zu finden.

3.1 Die Philosophie des Experimentes

K^0 und $\overline{K}^0$ werden durch die Vernichtung (Annihilation) von Protonen mit Antiprotonen in Ruhe erzeugt durch folgende Reaktion

$$p\overline{p} \rightarrow K^-\pi^+K^0 \; ; \; p\overline{p} \rightarrow K^+\pi^-\overline{K}^0 \, . \tag{3.32}$$

Das Verzweigungsverhältnis für diese "goldenen" Ereignisse beträgt dabei je rund 2.3×10^{-3} [15]. Die Identifizierung der K^0 und $\overline{K}^0$ geschieht über die Beobachtung der geladenen Kaonen und Pionen. Weil diese Identifizierung der Seltsamkeit ein Prozess ist, in dem sich drei Teilchen im Endzustand befinden, beeinflusst die energieabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit für $K^\pm$ nur unwesentlich jene für $K^0(\overline{K}^0)$. Nach einer globalen Normierung der K^0 und $\overline{K}^0$, welche die unterschiedlichen Reaktionen von K^+ und K^- im Detektor ausgleicht, kann die Detektor-Akzeptanz weitgehend unabhängig von K^0 und $\overline{K}^0$ angenommen werden.
Der spezifische Vorteil dieser Methode besteht darin, dass sich bei der Bildung der zeitabhängigen Asymmetrie

$$A_f(t) = \frac{\overline{R}_f(t) - R_f(t)}{\overline{R}_f(t) + R_f(t)} \tag{3.33}$$

die meisten systematischen Fehler in erster Ordnung wegheben. Insbesondere die Einführung einer zeitabhängigen Effizienz, wie sie bei Experimenten mit nur einem Zustand der Seltsamkeit notwendig ist, entfällt hier. Die beiden wichtigsten verbleibenden Korrekturen stammen vom Effekt der Regeneration im Material des Detektors und von der globalen Normierung der K^0 und $\overline{K}^0$.
Folgende Erfordernisse waren beim Bau des CPLEAR-Detektors zu berücksichtigen:

- Der Detektor muss die Interferenzregion enthalten: Beim Zerfall $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ liegt das Interferenzmaximum zwischen 5 und 15 τ_S. Hat das neutrale Kaon einen mittleren Impuls von 550 MeV/c, so entspricht die Zerfallszeit von 20 τ_S einer Länge von 39.6 cm. Dies bedeutet, dass der Detektor den Bereich bis etwa 50 cm Abstand vom Annihilations-Punkt umfassen sollte.

- Die "goldenen" Ereignisse (3.32) machen zusammen nur 4 Promille der ganzen $p\overline{p}$-Annihilations-Rate aus. Erforderlich ist deshalb eine schnelle Identifikation dieser Ereignisse. Insbesondere eine gute π/K-Separation ist notwendig.

- Eine genaue Rekonstruktion des primären und des sekundären Vertex ist notwendig. Für die Identifikation der neutralen Pionen in den Endzuständen $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\pi^0$ und $\pi^+\pi^-\pi^0$ ist ferner ein elektromagnetisches Kalorimeter zur Messung der Photonen aus dem Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ erforderlich.

Wir bezeichnen in der folgenden Arbeit den Punkt der Annihilation als *primären* und den Ort des Zerfalls des K^0 oder des $\overline{K}^0$ als *sekundären* Vertex.

3.2 Das Messprogramm

Gemessen werden konkret die zeitabhängigen Zerfallsraten $R_f(t)$ und $\overline{R}_f(t)$, wobei mit f ein bestimmter Endzustand nach Kapitel 2.2 bezeichnet. Wir beschränken uns in dieser Auflistung auf die Zerfälle in $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\pi^0$ und $\pi^0\pi^0\pi^0$. Tabelle 3.1 gibt einen Vergleich zwischen den heute erreichten Genauigkeiten gemäss [9] und den für CPLEAR erwarteten Werten ([13] und [14]).

Grösse	Heute erreichter Wert	CPLEAR	Verbesserung
$\sigma(\lvert\eta_{+-}\rvert)$	2.3×10^{-5}	1.2×10^{-5}	2
$\sigma(\lvert\eta_{00}\rvert)$	2.4×10^{-5}	4.5×10^{-5}	0.5
$\sigma(\phi_{+-})$	$1.2°$	$0.3°$	4
$\sigma(\phi_{00})$	$2.0°$	$1.0°$	2
$\sigma(\lvert\eta_{+-0}\rvert)$	3.2×10^{-1}	1.0×10^{-3}	318
$\sigma(\lvert\eta_{000}\rvert)$	2.1×10^{-1}	$\approx 1.0 \times 10^{-2}$	21

Tabelle 3.1: *Vergleich der heute erreichten Genaugkeiten auf die CP-verletzenden Parameter für die zwei- und drei-pionischen Kanäle. Man sieht, dass die Verbesserungen für 2π beachtlich sind (speziell für die Phasen), für 3π hingegen riesig. Dies ist auf die geringe Zahl der bis anhin untersuchten 3π-Ereignisse zurückzuführen.*

3.3 Der Aufbau des Detektors

Der Antiprotonen-Speicherring LEAR (low energy antiproton ring) am CERN in Genf liefert einen Strahl von 200 MeV/c Antiprotonen, der in einem Vakuumrohr über verschiedene Ablenkmagnete zum Experimentierareal geführt wird. Die Rate beträgt im Mittel $1 \times 10^6 s^{-1}$. Die Antiprotonen gelangen in den Detektor und werden in einem Wasserstoff- Target gestoppt. Die einzelnen Elemente des Detektors sind dann zylinderförmig um das Target angeordnet, um die in der Annihilation produzierten Teilchen nachzuweisen. Ein Magnet, dessen Feldrichtung parallel zu den einfallenden Antiprotonen liegt, liefert ein homogenes Magnetfeld der Stärke 0.44 Tesla. Aus

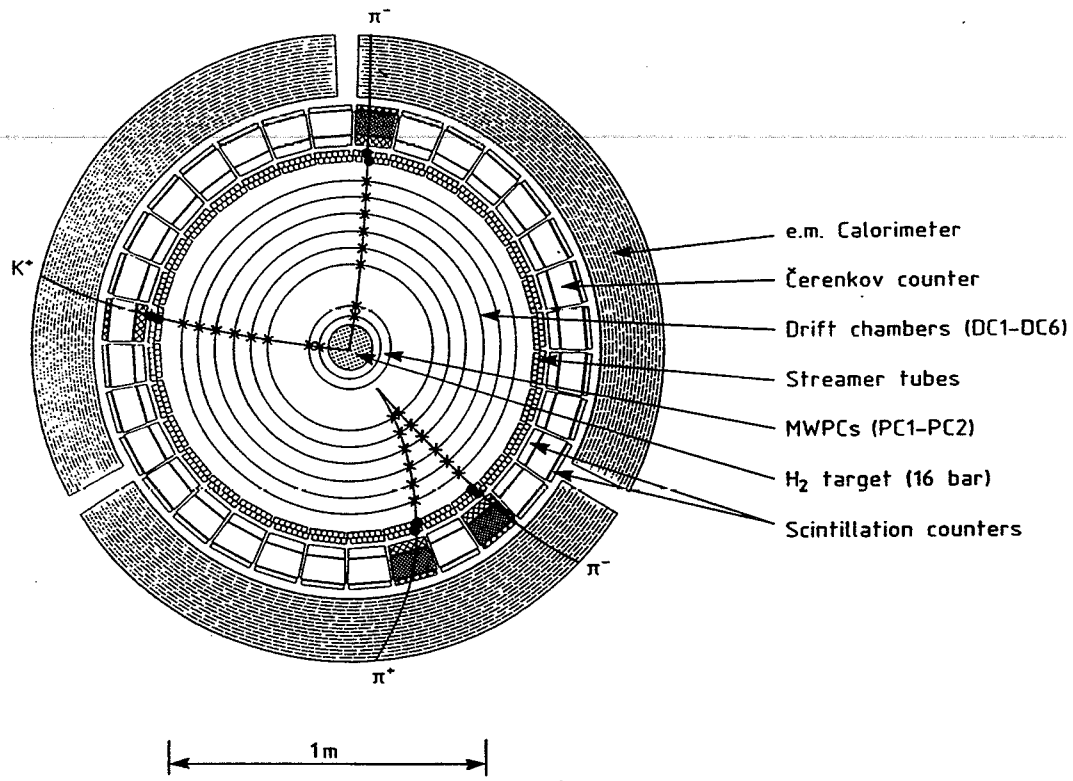

Abb. 3.3: *Transversaler Schnitt durch den Detektor mit der (primären) Reaktion* $p\bar{p} \rightarrow K^+\pi^-\overline{K}^0$ *und dem (sekundären) Zerfall* $\overline{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$.

der Krümmung der geladenen Teilchenbahnen lässt sich so der Impuls bestimmen. Die Feldrichtung kann umgepolt werden, um Ladungsasymmetrien, die geometrisch bedingt sind, auszugleichen. Für die Beschreibung des Detektors wählen wir ein Koordinatensystem, dessen z-Richtung parallel zur Strahlrichtung liegt. Die $r-\phi$-Ebene liegt dann senkrecht dazu. Es folgt nun eine Auflistung der verschiedenen Teile des Detektors zusammen mit ihren jeweiligen Aufgaben und Eigenschaften. Bei der Konstruktion der inneren Teile (v.a. Proportional- und Driftkammern) musste auf eine möglichst geringe Dichte Wert gelegt werden, um den Effekt der Regeneration klein zu halten (vgl. Abbildung 3.3).

- Das **Target** liegt in der Mitte des Detektors und besteht aus einer 0.8 mm dicken kugelförmigen Hülle aus Kevlar mit einem Durchmesser von 14 cm. Es wird mit gasförmigem Wasserstoff gefüllt, bis ein Druck von 15 bar erreicht ist. Die Antiprotonen können durch ein 0.12 mm dickes, kreisförmiges Eintrittsfenster aus Mylar ins Target gelangen. Durch das Anbringen zusätzlicher Folien verschiedener Dicke unmittelbar vor diesem Fenster kann die Lage der Stoppverteilung verändert werden. Vor dem Target ist ein kleiner Szintillations-Zähler angebracht, welcher der Entscheidungslogik mitteilt, dass ein Antiproton eingetroffen ist. Davor befinden sich noch zwei kleine Drahtkammern, um die horizontale und vertikale Lage des Strahls zu kontrollieren.

- Die beiden **Proportionalkammern** PC1 und PC2 sollen mit hoher Genauigkeit die Lage der geladenen Teilchenspuren in der Nähe des Annihilationspunktes bestimmen. Weiter liefern sie für die Entscheidungslogik in kurzer Zeit die Zahl der primären Bahnen. Die Kammern sind zylinderförmig um das Target angeordnet und werden nur von der strahlabwärtigen Seite her getragen. PC1 (PC2) hat einen Radius von 9.5 (12.7) cm und eine Länge von 70 cm. Die Kathodenstreifen aus Aluminium laufen spiralförmig um die innere und äussere Kammerwand und liefern zusammen mit den Anodendrähten eine Information über ϕ und z. Im Moment werden die z-Streifen allerdings noch nicht ausgelesen, so dass nur eine Information über (r, ϕ) möglich ist. Die Gasmischung besteht aus 79.5% Argon, 20% Isobutan und 0.5% Freon.

- Die sechs **Driftkammern** DC1 bis DC6 liefern die Hauptinformation über die Teilchenbahnen. Ihr radialer Abstand beträgt zwischen 25.5 und 50.9 cm, ihre Länge je 2.3 m. Damit decken sie gerade den Bereich bis $\approx 20\ \tau_S$ ab. Wie bei den Proportionalkammern liefern auch hier Kathodenstreifen die z-Information. Vorläufig stammt die z-Information der Bahnen nahe am primären Vertex ausschliesslich von den inneren DC's. Die Kammern sind mit 50% Argon und 50% Äthan gefüllt.

- Die **"Streamer"-Kammern** ST1 und ST2 haben die Aufgabe, in kurzer Zeit (700 ns), die z-Position jeder geladenen Spur zu bestimmen. Dazu wird die Laufzeitdifferenz eines Signals zwischen den beiden Enden eines Drahtes gemessen. Insgesamt 2×192 Einheiten sind in 2 Schichten und 32 Sektoren so angeordnet, dass die beiden Schichten um eine halbe Kammerbreite gegeneinander versetzt sind. Ihr radialer Abstand zur Strahlachse beträgt 58.2 und 60 cm, ihre Länge 2.52 m. Die verwendete Gasmischung besteht aus 46% Isobutan, 50% Argon, 4% Methylal und 0.008% Freon.

- Die **Teilchenidentifikations-Detektoren (PID)** sollen im wesentlichen die schnelle Identifikation und Separation von geladenen Pionen und Kaonen im Bereich zwischen 300 und 750 MeV/c vornehmen. In jedem der 32 Sektoren liegt ein 3.1 m langes, trapezoidförmiges Sandwich bestehend aus einem inneren Szintillator (S1), einem Schwellen-$\check{C}$erenkov-Detektor ($\check{C}$) und einem äusseren Szintillator (S2). Die Photonen gelangen über Lichtleiter an beiden Seiten zu den Photo-Vervielfachern (PM). Der $\check{C}$-Zähler besteht aus UV-transparentem, poliertem Acrylglas und ist mit einem FC72-Radiator (C_6F_{14}) gefüllt, dem ein Wellenlängenschieber (PPO) beigemischt wurde. Der Brechungsindex im optischen Bereich beträgt 1.26. Die Schwellen- Geschwindigkeit, bei der gerade noch $\check{C}$-Licht ausgesandt wird, liegt bei v/c = β = 0.81. Die Mehrheit der Pionen hat $\beta \geq 0.90$, die Mehrheit der Kaonen $\beta \leq 0.78$. Ein Teilchen wird als Kaon-Kandidat angesehen, wenn es an S1 und S2, *nicht* aber in $\check{C}$ angesprochen hat $(S1 \star \overline{\check{C}} \star S2)$. Fehler bei der Separation entstehen durch langsame Pionen mit p $\leq$ 195 MeV/c oder durch eine mangelhafte Lichtleitung. In S1 wird noch der Energieverlust dE/dx und die Flugzeit (TOF) gemessen.

- Das **elektromagnetische Kalorimeter** liegt in einem mittleren radialen Abstand von 87.6 cm und dient der Identifikation der Photonen, der π/e-Separation sowie mit einem Fit der der Rekonstruktion des Zerfallsvertex für die neutralen Zerfälle (z.B. $K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$). Es besteht aus 18 gleichartigen 10.6 mm dünnen Schichten, die in drei 120°-Sektoren unterteilt sind. Jede Schicht besteht von innen nach aussen betrachtet aus einem 1.5 mm dicken Bleikonverter, der beidseitig durch Aluminiumblech verstärkt ist, gefolgt von einer Schicht Drahtkammern, die oben und unten durch Kathodenstreifen abgeschlossen wird. Die gesamte Dicke des Kalorimeters macht 6.2 Strahlungslängen aus. Gefüllt sind die Drahtkammern mit einer Gasmischung bestehend aus 67% CO_2 und 33% N-Pentan. Die Kammern werden im Bereich begrenzter Proportionalität betrieben; sie sollen die Schauerpartikel des im Blei konvertierten Photons nachweisen. Analog zu den anderen Kammern liefern die Kathodenstreifen auch hier die z-Information.

3.4 Prinzip der Datenauswahl ("Trigger")

Die "goldenen" Ereignisse (3.32) machen nur $\approx 4.6 \times 10^{-3}$ der gesamten $p\bar{p}$-Annihilationsrate aus [15]. Um in vernünftiger Zeit die physikalischen Ziele des Experimentes zu erreichen, ist eine Rate von etwa $1.0 \times 10^6 s^{-1}$ erforderlich. Damit eine Selektion dieser goldenen Kanäle mit möglichst wenig Totzeit erfolgt, muss der Entscheid in mehreren Stufen erfolgen, mit anfänglich geringem Zeitaufwand, der dann mit der Zeit immer grösser werden kann (vgl. Abbildung 3.4). Die wichtigsten Stufen sind die folgenden:

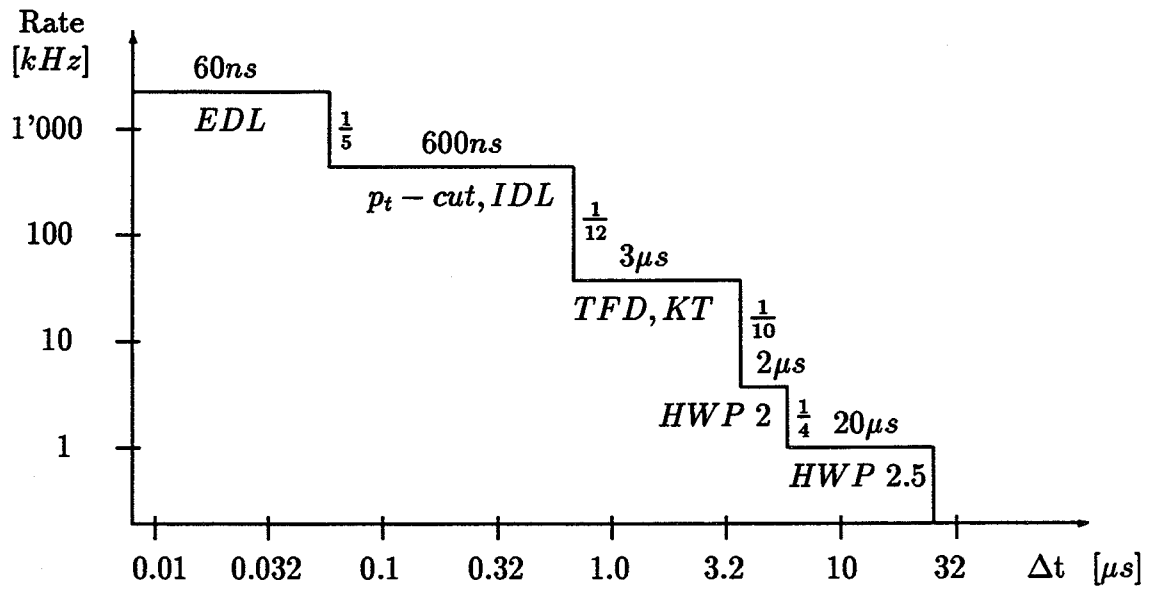

Abb. 3.4: *Zusammenhang zwischen Entscheidungszeit und erreichter Datenreduktion der verschiedenen "Trigger"-Stufen beim Experiment CPLEAR.*

- Die **Schnelle Entscheidungslogik (EDL)** läuft innerhalb von 60 ns ab und bewirkt eine Verkleinerung der Rate um den Faktor 5. Es wird geprüft, ob in

den PID's ein Kaon-Kandidat gefunden wurde ($S1 \star \overline{C} \star S2$), sowie die Anzahl der geladenen Bahnen (Signal an S1).

- Beim **Schnitt auf den Transversalimpuls (p_T-"Cut")** geht es im wesentlichen darum, durch einen Schnitt auf den transversalen Impuls die langsamen Pionen ($p_\pi \leq 195$ MeV/c), die im Čerenkov-Zähler als Kaon-Kandidat registriert wurden, herauszufiltern. Die Information stammt von DC 1 und DC 6. Diese Stufe benötigt rund 500 ns und bringt einen Reduktionsfaktor von 6.

- Die **Mittlere Entscheidungslogik (IDL)** geschieht innerhalb von 100 ns und reduziert die Rate um den Faktor 2. Geprüft werden hier getrennt die Anzahl der primären, geladenen und der Kaon-Bahnen. Zum Entscheid werden Korrelationen zwischen Sektorinformationen verschiedener Detektor-Elemente herangezogen.

- Bei der **Späten Entscheidungslogik (TFD)** werden als Vorstufe zum nächsten Schritt die Impulse sämtlicher Bahnen rekonstruiert und parametrisiert. Geprüft wird der Typ des Ereignisses (geladener oder neutraler $K^0(\overline{K}^0)$-Zerfall, Gesamtladung). Die Entscheidungszeit beläuft sich hier auf über 2μs, bei einem Reduktionsfaktor von 2.3.

- Der **Kinematische Trigger (KT)** setzt im Augenblick lediglich eine obere Grenze auf die (skalare) Summe $p_{K^\pm} + p_{\pi^\pm}$. Dadurch wird ein grosser Teil der Ereignisse verworfen, die keine Drei-Körper-Zerfälle sind mit einem $K^0(\overline{K}^0)$ als drittem Partner ("goldene Ereignisse"). Dieser Schritt läuft innerhalb von 1 μs ab, bei einer Verringerung um den Faktor 5.

- Der **"Hard-Wired-Prozessor" 2 (HWP 2)** dient im wesentlichen dazu, durch Analyse des Energieverlustes dE/dx im Szintillator 1, der Flugzeit (TOF) und der Pulshöhe des Čerenkov-Signals die Kaonen und Pionen zu trennen. Dies ergibt einen Reduktionsfaktor von 4 innerhalb rund 2 μs.

- Der **"Hard-Wired-Prozessor" 2.5 (HWP 2.5)** verwendet als wichtigste Information die neutralen und geladenen Schauer im Kalorimeter. Durch einen Schnitt auf die Zahl der Schauer werden unter anderem K^0_L-Zerfälle verworfen, die ausserhalb des Detektors stattfinden. Die Entscheidung dauert sehr lange (mehr als 20 μs). Wesentliches Ziel dieses Schrittes ist es, die Menge der auf Band geschriebenen Daten zu reduzieren.

4 Der Zerfall $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$

In diesem Kapitel soll der Zusammenhang zwischen CP-Eigenwert, relativem Bahndrehimpuls und Isospin des $\pi^+\pi^-\pi^0$-Zustandes hergeleitet werden. Das Spezifische daran ist, dass $\pi^+\pi^-\pi^0$ aus dem Zerfall des K^0 keinen definierten CP-Eigenwert hat. Der zur Verfügung stehende Phasenraum ist im Unterschied zum Zerfall in 2 Pionen sehr klein, so dass mit einem viel kleineren Verzweigungsverhältnis gerechnet werden muss. Die höheren Bahndrehimpulse werden durch die Zentrifugalbarriere unterdrückt. Näheres ist in [5], [17] und [19] enthalten.

4.1 CP-Eigenwert und Isospin

Der CP-Eigenwert des 3-Körper-Systems $\pi^+\pi^-\pi^0$ lässt sich am einfachsten durch folgende Betrachtung herleiten: Der relative Bahndrehimpuls von π^+ und π^- sei l und der relative Bahndrehimpuls zwischen diesem $\pi^+\pi^-$-System und dem neutralen Pion werde mit λ bezeichnet (vgl. Abbildung 4.5).

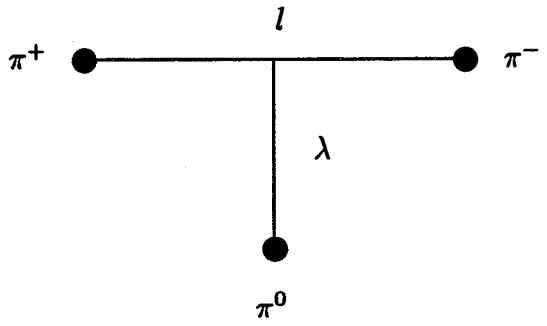

Abb. 4.5: *Verteilung der Bahndrehimpulse im System $\pi^+\pi^-\pi^0$ auf die Teilsysteme*

Weil das Kaon ein pseudoskalares Teilchen und damit spinlos ist ($J_{tot} = L_{tot} = 0$) gilt die Beziehung $l = \lambda$. Die Parität des Systems $\pi^+\pi^-\pi^0$ ist gegeben durch

$$P(\pi^+\pi^-\pi^0) = (-1)^3(-1)^{L_{tot}} = -1 \tag{4.34}$$

weil die Pionen ungerade intrinsische Parität haben (vgl. [16]). Die Ladungskonjugation ist multiplikativ bezüglich der Teilsysteme; man erhält deshalb:

$$C(\pi^+\pi^-\pi^0) = C(\pi^0)C(\pi^+\pi^-) = (-1)^l \,. \tag{4.35}$$

Folglich beträgt der CP-Eigenwert des Zustandes $\pi^+\pi^-\pi^0$ nach einem K^0 oder $\overline{K}^0$-Zerfall

$$CP(\pi^+\pi^-\pi^0) = (-1)^{l+1} \,. \tag{4.36}$$

Das heisst, dass ein Zustand mit geradzahligem l (symmetrisch unter Austausch von π^+ und π^-) den CP-Eigenwert -1 hat, während für ungerades l (antisymmetrisch)

CP = +1 ist. CP-Verletzung wird deshalb ausschliesslich im Zerfall $K_S^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ (l gerade) erwartet, da K_S^0 mehrheitlich aus dem CP-Eigenwert +1 besteht.
Die Isospin-Eigenzustände des $\pi^+\pi^-\pi^0$-Zustandes können a priori nur die Werte I = 0, 1, 2 und 3) annehmen, weil die Pionen ein Isospintriplett bilden mit $I = 1$. Mit Hilfe der Operation der *G-Parität*

$$G(\pi^+\pi^-\pi^0) = e^{i\pi I_2} C(\pi^+\pi^-\pi^0) = (-1)^I C(\pi^+\pi^-\pi^0) = -1 \qquad (4.37)$$

erhält man die möglichen Isospins für einen bestimmten relativen Bahndrehimpuls l. Man muss dazu lediglich (4.37) mit dem oben angegebenen Wert für $C(\pi^+\pi^-\pi^0)$ in (4.35) vergleichen. Für ungerade l erhalten wir geradzahlige Isospins und umgekehrt. Tabelle (4.2) gibt den Vergleich von CP-Eigenwert, relativem Bahndrehimpuls und Isospin für den Prozess $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Die möglichen Übergänge zwischen zwei Isospin-Eigenzuständen erhält man, indem man benützt, dass der Isospin von $K^0(\overline{K}^0)$ $I = \frac{1}{2}$ und $I_3 = \mp\frac{1}{2}$ beträgt. Bestimmte Übergänge mit $\Delta I = \frac{1}{2}$ werden durch eine empirische Regel bevorzugt.

CP-Eigenwert	Relativer Bahndrehimpuls l von $\pi^+\pi^-$	Isospin I	Isospin-Übergang $\lvert\Delta I\rvert$	Bemerkungen
1	1, 3, ..	0	1/2	
		2	3/2 & 5/2	
-1	0, 2, ..	1	1/2 & 3/2	$\Delta I = \frac{1}{2}$-Regel
		3	5/2 & 7/2	

Tabelle 4.2: *Mögliche Eigenwerte bzw. Übergänge von CP, Relativem Bahndrehimpuls l, und Isospin im Zerfall $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Bevorzugt wird der Isospin-Zustand $I = 1$ gegenüber $I = 3$.*

4.2 Die verschiedenen Kanäle

Die Tabelle (4.3) liefert eine Übersicht über die verschiedenen Zerfallskanäle. Wegen der geringen Energie, die für die kinetische Energie der Pionen zur Verfügung steht (nur rund 84 MeV), ist der ($l = 1$)-Teil des Endzustands unterdrückt mit einem Faktor von ≈ 100 gegenüber dem ($l = 0$)-Teil, falls beide CP-erhaltend wären.
Beim Zerfall $K_S^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ wirken sich die Effekte von CP-Invarianz und Zentrifugalbarriere entgegengerichtet aus. Übergänge mit ($l = 0$) sind zwar CP-verletzend, aber vom Drehimpuls her bevorzugt, jene mit ($l = 1$) sind CP-erhaltend, aber durch die Zentrifugalbarriere unterdrückt. Insgesamt bewirken diese beiden Effekte, dass das Zerfallsverhältnis für den Teil mit $l = 1$ rund 200 mal grösser wird als für den ($l = 0$)-Teil. Wir werden im Kapitel 7 darauf zurückkommen.
Der Zerfall $K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0 (l = 0)$ ist weder CP-verletzend noch unterdrückt durch eine Zentrifugalbarriere. Folglich können wir den Teil mit $l = 1$ in der K_L^0-Rate vernachlässigen.

Zerfalls-kanal	Relativer Bahn-drehimpuls l von $\pi^+\pi^-$	CP-Invarianz	Zentrifugal-barriere
$K^0_S \to \pi^+\pi^-\pi^0$	0	*verletzt*	bevorzugt
	1	*erhalten*	unterdrückt
$K^0_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$	0	*erhalten*	bevorzugt
	1	*verletzt*	unterdrückt

Tabelle 4.3: *Wichtige Zerfallskanäle für* $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$. *Die Übergänge in Endzustände mit* $l > 1$ *können vernachlässigt werden.*

Das Verzweigungsverhältnis von $K^0_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$ beträgt nach [9] experimentell 12.4%, für jenes von $K^0_S \to \pi^+\pi^-\pi^0$ kann die obere Grenze 4.9×10^{-5} mit 90% C.L. angegeben werden. Gemäss [21] wird für den CP-erhaltenden Teil $\Gamma^S(l=1) = (2.4 \pm 0.7) \times 10^{-7}$ vorausgesagt. Das Verzweigungsverhältnis für den CP-verletzenden Teil $\Gamma^S(l=0)$ erhalten wir näherungsweise durch die Beziehung

$$\Gamma^S(l=0) \approx 200 \cdot \Gamma^S(l=1) = 1.1 \times 10^{-9} .$$

Ein ähnliches Resultat erhalten wir durch die Annahme, dass die K^0_S-Amplitude aus der K^0_L-Amplitude gewonnen wird durch Multiplikation mit dem CP-verletzenden Parameter ε:

$$\Gamma^S(l=0) \approx |\varepsilon|^2 \cdot \frac{\gamma_L}{\gamma_S} \cdot \Gamma^L = 1.1 \times 10^{-9} .$$

5 Dalitz-Plot-Variablen für den Zustand $\pi^+\pi^-\pi^0$

Um den Beitrag der verschiedenen CP-Anteile im Zustand $\pi^+\pi^-\pi^0$ abschätzen zu können, ist es notwendig, den Dalitzplot zu parametrisieren, sowie die Grenzen und die Phasenraumintegrale anzugeben. Dies ist die Aufgabe dieses Kapitels. Eine Übersicht zum Zerfall instabiler Teilchen in 3 Pionen findet sich in [18]. Wenn wir im folgenden von Schwerpunktsystem oder -koordinaten reden, so meinen wir dies immer in bezug auf das 3-Körper-System π^+, π^-, π^0.

5.1 Definition der Variablen X und Y

Weil die vorhandene kinetische Energie im Zerfall $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ klein ist im Vergleich zu den beteiligten Massen, können wir die schwachen Zerfallsamplituden nach den pionischen Energien entwickeln. Die Energie- und Impulserhaltung bewirkt, dass abgesehen von einer Drehung des gesamten Systems um die 3 Euler'schen Winkel bei einem Zerfall in drei Teilchen noch zwei unabhängige Grössen verbleiben. Wir könnten zwei von drei invarianten Massen zur Parametrisierung beiziehen. Als für unsere Zwecke sinnvoll hat sich eine Linearkombination der invarianten Massen erwiesen, bei der eine Variable antisymmetrisch unter Austausch der beiden geladenen Pionen ist. Wir definieren die folgenden dimensionslosen, Lorentz-invarianten Variablen:

$$X = \frac{1}{m_1^2}(m_{10}^2 - m_{20}^2) \quad ; \quad Y = \frac{1}{m_1^2}(m_{12}^2 - L^2)\,. \tag{5.38}$$

Dabei haben wir mit m_1, m_2, m_0 die Massen des positiven, negativen und des neutralen Pions, mit $m_{ij}^2 = (p_i + p_j)^2$ das Quadrat der invarianten Masse der Teilchen i und j bezeichnet. L^2 ist das arithmetische Mittel der drei invarianten Massen, das sich durch die Massen selbst ausdrücken lässt:

$$L^2 = \frac{1}{3}(m_{K^0}^2 + 2m_1^2 + m_0^2)\,. \tag{5.39}$$

Damit wird X antisymmetrisch unter Austausch von π^+ und π^-. Wahlweise lassen sich X und Y auch durch die Schwerpunktsenergien E_1 und E_2 des positiven und negativen Pions ausdrücken:

$$X = \frac{2m_{K^0}}{m_1^2}(E_1 - E_2) \tag{5.40}$$

$$Y = \frac{2m_{K^0}}{m_1^2}(E_1 + E_2) - \frac{2}{3m_1^2}(2m_{K^0}^2 + m_1^2 - m_0^2)\,. \tag{5.41}$$

5.2 Grenzen des Phasenraums für $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$

Betrachten wir die Gleichung (5.38), so sehen wir, dass der physikalisch erlaubte Bereich in der (X, Y)-Ebene von zwei symmetrisch zur Y-Achse liegenden Grenzfunktionen $X_-(Y)$ und $X_+(Y)$ bestimmt ist. In der Y-Richtung liegt der Dalitzplot zwischen

Y_{min} und Y_{max}, wo die Summe der Energien von π^+ und π^- minimal (maximal) ist. Wegen der Gleichheit der Massen von π^+ und π^- gilt

$$X_+(Y) = -X_-(Y) \equiv X_m(Y) \,. \tag{5.42}$$

Die unteren und oberen Grenzen in Y-Richtung Y_{min} und Y_{max} werden bei $X = 0$ angenommen. Wir erhalten folgende Ausdrücke und numerischen Werte dafür:

$$\begin{aligned} Y_{min} &= \frac{1}{m_1^2}\Big((2m_1)^2 - L^2\Big) = -1.2166 \\ Y_{max} &= \frac{1}{m_1^2}\Big((m_{\mathrm{K}^0} - m_0)^2 - L^2\Big) = 1.5367 \,. \end{aligned} \tag{5.43}$$

Und schliesslich ergibt die Anwendung der allgemeinen Formel für den 3-Körper-Zerfall aus ([9], III.49) die Grenzfunktion $X_m(Y)$

$$X_m(Y) = \Big\{Y^2 - T\Big[4(Y+1) - T\Big] + U(4-T) + V\Big[1 - \frac{4}{Y+T}\Big]\Big\}^{1/2} \,, \tag{5.44}$$

wobei T, U und V für dimensionslose Konstanten stehen. Sie nehmen in unserem Fall die Werte an:

$$\begin{aligned} T = \frac{L^2}{m_1^2} = 5.2166 \,; \quad U &= \frac{2(m_{\mathrm{K}^0}^2 + m_0^2)}{m_1^2} = 27.299 \\ V &= \frac{(m_{\mathrm{K}^0}^2 + m_0^2)^2}{m_1^4} = 138.752 \,. \end{aligned} \tag{5.45}$$

Abbildung (5.6) zeigt den physikalisch erlaubten Bereich in der (X,Y)-Ebene. Da wir uns beinahe im nicht-relativistischen Limes befinden, weichen die Grenzen nicht allzu stark von einem Kreis ab.
Mit Hilfe dieser Dalitzplot-Variablen lassen sich die verschiedenen CP-Anteile sehr einfach auseinanderhalten: Die CP-ungeraden Beiträge (l gerade) sind gerade die symmetrischen Terme in X, während die CP-geraden Beiträge (l ungerade) die antisymmetrischen Terme in X sind.
Zur Unterscheidung der beiden Beiträge haben wir verschiedene Möglichkeiten (falls uns die Variable X von der Messung her bekannt ist):

- Wir können die Zahl der Ereignisse in der rechten Hälfte des Phasenraums ($E_1 \geq E_2$) mit derjenigen in der linken ($E_1 \leq E_2$) vergleichen (vgl. Abbildung 5.6). Ein signifikanter Unterschied bedeutet einen nicht-verschwindenden antisymmetrischen Beitrag. Darauf haben Treiman und Weinberg [19] schon hingewiesen.

- Möchten wir beide Teile gleichzeitig extrahieren, so können wir dies wie folgt tun: Wir spalten die differentielle Rate in einen *symmetrischen* und einen *antisymmetrischen* Teil auf; sie sind definiert durch: $R^S(X,Y) \equiv \frac{1}{2}(R(X,Y)+R(-X,Y))$ und $R^A(X,Y) \equiv \frac{1}{2}(R(X,Y) - R(-X,Y))$. Diese Aufspaltung stellt gerade die

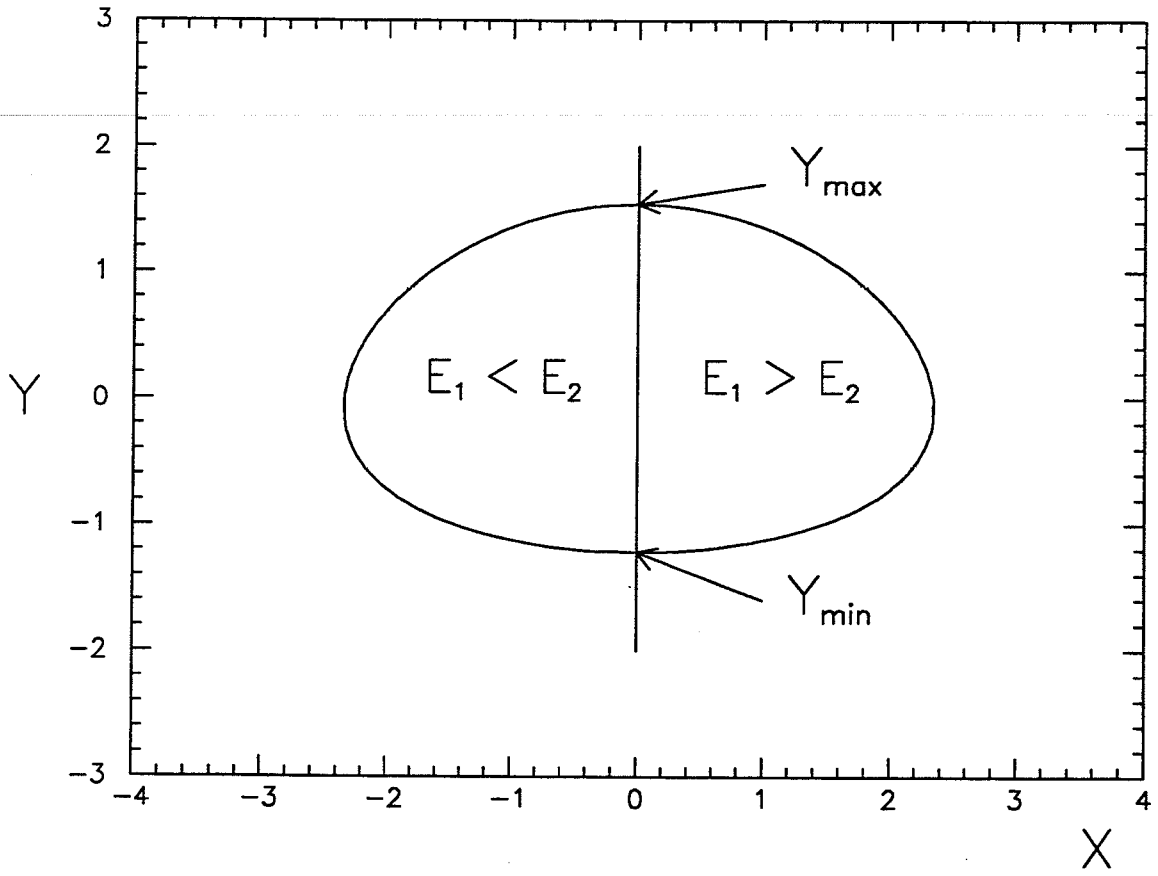

Abb. 5.6: *Grenzen des Phasenraums für* $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ *im Raum der Dalitz-plot-Variablen (X,Y). X ist antisymmetrisch unter Austausch von* π^+ *und* π^-. *In der rechten Hälfte ist* $E_1 \geq E_2$, *in der linken* $E_1 \leq E_2$. *Grosse Y-Werte bedeuten eine grosse Summe* $E_1 + E_2$. *Weil der verfügbare Phasenraum klein ist, weichen die Grenzen nicht stark von einem Kreis ab.*

gewünschte Trennung in CP-erhaltenden und CP-verletzenden Teil dar (falls gleiche Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors bezüglich Vertauschung von X mit $-X$ vorausgesetzt wird).

- Wollen wir hingegen lediglich den in X *symmetrischen* Teil (CP-verletzend für $K^0_S \to \pi^+\pi^-\pi^0$) herauslösen, so können wir einerseits nur Ereignisse berücksichtigen, für die X=0 gilt. Es ist allerdings klar, dass wir dadurch sehr viele Ereignisse verlieren, falls wir die Bedingung restriktiv anwenden. Wir lassen deshalb diese Möglichkeit ausser acht.

  Andererseits können wir über den in X symmetrischen Phasenraum integrieren. Damit fallen bei der Integration sämtliche antisymmetrischen Teile weg. Darauf wurde erstmals in [20] hingewiesen. Der Vorteil liegt darin, dass wir dazu die volle Statistik zur Verfügung haben. Diese Methode setzt allerdings stillschweigend voraus, dass die Gewichtung homogen, zumindest aber symmetrisch ist bezüglich der X-Variable. Wie symmetrisch diese 'Gewichtung' in Wirklichkeit ist, hängt von der Detektor-Akzeptanz ab.

6 Die differentiellen Zerfallsraten

In diesem Kapitel entwickeln wir die Zerfallsraten nach den eben eingeführten Dalitzplot-Variablen. Weil der zur Verfügung stehende Phasenraum im Zerfall $K^0 \to 3\pi$ klein ist im Vergleich zu den beteiligten Massen, macht eine solche Entwicklung Sinn. In einer Näherung werden wir nur die linearen Terme betrachten. Wichtigste Referenzen sind [21] und [22].

6.1 Linearisierung der Zerfalls-Amplituden

Eine Linearisierung der Amplituden ist deshalb sinnvoll, weil die Koeffizienten der quadratischen Terme lediglich zwischen 5 und 10% der linearen Terme betragen. Weil die starken Streuphasen im drei-pionischen Fall klein sind, können die Amplituden näherungsweise als reell betrachtet werden.
Wir wollen annehmen, dass CPT erhalten ist, und dass CP-Verletzung lediglich in der Mischung auftritt. Die Folge wird dann sein, dass $\eta_{+-0} = \varepsilon$. Zunächst machen wir den Ansatz:

$$\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathrm{H_{wk}} | \mathrm{K^0} \rangle = c + c'Y + c''X \tag{6.46}$$

$$\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathrm{H_{wk}} | \overline{\mathrm{K}}^0 \rangle = \bar{c} + \bar{c}'Y + \bar{c}''X \; . \tag{6.47}$$

Der Übergang zur CPT-transformierten Amplitude geschieht folgendermassen: Wegen der CPT-Invarianz gilt $(CPT)H_{wk}(CPT)^{-1} = H_{wk}$. Mit der in Kapitel 2.1 vorgenommenen Phasenkonvention ergibt sich:

$$\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | H_{wk} | \mathrm{K^0} \rangle = \langle \pi^+\pi^-\pi^0 (CPT)^{-1} | H_{wk} | (T)\overline{\mathrm{K}}^0 \rangle \; . \tag{6.48}$$

Der Zeitumkehr-Operator T ist antiunitär, es gilt: $T\psi(x,t) = -\psi^\star(x,-t)$. Wir wenden T auf die linke und rechte Seite an und benützen den in Kapitel 4.1 gefundenen Zusammenhang zwischen CP-Eigenwert und relativem Bahndrehimpuls l des $\pi^+\pi^-\pi^0$-Zustandes. Dies führt auf:

$$\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | H_{wk} | \mathrm{K^0} \rangle = (-1)^{l+1} \langle \pi^+\pi^-\pi^0 | H_{wk} | \overline{\mathrm{K}}^0 \rangle^\star \; . \tag{6.49}$$

Weil die Amplituden reell sind, bestehen zwischen diesen sechs Koeffizienten folgende Beziehungen:

$$\bar{c} = -c \; ; \qquad \bar{c}' = -c' \; ; \qquad \bar{c}'' = c'' \; .$$

Daraus folgt die Amplitude für den konjugierten Prozess:

$$\langle \pi^+\pi^-\pi^0 | \mathrm{H_{wk}} | \overline{\mathrm{K}}^0 \rangle = -c - c'Y + c''X \; . \tag{6.50}$$

Benützung der Transformation (2.10) und Berücksichtigung der Tatsache, dass gemäss Tabelle 4.3 lediglich die CP-erhaltende Amplitude für $\mathrm{K_L^0}$ einen wesentlichen Beitrag liefert, führt zu den linearisierten Amplituden für $\mathrm{K_L^0}$ und $\mathrm{K_S^0}$:

$$A^S(X,Y) \equiv \langle \pi^+\pi^-\pi^0|\mathrm{H_{wk}}|\mathrm{K_S^0}\rangle = \varepsilon(c + c'Y) + c''X \tag{6.51}$$

$$A^L(X,Y) \equiv \langle \pi^+\pi^-\pi^0|\mathrm{H_{wk}}|\mathrm{K_L^0}\rangle \cong c + c'Y\,. \tag{6.52}$$

In (6.51) erkennen wir die folgenden zwei Beiträge: Der erste, $\varepsilon(c + c'Y)$, ist der CP-verletzende, in X symmetrische Teil, der proportional zum Parameter ε ist. Der zweite ist CP-erhaltend und antisymmetrisch in X; er ist proportional zu c'', welches eine kleine Grösse ist. Folglich lautet der differentielle CP-verletzende Parameter:

$$\eta_{+-0}(X,Y) \equiv \frac{A^S(X,Y)}{A^L(X,Y)} = \epsilon + \frac{c''}{c + c'Y}X\,. \tag{6.53}$$

Die Werte für die reellen Koeffizienten c, c', c'' sind der Arbeit von Kambor et al. [21] entnommen, welche die gemessenen Zerfallsraten und die Entwicklungskoeffizienten der Zerfälle $K \to 2\pi$ und $K \to 3\pi$ in der "chiralen Störungstheorie" in zweiter Ordnung angepasst haben. Mit Hilfe von Auswahlregeln (CP-Invarianz, Bose-Symmetrie und Isospin) lässt sich ein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Zerfallsamplituden herstellen. Für unsere Zwecke benötigen wir lediglich die linearen Terme der Amplituden. Die angepassten Werte, die sie finden, lauten (in Einheiten von 10^{-8}):

$$c = 84.35 \pm 0.57\ ; \qquad c' = 28.11 \pm 0.49\ ; \qquad c'' = 2.61 \pm 0.27\,.$$

6.2 Differentielle, zeitabhängige Raten in allgemeiner Form

Die differentiellen, zeitabhängigen Raten sind proportional zum Betragsquadrat der differentiellen Amplituden für den Übergang von $\mathrm{K^0}$ und $\overline{\mathrm{K}}^0$ in den $\pi^+\pi^-\pi^0$-Zustand mit den Parametern X und Y:

$$R(\overline{R})\ (X,Y,t) \propto |\langle \pi^+\pi^-\pi^0(X,Y)|\mathrm{H_{wk}}|\mathrm{K^0}(\overline{\mathrm{K}}^0)(t)\rangle|^2\,. \tag{6.54}$$

Zur Berechnung benötigen wir die Transformation (2.10) sowie die Zeitentwicklung (2.13). Wir erhalten:

$$\begin{aligned} R(\overline{R})\ (X,Y,t) \ \propto\ & \frac{1+|\varepsilon|^2}{2|1 \pm \varepsilon|^2}\,|A^L(X,Y)|^2 \left\{ |\eta_{+-0}(X,Y)|^2\, e^{-\gamma_S t} + e^{-\gamma_L t} \right. \\ & \left. \pm 2\, e^{-\gamma t}\, Re(\eta_{+-0}(X,Y)\, e^{i\Delta m t}) \right\}. \end{aligned} \tag{6.55}$$

Mit $\Delta m \equiv m_L - m_S$ bezeichnen wir die Massendifferenz und mit $\gamma \equiv \frac{1}{2}(\gamma_S + \gamma_L)$ das arithmetische Mittel der inversen Lebensdauern.

6.3 Spezialfall der CP-erhaltenden, linearisierten Amplituden

Weil wir für unsere Simulation ausschliesslich am CP-erhaltenden Teil der Zerfallsamplitude interessiert sind, können wir in den obenstehenden Resultaten (6.51) bis

(6.53) einfach $\varepsilon = 0$ setzen, um daraus unter Beachtung von (6.55) die CP-erhaltende differentielle Zerfallsrate wie folgt zu erhalten:

$$R(\overline{R})^{CP}(X,Y,t) \propto |c + c'Y|^2 \left\{ \left(\frac{c''X}{c + c'Y} \right)^2 e^{-\gamma_S t} + e^{-\gamma_L t} \pm 2\, e^{-\gamma t} \frac{c''X}{c + c'Y} cos\Delta m t \right\} \tag{6.56}$$

Diese Formel wird später benötigt, um das Verhalten des Detektors durch eine Simulation zu studieren.

7 Die phasenraum-integrierten Zerfallsraten

Welche Beziehung gilt zwischen den differentiellen und den gesamten Raten? Können wir eine Verbindung herstellen zwischen den soeben eingeführten differentiellen Amplituden und Parametern und den phasenraum-integrierten Grössen? Auf diese Fragen will dieses Kapitel eingehen. Es wird stets ideale Detektor-Akzeptanz vorausgesetzt.

7.1 Werte für die Phasenraum-Integrale

In der Formel (6.56) erkennen wir, dass wir bei der Integration der differentiellen Raten über den Phasenraum lediglich das Phasenraumintegral eines Polynoms vom Grade 2 in X und Y kennen müssen. Nur die symmetrischen Terme $f_S(X,Y)$ liefern einen Beitrag, wenn sie über den in X symmetrischen Phasenraum integriert werden. Für die in X antisymmetrischen Terme $f_A(X,Y)$ geben wir das Integral über die rechte Hälfte des Dalitzplots an. Die Phasenraum-Integrale $D(f_S)$ und $D_R(f_A)$ sind folgendermassen definiert (7.57):

$$D(f_S) \equiv \int_{Y_{min}}^{Y_{max}} \int_{-X_m(Y)}^{X_m(Y)} dX\,dY\; f_S(X,Y); \quad D_R(f_A) \equiv \int_{Y_{min}}^{Y_{max}} \int_{0}^{X_m(Y)} dX\,dY\; f_A(X,Y)\,. \tag{7.57}$$

Tabelle 7.4 zeigt die Werte für die Phasenraumintegrale $D(f_S)$ und $D_R(f_A)$. Sie wurden mit Hilfe der Formeln (5.43) und (5.44) numerisch bestimmt; die Fehler liegen jeweils in der letzten angegebenen Stelle. Wir haben hier Coulomb-Wechselwirkungen zwischen den Pionen im Endzustand nicht berücksichtigt, im Gegensatz etwa zu Devlin & Dickey [24]. Solche Wechselwirkungen würden sich durch zusätzliche Gewichtungsfaktoren bei der Integration bemerkbar machen. Dies erklärt den Unterschied in der Grössenordnung von einigen Prozenten.

Funktion $f_S(X,Y)$	1	Y	Y^2	X^2	Y^3	X^2Y
$D(f_S)$	10.075	1.0047	4.8729	13.778	1.7240	0.5432
Werte nach Devlin & Dickey	10.407	0.9817	5.0549	14.204	-	-
Abweichung	+3.3%	-2.3%	+3.7%	+3.1%	-	-
Funktion $f_A(X,Y)$		X	XY		X^3	XY^2
$D_R(f_A)$		4.9969	0.3171		10.9606	1.9070

Tabelle 7.4: *Werte für die Phasenraumintegrale $D(f_S)$ und $D_R(f_A)$ gemäss Definition (7.57). Die Werte von Devlin & Dickey wurden normiert, so dass sie mit unseren Rechnungen vergleichbar werden.*

7.2 Bildung der phasenraum-integrierten Raten

Die phasenraum-integrierten Raten sind definiert durch:

$$R(\overline{R})\ (t) \equiv \int_{Y_{min}}^{Y_{max}} \int_{-X_m(Y)}^{X_m(Y)} dX\, dY\, R(\overline{R})\ (X,Y,t)\,. \tag{7.58}$$

Wir integrieren (6.55) über den Phasenraum und erhalten

$$\begin{aligned} R(\overline{R})\ (t) \;=\; & |A^L|^2 \frac{1+|\epsilon|^2}{2|1\pm\epsilon|^2} \left\{ |\widetilde{\eta_{+-0}}|^2\, e^{-\gamma_S t} + e^{-\gamma_L t} \right. \\ & \left. \pm 2\, e^{-\gamma t}\, Re(\eta_{+-0}\, e^{i\Delta m t}) \right\}. \end{aligned} \tag{7.59}$$

An dieser Stelle soll auf einen wichtigen Punkt hingewiesen werden: Es ist zwischen den differentiellen und den phasenraum-integrierten Amplituden und Parameter zu unterscheiden. Der Zusammenhang zwischen beiden geschieht mit einer Integration der differentiellen, zeitabhängigen Raten durch Vergleichen der darin auftretenden Grössen. Die phasenraum-integrierten Grössen $|A^S|$, $|A^L|$, $|\widetilde{\eta_{+-0}}|^2$ und η_{+-0} sind bestimmt durch die Gleichungen (6.55), (7.58) und (7.59). Wir können eine explizite Beziehung zwischen den differentiellen und den phasenraum-integrierten Grössen wie folgt angeben:

$$|A^{S,L}|^2 = \int\int dX\, dY\, |A^{S,L}(X,Y)|^2 \tag{7.60}$$

$$|\widetilde{\eta_{+-0}}|^2 = \frac{|A^S|^2}{|A^L|^2} \tag{7.61}$$

$$\eta_{+-0} = \frac{\int\int dX\, dY\, A^S(X,Y)\,(A^L(X,Y))^*}{|A^L|^2}\,. \tag{7.62}$$

Aufgrund des CP-erhaltenden Teils in der Amplitude $A^S(X,Y)$ ist $|\widetilde{\eta_{+-0}}|^2 \neq \eta_{+-0} \cdot (\eta_{+-0})^*$, im Unterschied etwa zum Zerfall in $\pi^0\pi^0\pi^0$.
Die Asymmetriefunktion für den Kanal $K^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$ haben wir schon in Kapitel 1 angetroffen. Sie ist definiert durch:

$$A_{+-0}(t) \equiv \frac{\overline{R}(t) - R(t)}{\overline{R}(t) + R(t)}\,. \tag{7.63}$$

Unter der Annahme, dass $|\varepsilon| \ll 1$ and $|\widetilde{\eta_{+-0}}|^2 \ll 1$ erhalten wir in guter Näherung

$$A_{+-0}(t) \cong 2\left(Re(\varepsilon) - |\eta_{+-0}| e^{-\frac{1}{2}(\gamma_S - \gamma_L)t} cos(\Delta m t + \phi_{+-0})\right). \tag{7.64}$$

7.3 Spezialfall für linearisierte Amplituden

Falls wir die linearisierten Zerfallsamplituden $A^S(X,Y)$ und $A^L(X,Y)$ in die allgemeinen Berechnungen für die phasenraum-integrierten Raten (7.59) einsetzen, so ergeben sich die folgenden Grössen, wie wir sie in (7.60), (7.61) und (7.62) definiert haben. Die Phasenraumintegrale $D(f_S)$ beziehen sich auf Tabelle 7.4.

$$|A^L|^2 = c^2\, D(1) + 2\, c\, c'\, D(Y) + (c')^2\, D(Y^2) = 8.03 \cdot 10^4 \tag{7.65}$$

$$|A^S|^2 = |\varepsilon|^2 |A^L|^2 + (c'')^2\, D(X^2) = 0.41 + 93.86 \tag{7.66}$$

$$\widetilde{|\eta_{+-0}|^2} = \underbrace{|\varepsilon|^2}_{l=0} + \underbrace{(c'')^2 \frac{D(X^2)}{|A^L|^2}}_{l=1} = 0.00117 \tag{7.67}$$

$$\eta_{+-0} = \varepsilon\,. \tag{7.68}$$

Jetzt erkennen wir explizit, dass

$$\widetilde{|\eta_{+-0}|^2} \neq \eta_{+-0} \cdot (\eta_{+-0})^\star\,.$$

Das Quadrat dieses Terms verschwindet nach der Integration nicht. Wir bemerken ferner, dass das Verhältnis zwischen dem CP-erhaltenden und dem CP-verletzenden Teil der Rate $K^0_S \to \pi^+\pi^-\pi^0$ aus Gleichung (7.66) berechnet werden kann; es beträgt 227. Dies stimmt recht gut überein mit dem Wert von [23], die 190.5 erhalten. Aus (7.67) ist ebenfalls ersichtlich, dass wir keine Chance haben, $|\varepsilon|^2$ experimentell zu bestimmen: Der CP-erhaltende Teil überragt den viel kleineren, CP-verletzenden Teil bei weitem.

Andererseits sind wir auf den Interferenzterm η_{+-0} sehr empfindlich. Wenn die Detektor-Akzeptanz ideal wäre (oder zumindest symmetrisch in der Dalitzplot-Variablen X), dann messen wir stets $\eta_{+-0} = \varepsilon$, vorausgesetzt, CP-Verletzung findet lediglich in der Mischung von K^0 und $\overline{K}^0$ statt. Hat die Detektor-Akzeptanz eine nicht verschwindende antisymmetrische Komponente in X, so weicht unsere Messung vom Idealfall ε ab. Unsere Aufgabe besteht nun darin, diese systematische Korrektur zu bestimmen oder abzuschätzen.

8 Die verwendete Simulation

Um den Einfluss der Detektor-Akzeptanz abzuschätzen, haben wir rund 5'800 Ereignisse simuliert. In diesem Kapitel wird dargestellt, welche Art von Simulation durchgeführt wurde und wie die anschliessende Analyse vorgenommen wurde.

8.1 Das Prinzip einer Simulation

Das Prinzip einer Monte-Carlo-Simulation besteht darin, das Verhalten eines komplizierten Prozesses (z.B. Streuprozesse, Zerfälle, Reaktionen von Zerfallsprodukten in einem Detektor) mit Hilfe von Zufallszahlen nachzubilden. Voraussetzung ist dabei, dass bekannt ist, was in jedem Teilschritt im statistischen Sinne geschieht. Die Verzweigung zum nächstfolgenden Schritt kann sowohl diskret (z.B. Wahl einer bestimmten Zerfallsart) wie auch kontinuierlich erfolgen (z.B. Impulsspektrum).
In unserem Fall möchten wir die Impulsverteilung der K^0 und $\overline{K}^0$ aus der Reaktion $p\overline{p} \rightarrow K^-\pi^+K^0$ bzw. $p\overline{p} \rightarrow K^+\pi^-\overline{K}^0$ bestimmen und daraus dann jene für die Pionen nach dem Zerfall $K^0(\overline{K}^0) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Normalerweise werden die Matrixelemente für die Reaktionen als konstant angenommen.

8.2 Die simulierten Ereignisse

Die rund 5'800 simulierten Ereignisse wurden mit CPGEANT erzeugt, einem Programm, das auf GEANT 3 aufbaut. Eine Einführung findet sich in [27]. Von insgesamt 300'000 ursprünglich produzierten Ereignisse wurden etwa 16'000 vom Detektor registriert und sind im "Mini"-Format auf dem Datenband HP 1086 enthalten, das sich am CERN befindet. Die starke Wechselwirkung (für unseren Fall wichtig ist die Streuung von Pionen an Nukleonen) wurde bei der Erzeugung berücksichtigt mit der Standardroutine GHEISHA (vgl. hierzu das GEANT-Manual [26]).
Die erzeugten Ereignisse simulieren den Zustand von Detektor und Entscheidungslogik während den Messperioden P12 und P13. Die Entscheidungslogik war empfindlich auf kurze Lebensdauern (Trigger-Nummer "233"). Die Nummer des "Triggers" ist eine Folge von Ziffern; je weiter links eine Ziffer steht, desto später erfolgt der Entscheid. Die Ziffern "233" bedeuten dabei konkret (vgl. Kapitel 3.4):

- EDL-Entscheidung ("3")
  - $S1 \star \bar{C} \star S2$-Ereignisse (d.h. Signal an Szintillatoren S1 und S2, keines am Čerenkov-Detektor, ist Voraussetzung für Kaon-Kandidaten)
  - Zahl der geladenen Bahnen ≥ 0
- Schnitt auf p_T bei 270 MeV/c ("2")
- IDL-Entscheidung ("2")
  - Zahl der primären Bahnen ≥ 2
  - 2 oder 4 Bahnen

– mindestens 1 Kaon

Weil das elektromagnetische Kalorimeter während den erwähnten Messperioden noch nicht vollständig installiert war, fehlt eine Information über das Kalorimeter. Die Folge ist, dass auch im Analyseprogramm auf ein entsprechendes Kriterium verzichtet wurde. Eine erneute Simulation wird wesentlich mehr Zeit erfordern, weil das Kalorimeter zusätzlich simuliert werden muss.

8.3 Das Analyseprogramm

Im folgenden sind die in dieser Studie verwendeten Auswahlkriterien des $\pi^+\pi^-\pi^0$-Analyseprogramms aufgelistet. Wir haben mit dem Programm simulierte Ereignisse analysiert, es ist aber so ausgelegt, dass es auch für gemessene Daten verwendet werden kann.
Einige Begriffe seien zum voraus erklärt: Unter "Vertex-Vektor" ($\vec{d}_{vert}$) verstehen wir die (räumliche) Verbindungslinie zwischen primärem und sekundärem Vertex, unter "Vertex-Distanz" $|\vec{d}_{vert}|$ die räumliche Länge dieser Verbindungslinie. $|\vec{d}_{vert}|_T$ bedeutet die Länge der Projektion der Vertex-Distanz in der Transversalebene (r, ϕ). Die totale fehlende Energie nennen wir E^{tot}_{miss}, den totalen fehlenden Impuls p^{tot}_{miss} und die mit der relativistischen Energieformel berechenbare totale fehlende Masse M^{tot}_{miss}. Sehr analog werden die fehlenden Grössen am primären Vertex eingeführt.

1. Vorauswahl für $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse ("Preselection")

   - Verschiedene Tests (Dazu gehören: Zahl der Bahnen, Ladungserhaltung, mind. ein Kaon-Kandidat, Begrenzung der Impulse der primären Kaonen und Pionen, mind. ein primäres Kaon-Pion-Paar mit entgegengesetzter Ladung)
   - Die invariante Masse $M_{3\pi}$, gebildet aus p^{pri}_{miss} und totaler Energie am sekundären Vertex für eine 3π-Hypothese soll < 600 MeV/c^2 sein.
   - $|\vec{d}_{vert}|_T > 2\sigma$.

2. Schnitte auf die primären Bahnen

   - Schnitt auf den Energieverlust dE/dx in Szintillator 1 (S1) mit Hilfe der Bethe-Bloch-Formel für das Kaon (3σ) und das primäre Pion (4σ).
   - Schnitt auf die Impulse von Kaon (300 MeV/c $\leq p_K \leq$ 800 MeV/c) und Pion (100 MeV/c $\leq p_\pi \leq$ 680 MeV/c).
   - Lineare Begrenzung in der Ebene p_K vs. p_π
   - Schnitt auf den Ort des primären Vertex: $r_{pri} < 3.5$ cm (radial), $|z_{pri}| < 6$ cm (in z-Richtung).

3. Schnitte auf die sekundären Bahnen

   - Für den Öffnungswinkel der sekundären Bahnen ϕ_{sek} muss gelten: $|cos(\phi_{sek})| < 0.9994$.

4. Schnitte auf das ganze Ereignis

   - $|\vec{d}_{vert}|_T > 1.5$ cm sowie $|\vec{d}_{vert}|_T > 3\sigma$.
   - Lebensdauer von $K^0(\overline{K}^0)$: $t \geq 0$
   - Lineare Begrenzung in der Ebene E^{tot}_{miss} vs. p^{tot}_{miss}
   - Winkel zwischen $\vec{d}_{vert}$ und $\vec{p}^{\,pri}_{miss}$) $< 20°$
   - Invariante Masse $M_{2\pi}$ für eine 2π-Hypothese > 290 MeV/c^2.

5. Kalorimeter-Information

   - Zahl der neutralen Schauer 1 oder 2

6. Schnitte nach Anpassung mit Nebenbedingungen. Bei einem nC-fit finden wir ein n-fach-überbestimmtes System vor. Durch eine Ausgleichsrechnung mit der χ^2-Methode werden neue Grössen bestimmt. Es wird verlangt, dass die dem Minimum von χ^2 zugeordnete Wahrscheinlichkeit jeweils grösser als 5% ist. Der Reihe nach erfolgen:

   - Selektion von $K^0(\overline{K}^0)$-Ereignissen durch die Bedingung $M^{pri}_{miss} = m_{K^0}$ (1C-fit)
   - Verwerfen von goldenen $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$-Ereignissen (4C-fit)
   - Verwerfen des Untergrundes aus primären $p\overline{p} \rightarrow K^+K^-\pi^+\pi^-$-Ereignissen (4C-fit)
   - Selektion von $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen durch einen

     a) 2C-fit (einzige zusätzliche Nebenbedingung ist $M^{tot}_{miss} = m_{\pi^0}$) oder durch einen

     b) 3C-fit (zwei zusätzliche Nebenbedingungen) 1. $M^{tot}_{miss} = m_{\pi^0}$ und 2. die Vektoren $\vec{p}_{K^0}$ und $\vec{d}_{vert}$ liegen in der Transversalebene parallel zueinander.
   - Bedingung auf die angepassten Grössen am Schluss: 492 MeV/c^2 $< M^{pri}_{miss} <$ 502 MeV/c^2 sowie 133 MeV/c^2 $< M^{tot}_{miss} <$ 137 MeV/c^2. Es wurde festgestellt, dass es trotz Anpassung noch (sehr wenige) Ereignisse gibt, für welche M^{pri}_{miss} und M^{tot}_{miss} nicht die geforderten Werte annehmen. Diese werden mit diesen Schnitten verworfen.

Tabelle 8.5 zeigt eine Übersicht über die Zahl der noch verbleibenden Ereignisse nach jedem Selektionsschritt. Bei simulierten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen wird im 6. Schritt die Mehrheit der Ereignisse beim 1C-fit und beim 2C- oder 3C-fit verworfen. Zwischen dem 2C- und dem 3C-fit wurden ausser in der Gesamtzahl der Ereignisse keine signifikanten Unterschiede festgestellt.
Wenn wir noch die Aufteilung in K^0- und $\overline{K}^0$-Ereignisse vornehmen, ergibt sich folgendes Ergebnis (Tabelle 8.6):
Die Impulsverteilung der K^0 und $\overline{K}^0$ im Laborsystem ist in der Abbildung (8.7) wiedergegeben. Die Spitze bei einem Impuls von 616 MeV/c stammt von der K^*-Resonanz, welche durch die folgenden Prozesse beschrieben wird:

Schritt	Analysekriterium	Verbleib. Ereignisse	in %
	Anzahl simulierter Ereignisse	300'000	
	Vom Detektor nachgewiesen	$\approx$ 16'000	
1.	Vorauswahl	12'894	100%
2.	Schnitte auf primäre Bahnen	11'382	88%
3.	Schnitte auf sekundäre Bahnen	10'916	85%
4.	Schnitt auf ganzes Ereignis	8'731	68%
5.	Kalorimeter	(nicht angewendet)	
6.	Anpassroutinen: 2C-fit / 3C-fit	5'826 / 3'852	45% / 30%

Tabelle 8.5: *Anzahl der verbleibenden simulierten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse nach dem angeführten Auswahlkriterium. Beim letzten Schritt wird der grösste Teil der Ereignisse beim 2C- oder 3C-fit verworfen.*

Anpassroutine	$N(\overline{K}^0)$	$N(K^0)$	Q
2C-fit	3'157	2'669	1.183 ± 0.031
3C-fit	2'113	1'739	1.215 ± 0.039

Tabelle 8.6: *Zahl der K^0- und $\overline{K}^0$-Ereignisse nach den beiden verwendeten Anpassroutinen im Analyseprogramm. Wir sehen, dass die unterschiedlichen Q-Werte nicht ganz signifikant sind.*

$$p\overline{p} \rightarrow K^{0*}\overline{K}^0 \rightarrow K^+\pi^-\overline{K}^0$$

$$p\overline{p} \rightarrow \overline{K}^{0*}K^0 \rightarrow K^-\pi^+K^0$$

Diese Zwei-Teilchen-Reaktionen machen zusammen 1.0×10^{-3} der Annihilationsrate aus (oder rund 40% aller goldenen Ereignisse).

8.4 Bildung der X- und Y-Variablen

Um die Akzeptanz als Funktion der Dalitzplot-Variablen X und Y zu studieren, mussten zuerst die Impulse der beiden sekundären Pionen mit der 2C- oder 3C-fit-Methode angepasst und daraus mit Kenntnis des $K^0(\overline{K}^0)$-Impulses die Energien (E_1, E_2) von π^+ und π^- im Ruhesystem des $K^0(\overline{K}^0)$ berechnet werden. Die Gleichungen (5.40) und (5.41) geben die Transformation $(E_1, E_2) \rightarrow (X, Y)$ an. Weil in der Simulation ein konstantes Matrixelement angenommen wurde, und die Transformation linear ist, muss die Verteilung der Ereignisse auch im (X,Y)-Phasenraum homogen sein, falls der Detektor ideal ist.

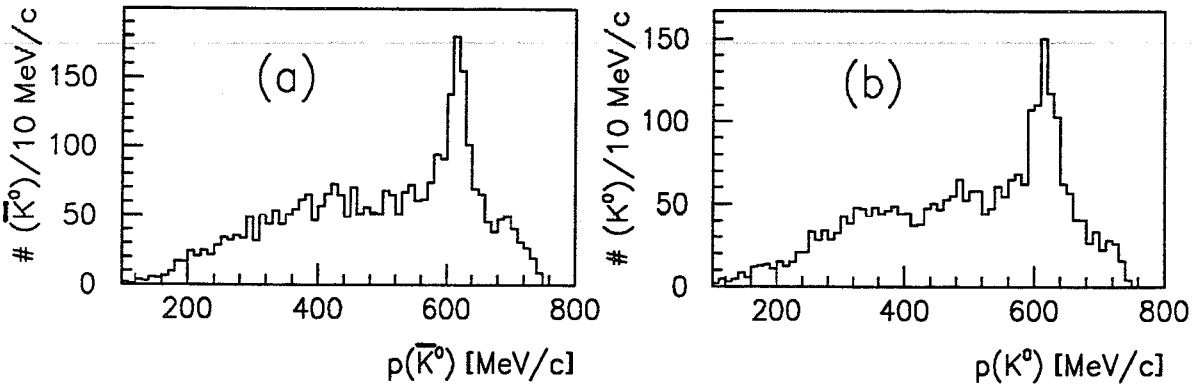

Abb. 8.7: *Impulsverteilung von (a)* $\overline{\mathrm{K}}^0$ *und (b)* K^0 *der simulierten Ereignisse nach der Anpassung durch den "2C-fit". Bei* $p_K = 616$ *MeV/c ist die K*-Resonanz zu sehen.*

In Abbildung (8.8) zeigen wir die Verteilung der (angepassten) Ereignisse in der (X,Y)-Ebene im Falle des 2C-fits. Die geringe Akzeptanz bei kleinen Y-Werten (d.h. kleiner Summe der kinetischen Energien E_1 und E_2 ist darauf zurückzuführen, dass aufgrund der vorgegebenen Magnetfeldstärke nur geladene Pionen nachgewiesen werden können, die einen Impuls von mehr als rund 90 MeV/c haben.
Wir zeigen noch die Lebensdauerverteilung der selektierten Ereignisse (Abbildung 8.9). Eine Analyse in der (X,Y)-Ebene hat gezeigt, dass für den ganzen Lebensdauerbereich keine massiven Inhomogenitäten in der Akzeptanz auftreten. Auch hier zeigt sich, dass der Unterschied zwischen 2C- und 3C-fit im wesentlichen in der Gesamtzahl der Ereignisse liegt.

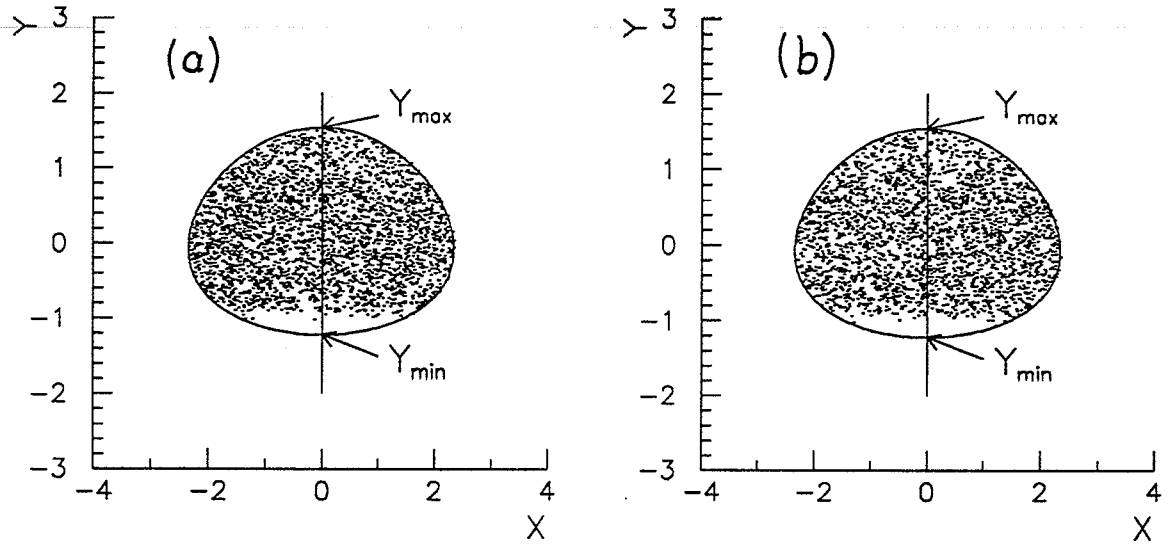

Abb. 8.8: *Zeitintegrierte Akzeptanz für (a) 3'157 $\overline{K}^0$ und (b) 2'669 K^0-Ereignisse im (X,Y)-Phasenraum für einen "2C-fit" im Analyseprogramm. Wegen der Nebenbedingung, dass die totale fehlende Masse gleich der π^0-Masse sein muss, liegen sämtliche Ereignisse innerhalb des physikalisch erlaubten Bereiches.*

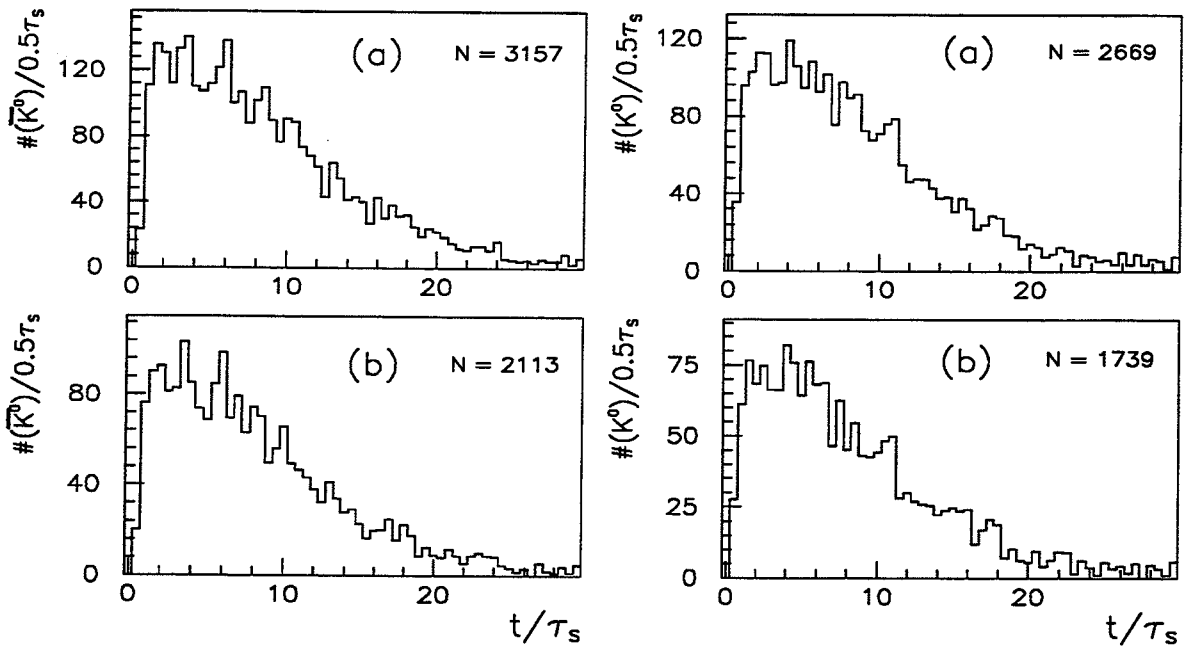

Abb. 8.9: *Lebensdauerverteilung der simulierten Ereignisse unterschieden nach $\overline{K}^0$ und K^0 für die Fälle (a) 2C-fit und (b) 3C-fit. Deutlich erkennbar ist die Konzentration der Ereignisse mit kurzen Lebensdauern, was der simulierten Entscheidungslogik entspricht.*

9 Methodik und Resultate

Welches sind die Ursachen für eine asymmetrische Detektor-Akzeptanz? Wie kann der systematische Fehler, der daraus entsteht, abgeschätzt werden? Welche Resultate erhalten wir aus einer vollen Simulation? Dies sind Fragen, auf die in diesem Kapitel eingegangen wird.
Eine inhomogene Akzeptanz von $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen führt auf einen Fehler in der Messung des CP-verletzenden Parameters η_{+-0}. Der CP-erhaltende Beitrag im Interferenzterm (antisymmetrisch in X) ergibt, gewichtet mit der Akzeptanz einen nichtverschwindenden Beitrag zum Parameter η_{+-0}. Entscheidend ist aber lediglich die Asymmetrie der Detektor-Akzeptanz in bezug auf die Energie-Differenz $X \propto (E_1 - E_2)$.

9.1 Mögliche Ursachen für asymmetrische Akzeptanz

Eine asymmetrische Akzeptanz für π^+ und π^- kann verschiedene Ursachen haben. Dazu gehören:

1. Verschiedene Nachweiswahrscheinlichkeit für π^+ und π^- in bestimmten Teilen des Detektors. Verursacht wird sie durch die unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte von π^+ und π^- an Protonen oder Neutronen (starke Wechselwirkung).

2. Asymmetrie des Detektors unter Vertauschung der Ladungen: Eine unterschiedliche Impulsverteilung der beiden sekundären geladenen Pionen bewirkt bei vorhandener Ladungsasymmetrie des Detektors insgesamt eine falsche Akzeptanz im (X,Y)-Dalitzplot. Weil das Magnetfeld regelmässig umgepolt wird, ist dieser Effekt aber klein.

3. Asymmetrie des Analyseprogramms: Werden in einem der Schritte der $\pi^+\pi^-\pi^0$-Selektion Ereignisse mit (X,Y) nicht gleich häufig verworfen wie (-X,Y), so entsteht insgesamt ebenfalls eine asymmetrische Akzeptanz.

In Abbildung (9.10) zeigen wir die unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte von π^+ und π^- an Protonen, die im wesentlichen durch die starke Wechselwirkung bedingt sind. In unserer Simulation wird zwar dieser Effekt berücksichtigt, doch ist er nicht sehr genau bekannt. Durch diese ungenügende Kenntnis entsteht ein systematischer Fehler.
Wie folgende Abbildung (9.11) zeigt, ist die durch unterschiedliche Akzeptanz für π^+ und π^- verursachte Asymmetrie bescheiden. Wir haben insgesamt rund 10^4 Ereignisse simuliert (bis und mit Schritt 3. im Analyseprogramm, vgl. letztes Kapitel). Wir vergleichen die Impulsverteilung der π^+ und π^- im Schwerpunktsystem des $K^0(\overline{K}^0)$. Es wird der Quotient $N(\pi^-)/N(\pi^+)$ gebildet, zwischen 0 und 220 MeV/c in Schritten von 4 MeV/c und eine Konstante damit angepasst. Wir erhalten als Schätzwert für $N(\pi^-)/N(\pi^+)$ und als obere Grenze für die Abweichung vom Idealwert 1:

$$R \equiv \frac{N(\pi^-)}{N(\pi^+)} = 0.983 \pm 0.013 \ \ (1\sigma)\,; \quad |R-1| \leq 1.8\% \ \ (90\%\ C.L.)$$

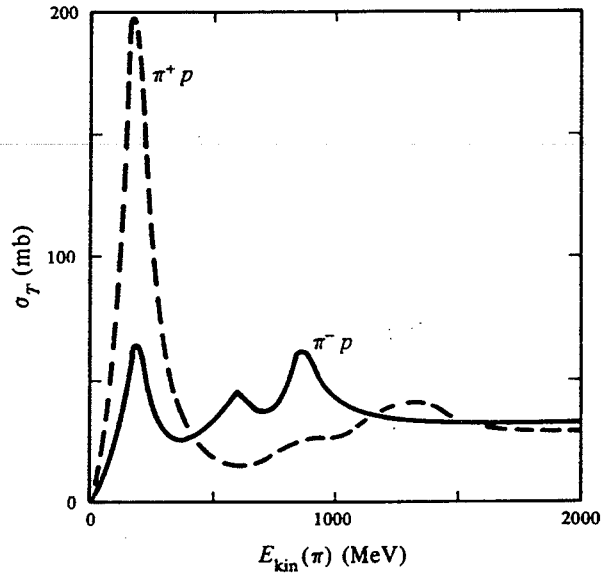

Abb. 9.10: *Gesamtwirkungsquerschnitte der Streuung von π^+ und π^- an Protonen als Funktion der kinetischen Energie der Pionen. Die Maxima stammen von den Δ- und N-Resonanzen. Wir befinden uns im Bereich mit $E_{kin} \leq 800 MeV/c$ (aus [28], S.125).*

Dieses Resultat ist mit dem Ergebnis aus einer Analyse von π^+ und π^- aus Ereignissen $K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ verträglich (typische Asymmetrie in der Grössenordnung von 2%, vgl. [14]).

9.2 Abschätzung der systematischen Korrektur auf η_{+-0}

Unser Ziel hier ist es, die zeitintegrierte Akzeptanz im Phasenraum (X,Y) zu betrachten, sie in einen symmetrischen und antisymmetrischen Teil aufzuspalten, um daraus den Einfluss auf die Berechnung von η_{+-0} abzuschätzen. Ausgangspunkt ist die Formel (7.62). Unter Einfluss einer Detektor-Akzeptanz bezeichnen wir den Parameter mit η_{+-0}'. Wir erhalten:

$$\eta_{+-0}{}' = \frac{\int\int dXdY(\varepsilon(c+c'Y)+c''X)\cdot(c+c'Y)\cdot Acc(X,Y)}{\int\int dXdY\ (c+c'Y)^2\cdot Acc(X,Y)} \tag{9.69}$$

Die Integrationen laufen dabei immer über den gesamten Phasenraum. Mit dieser Berechnung haben wir implizit gewisse Vereinfachungen getroffen. Wir begründen, weshalb sie das Resultat nicht allzu stark verfälschen:

1. Die Akzeptanz sei unabhängig davon, ob ein K^0 oder ein $\overline{K}^0$ registriert wurde. Nach den Ausführungen in Kapitel 3.1 ist dies eine gute Näherung.

2. Wir nehmen an, die Akzeptanz sei unabhängig von der gemessenen Lebensdauer der neutralen Kaonen. Die Änderung, die sich durch Betrachtung verschiedener Lebensdauern ergibt, wird in einer unterschiedlichen Gewichtung der Ereignisse verschiedener Lebensdauer liegen. Von der Grössenordnung her erwarten wir keinen extrem grossen Fehler durch diese Näherung.

Die Aufspaltung in symmetrischen und antisymmetrischen Anteil geschieht praktisch folgendermassen: Wir füllen ein Histogramm aller Ereignisse in den Variablen (X,Y)

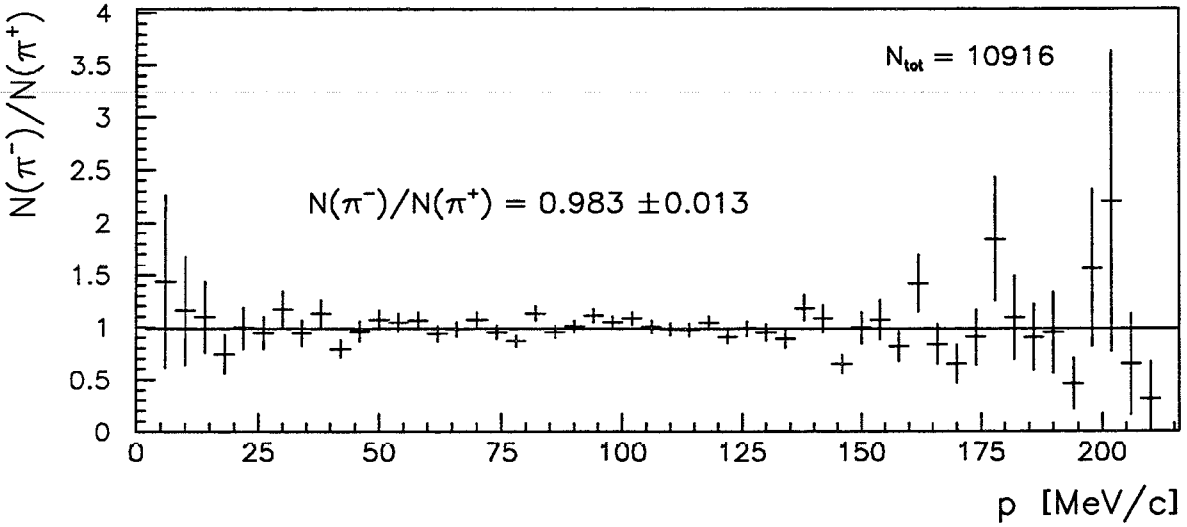

Abb. 9.11: *Unterschiedliche Akzeptanz von π^+ und π^- als Funktion des Impulses im Schwerpunktsystem von $K^0(\overline{K}^0)$ für rund 10^4 simulierte $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignisse. Wir bilden den Quotienten $N(\pi^-)/N(\pi^+)$ und finden eine knapp signifikante Abweichung vom Idealwert 1. Die obere Grenze liegt bei 1.8% mit 90% C.L.*

mit einer Bin-Einteilung so, dass in jedem Kästchen eine statistisch vernünftige Zahl von Ereignissen liegt. (Bei gesamthaft 5'800 Ereignissen sollten nicht mehr als ≈ 200 Kästchen gebildet werden.) Jetzt können wir die beiden Anteile bilden:

$$Acc(X,Y) \equiv Acc^S(X,Y) + Acc^A(X,Y)\ ;\ \text{es gilt :}$$

$$Acc^{S,A}(X,Y) = \left(Acc(X,Y) \pm Acc(-X,Y)\right)/2\ .$$

In Gleichung (9.69) liefert nur $Acc^A(X,Y)$ einen vom Idealwert ε verschiedenen Wert für $\eta_{+-0}{}'$. Man erhält jetzt:

$$\eta_{+-0}{}' = \varepsilon + \frac{\int\int dXdY(c''X)\cdot(c+c'Y)\cdot Acc^A(X,Y)}{\int\int dXdY(c+c'Y)^2\cdot Acc^S(X,Y)} \qquad (9.70)$$

Wir haben diese Abschätzung mit den rund 5'800 Ereignissen nach der 2C-fit-Prozedur durchgeführt. Die Fehler wurden wie üblich mit linearer Fehlerfortpflanzung berechnet. Als Resultat erhalten wir:

$$\eta_{+-0}{}' = \varepsilon + (-6.1 \pm 4.6)\cdot 10^{-4}\ .$$

Der systematische Einfluss der Detektor-Akzeptanz ist in dieser Abschätzung knapp signifikant. Ein Vergleich mit der Abbildung (9.11) zeigt, dass auch dort die Abweichung vom Idealwert knapp signifikant ist.
Unsere Interpretation ist folgende: Diese Abschätzung bringt den systematischen Einfluss asymmetrischer Detektor-Akzeptanz auf η_{+-0} zum Ausdruck. Wollen wir hingegen die statistischen Fehler einer wirklichen Messung von 5'800 $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen einschliessen, so ist eine volle Simulation erforderlich. Mit "voll" meinen wir, dass wir η_{+-0} wie bei der Auswertung von gemessenen Ereignissen berechnen: Durch die

Bildung der zeitabhängigen Asymmetrie $A_{+-0}(t)$ und durch eine Anpassung an den (theoretisch) erwarteten Verlauf in Abhängigkeit von η_{+-0}. Mit einer solchen (vollen) Simulation wird dann grundsätzlich die Empfindlichkeit des CPLEAR-Experimentes auf den Parameter η_{+-0} nachgebildet.

9.3 Die Methode der vollen Simulation

Durch eine Gewichtung jedes Ereignisses mit der CP-erhaltenden, differentiellen Rate, wie wir sie in Kapitel 6 aus einer Parametrisierung der Amplituden erhalten haben, simulieren wir die Verteilung der gemessenen Ereignisse im (X,Y)-Phasenraum. Eine asymmetrische Detektor-Akzeptanz wird den Parameter η_{+-0} beeinflussen.
Das Rezept sieht wie folgt aus: Bilde getrennt für K^0- und $\overline{K}^0$-Ereignisse das Produkt aus Akzeptanz und CP-erhaltender Rate $R(\overline{R})^{CP}(X,Y,t)$ nach (6.56) in Abhängigkeit von der Lebensdauer und dem Ort (X,Y) im Phasenraum und integriere dieses über den ganzen Dalitzplot. Das Resultat nennen wir "modifizierte Rate"

$$R(\overline{R})'(t) \equiv \int\limits_{Dalitzplot} dXdY\, Acc(\overline{Acc})(X,Y,t) \cdot R(\overline{R})^{CP}(X,Y,t)\,. \tag{9.71}$$

Für die Berechnung der Fehler benötigen wir noch das Produkt aus Akzeptanz und dem Quadrat der CP-erhaltenden Rate

$$R(\overline{R})''(t) \equiv \int\limits_{Dalitzplot} dXdY\, Acc(\overline{Acc})(X,Y,t) \cdot \{R(\overline{R})^{CP}(X,Y,t)\}^2\,. \tag{9.72}$$

Nun bilden wir die sogenannte "Detektor-Asymmetrie"

$$A^{det}_{+-0}(t) \equiv \frac{\overline{R}'(t) - QR'(t)}{\overline{R}'(t) + QR'(t)}\,, \tag{9.73}$$

welche ein Mass dafür ist, wie gross der asymmetrische Anteil der Detektor-Akzeptanz ist. Sie beschreibt sozusagen die "künstliche" CP-Verletzung des Detektors.
Dabei steht in (9.73) der Faktor $Q = \frac{N(\overline{K}^0)}{N(K^0)}$ für die durch unterschiedliche Wechselwirkung der K^+ und K^- in den Teilchenidentifikations-Detektoren (PID) verursachte globale Normierung. Auch in der wirklichen Datenauswertung müssen wir diesen Faktor einsetzen (zum Problem der Normierung vgl. [14]). Dieser Faktor hängt von der Lebensdauer ab. Bei der $\pi^+\pi^-\pi^0$-Analyse von gemessenen Daten wird diese Normierung am besten mit Ereignissen von langen Lebensdauern vorgenommen (dort beträgt $A_{+-0}(t)$ annähernd $2 \cdot Re(\varepsilon)$). Bei unserer Analyse haben wir in diesem Bereich allerdings eine vernachlässigbar kleine Statistik. Als Schätzwert für Q nehmen wir deshalb einfach das integrale Verhältnis $\frac{N(\overline{K}^0)}{N(K^0)}$.
Der Fehler auf $A^{det}_{+-0}(t)$ berechnet sich unter der Annahme linearer Fehlerfortpflanzung wie folgt:

$$\sigma(A^{det}_{+-0}(t)) = \frac{2 \cdot Q \cdot R'(t)\overline{R}'(t)}{(R'(t) + Q\overline{R}'(t))^2}\left\{\frac{\overline{R}''(t)}{\overline{R}'^2(t)} + \frac{R''(t)}{R'^2(t)} + \left(\frac{\sigma(Q)}{Q}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{9.74}$$

In der Berechnung dieses Fehlers wurde die CP-erhaltende differentielle Rate $R(\overline{R})^{CP}(X,Y,t)$ als exakt angenommen.
Abbildung (9.12) zeigt die nach (9.73) erhaltene Detektor-Asymmetrie. Aus Tabelle (8.6) ersehen wir auch, dass die unterschiedlichen Werte von Q für die beiden Anpassroutinen statistisch nicht ganz signifikant sind.

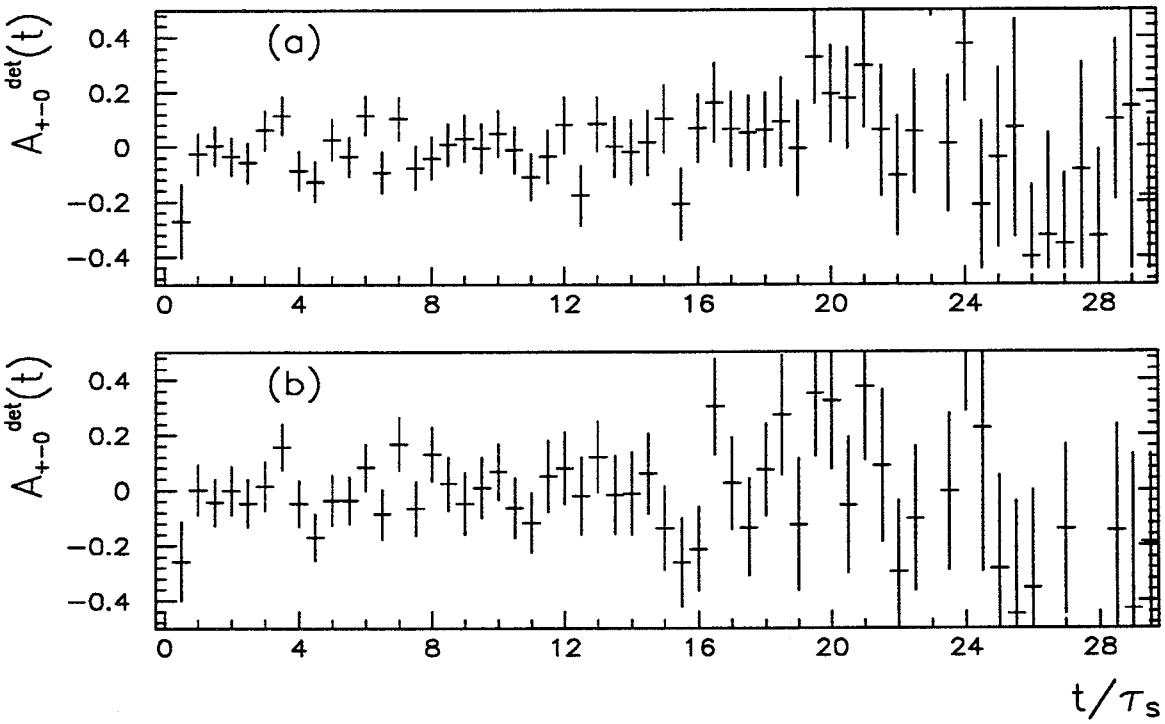

Abb. 9.12: *Verlauf der Detektor-Asymmetrie $A^{det}_{+-0}(t)$ für die Fälle (a) 2C-fit und (b) 3C-fit. Die Fehler wurden mit linearer Fehlerfortpflanzung berechnet unter der Annahme einer exakten CP-erhaltenden Rate.*

9.4 Schätzwerte und Fehler auf η_{+-0} mit der χ^2-Methode

Nun kann die detektorbedingte Asymmetrie $A^{det}_{+-0}(t)$ an die in (7.64) angegebene theoretische, vom komplexwertigen Parameter η_{+-0} abhängende Asymmetrie $A^{th}_{+-0}(t)$ angepasst werden. Es ist nicht zu erwarten, dass eine durch den Detektor verursachte Asymmetrie sich gerade so verhalten wird wie eine durch die Physik verursachte CP-Verletzung. Deshalb werden wir in einem ersten Schritt annehmen, dass $Re(\eta_{+-0})$ und $Im(\eta_{+-0})$ unabhängige Grössen sind.
Für die Anpassung verwenden wir die Methode der kleinsten Quadrate (Least-Squares Fit oder χ^2-Methode). Die χ^2-Funktion ist wie folgt definiert:

$$\chi^2(\eta_{+-0}) \equiv \sum_{i=1}^{30} \frac{(A^{det}_{+-0}(t_i) - A^{th}_{+-0}(t_i, \eta_{+-0}))^2}{\sigma^2(A^{det}_{+-0}(t_i))}$$

Dabei geht t_i von 0.5 bis 15 τ_S in Schritten von $0.5\tau_S$. Diese Funktion wurde mit dem Programm MINUIT [29] aus der CERN-Bibliothek minimiert. In der nächsten

Abbildung (9.13) ist χ^2 als Funktion von $Re(\eta_{+-0})$ und $Im(\eta_{+-0})$ aufgetragen. Ein analoges Bild haben Metcalf et al. [7] auch erhalten. Die Form in der Nähe des Minimums ist annähernd parabolisch, so dass die unteren und oberen Fehler identisch werden. Es hat sich als günstiger erwiesen, als freie Parameter den Real- und den Imaginärteil von η_{+-0} zu verwenden, und nicht etwa $|\eta_{+-0}|$ und ϕ_{+-0}. Dies liegt daran, dass andernfalls der Nullpunkt innerhalb des 1σ-Bereichs liegen kann, folglich ϕ_{+-0} unbestimmt wäre und die Anpassung nicht konvergieren würde.

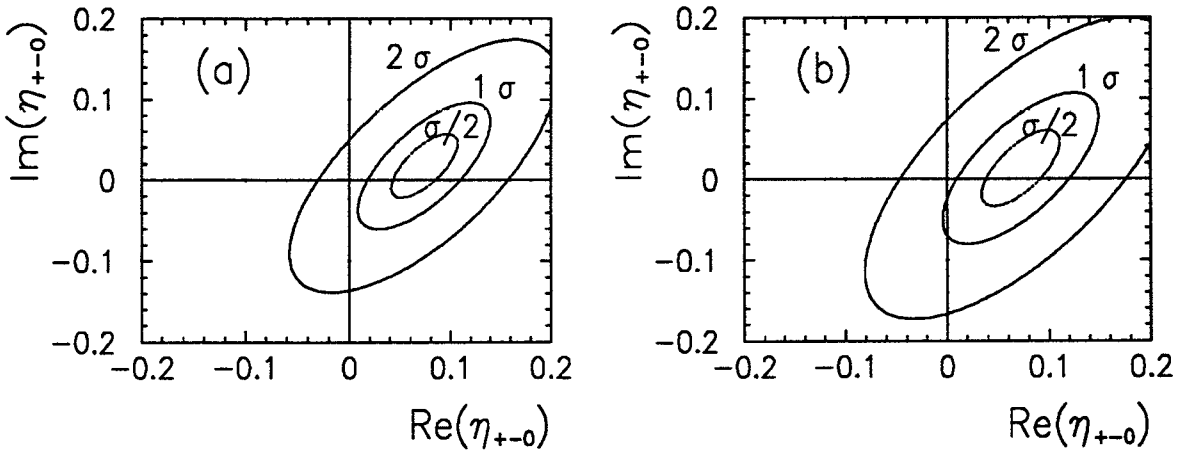

Abb. 9.13: *Höhenlinienbild von χ^2 in der Ebene $Re(\eta_{+-0})$ und $Im(\eta_{+-0})$ für die (a) 2C-fit- und (b) 3C-fit-Prozedur. Das Gebiet um das Minimum ist praktisch parabolisch. Das Resultat ist knapp mit $\eta_{+-0} = 0$ verträglich.*

Die Schätzwerte und Fehler auf $Re(\eta_{+-0})$ und $Im(\eta_{+-0})$, die Korrelation und der χ^2-Wert des Minimums werden in Tabelle 9.7 gezeigt. Die Zahl der Freiheitsgrade betrug 28.

Analysekriterium	$Re(\eta_{+-0})$	$Im(\eta_{+-0})$	ρ	χ^2_{min}	C.L.
2C-fit	$(7.33 \pm 6.23) \cdot 10^{-2}$	$(1.76 \pm 7.41) \cdot 10^{-2}$	0.695	25.62	59.4%
3C-fit	$(7.16 \pm 7.27) \cdot 10^{-2}$	$(1.33 \pm 8.84) \cdot 10^{-2}$	0.687	22.00	78.1%

Tabelle 9.7: *Systematische Korrektur auf die CP-verletzenden Parameter $Re(\eta_{+-0})$ and $Im(\eta_{+-0})$ im Falle des 2C-fit und des 3C-fit als Kriterium im Analyseprogramm. Die Angabe des "Confidence Level (C.L.)" ist ein Mass für die Güte der Anpassung. Es ist dies die Fläche unter der zugehörigen χ^2-Verteilung von χ^2_{min} bis ∞.*

Im zweiten Schritt wird dann die Anpassung der zusätzlichen Einschränkung $Re(\eta_{+-0}) = Re(\varepsilon)$ unterworfen. Die Zahl der Freiheitsgrade beträgt nun 29. Dieser Fall ist für den allgemeinsten Fall von CP-Verletzung zu erwarten (vgl. Kap. 2.2.2) und wird auch bei der Auswertung von Messdaten als Variante angewendet werden, falls diese Nebenbedingung überhaupt mit den Daten verträglich ist (siehe Tabelle 9.8 und Abbildung 9.14).

Analysekriterium	$Im(\eta_{+-0})$	χ^2_{min}	C.L.
2C-fit	$(-4.16 \pm 5.33) \cdot 10^{-2}$	26.95	57.5%
3C-fit	$(-4.51 \pm 6.42) \cdot 10^{-2}$	22.93	78.0%

Tabelle 9.8: *Systematische Korrektur auf den CP-verletzenden Parameter* $Im(\eta_{+-0})$ *mit fixiertem Parameter* $Re(\eta_{+-0}) = Re(\varepsilon) = 1.64 \cdot 10^{-3}$. *Sonst gleiche Analyse wie in Tabelle (9.7). Die Fehler sind etwas kleiner als im Fall von zwei freien Parametern. Bei der Auswertung echter Messdaten wird diese Methode als Variante ebenfalls verwendet werden müssen.*

Schliesslich lässt sich noch der Fehler auf $|\eta_{+-0}|$ mit linearer Fehlerfortpflanzung und den angebenen Korrelationen berechnen. Wir können auch eine obere Grenze der durch den Detektor verursachte künstliche CP-Verletzung angeben, indem wir eine Gaussverteilung in zwei Dimensionen mit der Korrelataion ρ zu Grunde legen. Die Resultate sind in Tabelle (9.9) zusammengefasst:

Analysekriterium	$\lvert\eta_{+-0}\rvert$	70% C.L.	90% C.L.
2C-fit	$(7.54 \pm 7.37) \cdot 10^{-2}$	≤ 0.13	≤ 0.19
3C-fit	$(7.28 \pm 8.34) \cdot 10^{-2}$	≤ 0.145	≤ 0.21

Tabelle 9.9: *Schätzwerte und Fehler auf* $|\eta_{+-0}|$ *sowie Angabe von oberen Schranken für* $|\eta_{+-0}|$ *mit 70% und 90% C.L. Wegen der schlechten Statistik sind letztere allerdings nicht von grosser Bedeutung.*

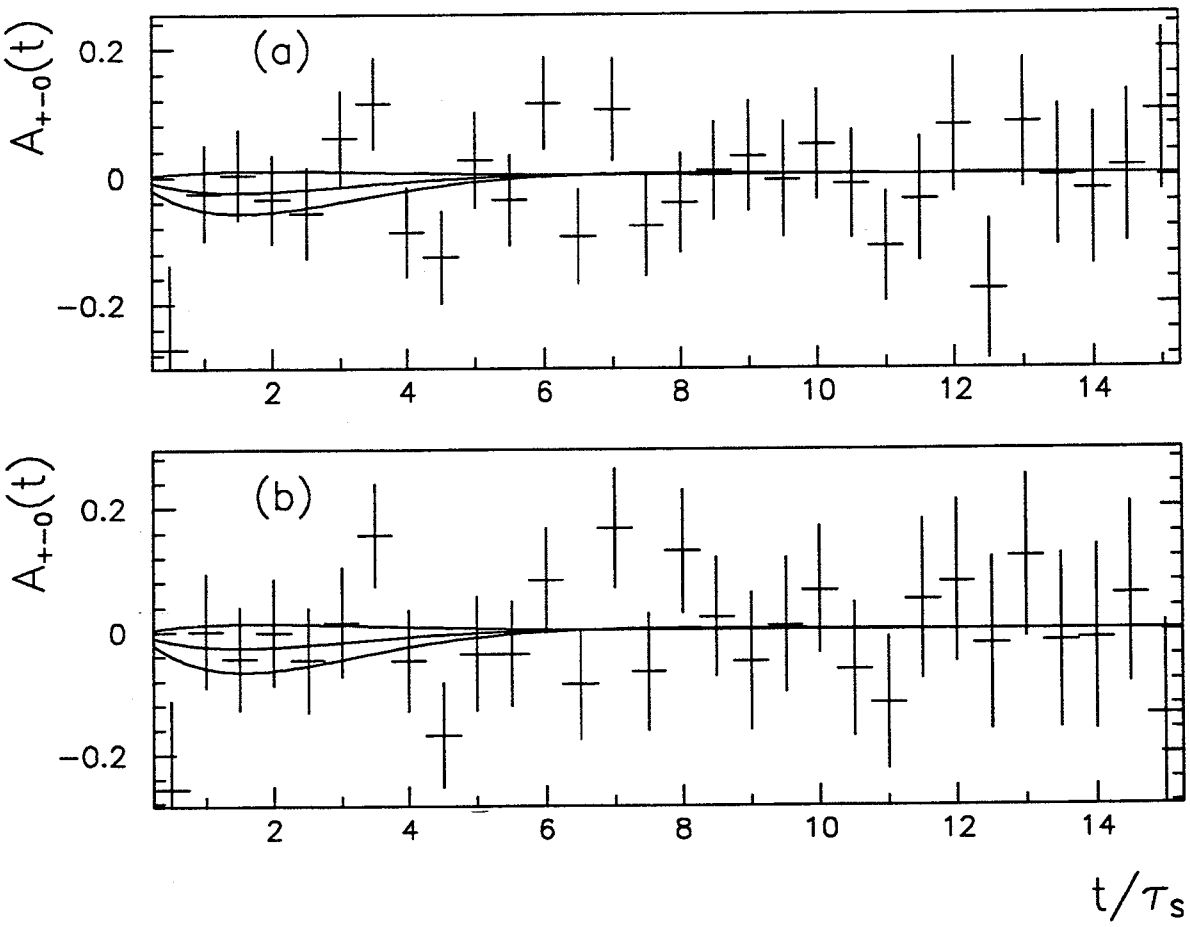

Abb. 9.14: *Verlauf der Detektor-Asymmetrie $A^{det}_{+-0}(t)$ von 0 bis 15 τ_S für die Fälle (a) 2C-fit und (b) 3C-fit. Eingezeichnet sind die Asymmetriefunktionen mit den aus der Anpassung resultierenden Werte für $Im(\eta_{+-0})$ gemäss Tabelle (9.8). Zusätzlich sind die oberen und unteren Grenzen im 1σ-Bereich aufgeführt.*

10 Schlussfolgerungen aus der Simulation

Mit 5'800 simulierten $\pi^+\pi^-\pi^0$-Ereignissen finden wir innerhalb der statistischen Grenzen eine nur knapp signifikante Korrektur auf den Parameter η_{+-0}, die von asymmetrischer Akzeptanz für π^+ und π^- stammt.
Als obere Grenze für $|\eta_{+-0}|$ haben wir gefunden (für die 2C-fit-Prozedur):

$$|\eta_{+-0}| \leq 0.13 \ (70\% \ C.L.) \ ; \ |\eta_{+-0}| \leq 0.19 \ (90\% \ C.L.)$$

Diese Angabe reicht nicht aus, um diese systematische Korrektur auf $|\eta_{+-0}|$ mit der für CPLEAR erwarteten Genaugkeit zu bestimmen. Die untenstehende Tabelle 10.10 stellt den Fehler $\sigma(|\eta_{+-0}|)$ aufgrund der statistischen Kenntnis der Detektor-Akzeptanz in Relation zu der dafür erforderlichen Anzahl simulierter (ausgewählter) Ereignisse in einer analogen Studie.

$\sigma(\lvert\eta_{+-0}\rvert)$	Erforderliche Anzahl ausgewählter Ereignisse	Ungefähre Anzahl Ereignisse insgesamt
$7.37 \cdot 10^{-2}$	5'826	$\approx$ 300'000
$1.0 \cdot 10^{-2}$	$3.16 \cdot 10^5$	$\approx 1.63 \cdot 10^7$
$5.0 \cdot 10^{-3}$	$1.27 \cdot 10^6$	$\approx 6.54 \cdot 10^7$
$1.0 \cdot 10^{-3}$	$3.16 \cdot 10^7$	$\approx 1.63 \cdot 10^9$

Tabelle 10.10: *Vergleich zwischen der gewünschten Genauigkeit auf $|\eta_{+-0}|$ und der dazu erforderlichen Zahl simulierter Ereignisse im Falle der 2C-fit-Prozedur. Es wird ein Faktor $\approx$ 50 zwischen der ausgewählten und der gesamten Zahl der in der Simulation produzierten Ereignisse angenommen. Die letzte Zeile entspricht der Genauigkeit, wie sie für das Experiment CPLEAR erwartet wird.*

Mit dieser (vollen) Simulation haben wir gleichzeitig die Empfindlichkeit des CPLEAR-Experimentes auf den CP-verletzenden Parameter η_{+-0} bestimmt. Unberücksichtigt bleiben systematische Fehler in der Simulation. Diese würden sich bei höherer Genauigkeit stärker auswirken, und einen zusätzlichen systematischen Fehler auf $|\eta_{+-0}|$ bewirken.
Bei der Berechnung hat sich herausgestellt, dass es sinnvoller ist, für die Anpassung von η_{+-0} nicht den Betrag und das Argument als freie Parameter zu verwenden, sondern den Real- und Imaginärteil. Im Falle der Asymmetrie für den Zerfall in $\pi^+\pi^-$ spielt dies keine Rolle, da η_{+-} signifikant von Null verschieden ist. Für den Fall des Zerfalls in $\pi^+\pi^-\pi^0$, wo weniger Ereignisse vorliegen, sind die Fehler so gross, dass Null innerhalb des 1σ-Bereiches liegen kann, und das Argument ϕ_{+-0} folglich unbestimmt ist.
Wir haben mit der vollen Simulation im wesentlichen den Einfluss der Detektor-Akzeptanz auf den Parameter η_{+-0} bestimmt. Wegen der (noch) geringen Zahl an Ereignissen wird die systematische Korrektur auf η_{+-0} durch den statistischen Fehler überlagert. Um die geforderte Genauigkeit (1.0×10^{-3}) zu erreichen, müsste die ungeheure Menge von 32 Millionen simulierter (ausgewählter) Ereignisse erzeugt werden.

Dies ist weder realistisch (Computer-Kapazität!) noch sinnvoll, weil die der Simulation zu Grunde liegende ungenaue Kenntnis der starken Wechselwirkung in den einzelnen Elementen des Detektors bei grosser Statistik grösser würde als die statistischen Fehler. Mit einer einfacheren Abschätzung erhalten wir eine systematische Korrektur auf η_{+-0} von ungefähr $(-0.6 \pm 0.5) \times 10^{-3}$. Hier gehen die statistischen Fehler der vollen Analyse von gemessenen Daten nicht ein. Damit wäre die Korrektur auf η_{+-0} gerade in der Grössenordnung von ε selbst. Wenn wir $|\eta_{+-0}|$ mit einer Genauigkeit von $\approx 2.0 \times 10^{-3}$ messen wollen, so reicht diese Angabe aus. Soll die Genaugikeit $\approx 1.0 \times 10^{-3}$ betragen, so sind viermal so viele simulierte Ereignisse erforderlich.
Es wird vorgeschlagen, die systematische Korrektur auf η_{+-0} nicht mit einer vollen Simulation zu bestimmen. Entweder wird die Simulation auf die empfindlichen Teile beschränkt, oder aber sie wird in einem ähnlichen Sinne wie eben dargestellt abgeschätzt. Die Korrektur ist nicht massiv, sondern liegt etwa in der Grössenordnung von ε, wie wir gesehen haben. Wenn sich dieses Resultat mit besserer Statistik bestätigt, so wird es ausreichen, die Korrektur direkt an η_{+-0} vorzunehmen (oder zumindest eine obere Grenze anzugeben). Stellt sich die Korrektur hingegen als wesentlich grösser heraus, so müssen die Fehler durch asymmetrische Akzeptanz schon bei der Bildung der Asymmetrie $A_{+-0}(t)$ berücksichtigt bzw. korrigiert werden.
Es wird die Aufgabe zusätzlicher Studien sein, den systematischen Fehler auf η_{+-0} mit grösserer statistischer Genauigkeit zu bestimmen.

Danksagung

Folgenden Personen bin ich zu Dank verpflichtet: PD Dr. Tatsuya Nakada und Prof. Dr. Hans-Jürg Gerber, welche diese Arbeit und den einmonatigen Aufenthalt am CERN ermöglicht haben. Tatsuya schlug das Thema vor und lieferte die grundlegenden Ideen zu dieser Studie. Speziell erwähnt werden müssen an dieser Stelle ausserdem Dr. Christian Bula (der in allen Arbeitsstadien und in vielerlei Hinsicht äusserst hilfreich war), Christoph Felder (der den grössten Teil des verwendeten Analyseprogramms schrieb), Dr. Peter Weber (der mich insbesondere in das CERN-VM-System eingeführt hat und für meine vielen Fragen stets Verständnis aufbrachte), Dr. René Rickenbach (der an der Erzeugung der simulierten Ereignisse beteiligt war und mich damit vertraut machte) und Klaus Georing (der nützliche Hinweise in bezug auf die Kurvenanpassung beisteuerte).
Weiter geht der Dank an verschiedene Mitglieder der CPLEAR-Kollaboration, welche mich mit den experimentellen Erfordernissen und Feinheiten vertraut gemacht haben. Wesentliche Erkenntnisse beruhen im speziellen auch auf zwei Treffen der 3π-Gruppe innerhalb der Arbeitsgemeinschaft, welche mich wiederum einen Schritt weiter gebracht haben in der Sicht der Dinge.
Schliesslich gehört der Dank meinen Eltern, die durch ihre finanzielle und anderweitige Unterstützung zum Gelingen des Studiums beigetragen haben.

Referenzen

[1] T. D. Lee, R. Oehme and C. N. Yang, Phys. Rev. **106** (1957) 340

[2] K. Kleinknecht, CP violation and K^0 decays, Ann. Rev. Nucl. Sci **26** (1976) 1

[3] L. Wolfenstein, Present status of CP violation, Ann. Rev. Nucl. Sci **36** (1986) 137

[4] T. Nakada, CP Violation in K- and B-Meson Decays, PSI-PR-91-02 (1991)

[5] R. H. Dalitz, The discrete symmetries (C, P, T) and their exploration with neutral kaons, Nucl. Phys **B 24A** (1991) 3

[6] T. T. Wu and C. N. Yang, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 380

[7] M. Metcalf et al., Phys. Lett. **40B** (1972) 703

[8] V. V. Barmin et al., Il Nuovo Cimento **85A** (1985) 67

[9] Review of Particle Properties, Phys. Rev. **D 45** (1992)

[10] L. Adiels et al., Tests of CP violation with K^0 and $\overline{K}^0$ at LEAR (Proposal), CERN/PSCC/85-6 (1985)

[11] R. Adler et al. (CPLEAR Collaboration), First determination of CP violation parameters from $K^0 - \overline{K}^0$ decay asymmetry, Phys. Lett. **B 286** (1992) 180

[12] A. Schopper, Dissertation, Universität Basel (1988) unveröffentlicht

[13] Ch. Bula, Ph.D. thesis, ETH Zürich (1992) unveröffentlicht

[14] F. Pelucchi, Etiquétage et normalisations des K^0 et $\overline{K}^0$ dans l'expérience CPLEAR, Thèse Université d'Aix-Marseille II (1992)

[15] R. Armenteros and B. French, In: High Energy Physics Vol. 4, Edited by E. H. S. Burhop, Academic Press (1969)

[16] D. H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, Addison-Wesley (1986) 74

[17] J. M. and M. K. Gaillard, Non-leptonic interactions, In: Weak interactions, Lectures presented at the International School of Elemetary Particle Physics, Baško Polje, Edited by M. K. Gaillard and M. Nikolic (1977)

[18] Ch. Zemach, Phys. Rev. **133** (1964) B1201

[19] S. B. Treiman and S. Weinberg, Phys. Rev. **116** (1959) 239

[20] L. M. Sehgal and L. Wolfenstein, Phys. Rev. **162** (1967) 1362

[21] J. Kambor, J. Missimer and D. Wyler, Phys. Lett. **B 261** (1991) 496

[22] J. Kambor, Nonleptonic Weak Interactions in Chiral Perturbation Theory, Ph.D. thesis, ETH Zürich (1990)

[23] S. Fajfer and J.-M. Gérard, Z. Physik **C 42** (1989) 425

[24] T. J. Devlin and J. O. Dickey, Rev. Mod. Phys. Vol. **51** (1979) 237

[25] L.-F. Li and L. Wolfenstein, Phys. Rev. **D 21** (1980) 178

[26] Geant 3, DD/EE 84-1, Data Handling Division, CERN, Geneva (1987)

[27] CPLEAR Offline Group, CPGEANT User Manual, Geneva (1991)

[28] H. Frauenfelder und F. M. Henley, Teilchen und Kerne, Subatomare Physik, 2. Auflage, Oldenbourg (1987)

[29] Minuit, CERN Program Library entry D506, Geneva (1989).