



**ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΗΛΙΑΚΩΝ ΑΞΙΟΝΙΩΝ
ΣΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ CAST
ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΤΟΥ ΑΝΙΧΝΕΥΤΗ
MICROMEGAS**

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Φυσικής
Τομέας Πυρηνικής Φυσικής και Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων
Εθνικό Κέντρο Έρευνας Φυσικών Επιστημών 'Δημόκριτος'
Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής

Διδακτορική διατριβή



Κωνσταντίνος Κουσουρης

10 Απριλίου 2006

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
Κατάλογος σχημάτων	iv
Κατάλογος πινάκων	ix
Εισαγωγή	1
I ΘΕΩΡΙΑ	3
1 Στοιχεία χρωμοδυναμικής	5
1.1 Η χειραλική συμμετρία της κλασσικής Lagrangian.	5
1.2 Αξονική ανωμαλία	9
1.3 Η τοπολογία του κενού	11
1.3.1 Πεδία βαθμίδος	11
1.3.2 Instantons	12
1.3.3 Η παράμετρος θ	14
1.4 Το U(1) πρόβλημα και η λύση του	15
1.5 Η παραβίαση της συμμετρίας CP	16
2 Το Αξιόνιο και οι ιδιότητες του	21
2.1 Οι πιθανές λύσεις στο πρόβλημα CP	21
2.1.1 Η περίπτωση του άμαζου quark	21
2.1.2 Η δυναμική λύση	23
2.2 Ο μηχανισμός Higgs στο καθιερωμένο πρότυπο	26
2.3 Η συμμετρία Peccei-Quinn και το PQWW αξιόνιο	29
2.4 Το αόρατο αξιόνιο	33
2.4.1 Το πρότυπο DFSZ	33

2.4.2	Το πρότυπο KSVZ	36
2.5	Αλληλεπιδράσεις του αξιονίου	38
2.5.1	Σύζευξη αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο	40
2.5.2	Λεπτονικές αλληλεπιδράσεις	45
2.6	Ταλαντώσεις αξιονίων-φωτονίων στο κενό	46
2.7	Ο Ήλιος ως πηγή αξιονίων	48
II	ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ	53
3	Το πείραμα CAST	55
3.1	Εισαγωγή	55
3.2	Αρχή ανίχνευσης και φιλοσοφία	57
3.3	Υποδομή	58
3.3.1	Ο μαγνήτης	58
3.3.2	Σύστημα στήριξης και κίνησης	60
3.4	Ανιχνευτές	61
3.4.1	Τηλεσκόπιο και CCD	61
3.4.2	Micromegas	62
3.4.3	TPC	63
3.5	Κατάσταση και προοπτικές του CAST	63
3.5.1	Φάση I	63
3.5.2	Φάση II	65
3.6	Προκλήσεις του CAST	65
4	Ο ανιχνευτής Micromegas	69
4.1	Ανιχνευτές αερίου	69
4.2	Γενικές ιδιότητες του Micromegas	70
4.3	Ο Micromegas του CAST	76
4.3.1	Προδιαγραφές	76
4.3.2	Περιγραφή	77
4.3.3	Ηλεκτρονικά	79
4.3.4	Βαθμονόμηση	83
5	Προσομοίωση	89
5.1	Αποδοτικότητα του ανιχνευτή	90
5.1.1	Προσομοίωση	90

5.1.2	Θεωρητικός υπολογισμός	91
5.2	Επίδραση της πυκνότητας του αερίου	94
5.3	Υπόβαθρο	95
III ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ		99
6	Στατιστικές μέθοδοι ανάλυσης	101
6.1	Σημειακοί εκτιμητές	101
6.1.1	Μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας	102
6.1.2	Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων	103
6.2	Κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης	104
6.2.1	Ορισμός και ιδιότητες	105
6.2.2	Κατασκευή Neyman	105
6.2.3	Παράμετροι που υπόκεινται σε περιορισμούς	106
6.2.4	Μέθοδος Feldman-Cousins	108
6.3	Λογική Bayes	110
6.3.1	Διαστήματα πίστης	111
6.3.2	Εύρεση άνω ορίου με ομοιόμορφη αρχική πιθανότητα	111
6.3.3	Συνδυασμός αποτελεσμάτων από διαφορετικά πειράματα	112
7	Δεδομένα του 2003	115
7.1	Στοιχεία βαθμονόμησης	116
7.2	Ηλιακά δεδομένα και υπόβαθρο	120
7.2.1	Κανόνες επιλογής γεγονότων	120
7.2.2	Αποτελέσματα	121
7.3	Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου	121
8	Δεδομένα του 2004	129
8.1	Μέθοδος ανάλυσης	130
8.2	Βαθμονόμηση και ευστάθεια	134
8.3	Μελέτη του υποβάθρου	139
8.3.1	Εξάρτηση από τη θέση του ανιχνευτή	144
8.3.2	Ημερήσια διακύμανση	146
8.3.3	Εποχική διακύμανση	151
8.4	Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου	152
8.4.1	Ηλιακά δεδομένα	152

8.4.2 Συστηματικά σφάλματα	154
Συμπεράσματα	159
Α' Ευστάθεια της μεθόδου ανάλυσης	163
Β' Ανάλυση πολλών μεταβλητών στα δεδομένα υποβάθρου του 2004	169
Γ' Σύγκριση κανόνων επιλογής.	173
Γ'.1 Γενικότητες	173
Γ'.1.1 Η κατανομή της ποσότητας q	173
Γ'.1.2 Κανόνες επιλογής	175
Γ'.2 Δύο μεταβλητές	177
Γ'.3 Τρεις μεταβλητές	177
Γ'.4 Συμπεράσματα	179
Δ' Ενεργός διατομή του φαινομένου Primakoff	183
Ε' Ανακατασκευή και ανάλυση γεγονότων	187
Βιβλιογραφία	191

Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Η μάζα του u quark από θεωρητικούς υπολογισμούς.	23
2.2	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης του αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. .	42
2.3	Μετατροπή φωτονίου σε αξιόνιο.	44
2.4	Λεπτονικές αλληλεπιδράσεις του αξιονίου.	45
2.5	Ανώτερης τάξης λεπτονική αλληλεπίδραση του αξιονίου.	45
2.6	Φάσμα Ηλιακών αξιονίων στη Γη	51
3.1	Ο παραμετρικός χώρος του αξιονίου.	56
3.2	Αρχή λειτουργίας του CAST.	57
3.3	Τυπική διατομή ενός μαγνήτη του LHC.	59
3.4	Δυναμικές γραμμές του διπολικού μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό ενός τυπικού μαγνήτη του LHC.	59
3.5	Πανοραμική φωτογραφία της πειραματικής διάταξης του CAST.	60
3.6	Φωτογράφιση του Ηλιακού δίσκου, Μάρτιος 2003.	61
3.7	Φωτογραφία του τηλεσκοπίου, ενσωματωμένο στο ένα άκρο του μαγνήτη του CAST.	62
3.8	Φωτογραφία του ανιχνευτή TPC.	63
3.9	Τα πρώτα αποτελέσματα του CAST και οι προοπτικές του, σε σχέση με τα προγενέστερα πειράματα.	64
4.1	Σχηματική αναπαράσταση του Micromegas και της αρχής λειτουργίας του. .	71
4.2	Προσομοίωση των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών στο εσωτερικό του Mi- cromegas	72
4.3	Προσομοίωση ενός γεγονότος στο Micromegas	72
4.4	Διαπερατότητα του mesh από τα ηλεκτρόνια του αρχικού ιονισμού, συναρτή- σει του λόγου των εντάσεων των ηλεκτρικών πεδίων.	73

4.5	Ενίσχυση του Micromegas συναρτήσει του εύρους της περιοχής πολλαπλασιασμού, για διάφορες τάσεις και για αέριο μίγμα $Ar + 5\% DME$ σε ατμοσφαιρική πίεση.	74
4.6	Ενίσχυση του Micromegas συναρτήσει της πίεσης του αερίου για τάση $V = 270 V$ και εύρος πολλαπλασιασμού $d = 50\mu m$ με αέριο μίγμα $Ar + 7\% cyclohexane$	75
4.7	Τα τμήματα του ανιχνευτή.	77
4.8	Σχηματικό διάγραμμα του Micromegas στο CAST.	78
4.9	Τα μηχανικά μέρη του Micromegas στο CAST.	79
4.10	Μεγεθυμένη εικόνα του διάτρητου μεταλλικού πλέγματος (mesh).	80
4.11	Αναπαράσταση των strips.	80
4.12	Η αλυσίδα των ηλεκτρονικών του Micromegas στο CAST.	81
4.13	Φωτογραφία ενός γεγονότος από την οθόνη του DAQ.	82
4.14	Είδωλο τηλεσκοπίου ακτίνων X στον πρότυπο ανιχνευτή Micromegas.	83
4.15	Ο αυτοματοποιημένος μηχανισμός βαθμονόμησης του Micromegas.	84
4.16	Ενεργειακή απόκριση του Micromegas σε πηγή ^{55}Fe	85
4.17	Φάσμα από πηγή ^{109}Cd	86
4.18	Συσχέτιση ύψους παλμών με ενέργεια ακτίνων X.	86
5.1	Αποδοτικότητα του ανιχνευτή σε φωτόνια που προσπίπτουν κάθετα σε αυτόν για διάφορες πυκνότητες του αερίου.	91
5.2	Παράγοντες που διαμορφώνουν τη διαπερατότητα του παραθύρου.	93
5.3	Σύγκριση πειραματικών δεδομένων αποδοτικότητας του Micromegas με προσομοίωση για τα χαρακτηρισμένα πρότυπα του CAST.	93
5.4	Μεταβολή της πυκνότητας του αερίου του ανιχνευτή κατά το 2004.	94
5.5	Μέση αποδοτικότητα του ανιχνευτή στο διάστημα $1-8.5 keV$ σε συνάρτηση με την πυκνότητα του αερίου.	95
5.6	Φάσμα του υποβάθρου σύμφωνα με την προσομοίωση.	98
6.1	Αναπαράσταση κλασσικής ζώνης εμπιστοσύνης.	106
7.1	Διδιάστατη εικόνα βαθμονόμησης.	116
7.2	Φορτίο που συλλέγεται από τα strips κατά την βαθμονόμηση με πηγή ^{55}Fe	117
7.3	Πολλαπλότητα των strips σε γεγονότα βαθμονόμησης $5.9keV$	118
7.4	Εικόνα ενός γεγονότος που δεν προκλήθηκε από ακτίνα X, απευθείας από την οθόνη του συστήματος λήψης δεδομένων.	118

7.5	Κατανομή του χρόνου ανόδου και του πλάτους των παλμών για γεγονότα βαθμονόμησης από την περίοδο 2003.	119
7.6	Συσχέτιση μεταξύ του ύψους των παλμών βαθμονόμησης με το ολοκλήρωμά τους.	119
7.7	Πυκνότητα πιθανότητας για το χρόνο ανόδου και το πλάτος των παλμών πριν και μετά την επιλογή των γεγονότων.	120
7.8	Φάσμα των φωτονίων που προκύπτουν από τη μετατροπή αξιονίων μέσα στο μαγνήτη του CAST.	122
7.9	Σύγκριση Ηλιακών φασμάτων με υπόβαθρο (2003).	125
7.10	Προσαρμογή χ^2 στα δεδομένα του 2003.	126
7.11	Κατανομές χ^2	127
7.12	Κατασκευή άνω ορίου με τη μέθοδο Bayes.	127
8.1	Σχηματική αναπαράσταση της μεθόδου διαδοχικών κανόνων επιλογής. . .	130
8.2	Κατανομή των διακριτικών μεταβλητών σε γεγονότα βαθμονόμησης. . . .	132
8.3	Συσχέτιση ποσοτήτων που χρησιμοποιούνται στην επιλογή των γεγονότων. .	134
8.4	Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ποσότητας q	135
8.5	Επίδραση του κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ σε συσχετισμένες μεταβλητές. .	135
8.6	Κατανομή του ύψους των παλμών σε μέτρηση βαθμονόμησης.	136
8.7	Κατανομή του φορτίου που συλλέγεται στα X και Y strips και η μεταξύ τους συσχέτιση.	137
8.8	Κατανομή των clusters σε γεγονότα βαθμονόμησης.	138
8.9	Κατανομή της πολλαπλότητας σε γεγονότα βαθμονόμησης.	138
8.10	Μέση τιμή της αποδοτικότητας του κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ για διάφορες τιμές του q_{max}	140
8.11	Κατανομή των clusters σε ένα τυπικό αρχείο δεδομένων.	141
8.12	Κατανομή της ποσότητας q στο σύνολο των αρχείων δεδομένων.	142
8.13	Ενεργειακό φάσμα των δεδομένων μετά τους κανόνες επιλογής.	142
8.14	Κατανομή των χρονικών διαφορών μεταξύ διαδοχικών γεγονότων πριν και μετά την εφαρμογή των κανόνων επιλογής.	143
8.15	Καμπύλη βελτιστοποίησης του κανόνα επιλογής γεγονότων.	144
8.16	Συσχέτιση του ρυθμού γεγονότων με την κάθετη απόσταση από τον πλησιέστερο τοίχο.	145
8.17	Συσχέτιση του ρυθμού γεγονότων με την κατακόρυφη απόσταση από το δάπεδο.	146

8.18 Ποσοστιαία μεταβολή του μετρούμενου ρυθμού σε συνάρτηση με την κάθετη απόσταση από τον πλησιέστερο τοίχο και το δάπεδο.	147
8.19 Ημερήσια διακύμανση του ρυθμού γεγονότων σε όλο το ενεργειακό φάσμα ενδιαφέροντος.	148
8.20 Ημερήσια διακύμανση της συγκέντρωσης Rn στο χώρο του πειράματος. .	148
8.21 Ημερήσια διακύμανση του υποβάθρου για διάφορες ενέργειες.	149
8.22 Ημερήσια διακύμανση του υποβάθρου για υψηλές ενέργειες σε διαφορετικές αποστάσεις από τον τοίχο.	150
8.23 Μηνιαία διακύμανση του υποβάθρου.	151
8.24 Φάσμα Ηλιακών δεδομένων για όλη τη διάρκεια των μετρήσεων σε σύγκριση με το υπόβαθρο που αντιστοιχεί στη χρονική περίοδο 01.00-11.00. .	153
8.25 Διαφορά του φάσματος υποβάθρου από αυτό των Ηλιακών δεδομένων. . .	156
8.26 Κατανομή της πιθανότητας που αντιστοιχεί στην τιμή της βέλτιστης προσρμογής.	157
8.27 Προσομοίωση του άνω ορίου για τη σταθερά g_{10} σύμφωνα με τη μέθοδο Bayes, μεταβάλλοντας την αποδοτικότητα του ανιχνευτή και της μεθόδου επιλογής γεγονότων.	157
8.28 Πιθανότητα μετατροπής αξιονίου ενέργειας $4.2keV$ σε φωτόνιο.	158
8.29 Διάγραμμα απόρριψης (exclusion plot) του Micromegas από τα δεδομένα του 2004.	158
A'.1 Μεταβολή των μέσων τιμών των διακριτικών ποσοτήτων κατά τη διάρκεια των 140 μετρήσεων βαθμονόμησης.	163
A'.2 Εξάρτηση των διακριτικών ποσοτήτων από την ενεργειακή κλίμακα και μεταβολή αυτής κατά τη διάρκεια των μετρήσεων βαθμονόμησης	164
A'.3 Συμπεριφορά των στοιχείων της κατανομής q κατά τη διάρκεια των μετρήσεων βαθμονόμησης του 2004.	165
A'.4 Διακύμανση των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου του αντιστρόφου πίνακα συνδιασποράς V^{-1}	165
A'.5 Διακύμανση των στοιχείων εκτός της κυρίας διαγωνίου του αντιστρόφου πίνακα συνδιασποράς V^{-1}	166
A'.6 Διακύμανση των στοιχείων του πίνακα συσχέτισης $C_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για τη διάκριση των γεγονότων, στο σύνολο των μετρήσεων βαθμολόγησης που έγιναν κατά το 2004.	167
B'.1 Κατανομή των διακριτικών μεταβλητών, μετά από την εφαρμογή του κανόνα επιλογής, σε ένα τυπικό αρχείο δεδομένων.	169

B'.2	Επίδειξη της εφαρμογής του κανόνα επιλογής σε αρχείο δεδομένων. . . .	170
B'.3	Συσχέτιση διαφόρων ποσοτήτων από δεδομένα υποβάθρου.	170
B'.4	Σύγκριση του φάσματος υποβάθρου πριν και μετά την εφαρμογή των κανόνων επιλογής.	171
Γ'.1	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μικρή συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	178
Γ'.2	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεσαία συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	179
Γ'.3	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	180
Γ'.4	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μικρή συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	181
Γ'.5	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεσαία συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	181
Γ'.6	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	182
Γ'.7	Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.	182
Ε'.1	Ηλεκτρονικός θόρυβος των strips.	189

Κατάλογος Πινάκων

3.1	Χαρακτηριστικά του μαγνήτη.	58
5.1	Οι συντελεστές απορρόφησης για το πολυπροπυλένιο και το αέριο μίγμα του Micromegas και η αποδοτικότητα που προκύπτει για τα πρότυπα του 2003 και του 2004.	92
6.1	Όρια για την κατασκευή προσεγγιστικών κλασσικών διαστημάτων εμπιστοσύνης, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση χ^2	107
6.2	Κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης κατασκευασμένα με τη μέθοδο ταξινόμησης Feldman-Cousins	109
7.1	Συνοπτική παρουσίαση των δεδομένων του 2003: χρόνοι έκθεσης και μέσοι ρυθμοί για υποβάθρο και Ηλιακά δεδομένα.	121
7.2	Προσαρμογή χ^2 και άνω όριο για τα τρία σύνολα δεδομένων του 2003, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 7]keV$ με $\Delta E = 0.5 keV$. . .	124
8.1	Μέσο επίπεδο υποβάθρου και χρόνος έκθεσης ανάλογα με το χρονικό διάστημα της ημέρας που χρησιμοποιήθηκε.	147
8.2	Άνω όριο της σταθεράς g_{10} για διαφορετική επιλογή του ενεργού υποβάθρου, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 8.5]keV$ με $\Delta E = 0.5 keV$	154
8.3	Άνω όριο της σταθεράς g_{10} για διαφορετική επιλογή του ενεργού υποβάθρου, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 7.5]keV$ με $\Delta E = 0.5 keV$	154

Εισαγωγή

Το καθιερωμένο πρότυπο (standard model) αποτελεί αναμφισβήτητη τη θεωρία που περιγράφει με ακρίβεια τις αλληλεπιδράσεις των στοιχειωδών σωματιδίων καθώς οι προβλέψεις του έχουν επιβεβαιωθεί με πληθώρα πειραμάτων. Παρά το γεγονός αυτό όμως υπάρχουν ακόμα ανεπιβεβαίωτες προβλέψεις (σωματίδιο Higgs) και αναπάντητα ερωτήματα. Ένα από αυτά είναι το πρόβλημα της συμμετρίας CP στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις (strong CP problem) σαν λύση του οποίου προτάθηκε, πριν από τρεις δεκαετίες, μία νέα καθολική συμμετρία (Peccei-Quinn) ως η ελάχιστη επέκταση του καθιερωμένου προτύπου. Το αποτέλεσμα της αυθόρμητης ρήξης αυτής της συμμετρίας, σε κάποια ενεργειακή κλίμακα f_{PQ} , είναι η εμφάνιση ενός σωματιδίου (θεώρημα Goldstone), το οποίο λέγεται Αξιονίο (axion). Η προταθείσα συμμετρία δεν αποτελεί την μοναδική θεωρητική απόπειρα επίλυσης του προβλήματος, πλην όμως θεωρείται η πλέον οικονομική και βιώσιμη.

Το αξιονίο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο, ψευδοβαθμωτό σωματίδιο, του οποίου οι αλληλεπιδράσεις καθορίζονται από το συγκεκριμένο πρότυπο που υιοθετείται για την υλοποίηση της συμμετρίας PQ. Ένα κοινό χαρακτηριστικό όλων των προτύπων αποτελεί το γεγονός ότι οι σταθερές ζεύξης του αξιονίου καθώς και η μάζα του είναι αντιστρόφως ανάλογα της ενεργειακής κλίμακας f_{PQ} ώστε αν αυτή είναι αρκούντως μεγάλη τότε συμπεραίνουμε ότι πρόκειται για πολύ ελαφρύ σωματίδιο που καθίσταται σοβαρός υποψήφιος για τη σκοτεινή ύλη. Μεγάλοι αριθμοί από αξιονία μπορούν θεωρητικά να παραχθούν στον πυρήνα των αστέρων μέσω του φαινομένου Primakoff και ως εκ τούτου η προσοχή μας στρέφεται στον Ήλιο που αποτελεί την πλησιέστερη και ισχυρότερη πηγή αξιονίων που έχουμε στη διάθεσή μας.

Προκειμένου να ανιχνευτεί το αξιονίο απαιτείται η μετατροπή του σε φωτόνιο και αυτό μπορεί να γίνει σε ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο. Το πείραμα CAST (Cern Axion Solar Telescope) λαμβάνει χώρα στο CERN (Γενεύη-Ελβετία) και

ακολουθώντας την ιδέα του Sikivie, χρησιμοποιεί έναν πρότυπο, υπεραγωγίμο διπολικό μαγνήτη του LHC, μήκους 10m και μαγνητικού πεδίου 9T, ο οποίος μετατράπηκε σε ηλιοσκόπιο, ικανό να ευθυγραμμίζεται με το κέντρο του ηλιακού δίσκου για 3 περίπου ώρες ημερησίως, κατά την ανατολή και τη δύση του. Με δεδομένο ότι τα φωτόνια που παράγονται από τα Ηλιακά αξιόνια βρίσκονται στην περιοχή των ακτίνων X, τοποθετήθηκαν τρεις διαφορετικοί ανιχνευτές στα άκρα των σωλήνων του μαγνήτη, ένας εκ των οποίων ήταν τύπου Micromegas (νέας τεχνολογίας ανιχνευτής αερίου με χωρική ευαισθησία και χαμηλό υπόβαθρο). Ο σκοπός του πειράματος είναι η σύγκριση των δεδομένων που ελήφθησαν κατά τη διάρκεια της παρακολούθησης του Ηλίου (tracking) με το υπόβαθρο, οπότε η εμφάνιση πλεονάσματος θα είναι ένδειξη ύπαρξης αξιονίων. Στην περίπτωση απουσίας σήματος, το πείραμα οδηγείται στην εύρεση ενός άνω ορίου για την σταθερά ζεύξης του αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και σύμφωνα με τις προδιαγραφές του πειράματος (ένταση και μήκος μαγνητικού πεδίου, διάρκεια παρατήρησης) είναι μία τάξη μεγέθους χαμηλότερο από τα υπάρχοντα όρια.

Η παρούσα διδακτορική διατριβή εκπονήθηκε στα πλαίσια της πρώτης φάσης του πειράματος (2003, 2004) και περιλαμβάνει την μελέτη και βελτιστοποίηση της λειτουργίας του ανιχνευτή Micromegas καθώς και την ανάλυση των δεδομένων που ελήφθησαν με αυτόν για την αναζήτηση των αξιονίων. Χωρίζεται δε σε τρία μέρη: στο πρώτο περιγράφονται λεπτομερώς οι θεωρητικές αιτιάσεις για την ύπαρξη του αξιονίου και οι ιδιότητές του όπως προκύπτουν από τα επικρατέστερα πρότυπα. Ακολουθεί η παρουσίαση του πειράματος συνολικά και του ανιχνευτή ειδικότερα, ενώ στο τελευταίο μέρος αναλύονται τα δεδομένα και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα.

Μέρος Ι
ΘΕΩΡΙΑ

Κεφάλαιο 1

Στοιχεία χρωμοδυναμικής

Το αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου είναι η συνοπτική παρουσίαση κάποιων βασικών σημείων της θεωρίας των ισχυρών αλληλεπιδράσεων που θα στηρίξουν τις αιτιάσεις σχετικά με την ύπαρξη του σωματιδίου που ονομάζεται αξιόνιο και σε καμμία περίπτωση δεν αποτελεί πλήρη και λεπτομερή μελέτη. Συγκεκριμένα το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στην χειραλική συμμετρία της κλασσικής θεωρίας και στα τοπολογικά μορφώματα που προκύπτουν από τη μη γραμμική δυναμική της χρωμοδυναμικής και καθορίζουν δραματικά τη δομή του κενού της θεωρίας.

1.1 Η χειραλική συμμετρία της κλασσικής Lagrangian.

Στο πλαίσιο του καθιερωμένου προτύπου¹, η Χρωμοδυναμική είναι η θεωρία που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων που φέρουν ισχυρό φορτίο: των quarks (φερμιονική ύλη) και των gluons (μποζονικά πεδία βαθμίδας). Το ισχυρό φορτίο ή χρώμα αποτελεί έναν εσωτερικό κβαντικό βαθμό ελευθερίας των ανωτέρω σωματιδίων και απαντάται σε τρία είδη που ονομάζονται συμβατικά *κόκκινο*, *πράσινο* και *μπλε*. Στην αυστηρή γλώσσα της θεωρίας ομάδων, αυτός ο εσωτερικός χώρος περιγράφεται από την άλγεβρα $SU(3)$.

Η κλασσική Lagrangian των ισχυρών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των quarks κατασκευάζεται με την απαίτηση να είναι αναλλοίωτη κατά Lorentz και συμμετρική σε τοπικούς μετασχηματισμούς βαθμίδας, δηλαδή αναλλοίωτη σε στρο-

¹standard model

φές των φερμιονικών πεδίων ψ στον εσωτερικό χώρο του χρώματος:

$$\psi \rightarrow \exp [i\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{t}] \psi \quad (1.1)$$

όπου $\vec{t} \equiv t^a$ είναι οι γεννήτορες των στροφών που ικανοποιούν τη σχέση:

$$[t_a, t_b] = if_{abc}t_c, \quad a, b, c = 1, \dots, 8 \quad (1.2)$$

με f_{abc} τις σταθερές δομής της άλγεβρας. Τελικά η κλασική Lagrangian της χρωμοδυναμικής γράφεται ως εξής:

$$\mathcal{L} = \sum_n \bar{\psi}_n \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - g\gamma^\mu \vec{A}_\mu \cdot \vec{t} - m_n \right) \psi_n - \frac{1}{4} \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \vec{G}_{\mu\nu} \quad (1.3)$$

Εδώ $\vec{A}_\nu \equiv A_\nu^a$ είναι τα πεδία βαθμίδας² που εισάγονται για να εξασφαλίσουν τη συνολική αναλλοiotητα της Lagrangian, g η σταθερά ζεύξης και

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{A}_\nu - \partial_\nu \vec{A}_\mu - g\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu \quad (1.4)$$

ο κινητικός όρος των gluons με $\vec{A}_\mu \times \vec{A}_\nu \equiv f_{abc}A_\mu^b A_\nu^c$, ενώ ο δείκτης n αναφέρεται στο πλήθος των γεύσεων³ των quark.

Μία πολύ σημαντική ιδιότητα που διαθέτει η Lagrangian της χρωμοδυναμικής αφορά την χειραλική συμμετρία. Προκειμένου να αναδειχθεί η έννοια της χειραλικότητας ⁴ας θεωρήσουμε τον κβαντομηχανικό τελεστή της ελικότητας⁴:

$$h = \hat{p} \cdot \vec{\Sigma} \quad (1.5)$$

με $\hat{p}$ την διεύθυνση της ορμής ενός φερμιονίου και $\vec{\Sigma}$ τον τελεστή του spin. Ένα άμαζο σωματίδιο έχει δύο ιδιοκαταστάσεις ελικότητας που καλούνται συμβατικά δεξιόστροφη και αριστερόστροφη:

$$h\psi_{R,L} = \pm \frac{1}{2}\psi_{R,L} \quad (1.6)$$

και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές είναι διατηρήσιμες ποσότητες αφού δεν υπάρχει μετασχηματισμός Lorentz που να αλλάζει το πρόσημο της ορμής και επομένως της ελικότητας. Αντίθετα για ένα σωματίδιο με μάζα, η ελικότητα εξαρτάται από

²Gluons

³flavor

⁴helicity

το σύστημα αναφοράς (λόγω της ορμής) και επομένως δεν είναι διατηρήσιμος κβαντικός αριθμός.

Με βάση τα πειραματικά δεδομένα τα u, d quarks είναι σχετικώς ελαφριά ($m_u \approx 1.5 - 4MeV, m_d \approx 4 - 8MeV$)[32] και μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση άμαζα. Οπότε σε φαινόμενα χαμηλών ενεργειών όπου συμμετέχουν μόνο οι χαμηλότερες διεγέρσεις του φερμιονικού πεδίου, η χρωμοδυναμική περιγράφεται από τα ελαφριά quarks και η Lagrangian διαθέτει προσεγγιστικά τη χειραλική συμμετρία, δηλαδή είναι αναλλοίωτη στους παρακάτω καθολικούς⁵ μετασχηματισμούς:

$$Q \rightarrow \exp(i\vec{\alpha}_V \cdot \vec{\tau} + i\gamma^5 \vec{\alpha}_A \cdot \vec{\tau}) Q \quad (1.7)$$

όπου

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

και $\vec{\tau}$ είναι οι γεννήτορες των στροφών στον εσωτερικό χώρο που δημιουργείται από την παραπάνω συμμετρία. Αυτή γίνεται σαφέστερη αν διαχωρίσουμε τις δεξιόστροφες και αριστερόστροφες συνιστώσες των πεδίων με τους αντίστοιχους προβολικούς τελεστές P_R, P_L :

$$P_{R,L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \quad (1.9)$$

$$Q_{R,L} = P_{R,L}Q, P_{R,L}Q_{R,L} = Q_{R,L}, P_{R,L}Q_{L,R} = 0 \quad (1.10)$$

Με τη χρήση των τελεστών $P_{R,L}$ μπορούμε να ορίσουμε τους γεννήτορες των στροφών που δρουν μόνο στις καταστάσεις $Q_{R,L}$:

$$\vec{\tau}_{R,L} = P_{R,L}\vec{\tau} \quad (1.11)$$

οι οποίοι ικανοποιούν ξεχωριστά την άλγεβρα $SU(2)$ και μετατίθενται. Επομένως η ομάδα της επιπλέον συμμετρίας της κλασσικής χρωμοδυναμικής είναι η $SU(2)_R \otimes SU(2)_L$ που ονομάζεται χειραλική συμμετρία και είναι ακριβής αν θεωρήσουμε μηδενική την μάζα των quarks. Στην πραγματικότητα όμως πρόκειται για προσεγγιστική συμμετρία καθώς παραβιάζεται ρητά από τον όρο

⁵global

μάζας. Αυτό φαίνεται αν θεωρήσουμε τους όρους της Lagrangian που αφορούν τα φερμιόνια:

$$\mathcal{L} = \bar{Q} \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - g\gamma^\mu \vec{A}_\mu \cdot \vec{t} - M \right) Q \quad (1.12)$$

όπου

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Τα ρεύματα που κατασκευάζονται από τις χειραλικές ιδιοκαταστάσεις είναι:

$$\vec{J}_{R,L}^\mu = \bar{Q}_{R,L} \gamma^\mu \vec{t} Q_{R,L} \quad (1.14)$$

και κάνοντας χρήση της εξίσωσης Dirac βρίσκουμε τις αποκλίσεις τους:

$$\partial_\mu \vec{J}_{R,L}^\mu = iM \bar{Q}_{L,R} \vec{t} Q_{L,R} \quad (1.15)$$

Από την παραπάνω έκφραση διαπιστώνουμε πράγματι ότι η πεπερασμένη μάζα των quarks παραβιάζει τη χειραλική συμμετρία, γεγονός όμως που μπορεί να διαχειριστεί με διαταρακτικό τρόπο εξαιτίας της μικρής τιμής τους [31].

Στα φαινόμενα χαμηλής ενέργειας που εμπλέκεται η χρωμοδυναμική δεν συμμετέχουν τα quarks αλλά συνθετότεροι βαθμοί ελευθερίας: τα αδρόνια, η δημιουργία των οποίων οφείλεται στη μη γραμμική δυναμική της θεωρίας. Το αποτέλεσμα είναι ότι στο φάσμα των αδρονίων δεν παρατηρείται η χειραλική συμμετρία, όπως περιγράφηκε την προηγούμενη παράγραφο, διότι τότε θα έπρεπε όλα τα αδρόνια να άνηκαν σε αναπαραστάσεις της ομάδας συμμετρίας και να είχαν παραπλήσιες μάζες. Αντ' αυτού παρατηρείται η μερική συμμετρία $SU(2)_I$ του isospin I όπου εμφανίζονται εκφυλισμένες σωματιδιακές καταστάσεις από ίσες περιστροφές των δεξιόστροφων και αριστερόστροφων quarks ($P_I = P_R + P_L$). Με άλλα λόγια, στον αδρονικό κόσμο έχουμε αυθόρμητη ρήξη⁶ της αρχικής συμμετρίας $SU(2)_R \otimes SU(2)_L$ σε $SU(2)_I$.

⁶ Λέγοντας αυθόρμητη ρήξη εννοούμε ότι η θεμελιώδης κατάσταση δεν έχει τη συμμετρία της Hamiltonian

1.2 Αξονική ανωμαλία

Το θεμελιώδες συστατικό με το οποίο κατασκευάζονται οι θεωρίες πεδίου είναι οι διάφορες συμμετρίες διότι απλά μεταφράζονται ως νόμοι διατήρησης συγκεκριμένων ποσοτήτων. Πολύ γενικά μπορούμε να πούμε ότι αν η Lagrangian $\mathcal{L} = \mathcal{L}[\partial_\mu \psi, \psi]$ του συστήματος παραμένει αναλλοίωτη σε απειροστούς μετασχηματισμούς των πεδίων

$$\delta\psi^a(x) = i\epsilon(x)\mathcal{F}^a(x) \quad (\epsilon \rightarrow 0) \quad (1.16)$$

με $\mathcal{F}^a(x)$ ένα τυχαίο τετραδιάνυσμα, τότε το ρεύμα

$$J^\mu = -i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi^a)} \mathcal{F}^a \quad (1.17)$$

ικανοποιεί την εξίσωση συνέχειας $\partial_\mu J^\mu = 0$ και η ποσότητα $q = \int d^3x J^0$ διατηρείται (θεώρημα Nöther).

Ενώ οι παραπάνω διαπιστώσεις ισχύουν σε κλασσικό επίπεδο, γεννάται το ερώτημα κατά πόσο επιζούν καθώς η θεωρία ανάγεται σε κβαντική. Πράγματι, οι κβαντικές διακυμάνσεις και οι διορθώσεις ανώτερης τάξης⁷ μπορούν να αλλάξουν την κλασσική εικόνα καταστρέφοντας τις συμμετρίες. Το φαινόμενο όπου μία κλασσική συμμετρία παραβιάζεται σε κβαντικό επίπεδο ονομάζεται ανωμαλία και αφορά τόσο τις τοπικές συμμετρίες βαθμίδας όσο και τις καθολικές συμμετρίες. Από τεχνικής άποψης, η εμφάνιση των ανωμαλιών οφείλεται στην αδυναμία ορισμού του φερμιονικού μέτρου ολοκλήρωσης στα ολοκληρώματα διαδρομών κατά τρόπο αναλλοίωτο [35].

Στην περίπτωση των ανωμαλιών σε συμμετρίες βαθμίδας, αποδεικνύεται ότι οι θεωρίες καθίστανται ασυνεπείς, οπότε η ακύρωση των ανωμαλιών είναι απαραίτητη προϋπόθεση για τη βιωσιμότητά τους. Για τις καθολικές συμμετρίες η εμφάνιση των ανωμαλιών δεν δημιουργεί προβλήματα συνέπειας και μάλιστα σε αυτές οφείλονται κάποια ενδιαφέροντα φαινόμενα με χαρακτηριστικότερο παράδειγμα τη διάσπαση του π^0 σε φωτόνια: αν δε λάβουμε υπόψιν την ανωμαλία της αξονικής συμμετρίας υπολογίζεται ότι $\Gamma_{th}(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) \approx 2 \times 10^{13} s^{-1}$ ενώ πειραματικά είναι $\Gamma_{exp}(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) = (1.19 \pm 0.08) \times 10^{16} s^{-1}$ [32].

Εξαιτίας της σοβαρότητας και της πολυπλοκότητας της θεωρίας των ανωμαλιών, θα περιοριστούμε μόνο στις ανωμαλίες που εμφανίζουν οι χειραλικές

⁷radiative corrections

συμμετρίες. Ας θεωρήσουμε έναν τοπικό αξονικό μετασχηματισμό της μορφής:

$$\mathcal{U}(x) = \exp(iTa(x)\gamma_5) \approx 1 + Ta(x)\gamma_5 \quad (a \rightarrow 0) \quad (1.18)$$

που αφήνει αναλλοίωτη τη Lagrangian, με T έναν τυχαίο ερμιτιανό πίνακα. Παρά τη συμμετρία της Lagrangian, το φερμιονικό μέτρο μετασχηματίζεται ως εξής [97]:

$$[d\psi][d\bar{\psi}] \rightarrow \frac{1}{(\det \mathcal{U})^2} [d\psi][d\bar{\psi}] = \exp\left(i \int d^4x a(x) \mathcal{A}(x)\right) [d\psi][d\bar{\psi}] \quad (1.19)$$

όπου

$$\mathcal{A}(x) = -2\text{Tr}\{\gamma_5 T\} \delta^4(x - x) \quad (1.20)$$

είναι η ποσότητα που περιγράφει την ανωμαλία λόγω της συνάρτησης $\delta^4(x - x)$. Υπό την παρουσία των πεδίων βαθμίδας μπορεί να υπολογιστεί [97] ότι

$$\mathcal{A}(x) = -\frac{1}{16\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F_a^{\mu\nu}(x) F_b^{\rho\sigma}(x) \text{tr}\{t_a t_b T\} \quad (1.21)$$

όπου F είναι ο τανυστής των πεδίων βαθμίδας, t_a , t_b είναι οι γεννήτορες των στροφών στον εσωτερικό χώρο συμμετρίας και το tr αναφέρεται στα είδη φερμιονίων που εμπλέκονται στη θεωρία. Έχοντας στη διάθεσή μας όλα τα απαραίτητα συστατικά, μπορούμε να δούμε πλέον πως τροποποιείται ένα ολοκλήρωμα διαδρομών που αφορά τους φερμιονικούς βαθμούς ελευθερίας μετά από έναν απειροστό μετασχηματισμό $\mathcal{U}$:

$$\delta\left(\int d[\psi]d[\bar{\psi}]e^{i\mathcal{S}}\right) = i \int d^4x \int [d\psi][d\bar{\psi}] \{\mathcal{A}(x)a(x) + J_5^\mu(x)\partial_\mu a(x)\} e^{i\mathcal{S}} \quad (1.22)$$

όπου $\mathcal{S} = \int d^4x \mathcal{L}$ είναι η δράση. Με παραγοντική ολοκλήρωση η παραπάνω έκφραση γίνεται:

$$\delta\left(\int d[\psi]d[\bar{\psi}]e^{i\mathcal{S}}\right) = i \int d^4x \int [d\psi][d\bar{\psi}] \{\mathcal{A}(x) - \partial_\mu J_5^\mu(x)\} a(x) e^{i\mathcal{S}} \quad (1.23)$$

Ο μετασχηματισμός $\mathcal{U}$ δεν είναι τίποτε περισσότερο από μία απλή στροφή των πεδίων και ως εκ τούτου δεν μπορεί να αλλάξει το φυσικό περιεχόμενο της

θεωρίας. Επομένως θα πρέπει $\delta \left(\int d[\psi] d[\bar{\psi}] e^{iS} \right) = 0$ που σημαίνει ότι:

$$\mathcal{A}(x) \cdot \int [d\psi][d\bar{\psi}] e^{iS} = \int [d\psi][d\bar{\psi}] \partial_\mu J_5^\mu(x) e^{iS} \quad (1.24)$$

δηλαδή

$$\langle \partial_\mu J_5^\mu \rangle = \mathcal{A} \quad (1.25)$$

Η παραπάνω έκφραση αποτελεί το τελικό συμπέρασμα αυτής της παραγράφου: η αναμενόμενη τιμή της απόκλισης του ρεύματος, υπό των παρουσία των κβαντικών διακυμάνσεων των πεδίων βαθμίδος δεν είναι μηδέν αλλά ισούται με τη συνάρτηση της ανωμαλίας και έτσι έχουμε ρητή παραβίαση της κλασσικής συμμετρίας.

1.3 Η τοπολογία του κενού

1.3.1 Πεδία βαθμίδος

Ο μη αβελιανός χαρακτήρας της ομάδας συμμετρίας του χρώματος $SU_c(3)$ οδήγησε στην κατασκευή της κλασσικής Lagrangian (1.3) με τέτοιο τρόπο ώστε τα πεδία βαθμίδας να φέρουν χρώμα και επομένως να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Αυτή η ιδιότητα εισάγει πολύπλοκα, μη γραμμικά φαινόμενα τα οποία διαμορφώνουν το κενό της θεωρίας με μη τετριμμένο τρόπο.

Ας θεωρήσουμε τη δράση της χρωμοδυναμικής αποτελούμενη αποκλειστικά από τα πεδία βαθμίδας:

$$S[A] = -\frac{1}{4} \int d^4x \vec{G}_{\mu\nu}(A) \cdot \vec{G}^{\mu\nu}(A) \quad (1.26)$$

Θα μπορούσε να πει κανείς ότι η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας (κενό) του συστήματος είναι εκείνη για την οποία απλά $\vec{A}^\mu = 0$. Δεδομένου όμως ότι η θεωρία είναι μη Αβελιανή και ο νόμος μετασχηματισμού βαθμίδας των πεδίων είναι:

$$\vec{A}^\mu \rightarrow \vec{A}^\mu - \vec{a}(x) \times \vec{A}^\mu - \frac{1}{g} \partial^\mu \vec{a}(x) \quad (1.27)$$

ή ισοδύναμα

$$\vec{t} \cdot \vec{A}^\mu \rightarrow U^\dagger \left(\vec{t} \cdot \vec{A}^\mu \right) U + \frac{i}{g} U^\dagger \partial^\mu U \quad (1.28)$$

διαπιστώνουμε ότι το κενό της θεωρίας περιλαμβάνει και τις πεδιακές διευθετήσεις που προκύπτουν από μετασχηματισμούς βαθμίδος των μηδενικών πεδίων, δηλαδή εκείνες που περιγράφονται από τη σχέση $\vec{t} \cdot \vec{A}^\mu = U^\dagger \partial^\mu U$ (pure gauge).

Το σύνολο των πεδιακών διευθετήσεων⁸ που ανήκουν στην δεύτερη, μη τετριμμένη κατηγορία περιλαμβάνει άπειρες, μη ισοδύναμες τοπολογικές κλάσεις, κάθε μία από τις οποίες περιέχει στάσιμα πεδιακά μορφώματα και διακρίνονται από έναν ακέραιο αριθμό που ονομάζεται αριθμός περιέλιξης (winding number) και προκύπτει από τις τοπολογικές ιδιότητες της ομάδας $SU(3)$ [66, 97]. Αν επιλέξουμε την βαθμίδα όπου $A^0 = 0$ (temporal gauge) τότε ο αριθμός αυτός είναι:

$$n_w = \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \text{Tr} \left[\left(U^\dagger \partial_i U \right) \left(U^\dagger \partial_j U \right) \left(U^\dagger \partial_k U \right) \right] \quad (1.29)$$

και εκπεφρασμένος συναρτήσει των πεδίων λέγεται δείκτης Chern-Simons:

$$n_{cs} = \frac{g^2}{16\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \left[\vec{A}_i \cdot \partial_j \vec{A}_k + \frac{g}{3} \vec{A}_i \cdot \left(\vec{A}_j \times \vec{A}_k \right) \right] \quad (1.30)$$

όπου τα διανύσματα αναφέρονται στο χώρο του χρώματος και οι δείκτες i, j, k στον $\mathbb{R}^3$. Οι κλάσεις που χαρακτηρίζονται από το δείκτη n_{cs} είναι μη ισοδύναμες με την έννοια ότι δεν υπάρχουν μετασχηματισμοί βαθμίδας των πεδίων που να αλλάζουν με συνεχή τρόπο την τιμή του.

1.3.2 Instantons

Για την παραπέρα κατανόηση της δομής του κενού της χρωμοδυναμικής είναι απαραίτητο να αναφερθούμε στα instantons [80]: πρόκειται για κλασσικές πεδιακές διευθετήσεις που αποτελούν ακρότατα της δράσης και ως εκ τούτου ικανοποιούν τις εξισώσεις κίνησης:

$$\partial^\mu \vec{G}_{\mu\nu} = 0 \quad (1.31)$$

⁸field configuration

Η παραπάνω σχέση περιγράφει ένα σύνολο δευτεροβάθμιων διαφορικών εξισώσεων, των οποίων η λύση είναι εξαιρετικά δύσκολη αν όχι αδύνατη χωρίς σοβαρές προσεγγίσεις. Όμως με τη βοήθεια του δυαδικού τανυστή:

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\vec{G}^{\rho\sigma} \quad (1.32)$$

η δράση γράφεται:

$$\mathcal{S} = -\frac{1}{4} \int d^4x \left[\pm \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\vec{G}_{\mu\nu} \mp \vec{G}_{\mu\nu} \right)^2 \right] \quad (1.33)$$

οπότε διαπιστώνουμε ότι ελαχιστοποιείται για (αντί)αυτό-δυαδικό τανυστή:

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \pm \vec{G}_{\mu\nu} \quad (1.34)$$

Οι παραπάνω πεδιακές εξισώσεις είναι πλέον πρωτοβάθμιες και επιδέχονται μή τετριμμένες λύσεις (instantons) που χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι η δράση παίρνει τιμές ανάλογες του τοπολογικού φορτίου:

$$q = \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} \quad (1.35)$$

Η ποσότητα q είναι ακέραιος αριθμός και σχετίζεται άμεσα με τον δείκτη n_{cs} καθώς μπορεί να γραφεί με τη μορφή:

$$q = \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x \partial^\mu \mathcal{K}_\mu = \frac{g^2}{32\pi^2} \int d\sigma^\mu \mathcal{K}_\mu \quad (1.36)$$

όπου

$$\mathcal{K}_\mu = 2\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \left[\vec{A}^\alpha \cdot \partial^\beta \vec{A}^\gamma + \frac{g}{3} \vec{A}^\alpha \cdot \left(\vec{A}^\beta \times \vec{A}^\gamma \right) \right] \quad (1.37)$$

είναι το ρεύμα Bardeen και συνδέεται με τον τανυστή $\vec{G}_{\mu\nu}$:

$$\vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} = \partial^\mu \mathcal{K}_\mu \quad (1.38)$$

Το τοπολογικό φορτίο επομένως είναι το ολοκλήρωμα ενός επιφανειακού όρου που εκτείνεται ως το άπειρο και με δεδομένα όσα αναφέρθηκαν νωρίτερα σχετικά

με τα πεδία που αποτελούν το κενό της θεωρίας έχουμε την απλή έκφραση:

$$q = \frac{g^2}{32\pi^2} \int dt \frac{\partial}{\partial t} \int d^3x \mathcal{K}_o \Rightarrow q = n_{cs}(t \rightarrow +\infty) - n_{cs}(t \rightarrow -\infty) \quad (1.39)$$

Από τα παραπάνω αποσαφηνίζεται πλέον ο ρόλος των instantons: αποτελούν φαινόμενα σύρραγγος που προκαλούν μεταβάσεις μεταξύ των μη ισοδύναμων τοπολογικών κλάσεων [66].

1.3.3 Η παράμετρος θ

Η ανάλυση της προηγούμενης παραγράφου ανέδειξε ποιοτικά την τοπολογική πολυπλοκότητα της θεμελειώδους κατάστασης της χρωμοδυναμικής, η οποία περιγράφεται από άπειρες, μη ισοδύναμες ομάδες μορφωμάτων. Το επόμενο βήμα είναι η εύρεση μίας πραγματικής κατάστασης κενού, η οποία θα είναι αναλλοίωτη σε μετασχηματισμούς βαθμίδας. Αυτή δεν μπορεί παρά να είναι γραμμικός συνδυασμός των καταστάσεων $|n\rangle$ με καθορισμένο δείκτη n_{cs} :

$$|\theta\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} |n\rangle \quad (1.40)$$

Η παράμετρος θ που χαρακτηρίζει το κενό μπορεί κατ' αρχάς να πάρει οποιαδήποτε τιμή αλλά θα δείξουμε παρακάτω ότι είναι παρατηρήσιμο μέγεθος, γεγονός που αποδεικνύει ότι η μη τετριμμένη τοπολογία της χρωμοδυναμικής (και κάθε μη αβελιανής θεωρίας βαθμίδας) μπορεί να αποτυπωθεί στα πειραματικά δεδομένα.

Προκειμένου να διερευνήσουμε την επίδραση της παραμέτρου θ και να την εισάγουμε στην Lagrangian, θα γράψουμε αρχικά το πλάτος μετάβασης του συστήματος μεταξύ δύο διαφορετικών καταστάσεων:

$$\langle n | e^{iS} | m \rangle = \int [DA_\mu]_{n-m} e^{i \int d^4x \mathcal{L}} \quad (1.41)$$

όπου η παραπάνω ολοκλήρωση αναφέρεται σε όλα τα πεδιακά μορφώματα τύπου instanton, με τοπολογικό φορτίο $q = n - m$ που συνδέουν μέσω φαινομένου σύρραγγος την αρχική και τελική κατάσταση. Γενικεύοντας αυτή την έκφραση,

το πλάτος μετάβασης για δύο καταστάσεις θ -κενού γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \langle \theta' | e^{i\mathcal{S}} | \theta \rangle &= \sum_m \sum_n e^{i(m\theta' - n\theta)} \langle n | e^{i\mathcal{S}} | m \rangle = \\ &= \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\theta' - \theta)} \right) \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int [\mathcal{D}A_\mu]_q e^{iq\theta + i \int d^4x \mathcal{L}} = \\ &= \delta(\theta' - \theta) \int [\mathcal{D}A_\mu] \exp \left[\frac{ig^2\theta}{32\pi^2} \int d^4x \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \vec{G}_{\mu\nu} + i \int d^4x \mathcal{L} \right] \end{aligned}$$

Από την παραπάνω έκφραση μπορούμε να εξάγουμε το συμπέρασμα ότι τελικώς η δομή του θ -κενού εισάγει έναν φαινομενολογικό όρο στη Lagrangian:

$$\mathcal{L}_\theta = \frac{g^2\theta}{32\pi^2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} \quad (1.42)$$

1.4 Το $U(1)$ πρόβλημα και η λύση του

Στην παράγραφο 1.1 είδαμε ότι η Lagrangian της χρωμοδυναμικής διαθέτει την προσεγγιστική συμμετρία $SU(2)_{R \otimes L}$ η οποία έχει παραβιαστεί αυθόρμητα στον αδρονικό κόσμο αλλά παραμένει αναλλοίωτη σε μετασχηματισμούς της υποομάδας $SU(2)_{R+L}$ που εκφράζει την διανυσματική συμμετρία του isospin. Αντίθετα, η αξονική συμμετρία της υποομάδας $SU(2)_{R-L}$ έχει παραβιαστεί και στο αδρονικό φάσμα υπάρχουν τα πιόνια ως τα Nambu-Goldstone μποζόνια που προβλέπονται από την αυθόρμητη ρήξη της συμμετρίας.

Η κλασική θεωρία διαθέτει δύο επιπλέον καθολικές συμμετρίες: ο μετασχηματισμός $U(1)_V = \exp(ia)$ αφήνει αναλλοίωτη τη Lagrangian και εκφράζει τη διατήρηση του βαρυονικού αριθμού, ενώ ο μετασχηματισμός $U(1)_A = \exp(ia\gamma_5)$ αποτελεί συμμετρία μόνο στο όριο των άμαζων quark ($m_u, m_d \rightarrow 0$). Πράγματι, αν θεωρήσουμε το αξονικό ρεύμα

$$j_5^\mu = \bar{\psi}_n \gamma^\mu \gamma_5 \psi_n \quad (1.43)$$

διαπιστώνουμε ότι

$$\partial_\mu j_5^\mu = 2im \bar{\psi}_n \gamma_5 \psi_n \quad (1.44)$$

όπου $\psi_n = u, d$. Στο αδρονικό φάσμα η $U(1)_A$ συμμετρία δεν παρατηρείται οπότε οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι θα πρέπει να έχει παραβιασθεί αυθόρμητα. Αλλά σε αυτή την περίπτωση θα έπρεπε να υπήρχε το αντίστοιχο Nambu-Goldstone σωματίδιο, με πεπερασμένη μάζα που θα έτεινε στο μηδέν για $m_u, m_d \rightarrow 0$. Το $U(1)_A$ πρόβλημα έγκειται στο ότι δεν υπάρχει το σωματίδιο που προβλέπεται από την αυθόρμητη ρήξη της χειραλικής συμμετρίας.

Στο σημείο αυτό υπεισέρχεται η έννοια των ανωμαλιών που αναπτύχθηκε στην παράγραφο 1.2 και σύμφωνα με την οποία είναι:

$$\langle \partial^\mu j_\mu^5 \rangle = 2im \langle \bar{\psi} \gamma^5 \psi \rangle + \frac{g^2}{32\pi^2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} \quad (1.45)$$

έχοντας συμπεριλάβει και τον όρο μάζας.

Αρχικά μπορούμε να σκεφθούμε ότι η ύπαρξη της ανωμαλίας τακτοποιεί το πρόβλημα, αφού σε χβαντικό επίπεδο η $U(1)_A$ δεν είναι συμμετρία στο όριο $m \rightarrow 0$. Όμως, όπως είδαμε στην παράγραφο 1.3.2, ο όρος $\vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu}$ είναι ολική απόκλιση και επομένως μπορούμε να ορίσουμε ένα ενεργό χειραλικό ρεύμα⁹ $\tilde{j}_5^\mu = j_5^\mu - \frac{g^2}{32\pi^2} \mathcal{K}^\mu$ το οποίο διατηρείται. Η τελική διευθέτηση οφείλεται στην τοπολογική δομή του κενού και την ύπαρξη των instantons [43] καθώς διαπιστώνουμε ότι:

$$\int d^4x \partial_\mu j_5^\mu = \frac{n_f g^2}{32\pi^2} \int d^4x \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} = n_f q \quad (1.46)$$

για n_f γενεές φερμιονίων. Αν συμπεριλάβουμε όλες τις τοπολογικές κλάσεις, τόσο αυτές με $n_{cs} = 0$ όσο και αυτές με $n_{cs} \neq 0$ τότε $q \neq 0$ και το αξονικό ρεύμα δεν διατηρείται σε χβαντικό επίπεδο, άρα δεν υπάρχει ποτέ η $U(1)_A$ συμμετρία και ουσιαστικά δεν προκύπτει κανένα αντίστοιχο πρόβλημα.¹⁰

1.5 Η παραβίαση της συμμετρίας CP

Στη Lagrangian της χρωμοδυναμικής οι μάζες των quark εισάγονται ελεύθερα ως πραγματικές θετικές σταθερές. Σύμφωνα όμως με το καθιερωμένο πρότυπο, η γέννηση της μάζας των φερμιονίων γίνεται μέσω του μηχανισμού Higgs (βλ. παρ. 2.2) και οι μάζες που προκύπτουν είναι εν γένει μιγαδικές ποσότητες που ανάγονται σε πραγματικές με κατάλληλους χειραλικούς μετασχηματισμούς των

⁹effective chiral current

¹⁰Χωρίς τις λύσεις των πεδίων εξισώσεων τύπου instanton που συνδέουν τα διαφορετικά κενά της θεωρίας θα μπορούσαμε να επιλέξουμε μόνο αυτό με $n_{cs} = 0$.

πεδίων. Αναλυτικότερα ο όρος μάζας των quarks γράφεται ως:

$$\mathcal{L}_{mass} = -\bar{Q}_R \mathcal{M} Q_L - \bar{Q}_L \mathcal{M}^\dagger Q_R \quad (1.47)$$

όπου και πάλι $Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ ενώ $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_u e^{i\phi_u} & 0 \\ 0 & m_d e^{i\phi_d} \end{pmatrix}$. Ο χειραλικός μετασχηματισμός

$$\mathcal{U}(1)_A = e^{ia\gamma_5} = \cos a + i\gamma_5 \sin a \quad (1.48)$$

δρά με απλό τρόπο στις συνιστώσες $Q_{R,L}$:

$$e^{ia\gamma_5} Q_{R,L} = e^{\pm ia} Q_{R,L} \quad (1.49)$$

και αν εφαρμοστεί για κάθε quark ξεχωριστά θα έχουμε:

$$\mathcal{L}_{mass} (e^{ia_u\gamma_5} u, e^{ia_d\gamma_5} d, \mathcal{M}) = \mathcal{L}_{mass} (u, d, \tilde{\mathcal{M}}) \quad (1.50)$$

όπου

$$\tilde{\mathcal{M}} = \begin{pmatrix} m_u e^{i(\phi_u - 2a_u)} & 0 \\ 0 & m_d e^{i(\phi_d - 2a_d)} \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

Από την παραπάνω έκφραση είναι σαφές ότι με την επιλογή $a_i = \phi_i/2$ ο πίνακας μάζας γίνεται πραγματικός.

Παρά το γεγονός ότι ο προηγούμενος χειραλικός μετασχηματισμός φαίνεται να επιδρά μόνο στον όρο μάζας, οι φυσικές συνέπειες είναι βαθύτερες αφού το φερμιονικό μέτρο ολοκλήρωσης στα ολοκληρώματα διαδρομών δεν είναι αναλλοίωτο στην εν λόγω στροφή των πεδίων. Ειδικότερα έχουμε ότι για $\psi \rightarrow e^{ia\gamma_5} \psi$ αυτό γίνεται (βλ. παρ. 1.2)

$$[\mathcal{D}\psi] [\mathcal{D}\bar{\psi}] \rightarrow \exp \left(\frac{ia g^2}{16\pi^2} \int d^4x \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \tilde{G}_{\mu\nu} \right) [\mathcal{D}\psi] [\mathcal{D}\bar{\psi}] \quad (1.52)$$

Επομένως, ο μετασχηματισμός των πεδίων u,d προκειμένου να αποκτήσουν πραγματική μάζα εισάγει έναν πρόσθετο φαινομενολογικό όρο στην Lagrangian:

$$\mathcal{L}' = \frac{g^2(\phi_u + \phi_d)}{32\pi^2} \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \tilde{G}_{\mu\nu} = \frac{g^2 \text{Arg}(\det \mathcal{M})}{32\pi^2} \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \tilde{G}_{\mu\nu} \quad (1.53)$$

που είναι όμοιος με τον αντίστοιχο όρο από το θ κενό (σχέση 1.42). Τελικά με

τον συνδυασμό των δύο συνεισφορών έχουμε ότι:

$$\mathcal{L}_{\bar{\theta}} = \frac{g^2 \bar{\theta}}{32\pi^2} \vec{G}^{\mu\nu} \cdot \vec{\tilde{G}}_{\mu\nu} \quad (1.54)$$

όπου

$$\bar{\theta} = \theta + \text{Arg}(\det \mathcal{M}) \quad (1.55)$$

Στην κατασκευή μίας Lagrangian για τη χρωμοδυναμική μπορούμε να συμπεριλάβουμε κατ' αρχήν έναν όρο σαν τον προηγούμενο διότι είναι ολική απόκλιση και δεν επηρεάζει τη διαταρακτική συμπεριφορά της θεωρίας. Παρ' όλ' αυτά πρόκειται για έναν όρο που παραβιάζει την συμμετρία CP^{11} και εκδηλώνεται σε φαινόμενα και μεγέθη με στατικό χαρακτήρα που περιλαμβάνουν μη τοπικές και μη διαταρακτικές αλληλεπιδράσεις. Δύο χαρακτηριστικές περιστάσεις που η επίδραση αυτού του όρου είναι κυρίαρχη, αφορούν τη διάσπαση $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^-$ και την ηλεκτρική διπολική ροπή του νετρονίου:

- Σύμφωνα με τους υπολογισμούς από τη χειραλική θεωρία διαταραχών¹² είναι [21]

$$\Gamma(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^-) = \frac{\bar{\theta}^2}{12\pi} \frac{\lambda^2 v^2}{m_\eta f_\pi^2} \left(1 + \frac{m_\eta^2}{m_\sigma^2}\right)^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{m_\eta^2}} \quad (1.56)$$

όπου $\lambda \approx \frac{m_u m_d}{m_u + m_d}$ και $v = \frac{m_\pi^2}{m_u + m_d}$ ενώ από τα πειραματικά δεδομένα έχουμε ότι $BR(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \leq 1.5 \times 10^{-3})$ [32]. Τελικά εξάγεται ένα άνω όριο για την παράμετρο $\bar{\theta}$: $\bar{\theta} \leq 2.8 \times 10^{-3}$.

- Για την ηλεκτρική διπολική του νετρονίου οι θεωρητικοί υπολογισμοί [21] δίνουν

$$d_n = \frac{e}{m_n} \bar{\theta} \frac{m_u m_d}{m_u + m_d} \frac{1}{\Lambda_{QCD}} \approx 10^{-16} \bar{\theta} e \cdot cm \quad (1.57)$$

Από τη σύγκριση με το πειραματικό όριο $d_n < 0.63 \times 10^{-25} e \cdot cm$ [32] διαπιστώνουμε ότι $\bar{\theta} \sim 10^{-9}$.

Οι εξαγόμενες τιμές για την παράμετρο $\bar{\theta}$ από τα πειραματικά δεδομένα θέτουν αναπόφευκτα το εξής σημαντικό ερώτημα: δεδομένου ότι ο όρος που παρα-

¹¹ Διατήρηση συζυγίας φορτίου και ομοτιμίας

¹² Chiral perturbation theory

1.5 Η παραβίαση της συμμετρίας CP

βιάζει την CP συμμετρία δεν μπορεί να παραλειφθεί από την θεωρία λόγω της τοπολογίας του κενού και η παράμετρος $\bar{\theta}$ προκύπτει από δύο ανεξάρτητες συνεισφορές, γιατί είναι τόσο μικρή, πρακτικά μηδέν; Αυτό ακριβώς είναι το πρόβλημα CP της ισχυρής αλληλεπίδρασης¹³ το οποίο δεν μπορεί να απαντηθεί στο πλαίσιο του καθιερωμένου προτύπου.

¹³Strong CP problem

Κεφάλαιο 2

Το Αξιόνιο και οι ιδιότητες του

Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί συνέχεια του προηγούμενου κεφαλαίου όπου σκιαγραφήθηκε το πρόβλημα της συμμετρίας CP στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις μέσα από την κατανόηση του κενού της χρωμοδυναμικής και του ιδιαίτερου ρόλου που διαδραματίζει η μη τετριμμένη τοπολογία του. Ειδικότερα θα παρουσιάσουμε τις κυρίαρχες προτάσεις επίλυσης του προβλήματος, με έμφαση στην πλέον βιώσιμη που σχετίζεται με την ελάχιστη επέκταση του καθιερωμένου προτύπου μέσω της επιβολής μίας επιπλέον αξονικής συμμετρίας. Η αυθόρμητη ρήξη αυτής οδηγεί στην εμφάνιση του ουδέτερου, ψευδοβαθμωτού σωματιδίου που ονομάζουμε αξιόνιο¹ και του οποίου οι ιδιότητες αποτελούν τον τελικό προορισμό του κεφαλαίου.

2.1 Οι πιθανές λύσεις στο πρόβλημα CP

2.1.1 Η περίπτωση του άμαζου quark

Ο αντικειμενικά ελκυστικότερος τρόπος για να επιλυθεί οριστικά το πρόβλημα CP της χρωμοδυναμικής είναι η παρουσία ενός άμαζου quark. Ειδικότερα, αν το ελαφρύτερο u quark δεν έχει άμεσο όρο μάζας (bare mass), δηλαδή άμεση αλληλεπίδραση με το πεδίο Higgs αλλά αποκτά μάζα από τις κβαντικές διακυμάνσεις των βαρύτερων quark και από την αλληλεπίδραση με τα instantons τότε δεν υφίσταται το CP πρόβλημα.

¹axion

Από καθαρά τεχνικής άποψης, ένας αξονικός καθολικός μετασχηματισμός $e^{ia\gamma_5}$ του u quark είδαμε ότι τροποποιεί τον όρο της Lagrangian που περιέχει την ανωμαλία κατά $\theta' = \theta + a$ αλλά ταυτόχρονα επεμβαίνει και στον όρο μάζας $m_u (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L)$ ανάγοντας την πραγματική ποσότητα m_u σε μιγαδική, γεγονός απαράδεκτο. Στην περίπτωση όμως που είναι $m_u = 0$ εξ αρχής, τότε μπορούμε να περιστρέψουμε ελεύθερα το φερμιονικό πεδίο u ώστε να απαλοίψουμε τον όρο της ανωμαλίας χωρίς να επέμβουμε στην υπόλοιπη Lagrangian.

Για να αναδείξουμε την λύση του άμαζου quark καλύτερα θα την εξετάσουμε και από την σκοπιά της τοπολογίας του κενού της χρωμοδυναμικής. Αν υπολογίσει κανείς το πλάτος μετάβασης μεταξύ των μη ισοδύναμων τοπολογιών $|n\rangle$ και $|n+1\rangle$ λόγω φαινομένου σύραγγος (instantons) προκύπτει [44]:

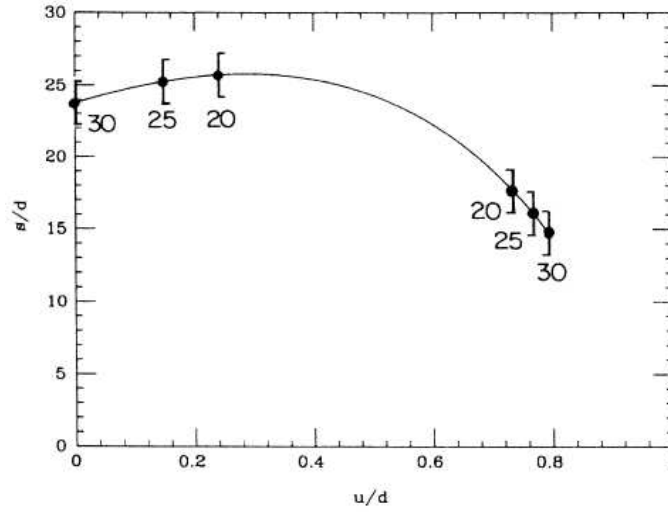
$$\langle n|n+1 \rangle \sim \exp\left(-\frac{8\pi^2}{g^2}\right) \det M_\psi \quad (2.1)$$

οπότε είναι σαφές ότι για $m_u = 0 \Rightarrow \det M_\psi = 0 \Rightarrow \langle n|n+1 \rangle = 0$. Αυτό σημαίνει ότι κάθε τοπολογική κλάση $|n\rangle$ αποτελεί μία καλή κατάσταση κενού καθώς δεν επικοινωνεί μέσω φαινομένων σύραγγος με τις άλλες κλάσεις. Ίδωμένο από άλλη οπτική γωνία, ο φραγμός δυναμικού μεταξύ των $|n\rangle$ καταστάσεων είναι άπειρος και τα φαινόμενα σύραγγος αδύνατα. Έτσι η κατάσταση $|0\rangle$ είναι το κατάλληλο κενό της χρωμοδυναμικής και δεν υπάρχει καμμία απολύτως ανάγκη εισαγωγής του θ όρου (απόρροια της κατασκευής του σωστού θ κενού).

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι η ύπαρξη ενός άμαζου quark εισάγει μία καθολική αξονική συμμετρία στα ολοκληρώματα διαδρομών (Lagrangian + φερμιονικό μέτρο) που εμπλέκουν φερμιόνια και η οποία μας επιτρέπει να απαλλαγούμε από τον ενοχλητικό θ -όρο που παραβιάζει τη CP συμμετρία.

Ασφαλώς, το καίριο ερώτημα εστιάζεται στο κατά πόσον είναι θεωρητικά και πειραματικά εφικτό να ισχυριστούμε ότι το u quark είναι άμαζο με την έννοια ότι δεν παρουσιάζει σε πρώτη τάξη² σύζευξη Yukawa με το πεδίο Higgs. Ο υπολογισμός της μάζας των ελαφρύτερων quarks u, d, s δεν μπορεί να γίνει με ακρίβεια και εμπεριέχει μεγάλα σφάλματα που δεν επιτρέπουν ασφαλή συμπεράσματα. Αυτό που μπορεί να υπολογιστεί από τα πειραματικά δεδομένα [36] είναι οι λόγοι $\frac{m_u}{m_d}$ και $\frac{m_d}{m_s}$ που σχετίζονται με τις μάζες των πιονίων και των καονίων. Σε κάθε περίπτωση φαίνεται ότι $m_u \approx 4\text{MeV}$ και $\frac{m_u}{m_d} \approx 0.56$. Ενώ λοιπόν φαίνεται ότι το σενάριο $m_u = 0$ δεν ευνοείται, υπάρχει η περίπτωση

²tree level



Σχήμα 2.1: Ο λόγος $\frac{m_s}{m_d}$ συναρτήσει του $\frac{m_u}{m_d}$ σε συμφωνία με τις μάζες των μεσονίων. Ο υπολογισμός έγινε σε δεύτερη τάξη της θεωρίας διαταραχών για συνεισφορά αυτής έως 20%, 25% και 30%. Τα τμήματα της καμπύλης μεταξύ των αγκύλων αντιστοιχούν στα παραπάνω ποσοστά.

αυτή η μικρή μάζα³ να οφείλεται σε φαινόμενα που εμπλέκουν τα instantons και τα οποία παράγουν μία φαινόμενη μάζα μέσω ανώτερων διορθώσεων από τα βαρύτερα quarks. Σύμφωνα μάλιστα με το σενάριο αυτό έχουμε [22] ότι: $\left(\frac{m_u}{m_d}\right)_{inst.} = 0.6$ που είναι πολύ κοντά στην πειραματική τιμή.

Εξάλλου, από τη χειραλική θεωρία διαταραχών μπορεί να υπολογίσει κανείς τους λόγους των μαζών και μάλιστα έχει βρεθεί [47] ότι αν οι ανώτερης τάξης διορθώσεις στα τετράγωνα των μαζών των μεσονίων υπερβαίνουν το 30% των συνεισφορών πρώτης τάξης τότε είναι δυνατόν να έχουμε άμαζο u quark (βλ. σχήμα 2.1).

Το συμπέρασμα είναι ότι αν και η λύση του άμαζου quark είναι η ιδανικότερη, φαίνεται να μην ευνοείται από τα έως τώρα δεδομένα αλλά παράλληλα δεν αποκλείεται εντελώς, αφήνοντας ανοικτό κάθε ενδεχόμενο.

2.1.2 Η δυναμική λύση

Αν εξαιρεθεί η περίπτωση του άμαζου u quark το πρόβλημα CP δεν μπορεί να επιλυθεί στα πλαίσια του καθιερωμένου προτύπου. Έτσι είναι επιβεβλημένο να εισάγουμε κάποια θεωρητική επέκταση αυτού προκειμένου να ενσωματώσουμε

³Μικρή σε σχέση με την τυπική κλίμακα της QCD: $\Lambda_{QCD} = 1\text{GeV}$

τη λύση του προβλήματος. Ο πιο οικονομικός και δημοφιλής τρόπος για να γίνει αυτό σχετίζεται με την αναβάθμιση της παραμέτρου $\bar{\theta}$ σε δυναμική μεταβλητή ώστε με κάποιο μηχανισμό να οδηγούμαστε σε $\bar{\theta} \approx 0$.

Η ιδέα της δυναμικής επίλυσης προτάθηκε από τους R.D Peccei και H. Quinn [67, 68] και έχει ως εξής: στην περίπτωση που $m_u = 0$ είδαμε ότι υπάρχει η επιπλέον αξονική συμμετρία $U_A^{m_u=0}(1)$ που επιτρέπει να έχουμε τελικά $\bar{\theta} = 0$ με κατάλληλη στροφή του u πεδίου. Αφού όμως φαίνεται ότι $m_u \neq 0$ πρέπει να εισάγουμε μία νέα συμμετρία αξονικού τύπου που θα προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα. Η συμμετρία αυτή ονομάζεται *Peccei – Quinn* ($U_{PQ}(1)$) και είναι ακριβής σε κλασσικό επίπεδο αλλά σε κάποια ενεργειακή κλίμακα f_{PQ} παραβιάζεται αυθόρμητα και δημιουργείται το αντίστοιχο Goldstone πεδίο $a(x)$ που ονομάζεται αξιονίο. Έχοντας όμως δει ότι οι αξονικές συμμετρίες είναι ανώμαλες, το αξιονίο αποκτά μάζα λόγω της ρητής παραβίασης της PQ συμμετρίας σε κβαντικό επίπεδο. Εξάλλου, το αξιονίο αλληλεπιδρά με τα υπόλοιπα πεδία της θεωρίας με τη συνήθη σύζευξη των σωματιδίων Goldstone⁴ αλλά επιπλέον αλληλεπιδρά και με τα πεδία βαθμίδας μέσω του όρου που εισάγει η ανωμαλία. Έτσι η Lagrangian του καθιερωμένου προτύπου τροποποιείται κατάλληλα:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \bar{\theta} \frac{g^2}{32\pi^2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu a \partial^\mu a + \mathcal{L}_{int} [\partial^\mu a; \phi] + \frac{a(x)}{f_{PQ}} \beta \frac{g^2}{32\pi^2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

όπου ϕ αντιπροσωπεύει όλα τα πεδία και β είναι μία σταθερά που εξαρτάται από το πρότυπο που χρησιμοποιείται για την εισαγωγή και τη ρήξη της PQ συμμετρίας.

Όπως θα δούμε παρακάτω, η σύζευξη του αξιονικού πεδίου με τα πεδία βαθμίδας οδηγεί σε ένα μη τετριμμένο ενεργό δυναμικό⁵ της μορφής:

$$\mathcal{V}_{eff}(a) \sim \left(\bar{\theta} + \frac{\beta a(x)}{f_{PQ}} \right)^2 \quad (2.3)$$

που ελαχιστοποιείται για $a_{min} = -\frac{f_{PQ}\bar{\theta}}{\beta}$. Δηλαδή το πεδίο $a(x)$ εμφανίζει μη μηδενική αναμενόμενη τιμή κενού

$$\langle a \rangle = -\frac{f_{PQ}\bar{\theta}}{\beta} \quad (2.4)$$

⁴Derivative coupling

⁵Effective potential

που απαλείφει τον θ -όρο. Το φυσικό αξιόνιο ορίζεται κατά τον συνήθη τρόπο ως

$$a_{ph}(x) = a(x) - \langle a \rangle \quad (2.5)$$

και περιγράφεται από τη Lagrangian

$$\mathcal{L}_{axion} = \frac{1}{2} \partial^\mu a_{ph} \partial_\mu a_{ph} - \frac{1}{2} m_a^2 a_{ph}^2 + \frac{\beta}{f_{PQ}} a_{ph} \mathcal{A} \quad (2.6)$$

όπου $\mathcal{A}$ είναι η συνάρτηση της ανωμαλίας που οφείλεται στα gluons⁶ και

$$m_a^2 = \left(\frac{\partial^2 \mathcal{V}_{eff}}{\partial^2 a} \right)_{a=\langle a \rangle} \quad (2.7)$$

είναι η μάζα του. Προκειμένου να υπολογίσουμε τη μάζα του αξιονίου είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε το ενεργό δυναμικό. Αυτό βρίσκεται με την εξής λογική: αν

$$\mathcal{L} [a, \vec{A}_\mu] = \frac{1}{2} \partial_\mu a \partial^\mu a + \left(\bar{\theta} + \beta \frac{a(x)}{f_a} \right) \mathcal{A} + \mathcal{L}_{QCD} \quad (2.8)$$

είναι η Lagrangian που περιγράφει το αξιονικό πεδίο υπό την παρουσία των gluons τότε μπορούμε να ορίσουμε την ενεργό Lagrangian $\mathcal{L}^{eff} = T - \mathcal{V}_{eff}$ από τη σχέση:

$$\exp \left[i \int d^4x \mathcal{L}^{eff}(a) \right] = \int \mathcal{D}\vec{A} \exp \left[i d^4x \mathcal{L}(a, \vec{A}) \right] \quad (2.9)$$

απ' όπου υπολογίζουμε το ενεργό δυναμικό:

$$\mathcal{V}_{eff}(a) = \frac{1}{2} \mathcal{K} \left(\bar{\theta} + \frac{\beta a}{f_a} \right)^2 + \dots \quad (2.10)$$

Ο παράγοντας $\mathcal{K}$ σχετίζεται[83] με τον διαδότη που περιέχει τον ανώμαλο όρο:

$$\mathcal{K} = -2 \lim_{q \rightarrow 0} \left(i \int dx e^{iqx} \langle 0 | T [\mathcal{A}(x), \mathcal{A}(0)] | 0 \rangle \right) \quad (2.11)$$

⁶color anomaly function

και παίρνει την τιμή:

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} f_\pi^2 m_\pi^2 \frac{m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \quad (2.12)$$

Με τον τρόπο αυτό η μάζα του αξιονίου είναι:

$$m_a = \frac{\beta}{f_a} f_\pi^2 m_\pi \frac{\sqrt{m_u m_d}}{m_u + m_d} \quad (2.13)$$

Η τελική διαπίστωση είναι ότι με το δυναμικό μηχανισμό που περιγράψαμε, ο περιβόητος θ όρος δεν εμφανίζεται στην τελική θεωρία με κόστος την επιβολή της PQ συμμετρίας και την εμφάνιση του αξιονίου. Η δυναμική λύση είναι πειραματικά ελέγξιμη και οι ιδιότητες του αξιονίου υπαγορεύονται από τον τρόπο με τον οποίο υλοποιείται ο παραπάνω μηχανισμός, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου.

2.2 Ο μηχανισμός Higgs στο καθιερωμένο πρό- τυπο

Στο πρώτο κεφάλαιο έγινε μία σύντομη αναφορά στη χρωμοδυναμική, η οποία εμφανίζει το αντικείμενο του προβληματισμού μας, δηλαδή το φαινομενολογικό όρο που παραβιάζει τη συμμετρία CP. Για τη συζήτηση σχετικά με την προέλευση και τις συνέπειές του αρκεί η γνώση της ισχυρής αλληλεπίδρασης αλλά όμως δεν είναι αρκετή για την περιγραφή και τη διερεύνηση των διαφόρων προτύπων υλοποίησης της συμμετρίας Peccei-Quinn. Έτσι κρίνεται σκόπιμη η παρεμβολή στο σημείο αυτό των βασικών στοιχείων του καθιερωμένου προτύπου και ιδιαίτερα εκείνων που σχετίζονται με το μηχανισμό Higgs. Για λόγους απλότητας θα θεωρήσουμε μόνο την πρώτη γενεά quark που παριστάνεται σύμφωνα με την έκφραση (1.8) ενώ αντίστοιχα οι λεπτονικές γενεές θα είναι

$$\chi_l = \begin{pmatrix} l \\ \nu_l \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

όπου $l = e, \mu, \tau$. Η συμμετρία βαθμίδας που επιβάλλεται στη Lagrangian είναι η

$$SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1) \quad (2.15)$$

2.2 Ο μηχανισμός Higgs στο καθιερωμένο πρότυπο

που εκφράζει την αναλλοιότητα σε ανεξάρτητες στροφές των πεδίων στο χώρο του χρώματος, του ισοτοπικού σπιν και του υπερφορτίου αντίστοιχα. Αν επικεντρωθούμε στον τομέα της ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης η αναλλοίωτη Lagrangian γράφεται ως εξής:

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\psi}_L \gamma^\mu D_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu D_\mu \psi_R - \frac{1}{4} \vec{W}_{\mu\nu} \cdot \vec{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.16)$$

όπου ψ_L είναι οι αριστερόστροφες φερμιονικές διπλέτες⁷ και ψ_R είναι οι δεξιόστροφες φερμιονικές μοναδικότητες⁸. Επίσης

$$D_\mu = i\partial_\mu - g\vec{T} \cdot \vec{W}_\mu - \frac{1}{2}g'YB_\mu \quad (2.17)$$

είναι η συναλλοίωτη παράγωγος με $\vec{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$ και B_μ τα πεδία βαθμίδας ενώ $\vec{T}$ είναι ο γεννήτορας των στροφών στο χώρο του ισοτοπικού σπιν και Y είναι ο γεννήτορας των μεταθέσεων στο χώρο του υπερφορτίου. Προφανώς είναι $T(\psi_L) = \frac{1}{2}$ και $T(\psi_R) = 0$. Για το υπερφορτίο είναι $Y(\psi_L) = -1$ και $Y(\psi_R) = -2$ ενώ ο τελεστής του ηλεκτρικού φορτίου προκύπτει από τον συνδυασμό $Q = T^3 + \frac{Y}{2}$.

Η Lagrangian που γράψαμε προηγουμένως περιγράφει άμαζα σωματίδια διότι ένας όρος μάζας, τόσο για τα φερμιόνια όσο και για τα πεδία βαθμίδας, θα παραβίαζε την συμμετρία που επιβάλαμε. Ο μηχανισμός με τον οποίο εμφανίζονται οι όροι μάζας των σωματιδίων ονομάζεται μηχανισμός Higgs και προβλέπει την αλληλεπίδρασή τους με ένα επιπλέον βαθμωτό πεδίο, διατηρώντας πάντα τη συμμετρία. Ειδικότερα έχουμε το βαθμωτό, μιγαδικό πεδίο

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

με $T(\Phi) = \frac{1}{2}$ και $Y(\Phi) = 1$ το οποίο περιγράφεται από τη Lagrangian

$$\mathcal{L}_2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mathcal{V}(\Phi) \quad (2.19)$$

όπου $\mathcal{V}(\Phi)$ είναι το δυναμικό του πεδίου. Η πιο απλή έκφραση του δυναμικού ώστε να είναι αναλλοίωτο κατά Lorentz και να σέβεται τη συμμετρία της θεωρίας

⁷doublets

⁸singlets

είναι:

$$\mathcal{V}(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \dots \quad (2.20)$$

Τέλος, το πεδίο Φ αλληλεπιδρά με τα φερμιόνια της θεωρίας:

$$\mathcal{L}_l = -G_l (\bar{\chi}_{lL} \Phi l_R + \bar{l}_R \Phi^\dagger \chi_{lL}) \quad (2.21)$$

$$\mathcal{L}_q = -G_d \bar{Q}_L \Phi d_R - G_d^* \bar{d}_R \Phi^\dagger Q_L - G_u \bar{Q}_L \Phi u_R - G_u^* \bar{u}_R \Phi^\dagger Q_L \quad (2.22)$$

όπου

$$\Phi_c = -i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

είναι η συζυγής διπλέτα Higgs, με $T(\Phi_c) = \frac{1}{2}$ και $Y(\Phi_c) = -1$. Το κενό της θεωρίας προκύπτει απλά από την κατάσταση ελάχιστης ενέργειας που αντιστοιχεί στη τιμή του πεδίου Higgs που ελαχιστοποιεί το δυναμικό του. Έτσι έχουμε απλά ότι

$$\|\Phi_{min}\|^2 = \frac{v^2}{2} = -\frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.24)$$

και στη συνέχεια αναπτύσσουμε το πεδίο γύρω από αυτή την τιμή. Επιπλέον χρησιμοποιούμε τη συμμετρία βαθμίδας που διαθέτει η Lagrangian από κατασκευής, προκειμένου να απλοποιήσουμε τη μορφή του Φ . Αρχικά εκτελούμε μία στροφή στο χώρο του ισοτοπικού σπιν ώστε:

$$\Phi_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) + i\xi(x) \end{pmatrix} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} e^{i\frac{\xi(x)}{v}} \quad (2.25)$$

και στη συνέχεια μία στροφή στο χώρο του υπερφορτίου για να απαλοίσουμε το μη φυσικό πεδίο $\xi(x)$. Τελικά έχουμε:

$$\Phi_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

όπου $h(x)$ είναι το φυσικό σωματίδιο Higgs. Με αντικατάσταση της παραπάνω έκφρασης στη Lagrangian μπορούμε να αναγνωρίσουμε τόσο τις μάζες των

φερμιονίων και των φυσικών πεδίων βαθμίδας⁹ όσο και τις αλληλεπιδράσεις του Higgs με τα υπόλοιπα σωματίδια.

Στο σημείο αυτό πρέπει να παρατηρήσουμε ότι κάνοντας χρήση των συμμετριών κατασκευάσαμε μία θεμελιώδη κατάσταση που δεν είναι πλέον συμμετρική στους μετασχηματισμούς βαθμίδας γενικά, παρά μόνο στις στροφές που παράγονται από τον γεννήτορα του φορτίου καθώς $\Phi_o \rightarrow e^{ia(x)Q}\Phi_o = \Phi_o$ αφού $Q(\phi^0) = T^3(\phi^0) + \frac{Y(\phi^0)}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$. Αυτό σημαίνει ότι η μόνη συμμετρία που επιζεί από την αυθόρμητη παραβίαση είναι η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου. Η τελική μας διαπίστωση είναι ότι οι τρεις βαθμοί ελευθερίας που δεσμεύθηκαν από την επιλογή βαθμίδας απορροφήθηκαν από τρία πεδία βαθμίδας και απέκτησαν μάζα ($W^\pm, Z$) ενώ η διατήρηση του φορτίου εκφράζεται με την παρουσία του άμαζου φωτονίου (γ).

2.3 Η συμμετρία Peccei-Quinn και το PQWW αξιόνιο

Στην παράγραφο αυτή θα εξετάσουμε την απόπειρα επιβολής της PQ συμμετρίας σύμφωνα με το μηχανισμό που πρότειναν οι εμπνευστές της και συμπληρώθηκε στη συνέχεια από τους Weinberg και Wilzcek οι οποίοι παρατήρησαν ότι η ρήξη αυτής της συμμετρίας συνοδεύεται από την εμφάνιση του Goldstone σωματιδίου (αξιόνιο)[96, 98]. Όπως θα δούμε παρακάτω το PQWW πρότυπο αποκλείστηκε από τα πειραματικά δεδομένα αλλά αποτελεί ένα χρήσιμο και διαφωτιστικό οδηγό σχετικά με τις ιδέες και τη μεθοδολογία που ακολουθείται. Επίσης, στην ανάλυση που ακολουθεί δεν θα αναφερθούμε καθόλου στα λεπτονικά πεδία καθώς δεν είναι απαραίτητα για τα βασικά συμπεράσματα.

Συγκριτικά με το καθιερωμένο πρότυπο υπάρχουν δύο διαφοροποιήσεις στο πρότυπο PQWW: η πρώτη αφορά την εισαγωγή δύο βαθμωτών, μιγαδικών διπλετών Higgs Φ_u και Φ_d οι οποίες εμφανίζουν σύζευξη Yukawa με τα quarks φορτίου $\frac{2e}{3}$ και $-\frac{1e}{3}$ αντίστοιχα. Η δεύτερη υπόθεση σχετίζεται με την επιβολή της συμμετρίας PQ με την έννοια ότι η κλασσική Lagrangian είναι αναλλοίωτη

⁹ τα φυσικά πεδία είναι γραμμικοί συνδυασμοί των W_μ^i και B_μ

στους μετασχηματισμούς:

$$\begin{aligned}\Phi'_u &= e^{ia\Gamma_u}\Phi_u, \quad \Phi'_d = e^{ia\Gamma_d}\Phi_d \\ u'_L &= e^{\frac{1}{2}ia\Gamma_u}u_L, \quad u'_R = e^{-\frac{1}{2}ia\Gamma_u}u_R \\ d'_L &= e^{\frac{1}{2}ia\Gamma_d}d_L, \quad d'_R = e^{-\frac{1}{2}ia\Gamma_d}d_R\end{aligned}\tag{2.27}$$

με Γ_u, Γ_d σταθερές ενώ τα υπόλοιπα quark μετασχηματίζονται παρόμοια. Προφανώς πρόκειται για μία αξονική συμμετρία καθώς οι αριστερόστροφες και δεξιόστροφες συνιστώσες των φερμιονίων μετασχηματίζονται διαφορετικά. Η σύζευξη Yukawa των quarks περιγράφεται από τη Lagrangian:

$$\mathcal{L}_Y = f_d^* \bar{Q}_L \Phi_d d_R + f_d \bar{d}_R \Phi_d^\dagger Q_L + f_u^* \bar{Q}_L \tilde{\Phi}_u u_R + f_u \bar{u}_R \tilde{\Phi}_u^\dagger Q_L\tag{2.28}$$

με $\tilde{\Phi}_u = i\tau_2 \Phi_u^*$ ενώ το δυναμικό των πεδίων Higgs είναι:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}(\Phi_u, \Phi_d) &= -\mu_u^2 \Phi_u^\dagger \Phi_u - \mu_d^2 \Phi_d^\dagger \Phi_d + \sum_{ij=u,d} a_{ij} \Phi_i^\dagger \Phi_i \Phi_j^\dagger \Phi_j + \\ &\quad \sum_{ij=u,d} b_{ij} \Phi_i^\dagger \tilde{\Phi}_j \tilde{\Phi}_j^\dagger \Phi_i\end{aligned}\tag{2.29}$$

όπου $(a_{ij}), (b_{ij})$ είναι πραγματικοί και συμμετρικοί πίνακες. Από την ελαχιστοποίηση του παραπάνω δυναμικού, τα πεδία Φ_u και Φ_d αποκτούν μη μηδενικές αναμενόμενες τιμές κενού:

$$\langle \phi_u^0 \rangle = \frac{v_u}{\sqrt{2}}, \quad \langle \phi_d^0 \rangle = \frac{v_d}{\sqrt{2}}\tag{2.30}$$

και κατόπιν αναπτύσσονται οι πεδιακές διεγέρσεις γύρω από αυτές:

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_u &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_u + h_u(x) \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\frac{\xi_u(x)}{v_u}} \\ \Phi_d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d + h_d(x) \end{pmatrix} e^{i\frac{\xi_d(x)}{v_d}}\end{aligned}\tag{2.31}$$

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία του καθιερωμένου προτύπου, ένας γραμμικός συνδυασμός $\zeta(x)$ των φάσεων $\xi_u(x), \xi_d(x)$ απορροφάται από το Z μποζόνιο και ο ορθογώνιος συνδυασμός $a(x)$ που απομένει είναι το αξιονικό πεδίο Goldstone

της σπασμένης συμμετρίας PQ. Μπορεί να υπολογιστεί ότι:

$$\begin{aligned}\zeta(x) &= \frac{-v_u \xi_u(x) + v_d \xi_d(x)}{\sqrt{v_u^2 + v_d^2}} \\ a(x) &= \frac{v_d \xi_u(x) + v_u \xi_d(x)}{\sqrt{v_u^2 + v_d^2}}\end{aligned}\tag{2.32}$$

και αντιστρέφοντας:

$$\begin{aligned}\xi_u(x) &= \frac{v_d}{v_{ew}} a(x) - \frac{v_u}{v_{ew}} \zeta(x) \\ \xi_d(x) &= \frac{v_u}{v_{ew}} a(x) - \frac{v_d}{v_{ew}} \zeta(x)\end{aligned}\tag{2.33}$$

όπου $v_{ew} = \sqrt{v_u^2 + v_d^2} = 246 \text{ GeV}$ είναι η τυπική κλίμακα ρήξης της ηλεκτροσθενούς συμμετρίας¹⁰. Με την απαλοιφή της $\zeta(x)$ φάσης και την αντικατάσταση των παραπάνω εκφράσεων στη Lagrangian, ο όρος μάζας των quark γίνεται:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{mass} &= \frac{v_u}{\sqrt{2}} \left(f_u^* e^{\frac{iv_u a}{v_d v_{ew}}} \bar{u}_L u_R + f_u e^{-\frac{iv_u a}{v_d v_{ew}}} \bar{u}_R u_L \right) + \\ &\quad \frac{v_d}{\sqrt{2}} \left(f_d^* e^{\frac{iv_d a}{v_u v_{ew}}} \bar{d}_L d_R + f_d e^{-\frac{iv_d a}{v_u v_{ew}}} \bar{d}_R d_L \right)\end{aligned}\tag{2.34}$$

και προκειμένου να έχουμε πραγματικές μάζες εκτελούμε ένα μετασχηματισμό PQ με

$$\begin{aligned}\Gamma_u &= \frac{v_u}{v_d v_{ew}} = \frac{y}{v_{ew}} \\ \Gamma_d &= \frac{v_d}{v_u v_{ew}} = \frac{1}{y v_{ew}}\end{aligned}\tag{2.35}$$

όπου $y = \frac{v_u}{v_d}$, που παράλληλα, ως αζονικός, τροποποιεί τη συνολική Lagrangian προσθέτοντας τον όρο που περιέχει την ανωμαλία:

$$\mathcal{L}_{anomaly} = N_g \left(y + \frac{1}{y} \right) \frac{g^2}{32\pi^2} \frac{a(x)}{v_{ew}} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu}\tag{2.36}$$

¹⁰Electroweak symmetry breaking scale

με N_g τον αριθμό των γενεών. Από τη σύγκριση της παραπάνω έκφρασης με την εξίσωση 2.2 διαπιστώνουμε ότι $f_{PQ} = v_{ew}$ και $\beta = N_g \left(y + \frac{1}{y} \right)$.

Τα βασικά σημεία του PQWW πρότυπου είναι κυρίως η σύνδεση της συμμετρίας PQ με την κλίμακα των ηλεκτρασθενών και δευτερευόντως η ύπαρξη δύο διπλετών Higgs που οδηγεί στην φαινομενολογική ποσότητα y ως το λόγο των αναμενόμενων τιμών τους. Στα πλαίσια αυτού του πρότυπου η μάζα του αξιονίου είναι:

$$m_a = N_g \left(y + \frac{1}{y} \right) \frac{m_\pi f_\pi}{v_{ew}} \frac{\sqrt{Z}}{1+Z} \approx N_g \left(y + \frac{1}{y} \right) \times 25 \text{keV} \quad (2.37)$$

Εδώ m_π, f_π είναι η μάζα και η σταθερά διάσπασης του πιονίου και $Z = \frac{m_u}{m_d}$. Από τα πειραματικά δεδομένα, το πρότυπο PQWW έχει αποκλειστεί και οι πιο σημαντικές αντιθέσεις εστιάζονται επιγραμματικά στις παρακάτω μεσονικές διασπάσεις: [21, 50, 66]

- **Διάσπαση του K^+**

Για $N_g = 3$ και $Z = 0.56$ το πρότυπο προβλέπει ότι $BR_{th}(K^+ \rightarrow \pi^+ a) \approx 3.3 \times 10^{-6} \left(y + \frac{1}{y} \right)^2 \geq 1.3 \times 10^{-5}$ ενώ πειραματικά είναι:

$$BR_{exp}(K^+ \rightarrow \pi^+ a) < 3.8 \times 10^{-8} \text{ με προφανή ασυμβατότητα.}$$

- **Διασπάσεις των J/ψ και Υ**

Από τις διασπάσεις των βαρύτερων μεσονίων $J/\psi (c\bar{c})$ και $\Upsilon (b\bar{b})$ μπορούμε να πάρουμε επίσης χρήσιμες πληροφορίες: γενικά είναι

$$BR(J/\psi \rightarrow \gamma + a) \sim f_c^2 \quad (2.38)$$

$$BR(\Upsilon \rightarrow \gamma + a) \sim f_b^2$$

όπου f_c, f_b είναι οι σταθερές ζεύξης του αξιονίου με τα αντίστοιχα quark. Σύμφωνα με το πρότυπο PQWW υπολογίζεται ότι

$$f_c \approx \frac{m_c}{y v}, \quad f_b \approx \frac{y m_b}{v} \quad (2.39)$$

ενώ πειραματικά είναι

$$f_c^2 < (0.93_{-0.11}^{+0.14}) \times 10^{-6} \quad (2.40)$$

$$f_b^2 < (1.7_{-0.6}^{+1.4}) \times 10^{-4}$$

οπότε για $m_c = 1.25\text{GeV}$ και $m_b = 4.5\text{GeV}$ προκύπτει $y > 5.3$ και $y < 0.7$ αντίστοιχα που είναι ασύμβατα.

2.4 Το αόρατο αξιόνιο

Με τον πειραματικό αποκλεισμό του αρχικού προτύπου PQWW η προσοχή της επιστημονικής κοινότητας στράφηκε σε άλλους τρόπους επίλυσης του προβλήματος CP αλλά η περίπτωση της συμμετρίας PQ παρέμενε μία ελκυστική ιδέα. Η διαπίστωση που έδωσε στα αξιονικά μοντέλα νέα ώθηση σχετίζεται με το γεγονός ότι δεν υπάρχει κανένας φυσικός λόγος ώστε η ρήξη της συμμετρίας να είναι συνδεδεμένη με την κλίμακα των ηλεκτρασθενών. Έτσι, οι ιδέες που αναπτύχθηκαν στο πρώιμο πρότυπο επεκτάθηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε η συμμετρία να παραβιάζεται σε κλίμακα $f_{PQ} \gg 246\text{GeV}$ ενώ το αξιόνιο να εμφανίζει τόσο ασθενή αλληλεπίδραση ώστε να δικαιολογείται ο όρος **αόρατο αξιόνιο**¹¹. Τα επικρατέστερα πρότυπα σχετικά με το μηχανισμό υλοποίησης του σεναρίου του αόρατου αξιονίου που θα περιγράψουμε παρακάτω είναι δύο: το DFSZ από τα αρχικά των Dine, Fischler, Srednicki[28], Zhitnisky[85] και το KSVZ από τα αρχικά των Kim[49], Shifman, Vainstein, Zakharov[83].

2.4.1 Το πρότυπο DFSZ

Ο μηχανισμός που υιοθετείται στο πρότυπο DFSZ είναι παρόμοιος με αυτόν του PQWW με τη διαφορά ότι εισάγεται ένα ακόμα βαθμωτό πεδίο. Αναλυτικότερα υποθέτουμε ότι υπάρχουν δύο διπλέτες Higgs, η Φ_u που συζεύγεται¹² με το u quark, η Φ_d που συζεύγεται με το d quark και τα φορτισμένα λεπτόνια καθώς και ένα επιπλέον μιγαδικό, βαθμωτό πεδίο σ που είναι μοναδικότητα όσον αφορά τους μετασχηματισμούς της συμμετρίας $SU_L(2) \otimes U(1)$ που διαθέτει το

¹¹invisible axion

¹²couple

καθιερωμένο πρότυπο. Η συμμετρία PQ επιβάλλεται στα πεδία ως εξής:

$$\Phi'_u = e^{iaX_u}\Phi_u, \quad \Phi'_d = e^{iaX_d}\Phi_d, \quad \sigma' = e^{iaX_\sigma}\sigma$$

$$u'_L = e^{iaX_u}u_L, \quad u'_R = e^{-iaX_u}u_R, \quad d'_L = e^{iaX_d}d_L, \quad d'_R = e^{-iaX_d}d_R, \quad (2.41)$$

$$l'_L = e^{iaX_d}l_L, \quad l'_R = e^{-iaX_d}l_R,$$

όπου οι σταθερές X_u, X_d, X_σ ικανοποιούν τις σχέσεις:

$$X_u + X_d = -2X_\sigma = 1 \quad (2.42)$$

ώστε να παραμένει αναλλοίωτη η κλασσική Lagrangian στον παραπάνω μετασχηματισμό. Το πιο γενικό δυναμικό των πεδίων Higgs που σέβεται την συμμετρία PQ είναι:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\Phi_u, \Phi_d, \sigma) = & \lambda_u \left(\Phi_u^\dagger \Phi_u - V_u^2 \right)^2 + \lambda_d \left(\Phi_d^\dagger \Phi_d - V_d^2 \right)^2 + \\ & \lambda \left(\sigma^* \sigma - V^2 \right)^2 + \left(a \Phi_u^\dagger \Phi + b \Phi_d^\dagger \Phi_d \right) \sigma^* \sigma + c \left(\Phi_d^\dagger \Phi_u \sigma^2 + h.c \right) + \\ & d \left| \Phi_d^\dagger \Phi_u \right|^2 + e \left| \Phi_d^\dagger \Phi_u \right|^2 \end{aligned} \quad (2.43)$$

το οποίο ελαχιστοποιείται για πεπερασμένα διαστήματα των παραμέτρων του. Έτσι η αυθόρμητη ρήξη της συμμετρίας οφείλεται στις μη μηδενικές αναμενόμενες τιμές των πεδίων:

$$\langle \Phi_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_u \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d \end{pmatrix}, \quad \langle \sigma \rangle = \frac{f_a}{\sqrt{2}}. \quad (2.44)$$

Η αλληλεπίδραση Yukawa των quarks είναι

$$\mathcal{L}_q = f_d^* \bar{Q}_L \Phi_d d_R + f_d \bar{d}_R \Phi_d^\dagger Q_L + f_u^* \bar{Q}_L \Phi_u u_R + f_u \bar{u}_R \Phi_u^\dagger Q_L \quad (2.45)$$

ενώ των λεπτονίων:

$$\mathcal{L}_l = g^* \bar{\chi}_L \Phi_d l_R + g \bar{l}_R \Phi_d^\dagger \chi_L \quad (2.46)$$

Κατά τη συνήθη πρακτική τα πεδία αναπτύσσονται γύρω από την αναμενόμενη τιμή κενού:

$$\begin{aligned}\Phi_u &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_u + h_u(x) \\ 0 \end{pmatrix} e^{i \frac{\xi_u(x)}{v_u}} \\ \Phi_d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d + h_d(x) \end{pmatrix} e^{i \frac{\xi_d(x)}{v_d}} \\ \sigma &= \frac{1}{\sqrt{2}} (f_a + h_\sigma(x)) e^{i \frac{\xi_\sigma(x)}{f_a}}\end{aligned}\quad (2.47)$$

Από τις τρεις φάσεις των πεδίων, ο γραμμικός συνδυασμός:

$$\zeta(x) = \frac{v_u \xi_u(x) - v_d \xi_d(x)}{v} \quad (2.48)$$

απορροφάται από το Z ενώ το αξιονικό πεδίο είναι ο συνδυασμός:

$$a(x) = \frac{1}{v \sqrt{v^2 f_a^2 + 4v_u^2 v_d^2}} [2v_u v_d (v_u \xi_d(x) + v_d \xi_u(x)) - v^2 f_a \xi_\sigma(x)] \quad (2.49)$$

Αξίζει να παρατηρήσουμε εδώ ότι στο όριο όπου $f_a \gg v = \sqrt{v_u^2 + v_d^2}$ η παραπάνω έκφραση απλοποιείται ως εξής:

$$a(x) = -\xi_\sigma(x) + \frac{2v_u v_d}{v^2 f_a} (v_u \xi_d(x) + v_d \xi_u(x)) \quad (2.50)$$

που σημαίνει ότι το αξιονικό πεδίο προέρχεται κατά κύριο λόγο από το βαθμωτό πεδίο σ . Εξάλλου μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που σχετίζεται με τη συμμετρία PQ:

$$\begin{aligned}J_\mu^{PQ} &= X_\sigma \sigma^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \sigma + X_u \Phi_u^\dagger \overleftrightarrow{\partial}_\mu \Phi_u + X_d \Phi_d^\dagger \overleftrightarrow{\partial}_\mu \Phi_d + \\ &X_u (\bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 u + \dots) + X_d (\bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 d + \dots) + X_d (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e + \dots)\end{aligned}\quad (2.51)$$

και το οποίο είναι φυσικά ανώμαλο (ως αξιονικό):

$$< \partial^\mu J_\mu^{PQ} > = N_g \frac{g^2}{32\pi^2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} \quad (2.52)$$

Με τη βοήθεια του ρεύματος J_μ^{PQ} μπορούμε να προσδιορίσουμε τις σταθερές X_u, X_d [28]: για να απομονώσουμε το αξιονικό πεδίο απαιτούμε να μην υπάρ-

χει σύζευξη του ρεύματος με το πεδίο $\zeta(x)$, δηλαδή $\langle 0 | J_\mu^{PQ} | \zeta \rangle = 0$ οπότε υπολογίζουμε ότι:

$$X_u = \frac{v_d^2}{v^2}, \quad X_d = \frac{v_u^2}{v^2} \quad (2.53)$$

Επίσης μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά διάσπασης F_A του αξιονίου από τη σχέση $\langle 0 | J_\mu^{PQ} | a \rangle = F_A q_\mu$ με αποτέλεσμα:

$$F_A = \frac{\sqrt{4v_u^2 v_d^2 + v^2 f_a^2}}{2v} \xrightarrow{f_a \gg v} \frac{f_a}{2} \quad (2.54)$$

καθώς και τη μάζα του αξιονίου:

$$m_a = \frac{f_\pi}{f_a} m_\pi N_g \frac{\sqrt{Z}}{1+Z} \quad (2.55)$$

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η αποδέσμευση της χαρακτηριστικής κλίμακας f_a από αυτή των ηλεκτρασθενών (v_{EW}) επιτρέπει οσοδήποτε μεγάλη τιμή ώστε τα αξιόνια να έχουν αρκούντως μικρή μάζα και σταθερές ζεύξης ώστε να δικαιολογείται η μη παρατήρησή τους.

2.4.2 Το πρότυπο KSVZ

Η ιστορικά πρώτη προσπάθεια εμφάνισης του αόρατου αξιονίου έγινε με την χρήση του προτύπου KSVZ που στηρίζεται σε διαφορετική λογική. Σε αντίθεση με τα άλλα μοντέλα που εξετάσαμε, το πεδίο Higgs του καθιερωμένου προτύπου παραμένει ίδιο αλλά εισάγονται δύο επιπλέον πεδία: υποθέτουμε ότι υπάρχει ένα ακόμα quark, το ψ που έχει τυχαίο φορτίο αλλά δεν συμμετέχει στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις και ένα βαθμωτό μιγαδικό πεδίο σ . Η Lagrangian των πεδίων αυτών γράφεται κατά τα γνωστά:

$$\mathcal{L}_{\psi,\sigma} = \partial_\mu \sigma^* \partial^\mu \sigma + i \bar{\psi} \gamma^\mu D_\mu \psi - C \bar{\psi}_R \sigma \psi_L - C^* \bar{\psi}_L \sigma^* \psi_R - \mathcal{V}(\sigma, \Phi) \quad (2.56)$$

όπου $\mathcal{V}$ είναι το δυναμικό Higgs τροποποιημένο κατάλληλα ώστε να περιλαμβάνει και το πεδίο σ :

$$\mathcal{V}(\sigma, \Phi) = -\mu_\sigma^2 \sigma^* \sigma + \lambda_\sigma (\sigma^* \sigma)^2 - \mu_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda_\Phi (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \lambda_{\sigma\Phi} \Phi^\dagger \Phi \sigma^* \sigma \quad (2.57)$$

Η παραπάνω Lagrangian διαθέτει τη συμμετρία PQ με την έννοια ότι ο μετασχηματισμός:

$$\psi'_L = e^{\frac{i}{2}a}\psi_L, \quad \psi'_R = e^{-\frac{i}{2}a}\psi_R, \quad \sigma' = e^{ia}\sigma \quad (2.58)$$

την αφήνει αναλλοίωτη, όπως και την υπόλοιπη Lagrangian του καθερωμένου προτύπου υπό την προϋπόθεση ότι όλα τα άλλα πεδία μένουν ανεπηρέαστα, δηλαδή φέρουν μηδενικό PQ φορτίο. Το ρεύμα που αντιστοιχεί στην εν λόγω συμμετρία θα είναι:

$$J_\mu^{PQ} = \sigma^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \sigma - \frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi \quad (2.59)$$

Για πεπερασμένο διάστημα των παραμέτρων του δυναμικού του βαθμωτού πεδίου αυτό αποκτά μη μηδενική αναμενόμενη τιμή κενού $\langle \sigma \rangle = f_a \gg v_{EW}$ οπότε θα είναι:

$$\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (f_a + \eta(x)) e^{i\frac{a(x)}{f_a}} \quad (2.60)$$

Αν θεωρήσουμε την κλίμακα f_a πολύ μεγάλη ($f_a \gg 100\text{GeV}$) τότε πρακτικά μπορούμε να αγνοήσουμε το πεδίο $\eta(x)$ και να αντικαταστήσουμε στην Lagrangian την έκφραση $\sigma = \frac{f_a}{\sqrt{2}} e^{i\frac{a(x)}{f_a}}$ όπου αναγωρίζουμε το αξιονικό πεδίο $a(x)$. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο όρος μάζας του ψ :

$$\mathcal{L}_{mass} = -\frac{|C|f_a}{\sqrt{2}} e^{i(\frac{a}{f_a} + \phi_c)} \bar{\psi}_R \psi_L - \frac{|C|f_a}{\sqrt{2}} e^{-i(\frac{a}{f_a} + \phi_c)} \bar{\psi}_L \psi_R \quad (2.61)$$

Μπορούμε να διαπιστώσουμε άμεσα ότι η μάζα του ψ είναι:

$$m_\psi = \frac{f_a |C|}{\sqrt{2}} \quad (2.62)$$

και κατά συνέπεια πρόκειται για ένα εξαιρετικά βαρύ φερμιόνιο που δεν συμμετέχει πρακτικά σε καμμία αλληλεπίδραση. Εξάλλου, για να απαλλαγούμε από τις μιγαδικές φάσεις χρησιμοποιούμε την συμμετρία PQ ώστε να περιστρέψουμε κατάλληλα τα πεδία ψ και σ με κόστος την εμφάνιση του ανώμαλου όρου στην τελική Lagrangian:

$$\mathcal{L}_{anomaly} = \left(\bar{\theta} + \text{Arg}(\det C) + \frac{a(x)}{f_a} \right) \mathcal{A} \quad (2.63)$$

και με βάση τα γενικά συμπεράσματα της παραγράφου 2.1.2 μπορούμε να εξάγουμε άμεσα τη μάζα του αξιονίου:

$$m_a = \frac{f_\pi}{f_a} m_\pi \frac{\sqrt{Z}}{1+Z} \quad (2.64)$$

Παρά το γεγονός ότι το συγκεκριμένο πρότυπο προβλέπει ένα εξωτικό quark, η ύπαρξη του οποίου δεν είναι εύκολο να εξηγηθεί (αντίθετα στο DFSZ είναι πιο απλό να αποδεχτούμε δύο πεδία Higgs), η συμμετρία PQ υλοποιείται με μη τετριμμένο τρόπο μόνο στα επιπλέον πεδία και το αόρατο αξιονίο εμφανίζεται αβίαστα. Η σημαντική διαφορά των δύο προτύπων που εξετάζουμε είναι ότι στο KSVZ δεν υπάρχει σύζευξη των αξιονίων με τα λεπτόνια σε πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών¹³ και για το λόγο αυτό ονομάζονται αδρονικά αξιονία.

2.5 Αλληλεπιδράσεις του αξιονίου

Η περιγραφή των ιδιοτήτων του αόρατου αξιονίου περιλαμβάνει την κατασκευή της κατάλληλης ενεργούς Lagrangian, γεγονός που απαιτεί την κατανόηση των φαινομένων που είναι σημαντικά στην εκάστοτε ενεργειακή κλίμακα. Από την ανάλυση που προηγήθηκε μπορούμε να σταθούμε σε κάποια γενικά σημεία που ισχύουν σε κάθε πρότυπο: η συμμετρία PQ συνίσταται στην αναλλοiotότητα της κλασσικής Lagrangian σε αξονικούς μετασχηματισμούς των φερμιονικών πεδίων

$$\psi'_i \rightarrow e^{\frac{i}{2}a\gamma_5 X_i} \psi_i \quad (2.65)$$

και αντίστοιχα των πεδίων Higgs με τα οποία σχετίζονται:

$$\Phi'_i = e^{iaX_i} \Phi_i \quad (2.66)$$

όπου οι ποσότητες X_i είναι το φορτίο PQ των σωματιδίων.

Η παραπάνω συμμετρία παραβιάζεται αυθόρμητα σε κάποια ενεργειακή κλίμακα $f_{PQ} \gg \Lambda_{QCD}, v_{EW}$ και δημιουργείται το αξιονίο, οι ζεύξεις του οποίου με την ύλη καθορίζονται από το ρεύμα της συμμετρίας:

$$J_\mu^{PQ} = \frac{1}{2} \sum_i X_i \bar{\psi}_i \gamma_\mu \gamma_5 \psi_i \quad (2.67)$$

¹³tree level

και τη Lagrangian της αλληλεπίδρασης:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{f_{PQ}} \partial^\mu a_{ph} J_\mu^{PQ} \quad (2.68)$$

όπου $a_{ph} = a - \langle a \rangle$ είναι το φυσικό αξιονικό πεδίο.

Από αυτά που έχουμε δει ως τώρα είναι προφανές ότι το ρεύμα J_μ^{PQ} είναι ανώμαλο καθώς είναι αξονικού τύπου. Ο όρος που σχετίζεται με την ανωμαλία καθορίζεται κυρίως από τα πεδία gluons αλλά και από τα άλλα πεδία βαθμίδας της θεωρίας. Σε ενεργειακές κλίμακες $\mu \gg \Lambda_{QCD}$ τα μη γραμμικά φαινόμενα της χρωμοδυναμικής και η τοπολογία της δεν είναι σημαντικά με αποτέλεσμα ο ανώμαλος όρος να είναι αμελητέος. Έτσι η συμμετρία PQ είναι σχεδόν ακριβής (παραβιάζεται από τις μικρές μάζες των quark) και το αξιόνιο είναι το σωματίδιο Goldstone αυτής το οποίο είναι άμαζο στο χειραλικό όριο. Όταν όμως αναφερόμαστε σε χαμηλότερες ενέργειες $\mu < \Lambda_{QCD}$, αφενός η χρωμοδυναμική περιγράφεται πλέον από τους αδρονικούς βαθμούς ελευθερίας (αυθόρμητη ρήξη της χειραλικής συμμετρίας) και αφετέρου δεν μπορούμε πλέον να αγνοήσουμε τον ανώμαλο όρο ενώ το ρεύμα J_μ^{PQ} δεν είναι πλέον κατάλληλο για την περιγραφή των ιδιοτήτων του αξιονίου. Για τη σωστή περιγραφή των φαινομένων πρέπει να κατασκευάσουμε ένα τροποποιημένο ρεύμα[8], χρησιμοποιώντας τα ελαφρύτερα quarks που δεν θα έχει την ανωμαλία χρώματος¹⁴:

$$J_\mu^a = J_\mu^{PQ} - \frac{1}{2} \left(\sum_i X_i^{(q)} \right) \left[\frac{m_u}{m_u + m_d} \bar{u} \gamma_\mu \gamma_5 u + \frac{m_d}{m_u + m_d} \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 d \right] \quad (2.69)$$

όπου $X_i^{(q)}$ είναι το φορτίο PQ όλων των quark της θεωρίας. Το ρεύμα J_μ^a αντιστοιχεί σε μία τροποποιημένη συμμετρία $U'(1)_{PQ}$ που παραβιάζεται μόνο από τις μάζες των quark ώστε το φυσικό αξιόνιο να είναι το σωματίδιο Goldstone που απορρέει από την αυθόρμητη ρήξη της. Από μία άλλη οπτική γωνία μπορούμε να πούμε ότι μετά τη ρήξη της χειραλικής συμμετρίας, το φυσικό αξιονικό πεδίο a_{ph} (δηλαδή η ιδιοκατάσταση μάζας) αποτελεί συνδυασμό του a και του π^0 κατά κύριο λόγο οπότε το αρχικό ρεύμα J_μ^{PQ} δεν μπορεί να περιγράψει το a_{ph} .

¹⁴Color anomaly free

2.5.1 Σύζευξη αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο

Επιστρέφοντας στο τροποποιημένο ρεύμα J_μ^a πρέπει να τονίσουμε ότι ενώ από κατασκευής δεν έχει ανωμαλία χρώματος, εξακολουθεί να εμφανίζει ηλεκτρομαγνητική ανωμαλία, ακριβώς όπως και το π^0 η οποία γίνεται σημαντική σε ενεργειακή κλίμακα $\mu < v_{ew}$ οπότε παραβιάζεται η συμμετρία των ηλεκτρασθενών. Η ανώμαλη συμπεριφορά του ρεύματος J_μ^a εκφράζεται απλά από τη σχέση:

$$\partial^\mu J_\mu^a = -\frac{e^2 \delta}{8\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \quad (2.70)$$

όπου $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ είναι ο ταυστής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και είναι απόρροια της γενικής σχέσης (1.21). Εξάλλου:

$$\delta = \sum_{fermions} Q_{em}^2 Q_{PQ} \quad (2.71)$$

με Q_{em} , Q_{PQ} το ηλεκτρομαγνητικό φορτίο και το φορτίο PQ αντίστοιχα των φερμιονίων που αποτυπώνεται στο τροποποιημένο ρεύμα. Η ενεργός Lagrangian αλληλεπίδρασης του φυσικού αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{f_{PQ}} \partial^\mu a_{ph} J_\mu^a \quad (2.72)$$

ενώ με παραγοντική ολοκλήρωση παίρνουμε:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{f_{PQ}} a_{ph} \partial^\mu J_\mu^a = \frac{1}{f_{PQ}} \frac{a_{em}}{2\pi} \delta a_{ph} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \quad (2.73)$$

όπου $a_{em} = \frac{e^2}{4\pi}$. Ο παράγοντας δ μπορεί να υπολογιστεί γενικά:

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{N_c}{2} \sum_{quarks} q_i^2 X_i^{(q)} + \frac{1}{2} \sum_{leptons} q_j^2 X_j^{(l)} \\ & - \frac{N_c}{2(1+Z)} \left(\sum_{quarks} X_i^{(q)} \right) \left(\frac{4+Z}{9} \right) \end{aligned} \quad (2.74)$$

όπου $N_c = 3$ είναι ο βαθμός ελευθερίας του χρώματος και $Z = \frac{m_u}{m_d}$, ενώ

χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι $q_u = \frac{2}{3}$ και $q_d = -\frac{1}{3}$. Στη συνέχεια έχουμε:

$$\delta = \frac{1}{2} \sum_{quarks} X_i^{(q)} \left[\frac{3 \sum_i q_i^2 X_i^{(q)} + \sum_j q_j^2 X_j^{(l)}}{\sum_{quarks} X_i^{(q)}} - \frac{4+Z}{3(1+Z)} \right] \quad (2.75)$$

και επειδή η ποσότητα $\sum_{quarks} X_i^{(q)}$ σχετίζεται με τη μάζα του αξιονίου σύμφωνα με τη σχέση:

$$m_a = m_\pi \frac{f_\pi}{f_{PQ}} \frac{\sqrt{Z}}{1+Z} \left(\sum_{quarks} X_i^{(q)} \right) \quad (2.76)$$

μπορούμε να γράψουμε τη γενική έκφραση:

$$\delta = \frac{m_a f_{PQ}}{2m_\pi f_\pi} \frac{1+Z}{\sqrt{Z}} \left[\frac{3 \sum_i q_i^2 X_i^{(q)} + \sum_j q_j^2 X_j^{(l)}}{\sum_{quarks} X_i^{(q)}} - \frac{4+Z}{3(1+Z)} \right] \quad (2.77)$$

Εξάλλου, στη διεθνή βιβλιογραφία χρησιμοποιείται συχνά η ποσότητα $C_{a\gamma\gamma}$ που ορίζεται από τη σχέση:

$$\mathcal{L}_{int} = C_{a\gamma\gamma} \frac{a_{em}}{m_e} a_{ph} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \quad (2.78)$$

και μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει του δ :

$$C_{a\gamma\gamma} = \frac{m_e}{2\pi f_{PQ}} \delta \quad (2.79)$$

Στο σημείο αυτό μπορούμε να επικεντρωθούμε στα δύο πρότυπα αόρατων αξιονίων που εξετάσαμε προτύτερα.

DFSZ

Στο πρότυπο αυτό όλα τα φερμιόνια των τριών γενεών φέρουν φορτίο PQ ως εξής: τα quark με ηλεκτρικό φορτίο $\frac{2}{3}$ έχουν X_u ενώ τα quark με φορτίο $-\frac{1}{3}$ καθώς και τα λεπτόνια έχουν X_d . Έτσι με απλή αντικατάσταση στις σχέσεις (2.77) και (2.79) παίρνουμε:

$$C_{a\gamma\gamma}^{DFSZ} = \frac{m_a m_e}{8\pi m_\pi f_\pi} \frac{1+Z}{\sqrt{Z}} \left(\frac{8}{3} - \frac{2(4+Z)}{3(1+Z)} \right) \quad (2.80)$$

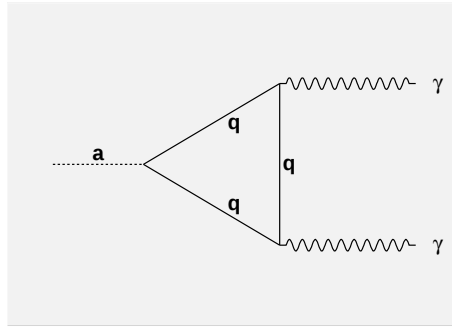
KSVZ

Εδώ υπάρχει μόνο το εξωτικό quark ψ που έχει φορτίο PQ $X = 1$ και απροσδιόριστο ηλεκτρομαγνητικό φορτίο q_X ενώ τα υπόλοιπα φερμιόνια έχουν $X = 0$. Αντικαθιστώντας και πάλι στις σχέσεις (2.77) και (2.79) παίρνουμε:

$$C_{a\gamma\gamma}^{KSVZ} = \frac{m_a m_e}{8\pi m_\pi f_\pi} \frac{1+Z}{\sqrt{Z}} \left(6q_X^2 - \frac{2(4+Z)}{3(1+Z)} \right) \quad (2.81)$$

Από τα παραπάνω είναι σαφές ότι στο πρότυπο DFSZ αλλά και σε κάθε άλλο που τα λεπτόνια φέρουν το ίδιο φορτίο PQ με το d quark, η ζεύξη με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι καθορισμένη και ανάλογη της μάζας του αξιονίου. Επειδή δε αυτή είναι αντίστροφα ανάλογη της ενεργειακής κλίμακας f_{PQ} γίνεται αντιληπτό ότι για $f_{PQ} \gg v_{ew}$ έχουμε εξαιρετικά ασθενή αλληλεπίδραση αξιονίου-φωτονίου. Στο πρότυπο KSVZ έχουμε μεγαλύτερη πολυπλοκότητα διότι εισάγεται το άγνωστο φορτίο q_X που μπορεί να περιορίσει¹⁵ ακόμα περισσότερο τη ζεύξη με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

Σε κάθε περίπτωση και ανεξαρτήτως προτύπου, η αλληλεπίδραση αξιονίου-φωτονίου είναι πανομοιότυπη με αυτή του πιονίου π^0 και περιγράφεται από το διάγραμμα Feynmann του σχήματος 2.2. Λόγω της κοινής ηλεκτρομαγνητικής συμπεριφοράς με το πιόνιο μπορούμε εξάλλου να γράψουμε άμεσα και τον χρόνο ζωής του αξιονίου.



Σχήμα 2.2: Το τριγωνικό διάγραμμα εκφράζει την ενεργό αλληλεπίδραση του αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μέσω του ανώμαλου ρεύματος J_μ^a .

Η Lagrangian του πιονίου είναι [69]

$$\mathcal{L}_{\pi\gamma\gamma} = g_{\pi\gamma\gamma} \pi^0 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} \quad (2.82)$$

¹⁵suppress

όπου

$$g_{\pi\gamma\gamma} = \frac{e^2}{16\pi^2 f_\pi} \quad (2.83)$$

και ο ρυθμός διάσπασής του υπολογίζεται σε

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{m_\pi^3 g_{\pi\gamma\gamma}^2}{\pi} = \frac{a_{em}^2 m_\pi^3}{16\pi^3 f_\pi^2} \quad (2.84)$$

Με δεδομένη την αλληλεπίδραση του αξιονίου:

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = \frac{1}{8} g_{a\gamma\gamma} a \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} \quad (2.85)$$

όπου

$$g_{a\gamma\gamma} = \frac{\delta a_{em}}{\pi f_{PQ}} \quad (2.86)$$

μπορούμε να γράψουμε άμεσα:

$$\Gamma(a \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{a_{em}^2 m_a^3 \delta^2}{16\pi^3 f_{PQ}^2} = \frac{a_{em}^2 m_a^5}{16\pi^3 m_\pi^2 f_\pi^2} \cdot \frac{\lambda^2}{Z} \quad (2.87)$$

Ο παράγοντας λ εξαρτάται βεβαίως από το πρότυπο και ειδικότερα έχουμε:

$$\lambda_{DFSZ} = \frac{Z}{2(1+Z)} \quad , \quad \lambda_{KSVZ} = \frac{3}{2} q_X^2 (1+Z) - \frac{4+Z}{6} \quad (2.88)$$

Από τη σύγκριση των ρυθμών διάσπασης μπορούμε να εκτιμήσουμε το χρόνο ζωής του αξιονίου από αυτόν του πιονίου:

$$\tau(a \rightarrow \gamma\gamma) = \tau(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \left(\frac{m_\pi}{m_a} \right)^5 \cdot \frac{Z}{\lambda^2} \quad (2.89)$$

Για $\tau(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = 8.4 \times 10^{-17} s$, $m_\pi = 135 MeV$ και $Z = 0.56$ έχουμε την αριθμητική τιμή

$$\tau(a \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{2 \times 10^{23}}{\lambda^2 [m_a(eV)]^5} s \quad (2.90)$$

Αναφορικά με την αριθμητική τιμή του λ έχουμε

$$\lambda_{DFSZ} = 0.18 \quad , \quad \lambda_{KSVZ}^{qx=2/3} = 0.28 \quad , \quad \lambda_{KSVZ}^{qx=-1/3} = -0.5 \quad (2.91)$$

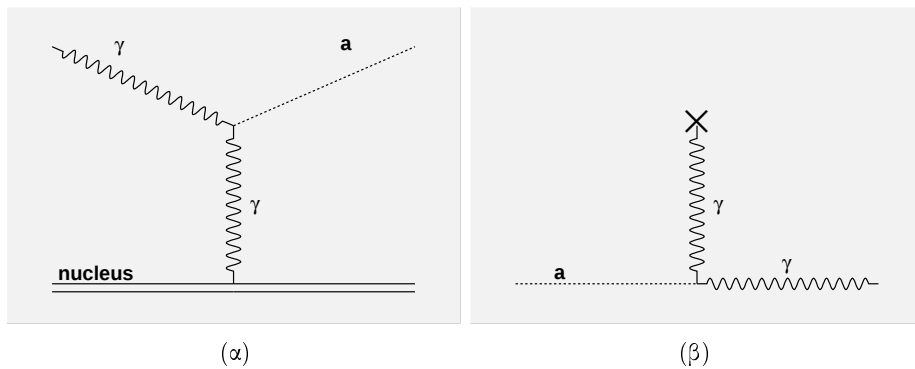
που προφανώς δεν αλλάζει την διαπίστωσή μας ότι το αόρατο αξιονίο είναι εξαιρετικά σταθερό!

Το φαινόμενο Primakoff

Από πρακτικής άποψης, ο μηχανισμός που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Φυσική των αδρονικών αξιονίων είναι το φαινόμενο Primakoff [70] (σχ.2.3) σύμφωνα με το οποίο ένα πραγματικό φωτόνιο αλληλεπιδρά με το στατικό ηλεκτρικό πεδίο Coulomb ενός φορτισμένου σωματιδίου (συνήθως ένας πυρήνας) και παράγεται αξιονίο. Για τα αδρονικά αξιονία που δεν έχουν άμεση ζεύξη με τα λεπτόνια, ο εν λόγω μηχανισμός είναι κυρίαρχος, τόσο για την παραγωγή τους όσο και για την ανίχνευσή τους. Η διαφορεική ενεργός διατομή αυτής της διαδικασίας είναι:

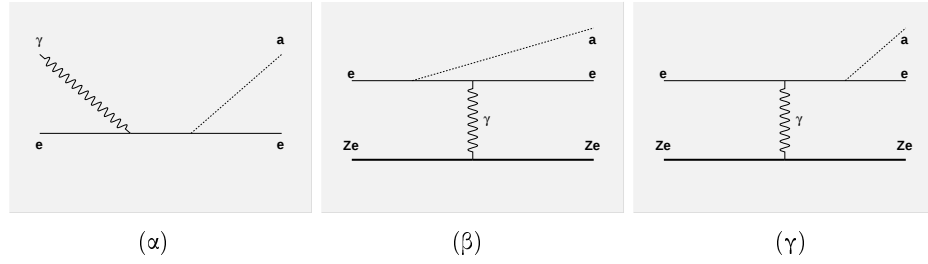
$$\frac{d\sigma_{a \rightarrow \gamma}}{d\Omega} = \frac{g_{a\gamma\gamma}^2 Z^2 a_{em}}{8\pi} \cdot \frac{\|\vec{p}_a \times \vec{p}_\gamma\|^2}{\|\vec{p}_a - \vec{p}_\gamma\|^4} \quad (2.92)$$

όπου Ze είναι το φορτίο του πυρήνα, στο πεδίο Coulomb του οποίου λαμβάνει χώρα η αλληλεπίδραση (βλ. παράρτημα Δ').

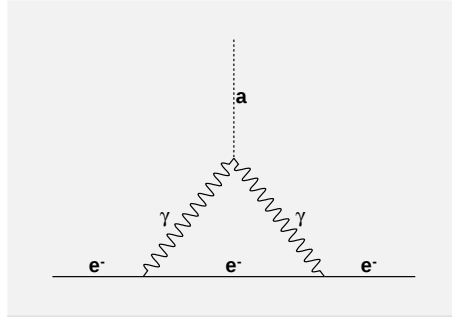


Σχήμα 2.3: Φωτόνιο αλληλεπιδρά με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ενός πυρήνα και παράγεται αξιονίο (α) και ένα αξιονίο μετατρέπεται σε φωτόνιο σε εξωτερικό ηλεκτρομαγνητικό πεδίο (β).

2.5 Αλληλεπιδράσεις του αξιονίου



Σχήμα 2.4: Στο πρότυπο DFSZ έχουμε παραγωγή αξιονίων μέσω της λεπτονικής σύζευξης τους, είτε από ελαστική σκέδαση Compton μεταξύ φωτονίου-ηλεκτρονίου (α), είτε από μηχανισμό Bremsstrahlung όταν ένα ηλεκτρόνιο αλληλεπιδρά με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ενός φορτισμένου σωματιδίου (β),(γ).



Σχήμα 2.5: Τα αδρονικά αξιόνια έχουν ανώτερης τάξης σύζευξη με τα λεπτόνια μέσω της ανταλλαγής δυνητικών φωτονίων.

2.5.2 Λεπτονικές αλληλεπιδράσεις

Σε αντίθεση με την αλληλεπίδραση του αξιονίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, οι λεπτονικές αλληλεπιδράσεις του, ποικίλουν σημαντικά, ανάλογα με το πρότυπο που υιοθετείται. Σε γενικές γραμμές και σύμφωνα με τη χαρακτηριστική δομή που εμφανίζουν όλα τα αξιονικά πρότυπα, η ένταση των λεπτονικών αλληλεπιδράσεων του αξιονίου είναι αντιστρόφως ανάλογη της κλίμακας f_{PQ} και επομένως είναι εξίσου μικρή για το αόρατο αξιόνιο. Επιπλέον, για το πρότυπο DFSZ οι μηχανισμοί παραγωγής αξιονίων φαίνονται στο σχήμα 2.4 ενώ για τα αδρονικά αξιόνια (KSVZ) δεν υπάρχει άμεση λεπτονική αλληλεπίδραση αλλά επάγεται από ανώτερης τάξης διορθώσεις (σχήμα 2.5). Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι οι λεπτονικές αλληλεπιδράσεις είναι πολύ ευαίσθητες στην επιλογή του προτύπου και εξαιρετικά ασθενείς ώστε δύσκολα μπορεί να εξαχθεί κάποιο συμπέρασμα από τη μελέτη τους. Ιδιαίτερα δε στην περίπτωση των αδρονικών αξιονίων, που αποτελούν το αντικείμενο της πειραματικής αναζήτησής μας, μπορούμε να τις

αγνοήσουμε.

2.6 Ταλαντώσεις αξιονίων-φωτονίων στο κενό

Η συγκεκριμένη μορφή αλληλεπίδρασης του αξιονικού με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο επιτρέπει την μίξη τους και την ανάδειξη ταλαντωτικής συμπεριφοράς υπό τις κατάλληλες προϋποθέσεις που είναι ιδιαίτερα σημαντική αναφορικά με την δυνατότητα παραγωγής και παρατήρησης των αξιονίων. Προκειμένου να διαφωτίσουμε το θέμα, θα εξετάσουμε αναλυτικότερα την κλασσική συμπεριφορά των πεδίων αυτών κατά τη διάδοσή τους σε χώρο που υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μία δέσμη αξιονίων στην κατεύθυνση του άξονα z . Ένα τυχαίο μαγνητικό πεδίο μπορεί να προκαλέσει το αντίστροφο φαινόμενο Primakoff και το φωτόνιο που θα παραχθεί έχει την ίδια ορμή με το αξιονίο. Όμως το διάνυσμα πόλωσής του είναι στο κάθετο επίπεδο $x - y$ ενώ το αξιονίο είναι ψευδοβαθμωτό σωματίδιο χωρίς spin. Αυτό σημαίνει ότι για να εμφανιστεί το φωτόνιο, δηλαδή στροφορμή στο κάθετο επίπεδο, πρέπει το μαγνητικό πεδίο να έχει συνιστώσα κάθετη στην διεύθυνση κίνησης του αξιονίου. Επομένως καταλήγουμε στο βασικό συμπέρασμα ότι μόνο εντός μαγνητικού πεδίου εγχάρσιο στην ορμή του συστήματος μπορεί να συμβεί η μετατροπή $a \leftrightarrow \gamma$.

Η κλασσική Lagrangian που περιγράφει το σύστημα αξιονίου-φωτονίου σε χώρο εξωτερικού ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και απουσία άλλης ύλης δίνεται από την έκφραση:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu a\partial^\mu a - m_a^2 a^2) + \frac{1}{4}g_{a\gamma\gamma}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}a \quad (2.93)$$

όπου ο ταυυστής του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου αποτελείται από δύο τμήματα: το εξωτερικό πεδίο και το πραγματικό φωτόνιο [12, 24].

$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^{ext} + \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.94)$$

Με τη βοήθεια της παραπάνω Lagrangian μπορούμε να γράψουμε τις εξισώσεις κίνησης των πεδίων σε πρώτη τάξη ως προς τα πεδία, χρησιμοποιώντας τη βαθμίδα $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ και θεωρώντας εγχάρσιο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ που

συνεπάγεται επιπλέον $A^0 = 0$:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + m_a^2) a - g_{a\gamma\gamma} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{A} + g_{a\gamma\gamma} \frac{\partial a}{\partial t} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2.95)$$

Στη συνέχεια θα αναζητήσουμε επίπεδα κύματα της μορφής:

$$\begin{aligned} \vec{A}(z, t) &= [\vec{A}_{\parallel}(z) + \vec{A}_{\perp}(z)] e^{i(\omega t - kz)} \\ a(z, t) &= a(z) e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \quad (2.96)$$

με ω τη συχνότητα των φωτονίων που ταυτίζεται με την ενέργεια του αξιονίου ($\hbar = c = 1$) και οδηγούμαστε στις συζευγμένες εξισώσεις:

$$\begin{bmatrix} \omega^2 + \partial_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 + \partial_z^2 & -i\omega g_{a\gamma\gamma} B \\ 0 & i\omega g_{a\gamma\gamma} B & \omega^2 + \partial_z^2 - m_a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{\parallel} \\ A_{\perp} \\ a \end{bmatrix} = 0 \quad (2.97)$$

Ακολουθώντας θα θεωρήσουμε μόνο τα δύο πεδία που αναμιγνύονται και θα κάνουμε την εξής προσέγγιση:

$$\omega^2 + \partial_z^2 = (\omega + i\partial_z)(\omega - i\partial_z) \approx (\omega + k)(\omega - i\partial_z) \approx 2\omega(\omega - i\partial_z) \quad (2.98)$$

που δικαιολογείται από την ασθενή μεταβολή των πεδίων (θυμίζουμε εδώ ότι το αξιόνιο έχει πολύ μικρή αλληλεπίδραση) και την σχέση διασποράς του φωτονίου $\omega = k$. Οι τροποποιημένες εξισώσεις γίνονται πλέον:

$$\begin{bmatrix} \omega - i\partial_z & -i\Delta \\ i\Delta & \omega - i\partial_z - \Delta_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{\perp} \\ a \end{bmatrix} = 0 \quad (2.99)$$

όπου:

$$\Delta = \frac{g_{a\gamma\gamma} B}{2}, \quad \Delta_a = \frac{m_a^2}{2\omega} \quad (2.100)$$

Θεωρώντας ότι κατά τη είσοδο στο μαγνητικό πεδίο έχουμε μία δέσμη αποτελούμενη αμιγώς από αξιόνια, δηλαδή $A_{\perp}(0) = 0$, $a(0) = a_0$ παίρνουμε τη λύση

του συστήματος:

$$A_{\perp}(z) = \frac{2\Delta}{q} a_0 e^{\frac{i}{2}(\Delta_a - 2\omega z)} \sin\left(\frac{qz}{2}\right) \quad (2.101)$$

$$a(z) = \frac{1}{q} a_0 e^{\frac{i}{2}(\Delta_a - 2\omega z)} \left[q \cos\left(\frac{qz}{2}\right) + i\Delta_a \sin\left(\frac{qz}{2}\right) \right] \quad (2.102)$$

με

$$q = \sqrt{\Delta_a^2 + 4\Delta^2} \quad (2.103)$$

Μπορούμε εξάλλου να υπολογίσουμε εύκολα και τη γωνία μίξης των δύο πεδίων:

$$\theta_{mix} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\Delta}{q}\right) \quad (2.104)$$

Το μέγεθος που έχει τη μεγαλύτερη πρακτική αξία είναι η πιθανότητα μετατροπής του αξιονίου σε φωτόνιο μέσα σε μαγνητικό πεδίο μήκους L :

$$P(a \rightarrow \gamma) = \left| \frac{A_{\perp}(L)}{a_0} \right|^2 = \frac{4\Delta^2}{q^2} \sin^2\left(\frac{qz}{2}\right) \quad (2.105)$$

Στο όριο

$$\Delta_a \gg \Delta \Leftrightarrow g_{a\gamma\gamma} \ll \frac{m_a^2}{BE_a}$$

που έχουμε πολύ ασθενή σύζευξη και κατά συνέπεια πολύ μικρή μίξη του αξιονίου με το φωτόνιο, λαμβάνουμε τις προσεγγιστικές εκφράσεις:

$$\theta_{mix} \approx \frac{g_{a\gamma\gamma} B \omega}{m_a^2}, \quad P(a \rightarrow \gamma) \approx \frac{1}{4} B^2 L^2 g_{a\gamma\gamma}^2 \quad (2.106)$$

2.7 Ο Ήλιος ως πηγή αξιονίων

Οι αστέρες αποτελούν (δυναμικά) φυσικά εργοστάσια παραγωγής αξιονίων εξαιτίας του μεγάλου αριθμού σωματιδίων στον πυρήνα τους και των ισχυρών ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που επικρατούν εκεί. Η ισχυρότερη αστρική πηγή (λόγω εγγύτητας) που έχουμε στη διάθεσή μας είναι ο Ήλιος, στο εσωτερικό του οποίου υπάρχουν διάχυτα θερμικά φωτόνια που μπορούν να αλληλεπιδρά-

σουν με το ηλεκτρικό πεδίο των πυρήνων των ιόντων¹⁶ και να δημιουργήσουν αξιόνια ίσης ενέργειας (η οπισθοσκέδαση των πυρήνων είναι αμελητέα). Ασφαλώς, αξιόνια μπορούν να παραχθούν επιπλέον μέσω των μηχανισμών τύπου Compton και Bremsstrahlung στην περίπτωση που τα αξιόνια έχουν και λεπτονικές συζεύξεις [73, 74].

Το ενδιαφέρον του πειράματος CAST εστιάζεται στα αδρονικά αξιόνια (πρότυπο KSVZ) που αλληλεπιδρούν μόνο με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, οπότε το φαινόμενο Primakoff είναι το μόνο σχετικό. Για τον υπολογισμό του συνολικού ρυθμού μετατροπής φωτονίων σε αξιόνια, μέσα σε πλάσμα θερμοκρασίας T πρέπει επιπλέον να ληφθεί υπόψη το φαινόμενο θωράκισης των φορτίων¹⁷, οπότε προκύπτει ότι [75]:

$$\Gamma_{\gamma \rightarrow a} = \frac{g_{a\gamma\gamma}^2}{32\pi} T \kappa_s^2 \left[\left(1 + \frac{\kappa_s^2}{4E^2} \right) \ln \left(1 + \frac{4E^2}{\kappa_s^2} \right) - 1 \right] \quad (2.107)$$

έχοντας θεωρήσει $\hbar = c = k_B = 1$. Η ποσότητα κ_s είναι

$$\kappa_s^2 = \frac{4\pi a_{em}}{T} \left(n_e + \sum_{nuclei} Z_j^2 n_j \right) \quad (2.108)$$

και το κ_s^{-1} εκφράζει το χαρακτηριστικό μήκος θωράκισης Debye-Hückel [46] στην τροποποιημένη μορφή του δυναμικού Coulomb:

$$V(r) = \frac{Ze}{4\pi} \cdot \frac{e^{-\kappa_s r}}{r} \quad (2.109)$$

Εξάλλου, n_e είναι η ηλεκτρονιακή αριθμητική πυκνότητα, n_j είναι η πυκνότητα των πυρήνων με φορτίο Z_j και E η ενέργεια του φωτονίου. Η γνώση του παραπάνω ρυθμού μας επιτρέπει να υπολογίσουμε άμεσα την αξιονική λαμπρότητα¹⁸ του Ηλίου:

$$L_a = R_\odot^3 \int_0^1 dx 4\pi x^2 \int_{\omega_p}^\infty dE \frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3} \frac{dk}{dE} E^2 f_B \Gamma_{\gamma \rightarrow a} \quad (2.110)$$

όπου:

- $R_\odot$ η ακτίνα του Ηλίου,

¹⁶Μηχανισμός Primakoff

¹⁷charge screening

¹⁸luminosity

- $x = \frac{r}{R_\odot}$ η αδιάστατη απόσταση από το κέντρο του Ηλίου,
- k ο κυματριθμός των φωτονίων,
- $\omega_p = \left(\frac{4\pi a_{em} n_e}{m_e} \right)^{1/2}$ η συχνότητα πλάσματος,
- $E^2 = k^2 + \omega_p^2$
- $f_B = \frac{1}{e^{E/T}-1}$ η πιθανότητα να έχει ένα φωτόνιο ενέργεια E , σύμφωνα με την κατανομή Bose-Einstein.

Προφανώς οι ποσότητες T , ω_p , κ_s , n_i εξαρτώνται από την απόσταση από το κέντρο του Ηλίου. Η ροή των αξιονίων στην επιφάνεια της Γης μπορεί να υπολογιστεί από σχέση:

$$\Phi_a = \frac{R_\odot^3}{\pi^2 D_\oplus^2} \int_0^1 dx x^2 \int_{\omega_p}^\infty dE k E f_B \Gamma_{\gamma \rightarrow a} \quad (2.111)$$

με $D_\oplus$ την μέση απόσταση Γης-Ήλιου.

Προκειμένου να εξάγει κανείς αριθμητικά αποτελέσματα από τις παραπάνω σχέσεις είναι απαραίτητο να γνωρίζει με λεπτομέρεια την ακτινική κατανομή των σχετικών μεγεθών στο εσωτερικό του Ηλίου και αυτή η πληροφορία παρέχεται από το καθιερωμένο Ηλιακό πρότυπο¹⁹ που στηρίζεται σε μετρήσεις της ροής των Ηλιακών νετρίνων και την Ηλιοσεισμολογία. Γενικά είναι παραδεκτό ότι το πρότυπο αυτό περιγραφεί με πολύ καλή ακρίβεια την κατανομή της θερμοκρασίας και της πυκνότητας στο εσωτερικό του Ηλίου, οπότε χρησιμοποιώντας τα σχετικά δεδομένα[7] υπολογίστηκαν[82]:

$$L_a = 1.85 \times 10^{-3} g_{10}^2 L_\odot, \quad \Phi_a = 3.75 \times 10^{11} g_{10}^2 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \quad (2.112)$$

όπου

$$g_{10} = \frac{g_{a\gamma\gamma}}{10^{-10} \text{ GeV}^{-1}} \quad (2.113)$$

είναι μία χρήσιμη αδιάστατη ποσότητα και $L_\odot$ είναι η φωτονική λαμπρότητα του Ηλίου. Επιπλέον υπολογίστηκε ότι το σύνολο του αξιονικού φάσματος προέρχεται από αποστάσεις $r < 0.2 R_\odot$ οπότε μπορούμε να πούμε με ασφάλεια ότι τα αξιονία παράγονται στο κέντρο του Ηλίου. Τέλος είναι δυνατόν να

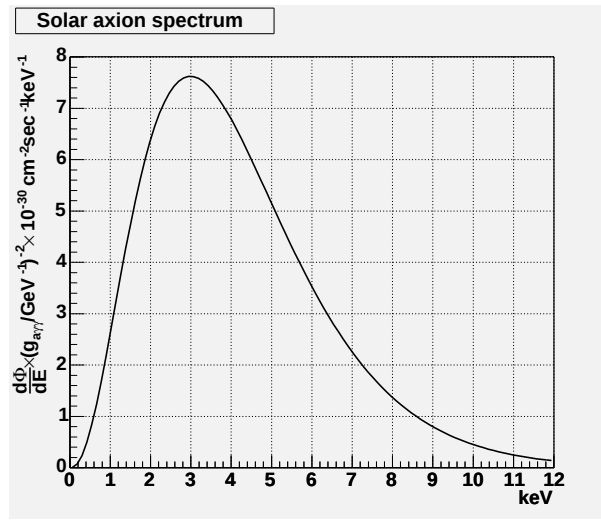
¹⁹Standard Solar Model

2.7 Ο Ήλιος ως πηγή αξιονίων

έχουμε μία αναλυτική έκφραση της διαφορικής ροής αξιονίων στην επιφάνεια της Γης:

$$\frac{d\Phi_a}{dE} = 6.02 \times 10^{10} g_{10}^2 E^{2.481} e^{-E/1.205} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ keV}^{-1} \quad (2.114)$$

με την ενέργεια εκπεφρασμένη σε keV, που προβλέπει ότι το αξιονικό φάσμα περιορίζεται στο διάστημα $1 - 10 \text{ keV}$, με μέση ενέργεια $\langle E \rangle = 4.2 \text{ keV}$ και μέγιστο για $E = 3 \text{ keV}$.



Σχήμα 2.6: Φάσμα Ηλιακών αξιονίων στη Γη

Μέρος II

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Κεφάλαιο 3

Το πείραμα CAST

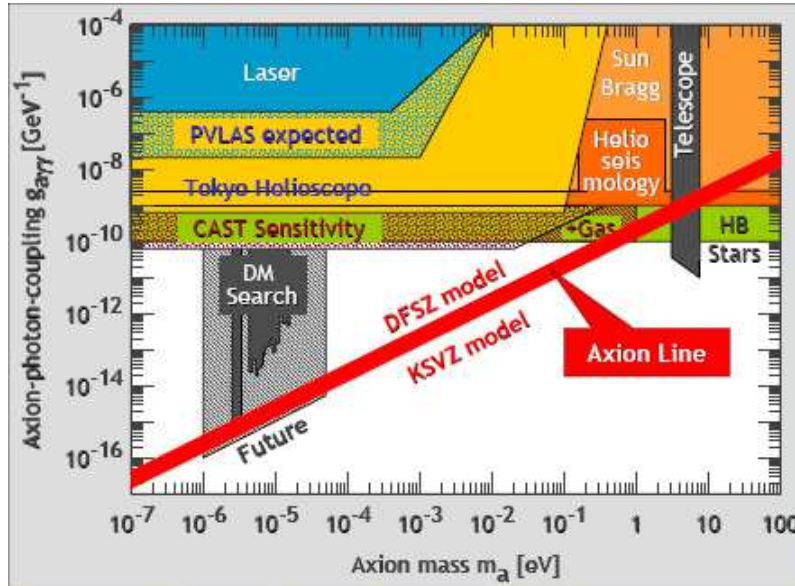
3.1 Εισαγωγή

Η πειραματική αναζήτηση των αξιονίων είναι εξαιρετικά δύσκολη λόγω της πολύ ασθενούς αλληλεπίδρασής τους και της αδυναμίας παραγωγής τους σε συνθήκες εργαστηρίου. Όμως το πεδίο αυτό γνώρισε άνθηση όταν στα μέσα της δεκαετίας του 1980 υπήρξαν εργασίες [84, 85] που υποστήριζαν ότι η ανίχνευση των αξιονίων είναι εφικτή με τη βοήθεια του αντίστροφου φαινομένου Primakoff. Σε γενικές γραμμές, οι απόπειρες αναζήτησης των αξιονίων είναι εμπνευσμένες από την παραπάνω διαπίστωση και βασίζονται κυρίως στις παρακάτω ιδέες:

- **Ηλιακά αξιόνια:** τα θερμοποιημένα (thermalised) φωτόνια στον πυρήνα του Ηλίου μπορούν να μετατραπούν σε αξιόνια μέσω του φαινομένου Primakoff τα οποία στη συνέχεια μπορούν να μετατραπούν εκ νέου σε φωτόνια, είτε εντός μαγνητικού πεδίου [45, 53, 62] που δρα ως καταλύτης, είτε με σύμφωνη σκέδαση (coherent scattering) Bragg από τα άτομα κάποιου κρυστάλλου [12, 24, 89, 90].
- **Κοσμολογικά αξιόνια:** σύμφωνα με τα αξιονικά μοντέλα που περιγράψαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η συμμετρία Peccei-Quinn παραβιάζεται αυθόρμητα σε κάποια κλίμακα f_{PQ} , οπότε αν ακολουθήσουμε την εξέλιξη του σύμπαντος, όταν η θερμοκρασία του είναι $T \sim f_{PQ}$ αίρεται η συμμετρία και το αξιονικό πεδίο προσαρμόζεται δυναμικά στην αναμενόμενη τιμή κενού με ταυτόχρονη δημιουργία μεγάλου αριθμού αξιονίων. Αυτά ακριβώς τα αξιόνια, κατάλοιπα της εξέλιξης του σύμπαντος, μπορούν να αναζητηθούν μέσω της μετατροπής τους σε φωτόνια [5, 6, 16, 29, 40, 41, 42, 51, 60, 64, 77, 99].

- **Πειράματα Laser:** Ενώ οι προηγούμενες ιδέες στηρίζονται στην άμεση ανίχνευση των αξιονίων που έχουν παραχθεί από εξωγήινες πηγές, είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε την ύπαρξή τους με έμμεσο τρόπο: έχοντας κάποια δέσμη Laser, αναζητούμε τη μεταβολή του επιπέδου πόλωσης της όταν αυτή διέρχεται μέσα από ένα μαγνητικό πεδίο. Τα φωτόνια που έχουν διάνυσμα πόλωσης κάθετο στο μαγνητικό πεδίο μπορούν να μετατραπούν σε αξιόνια, ενώ αυτά που έχουν παράλληλο όχι. Το αποτέλεσμα είναι να αλλάξει ο σχετικός αριθμός φωτονίων καθορισμένης πόλωσης και να μεταβληθεί κατά μετρήσιμο ποσό η πόλωση της δέσμης συνολικά [17, 81, 100].

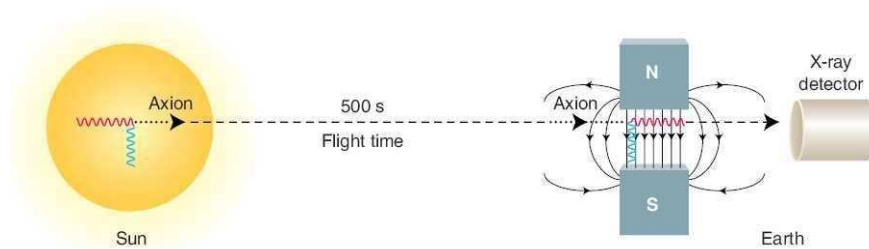
Τα αποτελέσματα των πειραμάτων που έχουν γίνει ως τώρα [50, 95] είναι αρνητικά (δεν έχει βρεθεί το αξιόνιο) και έχουν καλύψει ένα σημαντικό τμήμα του αξιονικού παραμετρικού χώρου. Επιπλέον, επιχειρήματα που βασίζονται σε αστροφυσικά [72, 74, 75] και κοσμολογικά δεδομένα [50] τείνουν να περιορίσουν ακόμη περισσότερο τον εν λόγω παραμετρικό χώρο. Στο σχήμα 3.1 περιλαμβάνεται όλη η σύγχρονη γνώση σχετικά με τις αξιονικές παραμέτρους καθώς και η ευαισθησία μελλοντικών πειραμάτων.



Σχήμα 3.1: Ο παραμετρικός χώρος του αξιονίου: η σταθερά ζεύξης $g_{a\gamma\gamma}$ με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο σε σχέση με τη μάζα m_a . Διακρίνονται οι περιοχές που έχουν καλυφθεί από τα πειράματα ως τώρα καθώς και οι προοπτικές του CAST.

3.2 Αρχή ανίχνευσης και φιλοσοφία

Το πείραμα CAST (Cern Axion Solar Telescope) σχεδιάστηκε από μία διεθνή συνεργασία (CAST collaboration) και πραγματοποιείται υπό την αιγίδα του CERN (αποτελεί επίσημο πείραμά του) όπου και λαμβάνει χώρα (σημείο *SR8*, πρώην *LEP* – 8). Ανήκει δε στην κατηγορία των υπέργειων Ηλियोσκοπίων που προσπαθούν να ανιχνεύσουν αξιόνια χρησιμοποιώντας ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο. Το σχήμα 3.2 είναι μία καλλιτεχνική αναπαράσταση της αρχής λειτουργίας του πειράματος.



Σχήμα 3.2: Αρχή λειτουργίας του πειράματος CAST: τα αξιόνια δημιουργούνται στον πυρήνα του Ήλιου, ταξιδεύουν ως τη Γη όπου μετατρέπονται σε φωτόνια ίσης ενέργειας και ανιχνεύονται από ανιχνευτές ακτίνων X.

Η βασική ιδέα του πειράματος είναι η εξής: χρησιμοποιώντας έναν κινούμενο μαγνήτη, παρακολουθείται ο Ήλιος για όσο χρονικό διάστημα επιτρέπει το μέγεθος της κατασκευής, τόσο κατά την ανατολή όσο και κατά τη δύση, οπότε βρίσκεται χαμηλά στον ορίζοντα. Αξιόνια προερχόμενα από τον Ήλιο εισέρχονται στο μαγνητικό πεδίο και μετατρέπονται σε φωτόνια της περιοχής των ακτίνων X, οπότε κατάλληλοι ανιχνευτές είναι τοποθετημένοι στις εξόδους του μαγνήτη και καταγράφουν συνεχώς δεδομένα. Αν υπάρχει πλεόνασμα γεγονότων κατά το χρόνο παρακολούθησης του Ηλίου σε σχέση με τα γεγονότα που καταγράφονται όταν δεν παρακολουθείται (λαμβάνοντας ασφαλώς υπ όψη όλα τα πιθανά συστηματικά σφάλματα) τότε θα έχουμε μία σαφή ένδειξη ότι τα επιπλέον φωτόνια έχουν προέλθει από μετατροπή αξιονίων καθώς δεν υπάρχει καμία άλλη πηγή ακτίνων X.

Από τα παραπάνω είναι σαφές ότι η επιτυχία του πειράματος εξαρτάται βασικά από την δυνατότητα χρονικά εκτεταμένης και ομαλής λειτουργίας του ώστε να συλλεχθεί στατιστικά σημαντικός αριθμός δεδομένων. Επιπλέον απαιτείται η απόλυτη κατανόηση της λειτουργίας των ανιχνευτών καθώς και η λεπτομερής μελέτη των διαφόρων συστηματικών εξαρτήσεων, δεδομένου ότι

το πείραμα δεν είναι υπόγειο, καθιστώντας ανεξέλεγκτες όλες της πηγές ακτινοβολίας που αποτελούν το υπόβαθρο του πειράματος.

3.3 Υποδομή

3.3.1 Ο μαγνήτης

Το σημείο αναφοράς του CAST είναι ο μαγνήτης που χρησιμοποιεί: πρόκειται για ένα πρότυπο, υπεραγώγιμο μαγνήτη που κατασκευάστηκε αρχικά για δοκιμές σχετικές με το μεγάλο επιταχυντή του CERN, LHC και στη συνέχεια ανακυκλώθηκε για να χρησιμοποιηθεί από το CAST [102]. Ο μαγνήτης είναι διπολικός και στο εσωτερικό του υπάρχουν δύο σωλήνες¹, μήκους $9.26m$ και διατομής $14.5cm^2$ (σχήμα 3.3). Η ένταση του πεδίου στους σωλήνες μπορεί να φτάσει ως και $9T$ και οι δυναμικές γραμμές του φαίνονται στο σχήμα 3.4. Ένα χαρακτηριστικό του μαγνήτη είναι η κύρτωσή του: δεδομένου ότι σχεδιάστηκε για το πείραμα LHC δεν είναι ακριβώς ευθύγραμμος αλλά κάμπτεται ελαφρώς, με μέγιστη απόκλιση $3mm$ προκειμένου να αποκτήσει την απαιτούμενη καμπυλότητα.

Μήκος	$9.26m$
Διάμετρος σωλήνων	$43mm$
Διατομή σωλήνων	$14.5cm^2$
Απόσταση σωλήνων	$18mm$
Θερμοκρασία λειτουργίας	$1.8K$
Ένταση ρεύματος	$13000A$
Ένταση μαγνητικού πεδίου	$8.85T$

Πίνακας 3.1: Χαρακτηριστικά του μαγνήτη.

Η ιδιαιτέρως χαμηλή θερμοκρασία λειτουργίας του μαγνήτη (βλ. πίνακα 3.1), προκειμένου να βρίσκεται σε υπεραγώγιμη κατάσταση, δημιουργεί τεράστιες απαιτήσεις και για το λόγο αυτό κατασκευάστηκε στο χώρο του πειράματος μία ανεξάρτητη κρυογενική μονάδα [10, 11] με αποκλειστική αρμοδιότητα την εξασφάλιση ομαλών συνθηκών για το πείραμα. Η χαμηλή θερμοκρασία επιτυγχάνεται με υπέρρευστο He^4 που διοχετεύεται στο μαγνήτη, γύρω από τις κεντρικές σωλήνες. Ο απόλυτος έλεγχος της κατάστασης του He^4 είναι η μεγαλύτερη προτεραιότητα διότι αν για κάποιο αίτιο αυξηθεί η θερμοκρασία του συστήματος,

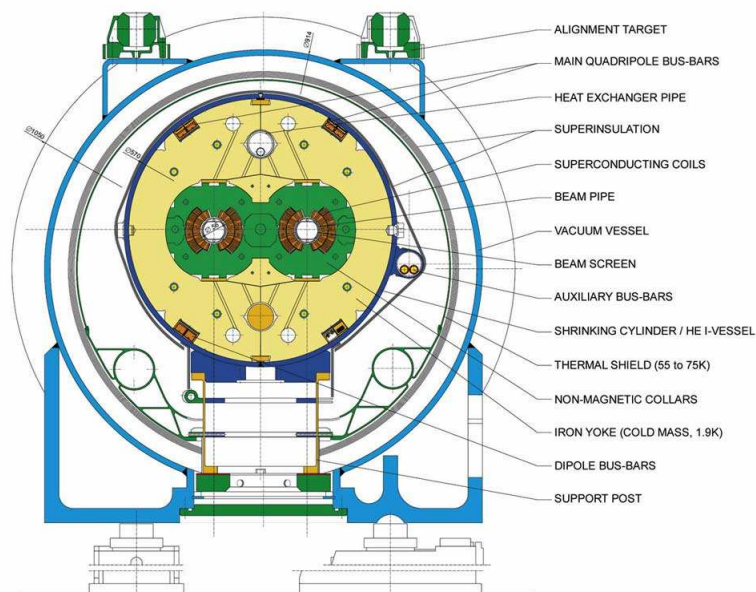
¹ Προορίζονται για την κυκλοφορία των συγκρουόμενων δεσμών του LHC οι οποίες θα κινούνται αντίθετα μέχρι να αποκτήσουν την επιθυμητή ενέργεια.

3.3 Υποδομή

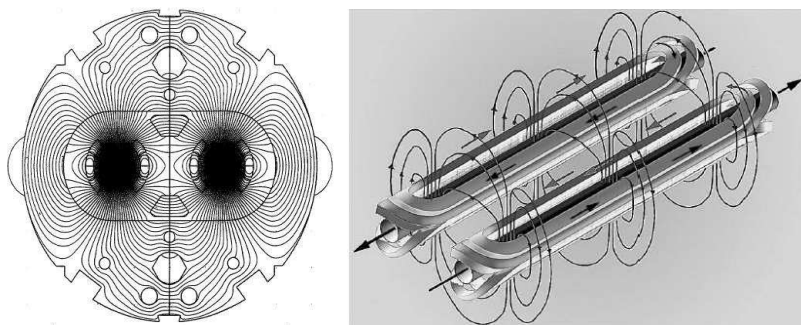
τότε το He^4 περνά στην αέρια φάση με απότομη αύξηση της πίεσης που μπορεί να καταστρέψει τον μαγνήτη. Κατά κανόνα, αν συμβεί κάποια ανεξέλεγκτη διακύμανση της θερμοκρασίας, της τάσης τροφοδοσίας ή της αγωγιμότητας του μαγνήτη, τότε αυτομάτως μηδενίζεται η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει και απελευθερώνεται το αέριο He^4 προς εκτόνωση του συστήματος. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται Quench και ο χρόνος αποκατάστασης του συστήματος είναι περίπου μία ημέρα.

LHC DIPOLE : STANDARD CROSS-SECTION

CERN AC.DIUMM - HE107 - 30.04.1999



Σχήμα 3.3: Τυπική διατομή ενός μαγνήτη του LHC, η κατασκευή των οποίων βασίστηκε στις δοκιμές που έγιναν στον πρότυπο μαγνήτη του CAST, μεταξύ άλλων.



Σχήμα 3.4: Δυναμικές γραμμές του διπολικού μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό ενός τυπικού μαγνήτη του LHC.

3.3.2 Σύστημα στήριξης και κίνησης



Σχήμα 3.5: Πανοραμική φωτογραφία της πειραματικής διάταξης του CAST.

Η πειραματική διάταξη του CAST (σχήμα 3.5) αποτελείται από το μαγνήτη, το σύστημα στήριξης και κίνησης, την κρυογενική μονάδα και τους ανιχνευτές, πλαισιωμένα από ένα πλήθος συσκευών ελέγχου, με το συνολικό βάρος της κατασκευής να ανέρχεται σε $40tn$. Η οριζόντια κίνηση του συστήματος γίνεται πάνω σε δύο ράγες και σαφρώνεται γωνία 80° ενώ η κατακόρυφη κίνηση γίνεται μεταξύ -6.5° και $+7.6^\circ$ σε σχέση με την οριζόντια θέση. Οι περιορισμοί στην κίνηση του συστήματος οφείλονται αφενός στον διαθέσιμο χώρο (οριζόντια) και αφετέρου στο βάρος και το σχεδιασμό του (κατακόρυφα). Τα όρια κίνησης του μαγνήτη επιτρέπουν τη παρακολούθηση του Ηλίου για περίπου $1.5h$, τόσο κατά την ανατολή όσο και κατά τη δύση, δηλαδή $3h$ ημερησίως, όλες τις εποχές του χρόνου.

Ο έλεγχος της κίνησης του μαγνήτη γίνεται σε δύο στάδια: αρχικά, υπολογίζεται η απόλυτη θέση της διάταξης στο χώρο, με τη βοήθεια εξειδικευμένων τοπογράφων και ακολούθως ο έλεγχος γίνεται αυτόματα με το κατάλληλο λογισμικό που χρησιμοποιεί σύγχρονη αστρονομική βάση δεδομένων για την γνώση της ακριβούς θέσης του Ηλίου. Η φαινόμενη διάμετρος του Ηλιακού δίσκου από τη Γη είναι $31 \text{ arcmin} \approx 0.5 \text{ deg}$ ενώ η ακρίβεια παρακολούθησης που επιτυγχάνεται από το σύστημα είναι 1.2 arcmin . Προκειμένου να επιβεβαιωθεί και τυπικά ότι ο μαγνήτης είναι ευθυγραμμισμένος με τον Ηλιακό δίσκο, δύο φορές κατά τη διάρκεια του έτους (Μάρτιος, Σεπτέμβριος) είναι δυνατόν να φωτογραφηθεί με κοινή κάμερα που είναι τοποθετημένη επάνω στο μαγνήτη, μέσω του παραθύρου στο χώρο του πειράματος (σχήμα 3.6). Όλες οι φωτογραφίες και οι μετρήσεις των τοπογράφων επιβεβαιώνουν ότι ο μαγνήτης παρακολουθεί

τον Ήλιο στα όρια της επιθυμητής ακρίβειας.



Σχήμα 3.6: Φωτογράφιση του Ηλιακού δίσκου, Μάρτιος 2003.

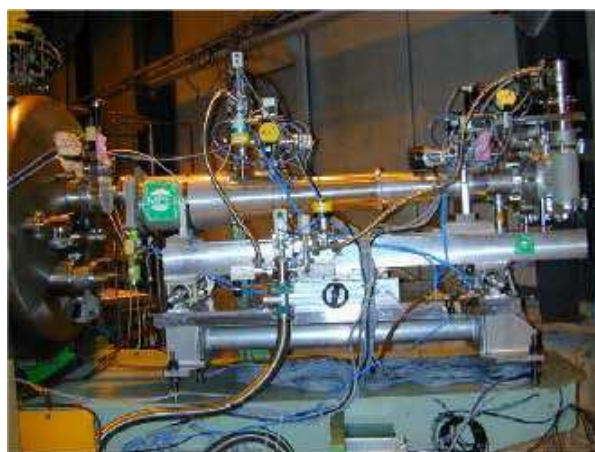
3.4 Ανιχνευτές

Στο πείραμα CAST οι φυσικές μετρήσεις γίνονται από τρεις ανεξάρτητους ανιχνευτές με εντελώς διαφορετική κατασκευή και ιδιότητες. Στην πραγματικότητα πρόκειται για τρία διαφορετικά πειράματα που μοιράζονται τον ίδιο μαγνήτη και χρησιμοποιούν την ίδια δέσμη σωματιδίων. Ο λόγος γι' αυτή την επιλογή ήταν η ελαχιστοποίηση των συστηματικών σφαλμάτων που θα προέκυπταν με τη χρήση ανιχνευτών ίδιας τεχνολογίας, διότι είναι σαφές ότι οποιοδήποτε θετικό σήμα εμφανίζεται ταυτόχρονα σε όλους τους ανιχνευτές έχει ελάχιστες πιθανότητες να οφείλεται στο ίδιο συστηματικό αίτιο, πλην της μετατροπής αξιονίου-φωτονίου μέσα στον μαγνήτη.

3.4.1 Τηλεσκόπιο και CCD

Ένα από τα πλεονεκτήματα του πειράματος CAST σε σχέση με τα προγενέστερα πειράματα είναι η χρήση ενός τηλεσκοπίου εστίασης ακτίνων X [56]. Πρόκειται για ένα σύστημα ανακλαστικών επιφανειών (27 ομοαξονικοί καθρέφτες από νικέλιο, με επίχρυσμα χρυσού), τύπου Wolter I που έχει ως στόχο τη δημιουργία ενός αξιονικού ειδώλου του Ηλίου, (μέσω της μετατροπής τους σε φωτόνια) παρακολουθώντας τον κατά την ανατολή του. Το τηλεσκόπιο έχει εστιακή απόσταση $1.6m$ και βρίσκεται τοποθετημένο στο άκρο μίας εξόδου

του μαγνήτη την οποία υπερκαλύπτει, με αποτέλεσμα να είναι ενεργό μόνο ένα από τα έξι τμήματά του (σχήμα 3.7). Στο εστιακό επίπεδο (focal plane) του τηλεσκοπίου υπάρχει ένας ανιχνευτής τύπου pnCCD (Charged Coupled Device) που ανήκει στην κατηγορία των ημιαγωγών πυριτίου (Si) και έχει τέτοια χωρική διακριτική ικανότητα ώστε το είδωλο που δημιουργείται από το τηλεσκόπιο να έχει εμβαδό $7mm^2$ με συνέπεια την δραματική αύξηση του πηλίκου σήματος προς θόρυβο (περίπου 200 φορές) και της ευαισθησίας του πειράματος γενικότερα. Ο εν λόγω ανιχνευτής έχει επιφάνεια $1 \times 3cm^2$, πάχος $280\mu m$ και λειτουργεί σε θερμοκρασία $-130^\circ C$ μέσα σε δοχείο που επικρατεί κενό ($\sim 10^{-6}mbar$). Τόσο το τηλεσκόπιο όσο και ο ανιχνευτής είναι πρωτότυπα που χρησιμοποιήθηκαν στο Γερμανικό διαστημικό πρόγραμμα (δορυφόρος ανίχνευσης ακτίνων X ABRIXAS).



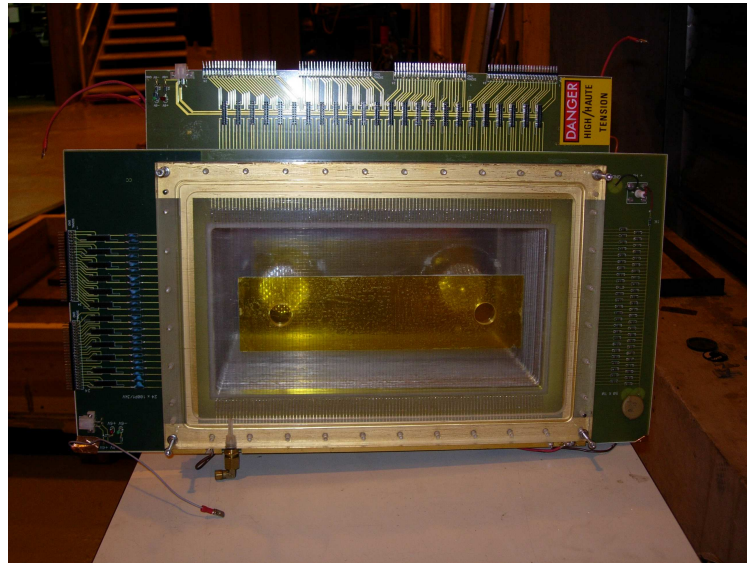
Σχήμα 3.7: Φωτογραφία του τηλεσκοπίου, ενσωματωμένο στο ένα άκρο του μαγνήτη του CAST.

3.4.2 Micromegas

Στο άκρο της δεύτερης εξόδου, ακριβώς δίπλα στο τηλεσκόπιο, βρίσκεται ένας ανιχνευτής που στηρίζεται στην πρωτοποριακή τεχνολογία Micromegas (ανιχνευτής αερίου, παραλλήλων πλακών, με μικροδομή). Ο Micromegas του CAST κατασκευάστηκε από το ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος και το ερευνητικό κέντρο Saclay (Παρίσι) και αποτελεί το κύριο αντικείμενο μελέτης της παρούσης εργασίας (περισσότερες λεπτομέρειες στο κεφάλαιο 4.)

3.4.3 TPC

Στην αντίθετη πλευρά του μαγνήτη (παρακολουθώντας τον Ήλιο κατά τη δύση του) είναι τοποθετημένος ένας μεγαλύτερος ανιχνευτής αερίου TPC (Time Projection Chamber) που χρησιμοποιεί μίγμα $Ar(95\%)/CH_4(5\%)$. Είναι βασισμένος στην συμβατική τεχνολογία των multiwire proportional chambers με 48 ανοδικά σύρματα και 96 καθοδικά που απέχουν $3mm$ μεταξύ τους, ενώ παράλληλα έχει τη δυνατότητα καταγραφής των χρονικών διαφορών μεταξύ των παλμών που δημιουργούνται στα σύρματα, επιτρέποντας την έμμεση τρισδιάστατη αναπαράσταση των γεγονότων. Το μέγεθός του ανιχνευτή είναι $(10 \times 15 \times 30cm^3)$ και καλύπτει αμφότερες τις εξόδους του μαγνήτη ενώ παράλληλα είναι θωρακισμένος με κατάλληλα υλικά, προκειμένου να περιοριστούν στο ελάχιστο οι ιονίζουσες ακτινοβολίες που δημιουργούν υπόβαθρο.



Σχήμα 3.8: Φωτογραφία του ανιχνευτή TPC.

3.5 Κατάσταση και προοπτικές του CAST

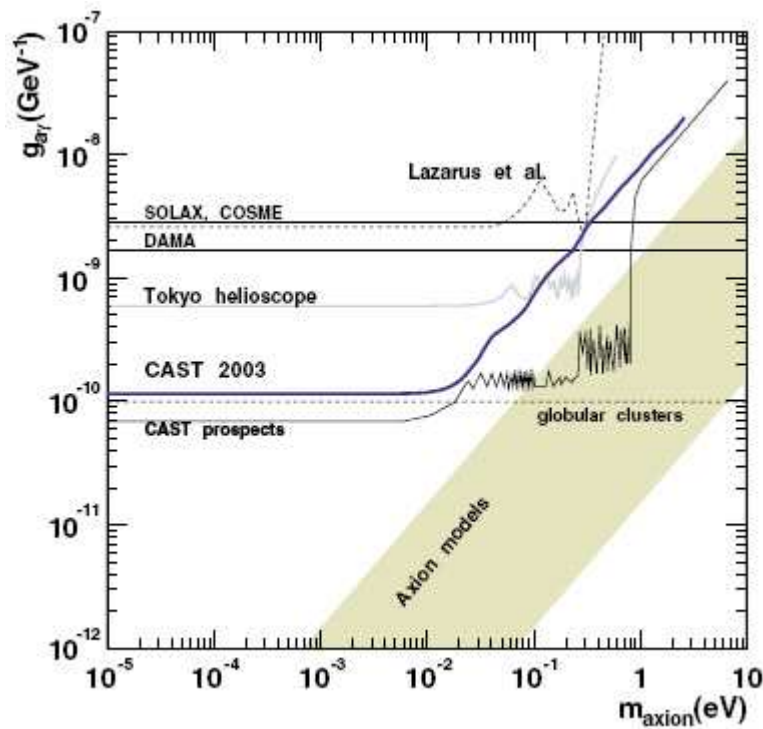
3.5.1 Φάση I

Ο σχεδιασμός του πειράματος CAST περιελάμβανε δύο φάσεις: κατά την πρώτη φάση, που διήρκεσε από τον Μάιο του 2003 έως τον Νοέμβριο του 2004, οι

σωλήνες του μαγνήτη βρίσκονταν υπό κενό. Σύμφωνα με τις σχέσεις 2.103 και 2.105 η συνθήκη για να έχουμε σημαντική πιθανότητα μετατροπής αξιονίου σε φωτόνιο στο κενό είναι

$$\frac{m_a^2 L}{2 \langle E_a \rangle} \lesssim \pi \quad (3.1)$$

που σημαίνει ότι το CAST ($L \approx 10m, \langle E_a \rangle = 4.2keV$) ήταν ευαίσθητο σε αξιόνια μάζας $m_a \lesssim 0.02eV$.



Σχήμα 3.9: Τα πρώτα αποτελέσματα του CAST και οι προοπτικές του, σε σχέση με τα προγενέστερα πειράματα.

Η μελέτη των δεδομένων όλων των ανιχνευτών για το έτος 2003 έχει ολοκληρωθεί και τα σχετικά αποτελέσματα έχουν ήδη δημοσιευθεί [19] ενώ παράλληλα βρίσκεται σε εξέλιξη η επεξεργασία των δεδομένων του 2004. Από την έως τώρα ανάλυση δεν έχει προκύψει κάποια ένδειξη για την ύπαρξη του αξιονίου αλλά όπως φαίνεται στο σχήμα 3.9, το CAST εξερεύνησε μεγαλύτερη περιοχή του αξιονικού παραμετρικού χώρου από όλα τα προηγούμενα πειράματα και βελτίωσε το όριο της σταθερά σύζευξης αξιονίου-φωτονίου κατά έναν παράγοντα 5.

3.5.2 Φάση II

Προκειμένου να επεκταθεί η ευαισθησία του πειράματος, σε μεγαλύτερες μάζες του αξιονίου απαιτείται η τροποποίηση του μέσου στο οποίο λαμβάνει χώρα η μετατροπή του αξιονίου σε φωτόνιο. Πιο συγκεκριμένα, αν χρησιμοποιηθεί ένα ελαφρύ αέριο, η μεταφορά ορμής κατά την εν λόγω μετατροπή είναι:

$$q = \left| \frac{m_a^2 - m_\gamma^2}{2 < E_a >} \right| \quad (3.2)$$

όπου m_a είναι η ενεργός μάζα που αποκτούν τα φωτόνια εξαιτίας της ύπαρξης του διαθλαστικού μέσου. Σε πολύ καλή προσέγγιση είναι [46]

$$m_\gamma^2 = \frac{4\pi a_{em} N_e}{m_e} \quad (3.3)$$

όπου N_e είναι η αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων του αερίου.

Κατά τη δεύτερη φάση του CAST, που άρχισε στο τέλος του 2005 (Νοέμβριος), οι σωλήνες του μαγνήτη περιέχουν αέριο He^4 του οποίου την ποσότητα αυξάνουμε σταδιακά ($0 - 6 \text{ mbar}$), καθιστώντας το πείραμα ευαίσθητο σε μεγαλύτερες μάζες αξιονίων ($0.02 \text{ eV} < m_a < 0.2 \text{ eV}$). Για $m_a > 0.5 \text{ eV}$ θα χρησιμοποιηθεί He^3 καθώς είναι το μοναδικό αέριο που δεν υγροποιείται στη θερμοκρασία λειτουργίας του μαγνήτη, για την απαιτούμενη πίεση $6 - 60 \text{ mbar}$. Συνολικά, η αναμενόμενη παραμετρική περιοχή που αναμένεται να έχει καλυφθεί μετά τη λήξη του πειράματος (2007) φαίνεται στο σχήμα 3.9.

3.6 Προκλήσεις του CAST

Συγκριτικά με τα μεγάλα πειράματα στη σωματιδιακή Φυσική που είτε λειτουργούν ήδη είτε κατασκευάζονται στα μεγάλα εργαστήρια του Fermilab ή του CERN, το CAST δεν αποτελεί παρά ένα μικρό κλάσμα. Αναμφίβολα όμως, η συνεργασία του πειράματος, που αριθμεί περί τα 60 μέλη από 20 ερευνητικά ιδρύματα παγκοσμίως, έχει να αντιμετωπίσει σημαντικές προκλήσεις που αφορούν τόσο τη Φυσική όσο και τη τεχνολογία.

Αξιόνιο

Η μεγαλύτερη πρόκληση που αντιμετωπίζει το CAST αφορά το ίδιο το αντικείμενο της έρευνάς του: αν το πείραμα ολοκληρωθεί με επιτυχία τότε, σύμφωνα

με τις προδιαγραφές του, θα είναι το μοναδικό που θα έχει εξερευνήσει ένα σημαντικό μέρος του παραμετρικού χώρου που ευνοείται από τα θεωρητικά πρότυπα (σχήμα 3.9). Αυτό αναδεικνύει την μοναδικότητά του αλλά παράλληλα δημιουργεί και ρεαλιστικές ελπίδες για την ανακάλυψη του αξιονίου που θα λύσει ένα μακροχρόνιο πρόβλημα της χρωμοδυναμικής και θα ανοίξει νέους ορίζοντες στην Φυσική πέρα από το Καθιερωμένο Πρότυπο.

Ανιχνευτές

Για τους ανιχνευτές που εμπλέκονται στο πείραμα οι απαιτήσεις είναι πολλαπλές: πρώτο μέλημα είναι η ελαχιστοποίηση του υποβάθρου, σε εντελώς αντίθετες συνθήκες, με δεδομένο ότι το πείραμα γίνεται στην επιφάνεια της Γης και σε μη ελεγχόμενες συνθήκες (θερμοκρασία, υγρασία, κτλ). Επιπλέον οφείλουν να έχουν σταθερή λειτουργία για εκτεταμένες χρονικές περιόδους και υπό διαρκή κίνηση.

Ανάλυση

Η ανάλυση των δεδομένων του CAST είναι μία εξίσου απαιτητική υπόθεση: παρά το γεγονός ότι εν τέλει πρέπει να καταμετρηθούν φωτόνια, η δυσκολία πηγάζει από την ανάγκη διερεύνησης όλων των παραγόντων που επηρεάζουν συστηματικά τις μετρήσεις. Επίσης, είναι μία ιδιαίτερη πρόκληση ο συνδυασμός των αποτελεσμάτων των διαφορετικών ανιχνευτών που απαιτεί την χρήση μη τετριμμένων στατιστικών μεθόδων.

Κατασκευή

Ο υπεραγώγιμος μαγνήτης του CAST αποτελεί ένα ευαίσθητο σύστημα, το οποίο είναι υποχρεωμένο να βρίσκεται σε οριζόντια και κατακόρυφη κίνηση αλλά και σε μηχανική και ηλεκτρική επαφή με πολλά άλλα συστήματα. Η τεχνολογική πρόκληση αφορά τον απόλυτο συντονισμό όλων αυτών των συστημάτων ώστε να περιοριστούν στο ελάχιστο τα συμβάντα Quench του ανιχνευτή που θέτουν σε αχρηστία το πείραμα και μακροπρόθεσμα τον ίδιο τον μαγνήτη.

Η δεύτερη φάση του πειράματος θέτει ακόμη περισσότερα προβλήματα που σχετίζονται με τον τρόπο εισαγωγής της ακριβούς ποσότητας αερίου στο μαγνήτη αλλά και με τον έλεγχο των θερμοακουστικών ταλαντώσεων που προκαλούνται κατά τη διάρκεια θερμικής εξισορρόπησης του αερίου. Ιδιαίτερη προσπάθεια απαιτήθηκε εξάλλου για την κατασκευή ειδικών παραθύρων που κλείνουν

3.6 Προκλήσεις του CAST

τους σωλήνες του μαγνήτη ώστε να μην υπάρχει διαρροή αερίου και επιτρέπουν ταυτόχρονα τη διέλευση των ακτίνων X, ενώ βρίσκονται σε θερμοκρασία $1.8K$.

Κεφάλαιο 4

Ο ανιχνευτής Micromegas

Το αντικείμενο του παρόντος κεφαλαίου είναι η λεπτομερής περιγραφή του ανιχνευτή Micromegas που αποτελεί το βασικό εργαλείο μας. Αφού αναφερθούμε στις γενικές ιδιότητες των ανιχνευτών αερίου, θα επικεντρωθούμε στα χαρακτηριστικά των συσκευών Micromegas και με περισσότερη λεπτομέρεια στα δύο πρότυπα που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα CAST.

4.1 Ανιχνευτές αερίου

Σε οποιαδήποτε διαδικασία μέτρησης στη Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων, η θεμελιώδης ιδέα είναι αυτή της αλληλεπίδρασης: προκειμένου να ανιχνεύσουμε ένα σωματίδιο και να μετρήσουμε κάποια ιδιότητά του (ενέργεια, μάζα, ορμή κτλ.) πρέπει αυτό να αλληλεπιδράσει με κάποιο υλικό. Ανάλογα με το υλικό των ανιχνευτών μπορούμε να τους ταξινομήσουμε σε ανιχνευτές αερίου, στερεάς κατάστασης, φωτοπολλαπλασιαστές κτλ. Βέβαια είναι προφανές ότι δεν υπάρχει κανενός τύπου ανιχνευτής κατάλληλος για κάθε είδους μέτρηση και επομένως σε κάθε εφαρμογή θα πρέπει κανείς να επιλέγει εκείνο το είδος ανιχνευτή που εμφανίζει τα περισσότερα πλεονεκτήματα.

Οι ανιχνευτές αερίου είναι διατάξεις διαφόρων μεγεθών όπου το υλικό με το οποίο αλληλεπιδρούν τα σωματίδια είναι κάποιο αέριο μίγμα [52]. Η κεντρική ιδέα που διέπει τη λειτουργία τους είναι ότι το σωματίδιο θα προκαλέσει τον ιονισμό των ατόμων του αερίου και με την εφαρμογή κατάλληλου ηλεκτρικού πεδίου θα συλλεγούν τα ελεύθερα φορτία. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου καθορίζει το είδος της λειτουργίας του ανιχνευτή: αν είναι πολύ μικρή, τα φορτία επανασυνδέονται και δεν μετράμε τίποτε, ενώ αν είναι πολύ μεγάλη τότε όλα

τα σωματίδια δίνουν το ίδιο σήμα ανεξαρτήτως ενέργειας. Για ενδιαμέσες τιμές της έντασης έχουμε αυτό που ονομάζεται αναλογική λειτουργία του ανιχνευτή, με προφανή σημασία: όσο μεγαλύτερη η ενέργεια τόσο περισσότερο το φορτίο που συλλέγεται.

Στην Φυσική υψηλών ενεργειών χρησιμοποιούνται ευρέως οι πολυσύρματοι αναλογικοί θάλαμοι (multiwire proportional chambers) [34]: πρόκειται για ανιχνευτές αερίου που τα ηλεκτρόδια ανόδου και καθόδου είναι ηλεκτροφόρα σύρματα. Αυτά παράγουν ηλεκτρικό πεδίο που γίνεται ισχυρότερο όσο πλησιάζουμε στον άξονά τους. Έτσι, το φορτίο που ελευθερώνεται από τον αρχικό ιονισμό κινείται προς τα ηλεκτρόδια και πλησιάζοντας πολλαπλασιάζεται καθώς το ηλεκτρικό πεδίο δίνει την απαιτούμενη ενέργεια ώστε να γίνουν περαιτέρω ιονισμοί. Το φαινόμενο ονομάζεται καταιονισμός (avalanche) και είναι ουσιώδες για την αποτελεσματική ανίχνευση των σωματιδίων. Το σήμα που λαμβάνουν και επεξεργάζονται τελικά τα ηλεκτρονικά ανάγνωσης διαμορφώνεται τόσο από τα ταχέως κινούμενα ηλεκτρόνια όσο και από τα βραδύτερα ιόντα.

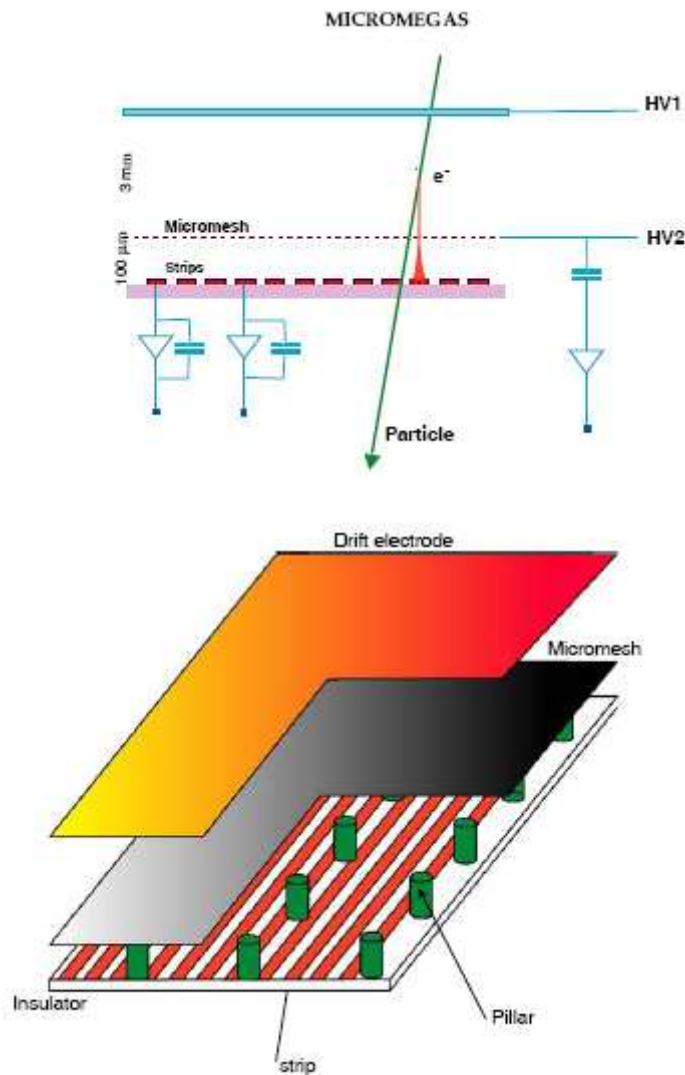
Οι ανιχνευτές αυτού του τύπου έχουν συγκεκριμένους περιορισμούς που επιβάλλονται από το πάχος των συρμάτων και τους χρόνους συλλογής του φορτίου και ενώ εμφανίζουν εξαιρετικά χαρακτηριστικά αναγνώρισης σωματιδίων και καταγραφής της τροχιάς τους, δεν ανταποκρίνονται σε πολύ υψηλούς ρυθμούς σωματιδίων. Μία νέα τεχνολογία ανιχνευτών αερίου που έκανε πρόσφατα την εμφάνισή της είναι οι micropattern gas detectors, κύριοι εκπρόσωποι των οποίων είναι οι ανιχνευτές Micromegas, όπου το φορτίο των αρχικών ιονισμών ενισχύεται σε μικρού πάχους περιοχή ισχυρού πεδίου και οι ανιχνευτές GEM (Gas Electron Multiplier) [79] όπου το φορτίο των αρχικών ιονισμών διέρχεται μέσα από μικρές οπές, τυπικής διαμέτρου $100\mu m$ όπου επικρατεί ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο ($\sim 50\text{ kV/cm}$) και πολλαπλασιάζεται. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται η γρήγορη συλλογή των θετικών ιόντων. Η τεχνολογία αυτή, αν και βρίσκεται στο στάδιο της ανάπτυξης εισέρχεται δυναμικά στο χώρο των ανιχνευτών αερίου.

4.2 Γενικές ιδιότητες του Micromegas

Στο πλαίσιο της γενικότερης προσπάθειας για την βελτίωση των ανιχνευτών αερίου, εμφανίστηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1990 ο ανιχνευτής Micromegas (micromesh gaseous detector) [38]. Γενικά πρόκειται για συσκευή παραλλήλων πλακών (parallel plate detector) όπου η διαδικασία ανίχνευσης συμβαίνει σε

4.2 Γενικές ιδιότητες του Micromegas

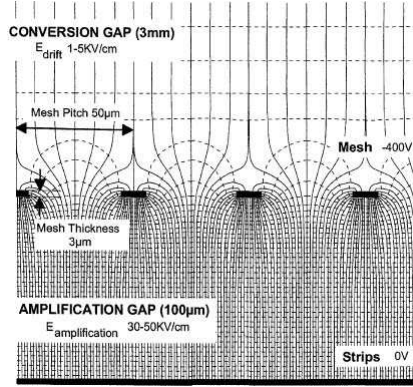
δύο στάδια: στο χώρο της μετατροπής (conversion region) δημιουργείται ο αρχικός ιονισμός και στη συνέχεια το παραχθέν φορτίο οδηγείται στο χώρο του πολλαπλασιασμού (amplification region). Η διαφοροποίηση των δύο χώρων έγκειται στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί εκεί.



Σχήμα 4.1: Σχηματική αναπαράσταση του Micromegas και της αρχής λειτουργίας του.

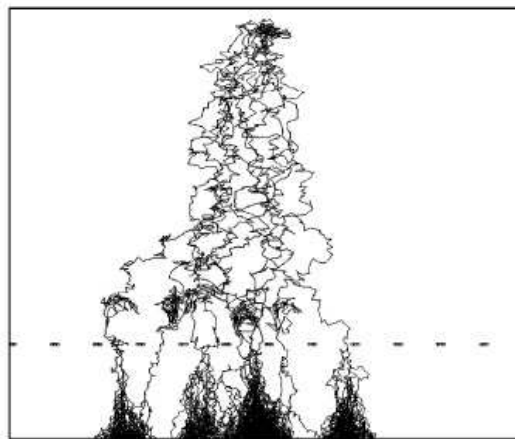
Στο σχήμα 4.1 μπορούμε να διακρίνουμε τα βασικά χαρακτηριστικά και την αρχή λειτουργίας του Micromegas: ο χώρος μετατροπής έχει τυπικό εύρος μερικών mm ή cm και ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\sim 1 \text{ kV/cm}$. Ο χώρος πολλαπλασιασμού ή ενίσχυσης έχει εξαιρετικά μικρό εύρος (50–100 μm) και ισχυρό

ηλεκτρικό πεδίο, έντασης $\sim 50 \text{ kV/cm}$. Οι δύο χώροι είναι γεμάτοι με αέριο σε ατμοσφαιρική πίεση και επικοινωνούν μέσω ενός διάτρητου μεταλλικού πλέγματος που ονομάζουμε mesh.

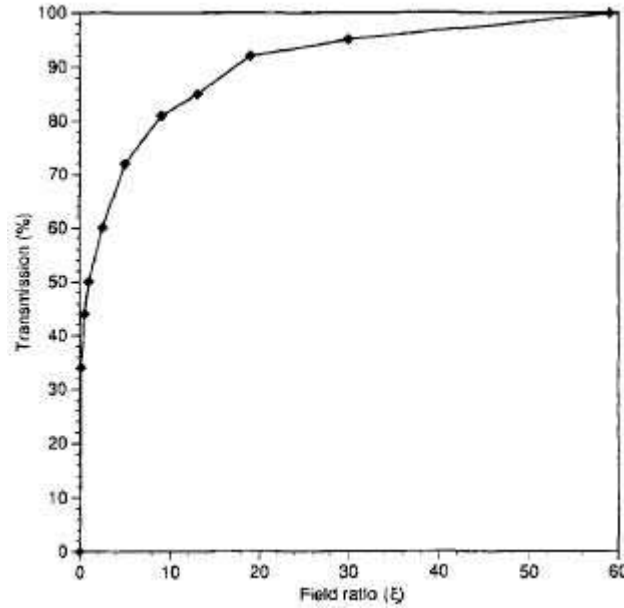


Σχήμα 4.2: Προσομοίωση των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών στο εσωτερικό του Micromegas

Οι εντάσεις των ηλεκτρικών πεδίων είναι τέτοιες ώστε το σύνολο των πρωτογενών φορτίων διέρχεται στο χώρο πολλαπλασιασμού ενώ τα θετικά ιόντα που παράγονται εκεί, συλλέγονται από το mesh. Στο σχήμα 4.2 βλέπουμε τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του ανιχνευτή και στο σχήμα 4.3 ένα γεγονός, όπως έχουν προκύψει από προγράμματα προσομοίωσης. Εξάλλου, η διαπερατότητα του mesh έχει μετρηθεί πειραματικά (σχήμα 4.4) και εξαρτάται μόνο από τον λόγο των εντάσεων των δύο πεδίων: $\xi = \frac{E_2}{E_1}$.



Σχήμα 4.3: Προσομοίωση ενός γεγονότος στο Micromegas



Σχήμα 4.4: Διαπερατότητα του mesh από τα ηλεκτρόνια του αρχικού ιονισμού, συναρτήσει του λόγου των εντάσεων των ηλεκτρικών πεδίων.

Οι τυπικοί χρόνοι συλλογής του φορτίου είναι $\lesssim 1\text{ ns}$ [26] για τα ηλεκτρόνια και $\sim 100\text{ ns}$ για τα βαρύτερα θετικά ιόντα. Σχετικά με την ενίσχυση (gain) που επιτυγχάνεται με τον Micromegas μπορούμε να πούμε ότι εξαρτάται από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, το αέριο και την πίεσή του. Ο παράγοντας πολλαπλασιασμού M δίνεται από τη γενική σχέση [52]:

$$M = e^{ad} \quad (4.1)$$

όπου d είναι το εύρος της περιοχής πολλαπλασιασμού και a είναι ο συντελεστής Townsend για τον οποίο ισχύει ο προσεγγιστικός τύπος Rose and Korff:

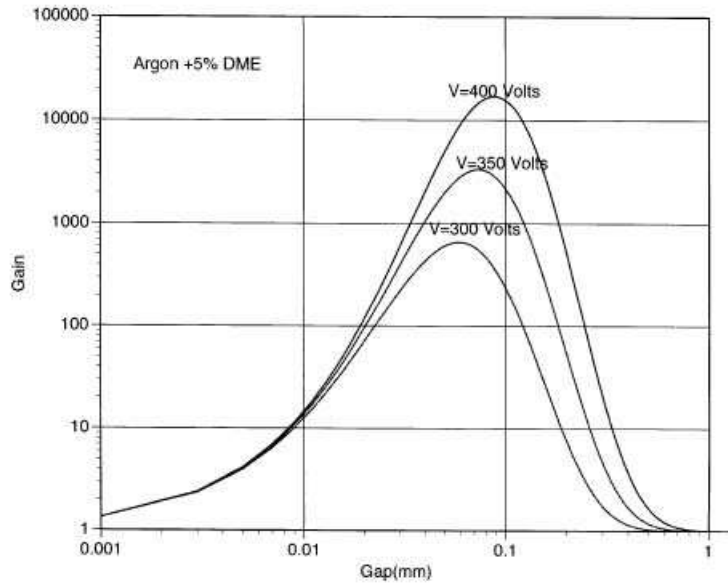
$$a = pAe^{-Bp/E} \quad (4.2)$$

με p την πίεση του αερίου, E την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και A, B σταθερές που αφορούν το δεδομένο αέριο. Χρησιμοποιώντας επιπλέον τη σχέση $E = \frac{V}{d}$ μπορούμε άμεσα να έχουμε ότι:

$$\ln M = Apd \exp\left(-\frac{Bpd}{V}\right) \quad (4.3)$$

Η παραπάνω σχέση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη διότι μπορούμε να μελετήσουμε το M συναρτήσει των παραγόντων που το επηρεάζουν[37]. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η εξάρτηση από το εύρος d :

$$\frac{\delta M}{M} = ad \left(1 - \frac{Bpd}{V}\right) \cdot \frac{\delta d}{d} \quad (4.4)$$

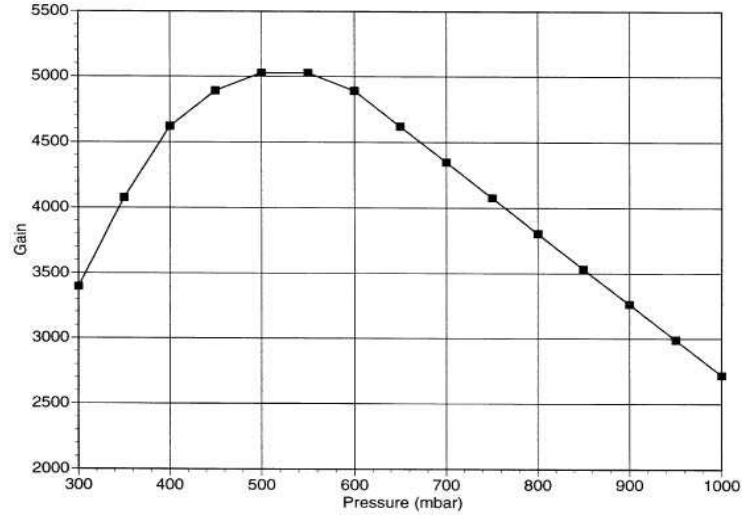


Σχήμα 4.5: Ενίσχυση του Micromegas συναρτήσει του εύρους της περιοχής πολλαπλασιασμού, για διάφορες τάσεις και για αέριο μίγμα $Ar + 5\% DME$ σε ατμοσφαιρική πίεση.

Ο παράγοντας πολλαπλασιασμού εμφανίζει μέγιστο για την τιμή $d_o = \frac{V}{Bp}$ (σχήμα 4.5) που για πίεση $p \approx 1 \text{ atm}$ και τάση $V \approx 400 \text{ V}$ είναι της τάξης των $100 \mu\text{m}$. Η λειτουργία του ανιχνευτή στην περιοχή αυτή, τον εφοδιάζει με μία σημαντική ιδιότητα: μικρές ατέλειες στο εύρος d λόγω μηχανικών λαθών, που γενικά διαταράσσουν την ομοιογένεια του ηλεκτρικού πεδίου, δεν επηρεάζουν τον πολλαπλασιαστικό παράγοντα και προσδίδουν σταθερότητα στη λειτουργία του ανιχνευτή.

Η πειραματική επιβεβαίωση της καμπύλης πολλαπλασιασμού συναρτήσει του εύρους πολλαπλασιασμού δεν είναι εύκολο να επιτευχθεί λόγω κατασκευαστικών δυσκολιών. Πολύ εύκολα όμως μπορεί να γίνει η αντίστοιχη μέτρηση συναρτήσει της πίεσης του αερίου. Στο σχήμα 4.6 φαίνεται ο πολλαπλασιασμός σε Micromegas εύρους $50 \mu\text{m}$, με αέριο $Ar + 7\% cyclohexane$ και τάση 270 V . Παρατηρούμε ότι εμφανίζει μέγιστη τιμή για πίεση 500 mbar σε απόλυτη συμ-

φωνία με την αναμενόμενη τιμή ($100\mu m$, 1 bar).



Σχήμα 4.6: Ενίσχυση του Micromegas συναρτήσει της πίεσης του αερίου για τάση $V = 270\text{ V}$ και εύρος πολλαπλασιασμού $d = 50\mu m$ με αέριο μίγμα $Ar + 7\% \text{ cyclohexane}$.

Σχετικά με την ανάγνωση (readout) των σημάτων που παράγει ο ανιχνευτής θα δούμε παρακάτω περισσότερες λεπτομέρειες καθώς αυτό μπορεί εν γένει να μεταβάλλεται ανάλογα με την εφαρμογή. Ο συνηθέστερος τρόπος γίνεται με μικρολωρίδες (strips) προσκολλημένες σε μονωτική επιφάνεια, που συνιστούν μονοδιάστατο X ή ένα διδιάστατο πλέγμα X-Y προσδίδοντας στον ανιχνευτή χωρική ευαισθησία. Επίσης, βρίσκεται σε εξέλιξη η προσπάθεια ενσωμάτωσης πραγματικής διδιάστατης ανάγνωσης με κυψελίδες (pixel) [18].

Ο ανιχνευτής Micromegas είναι ουσιαστικά μία νέα δομή στους ανιχνευτές αερίου παραλλήλων πλακών που έγινε εφικτή χάρη στην πρόοδο των μηχανολογικών κατασκευών και των ηλεκτρονικών. Οι καινοτομίες που εισάγει συνοψίζονται στις εξής:

- Το πολύ μικρό εύρος της περιοχής πολλαπλασιασμού ($\sim 100\mu m$) επιτρέπει τη γρήγορη συλλογή του φορτίου δίνοντας τη δυνατότητα μέτρησης μεγάλων ρυθμών σωματιδίων χωρίς να επηρεάζεται από τα συνήθη προβλήματα των φορτίων χώρου που δημιουργούνται από τα βραδυκίνητα θετικά ιόντα [9, 26].
- Ως επακόλουθο του μικρού εύρους, λειτουργεί βέλτιστα σε ατμοσφαιρική πίεση, σε αντίθεση με τους συμβατικούς ανιχνευτές παραλλήλων πλακών ($d \sim 4\text{ mm}$) που απαιτούν πίεση της τάξης των 10 mbar [52].

- Πειραματικές μετρήσεις με ρυθμούς σωματιδίων $\sim 1 \text{ MHz/mm}^2$ και με ενίσχυση $M = 10^4$ για περιόδους έως και 3 μήνες δεν έδειξαν κανένα φαινόμενο αλλοίωσης των δυνατοτήτων του ανιχνευτή [20].
- Με κατάλληλη επιλογή των ηλεκτρονικών διατάξεων και ειδικότερα του προενισχυτή είναι δυνατόν να μετρηθεί το σήμα των ηλεκτρονίων του καταιονισμού, επιτυγχάνοντας χρονική διακριτική ικανότητα του 1 ns [26].
- Η χωρική διακριτική ικανότητα του Micromegas μπορεί να γίνει εξαιρετική, επιλέγοντας κατάλληλα το αέριο μίγμα ώστε να περιορίζεται η διάχυση του φορτίου. Πρακτικά, για βέλτιστες συνθήκες, αυτή περιορίζεται μόνο από το μέγεθος των οπών του mesh [25, 27].
- Η ευκολία της κατασκευής του Micromegas και το χαμηλό του κόστος επιτρέπει τη μαζική παραγωγή του.
- Πρόσφατα αναπτύχθηκε μέθοδος κατασκευής του ανιχνευτή με ενιαίο τρόπο ώστε να αποτελεί ένα εντελώς συμπαγές αντικείμενο αυξάνοντας κατά πολύ την ανθεκτικότητά του σε μηχανικές καταπονήσεις [39].

Το τελικό συμπέρασμα είναι ότι ο Micromegas είναι μία ιδιαίτερα ευέλικτη δομή με εξαιρετικά χαρακτηριστικά που μπορεί να προσαρμοστεί σε πολλαπλές πειραματικές ανάγκες.

4.3 Ο Micromegas του CAST

Για τις ανάγκες του πειράματος CAST (βλ. κεφ.3) αναπτύχθηκαν τα πρότυπα V1, V2, V3, V4 του Micromegas με κάποιες μικροδιαφορές μεταξύ τους [3, 4]. Τα πρώτα δύο από αυτά ήταν καθαρά πειραματικά μοντέλα, ενώ τα δύο άλλα χρησιμοποιήθηκαν κατά τις περιόδους 2003 και 2004 αντίστοιχα.

4.3.1 Προδιαγραφές

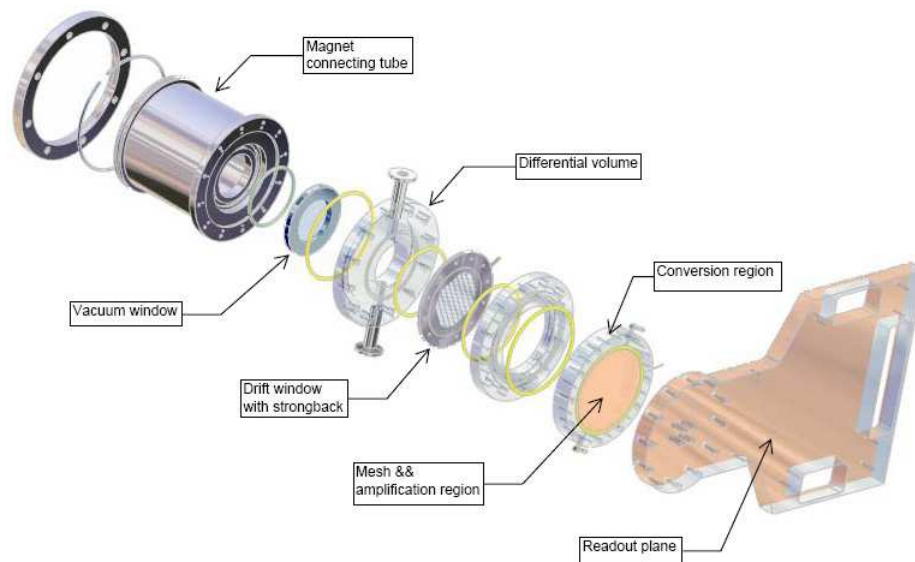
Βασική απαίτηση του πειράματος είναι η ελαχιστοποίηση του υποβάθρου (background), έτσι η κατασκευή του ανιχνευτή έγινε με υλικά όσο το δυνατόν χαμηλότερης εγγενούς ακτινοβολίας. Επιπλέον πρέπει να έχει σταθερή συμπεριφορά για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ακόμα θα πρέπει ο ανιχνευτής να είναι ανεπηρέαστος από κραδασμούς καθώς βρίσκεται τοποθετημένος επάνω στον

4.3 Ο Micromegas του CAST

κινούμενο μαγνήτη. Σχετικά με τις ανιχνευτικές δυνατότητες της διάταξης οι απαιτήσεις είναι οι εξής:

1. ευαισθησία σε φωτόνια ενέργειας $1 - 10 \text{ keV}$ λόγω της δεδομένης μορφής του αξιονικού φάσματος.
2. τυπική ενεργειακή διακριτική ικανότητα ($\sim 20\%$ στα 5.9 keV).
3. όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αποδοτικότητα στην ανίχνευση των ακτίνων X στην εν λόγω ενεργειακή περιοχή.
4. χωρική ευαισθησία της τάξεως του 1 mm , προκειμένου να αναγνωρίζουμε τη θέση κάθε γεγονότος που ανιχνεύεται στην ενεργό περιοχή (εμβαδού $\sim 15 \text{ cm}^2$).
5. δυνατότητα μέτρησης σωματιδίων με ρυθμό $\sim 50 \text{ Hz}$ (βαθμονόμηση) και $\sim 1 \text{ Hz}$ (δεδομένα).

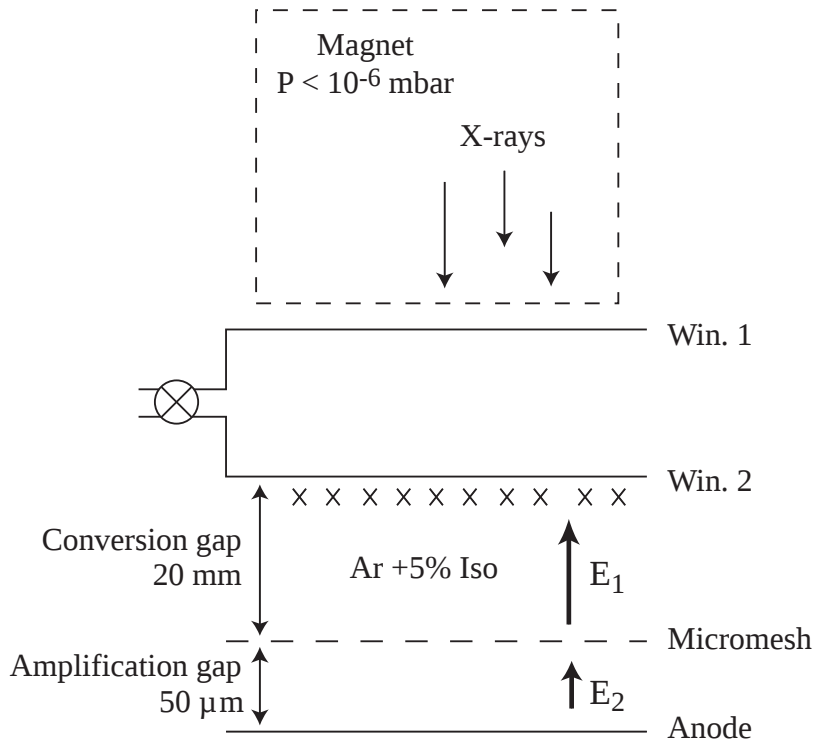
4.3.2 Περιγραφή



Σχήμα 4.7: Τα τμήματα του ανιχνευτή.

Ο γενικός οδηγός για τα πρότυπα του CAST φαίνεται στο σχήμα 4.8. Ο ανιχνευτής είναι προσαρμοσμένος στο άκρο ενός σωλήνα του διπολικού μαγνήτη

ο οποίος βρίσκεται υπό κενό, χωριζόμενος από αυτόν με ένα λεπτό παράθυρο από πολυπροπυλένιο, πάχους $4\ \mu m$. Ακολουθεί ένας όγκος που διατηρείται σε κενό ($p < 10^{-6} mbar$) με συνεχή άντληση αέρα (differential pumping) και η επαφή με τον χώρο μετατροπής του ανιχνευτή γίνεται μέσω ενός όμοιου παραθύρου αλλά προσαρμοσμένου σε ατσάλινο πλέγμα (strongback) για να ανθίσταται στη διαφορά πίεσης. Η επιλογή του υλικού και του μεγέθους των παραθύρων έγινε με την απαίτηση να υπάρχει διαρροή αερίου μικρότερη από $10^{-5} mbar/(L \cdot s)$ προς τον μαγνήτη και φυσικά την διαπερατότητά τους από ακτίνες X του φάσματος ενδιαφέροντός μας.

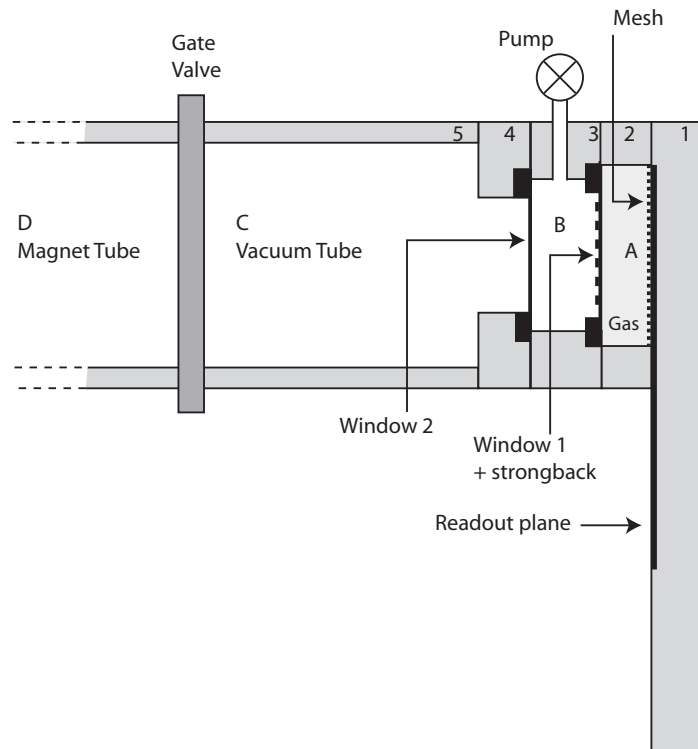


Σχήμα 4.8: Σχηματικό διάγραμμα του Micromegas στο CAST.

Το κυρίως μέρος του ανιχνευτή αποτελείται από δύο κυλινδρικά δοχεία από Plexiglas, εσωτερικής διαμέτρου $8cm$ και εξωτερικής $10cm$ που ορίζουν το χώρο μετατροπής και τον χώρο πολλαπλασιασμού και είναι γεμάτοι με το αέριο μίγμα $Ar + 5\% Isobutane$ σε ατμοσφαιρική πίεση. Τα παχη αυτών είναι $25.5mm$ και $50\mu m$ αντίστοιχα για το μοντέλο V3, ενώ για το V4 είναι $30mm$ και $100\mu m$. Αυτά τα διαμερίσματα χωρίζονται από το χάλκινο mesh, πάχους

4.3 Ο Micromegas του CAST

$5\mu m$ του οποίου οι οπές έχουν διάμετρο $25\mu m$ και απόσταση¹ $50\mu m$ (σχήμα 4.10). Η παραλληλία του mesh, απαραίτητη προϋπόθεση για την ομογένεια του ηλεκτρικού πεδίου, επιτυγχάνεται με κυλινδρικά στηρίγματα (pillars) από Kapton, τοποθετημένα κάθε 1 mm . Η τάση για την περιοχή της μετατροπής ($HV1 = 1200V$) εφαρμόζεται στο μεταλλικό πλέγμα του παραθύρου, ενώ αυτή του πολλαπλασιασμού ($HV2 = 390V$) στο mesh.



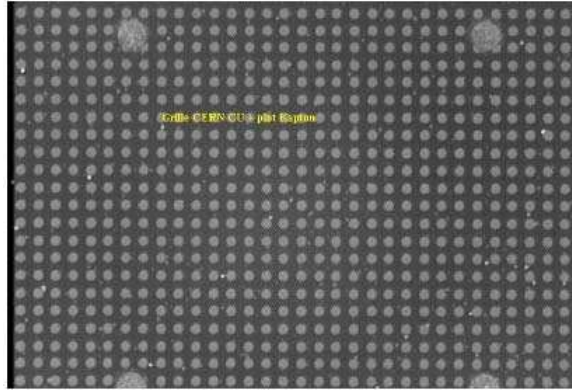
Σχήμα 4.9: Τα μηχανικά μέρη του Micromegas στο CAST.

Η συλλογή του φορτίου που παράγεται ύστερα από κάθε καταιονισμό γίνεται από 192 X και 192 Y strips από χαλκό. Αυτά είναι προσκολλημένα στις δύο πλευρές ενός φύλλου από μονωτικό υλικό (Kapton) και ουσιαστικά αποτελούνται από ηλεκτρικά συνδεδεμένες εξαγωνικές επιφάνειες (σχήμα 4.10). Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των strips είναι $350\mu m$.

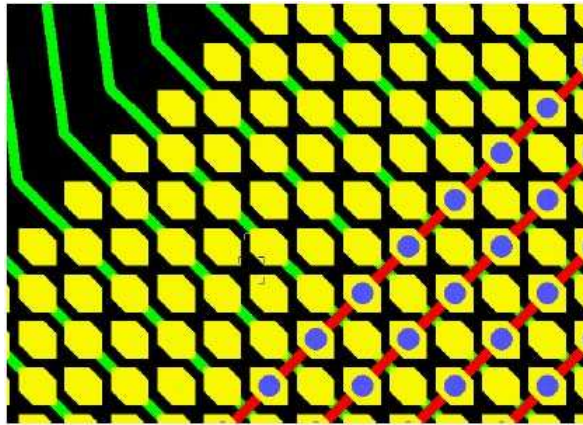
4.3.3 Ηλεκτρονικά

Οι επιδόσεις μίας ανιχνευτικής διάταξης καθορίζονται από τη συνδυασμένη δράση τριών βασικών λειτουργιών: τη φυσική αλληλεπίδραση των σωματιδίων

¹pitch



Σχήμα 4.10: Μεγεθυμμένη εικόνα του διάτρητου μεταλλικού πλέγματος (mesh).

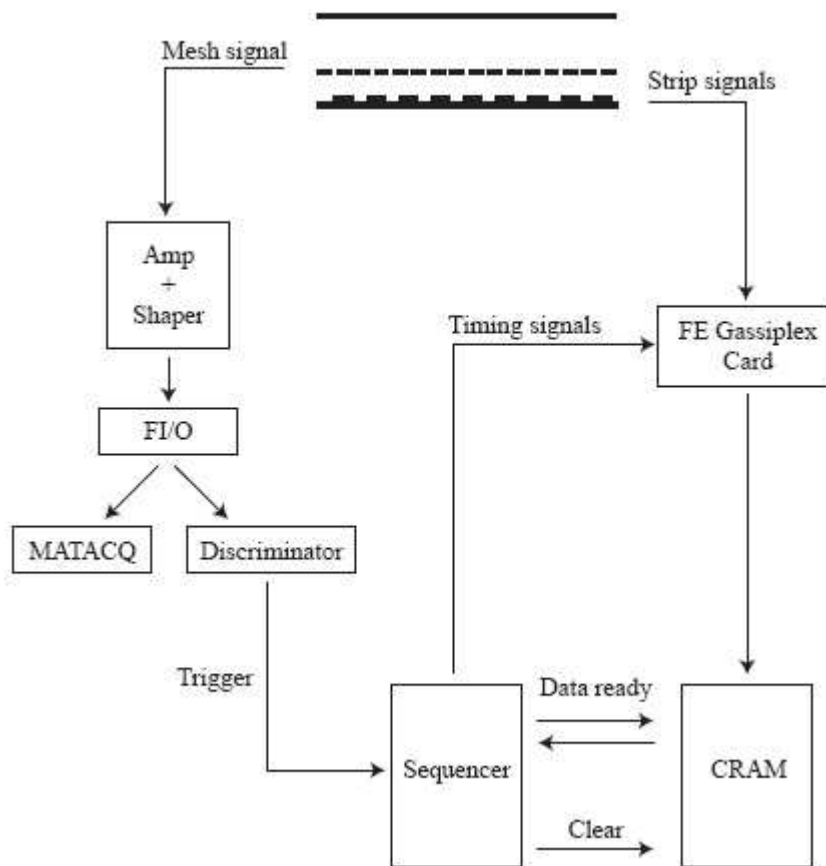


Σχήμα 4.11: Αναπαράσταση των strips.

με τον ανιχνευτή, τη διαμόρφωση των ηλεκτρικών σημάτων και την επεξεργασία και καταγραφή τους.

Η αναπαράσταση των ηλεκτρονικών του Micromegas φαίνεται στο σχήμα 4.12. Το βασικό σήμα του ανιχνευτή αποτελείται από τό φορτίο που συλλέγουν τα strips: η επεξεργασία του γίνεται από την κάρτα ηλεκτρονικών που κατασκευάζεται στο Saclay και στηρίζεται στο Gassiplex chip που σχεδιάστηκε στο CERN [78]. Κάθε τέτοια κάρτα χειρίζεται 96 κανάλια και λειτουργεί με τάση 6V. Κάθε κανάλι καταγράφει τον παλμό ενός strip ενισχυμένο και διαμορφωμένο κατάλληλα. Στη συνέχεια έχουμε την πολυπλεξία των καναλιών και το τελικό σήμα οδηγείται σε ένα 10-bit CRAM VME module της CAEN όπου καταγράφεται το ολοκληρωμένο σήμα κάθε καναλιού. Τα συγκεκριμένα VME modules έχουν την δυνατότητα να αφαιρούν αυτόματα το θόρυβο των καναλιών

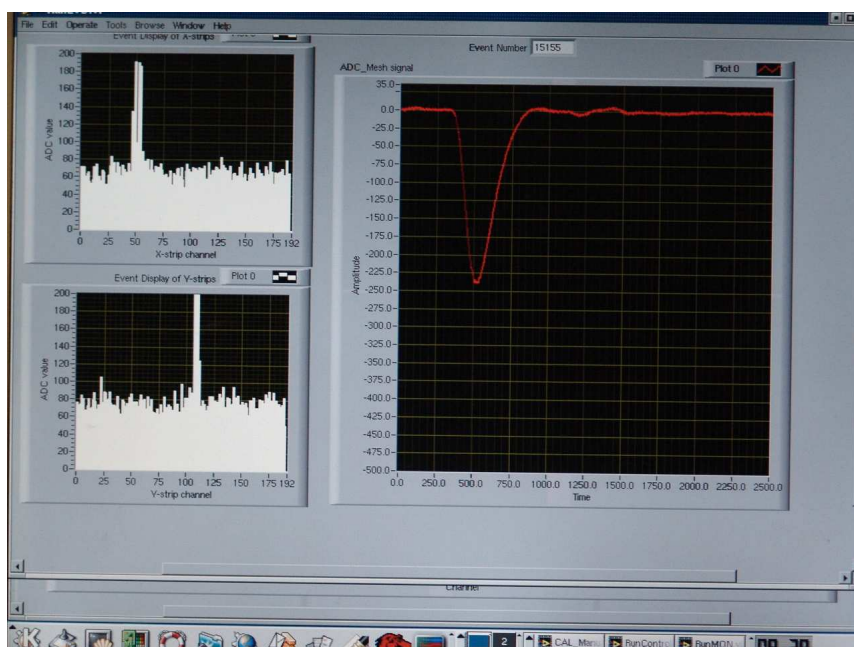
(pedestal subtraction) αλλά εξαιτίας του χαμηλού ρυθμού γεγονότων δεν ενεργοποιήθηκε αυτό το χαρακτηριστικό. Προφανώς, για την ανάγνωση όλων των strips του ανιχνευτή απαιτούνται 4 κάρτες και 2 CRAMs αφού το καθένα μπορεί να στεγάσει δύο chips. Για τον κατάλληλο χρονισμό των καρτών (clock, track and hold, reset) χρησιμοποιείται ο ακολουθητής (sequencer) CAEN V551B.



Σχήμα 4.12: Η αλυσίδα των ηλεκτρονικών του Micromegas στο CAST.

Παράλληλα με το σήμα των strips καταγράφεται και ο παλμός που δημιουργείται στο mesh από την κίνηση των θετικών ιόντων και των ηλεκτρονίων. Αρχικά το σήμα αυτό χρησιμοποιήθηκε μόνο για τον σκανδαλισμό (trigger) του συστήματος: η έξοδος από τον προενισχυτή (ORTEC 142B), ευαίσθητου στο φορτίο, που ταυτόχρονα παρέχει την υψηλή τάση στο mesh, εισέρχεται σε γραμμικό ενισχυτή (ORTEC 572), όπου το σήμα παράλληλα διαμορφώνεται με κύκλωμα διαφοριστή-ολοκληρωτή (CR-RC). Στη συνέχεια, το διαμορφωμένο σήμα περνά στο διαχωριστή (discriminator) οπότε γίνεται η επιλογή για το

αν θα αρχίσει η καταγραφή των σημάτων των strips ανάλογα με το ύψος του παλμού. Κατά την πορεία του πειράματος δόθηκε η ευκαιρία να χρησιμοποιηθεί αποδοτικότερα το σήμα του mesh. Για την ακρίβεια επωφεληθήκαμε από την κατασκευή της εξαιρετικά γρήγορης κάρτας ψηφιοποίησης σήματος MATACQ (VME digitizing board) που σχεδιάστηκε από το Saclay και το LAL. Αυτή είναι ένα Flash ADC με δυναμική εμβέλεια (dynamic range) 12 bit και μπορεί να επεξεργάζεται σήματα ρυθμού έως και 300MHz με ταχύτητα συλλογής (sampling frequency) 2GHz , εμφανίζοντας πολύ μικρό θόρυβο ($< 0.2\text{ mV rms}$). Επίσης εμφανίζει κορεσμό στα 500 mV . Ο ρόλος της συγκεκριμένης κάρτας είναι να καταγράφει το σήμα από το mesh, όπως προκύπτει μετά από τον ενισχυτή, σε χρονικά βήματα του 1ns .



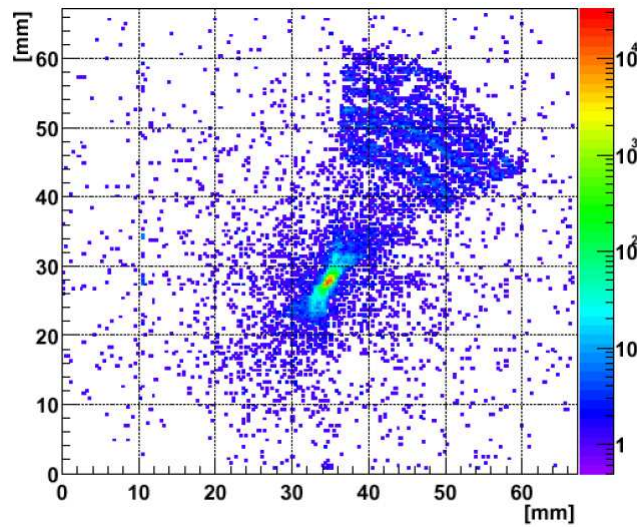
Σχήμα 4.13: Φωτογραφία ενός γεγονότος από την οθόνη του DAQ.

Το συνολικό σύστημα των ηλεκτρονικών εξαρτημάτων και των τροφοδοτικών στεγάζεται σε ένα NIM crate και η επικοινωνία με τον υπολογιστή γίνεται μέσω της κάρτας (interface card) VME-MXI2. Το πρόγραμμα ελέγχου και καταγραφής των δεδομένων του ανιχνευτή (Data Acquisition) στηρίζεται εξ' ολοκλήρου στο λογισμικό LabView της National Instruments και είναι πλήρως αυτοματοποιημένο ενώ επιτρέπει τη συνεχή παρακολούθηση των γεγονότων στην οθόνη προκειμένου να διαπιστώνεται σε πραγματικό χρόνο η ποιότητα των δεδομένων. Υπάρχει δε σε δύο εκδόσεις, ανάλογα με το λειτουργικό σύστημα

του υπολογιστή (Windows + Linux). Η εικόνα ενός γεγονότος, απευθείας από το πρόγραμμα ελέγχου, φαίνεται στο σχήμα 4.13 όπου μπορούμε να διακρίνουμε τόσο το σήμα στα strips όσο και τον παλμό από το mesh.

4.3.4 Βαθμονόμηση

Σε αντίθεση με άλλα πειράματα που η βαθμονόμηση (calibration) των ανιχνευτών γίνεται μία φορά, στο CAST η βαθμονόμηση αποτελεί μέρος της καθημερινής πειραματικής διαδικασίας κυρίως λόγω των μη ελεγχόμενων κλιματολογικών συνθηκών που μπορούν να επηρεάσουν σημαντικά τα συστήματα αλλά και λόγω της εκτεταμένης χρονικής διάρκειας του πειράματος.

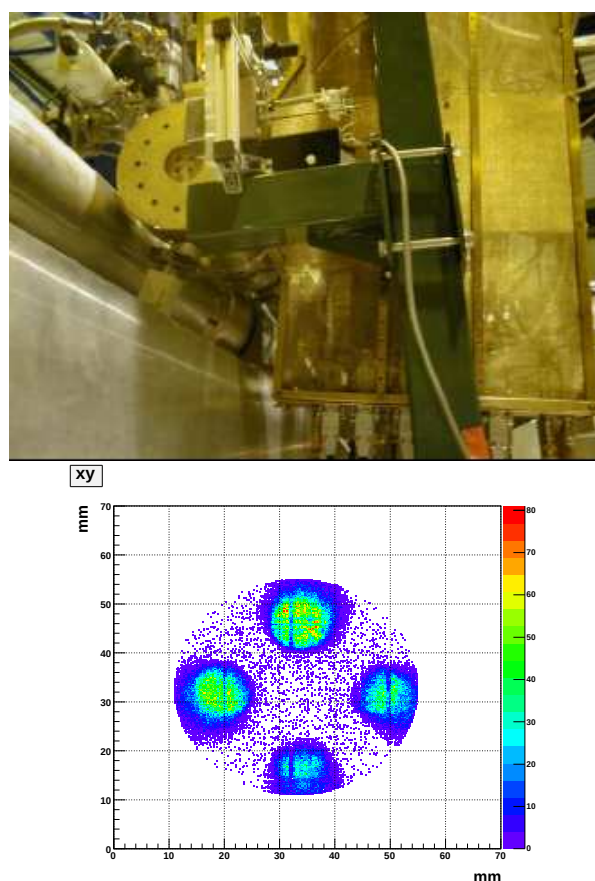


Σχήμα 4.14: Είδωλο τηλεσκοπίου ακτίνων X στον πρότυπο ανιχνευτή Micromegas.

Για τις γενικές ιδιότητες των προτύπων Micromegas του CAST έγινε λεπτομερής έλεγχος των προτύπων V1, V2 στις εγκαταστάσεις ακτίνων X του MPE στο Μόναχο (PANTHER X-Ray) κατά το έτος 2002. Οι μετρήσεις αυτές, συνοπτικά έδειξαν τα εξής:

- Γραμμική απόκριση του Micromegas στο ενεργειακό διάστημα $1-10 \text{ keV}$ (τουλάχιστον).
- Δυνατότητα ανίχνευσης φωτονίων με ενέργεια μικρότερη από 1 keV (600 eV).
- Πολύ καλή χωρική διακριτική ικανότητα (λιγότερο από $100 \mu\text{m}$, σχήμα 4.14).

- Η αποδοτικότητα του ανιχνευτή βρίσκεται σε συμφωνία με τους θεωρητικούς υπολογισμούς που βασίζονται στην απορρόφηση των φωτονίων από το αέριό του.

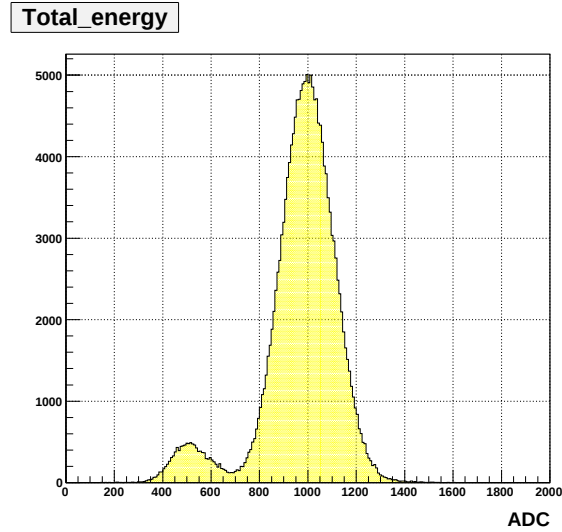


Σχήμα 4.15: Ο αυτοματοποιημένος μηχανισμός βαθμονόμησης μέσω τεσσάρων οπών στο πίσω μέρος του Micromegas και τυπική διδιάστατη εικόνα βαθμονόμησης.

Πέρα από τα παραπάνω γενικά χαρακτηριστικά, η βαθμονόμηση του ανιχνευτή που συμμετέχει στο πείραμα γίνεται με τη βοήθεια ραδιενεργούς πηγής ^{55}Fe . Επειδή δε, είναι αδύνατη η τοποθέτηση της πηγής από την όψη του Micromegas (λόγω της επαφής του με το μαγνήτη), ανοίχτηκαν 4 οπές στο πίσω μέρος του Plexiglas όπως διακρίνουμε στο σχήμα 4.15. Από εκεί τα φωτόνια εισέρχονται στον χώρο μετατροπής και ακολουθεί η γνωστή διαδικασία ανίχνευσης (τα φωτόνια του ^{55}Fe έχουν ενέργεια 5.9 keV και ένα σημαντικό ποσοστό μπορεί να διαπεράσει τα λεπτά χάλκινα strips). Μία τυπική διδιάστατη εικόνα βαθμονόμησης φαίνεται στο σχήμα 4.15: η θέση των οπών είναι τέτοια ώστε

4.3 Ο Micromegas του CAST

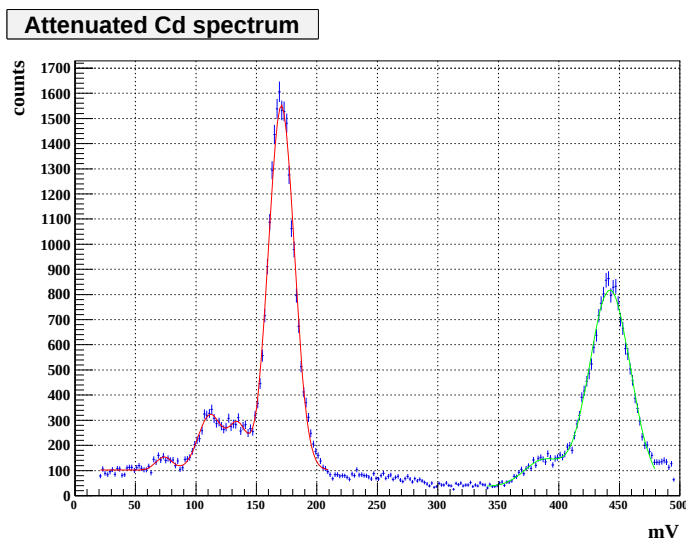
να ελέγχεται η συμπεριφορά κάθε τεταρτημορίου του ανιχνευτή. Η ενεργειακή απόκριση του Micromegas φαίνεται στο σχήμα 4.16 όπου εικονίζεται το συνολικό φορτίο που έχει συλλεγεί από τα strips. Παρατηρούμε την κορυφή στα 5.9 keV και τη κορυφή διαφυγής του Ar στα 3 keV .



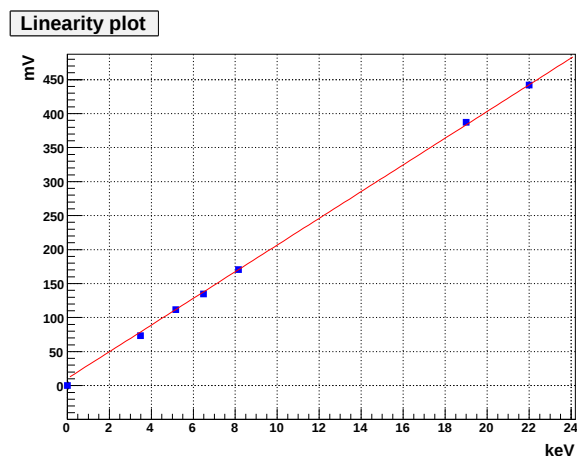
Σχήμα 4.16: Ενεργειακή απόκριση του Micromegas σε πηγή ^{55}Fe .

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι για τις δεδομένες ενέργειες, το μόνο φαινόμενο αλληλεπίδρασης των ακτίνων X με το αέριο είναι το φωτοηλεκτρικό: το φωτόνιο απορροφάται από το άτομο του Ar συνολικά και απελευθερώνει ένα ηλεκτρόνιο (φωτοηλεκτρόνιο) από την εσωτερή στοιβάδα. Η αποδιέγερση του ατόμου που ακολουθεί γίνεται με δύο τρόπους: είτε θα επανέλθει ένα ηλεκτρόνιο από τις ανώτερες στοιβάδες στη θεμελιώδη, εκπέμποντας φωτόνιο, είτε θα γίνει μία γενική ανακατανομή των ηλεκτρονίων του ατόμου, οπότε θα απελευθερωθεί ένα ηλεκτρόνιο (Auger)[52]. Το ποσοστό με το οποίο γίνεται ο πρώτος μηχανισμός ονομάζεται fluorescence yield και σε αυτή την περίπτωση το φωτόνιο κυρίως διαφεύγει από το αέριο οπότε τελικά ο ανιχνευτής καταγράφει μόνο την ενέργεια που αφήνει μέσω ιονισμών το αρχικό φωτοηλεκτρόνιο (δηλαδή $5.9 - 2.99\text{ keV}$) σχηματίζοντας την κορυφή διαφυγής. Με το δεύτερο μηχανισμό μετράμε την ενέργεια τόσο του φωτοηλεκτρονίου όσο και του Auger που αθροιζόμενες δίνουν την ενέργεια του φωτονίου (κύρια κορυφή). Αναφορικά με την αναγνώριση της ενέργειας των φωτονίων, πρέπει να πούμε ότι υπάρχουν 3 ισοδύναμοι τρόποι να γίνει: από το ADC φορτίο που καταγράφουν τα strips, από το ύψος του παλμού στο mesh και από το ολοκλή-

ρωμά του. Για λόγους που θα εξηγηθούν στα παρακάτω κεφάλαια καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι ο καλύτερος τρόπος είναι μέσω του ύψους των παλμών.



Σχήμα 4.17: Φάσμα από πηγή ^{109}Cd . Διακρίνονται οι κορυφές των Cu , Fe , Cd με τις αντίστοιχες κορυφές διαφυγής.



Σχήμα 4.18: Συσχέτιση ύψους παλμών με ενέργεια ακτίνων X.

Για την επιβεβαίωση της γραμμικής απόκρισης του ανιχνευτή σε όσο το δυνατόν μεγαλύτερο ενεργειακό εύρος και ενώ ήταν ήδη τοποθετημένος στο πείραμα, χρησιμοποιήθηκε μία πηγή ^{109}Cd με πολύ ενεργητικά φωτόνια τα οποία μπορούν να προκαλέσουν τον φθορισμό των υλικών. Έτσι λαμβάνουμε το φάσμα του σχήματος 4.17 το οποίο κυριαρχείται από τις κορυφές του Cu (από

4.3 Ο Micromegas του CAST

τα strips και το mesh) και του Cd , αλλά μπορούμε να διακρίνουμε και αυτή του Fe (από το ατσάλινο strongback). Για τις παραπάνω κορυφές διακρίνονται επίσης οι αντίστοιχες κορυφές διαφυγής. Η γραμμική αντιστοίχιση του ύψους των παλμών με την ενέργεια των δεδομένων κορυφών (σχήμα 4.18) αποδεικνύει την εξαιρετική γραμμικότητα του ανιχνευτή.

Κεφάλαιο 5

Προσομοίωση

Στη σύγχρονη πειραματική Φυσική και ειδικότερα στη μελέτη των Στοιχειωδών σωματιδίων, η προσομοίωση έχει κεντρικό ρόλο, τόσο στην ανάπτυξη ενός πειράματος όσο και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Λεπτομερείς προσομοιώσεις της γεωμετρίας και των υλικών των ανιχνευτικών διατάξεων, των Φυσικών διεργασιών, ακόμα και της καταγραφής των γεγονότων, αποτελούν αναπόσπαστο συστατικό όλων των πειραμάτων. Για τις ανάγκες του πειράματος CAST και ειδικότερα για την κατανόηση της συμπεριφοράς του ανιχνευτή Micromegas αναπτύξαμε μία προσομοίωση μικρής κλίμακας, χρησιμοποιώντας το πακέτο GEANT4 [1]. Στο σημείο αυτό πρέπει να τονίσουμε ότι κανένα πακέτο δεν είναι κατάλληλο για όλων των ειδών τις προσομοιώσεις αλλά αντίθετα ειδικεύεται σε κάποιον τομέα. Έτσι η χρήση του εν λόγω προγράμματος υπαγορεύθηκε από τους συγκεκριμένους στόχους της δικής μας προσομοίωσης:

- Το σημαντικότερο ζητούμενο ήταν ο υπολογισμός της αποδοτικότητας του ανιχνευτή σε συνάρτηση με την ενέργεια, δηλαδή η δυνατότητά του να ανιχνεύει φωτόνια ορισμένης ενέργειας. Λόγω της αδυναμίας πειραματικού προσδιορισμού της αποδοτικότητας για τα πρότυπα του ανιχνευτή που χρησιμοποιήθηκαν στο πείραμα, ήταν απολύτως επιβεβλημένη η εν λόγω προσομοίωση αλλά και ο θεωρητικός υπολογισμός.
- Δευτερεύον ζητούμενο ήταν η μελέτη της επίδρασης της θερμοκρασίας και της πίεσης του αερίου του ανιχνευτή στην αποδοτικότητά του καθώς αυτός δεν βρισκόταν σε περιβάλλον ελεγχόμενων συνθηκών.
- Σημαντικό ζητούμενο ήταν επίσης η κατανόηση του μετρούμενου υποβάθρου και ειδικότερα η προέλευσή του, προκειμένου να εντοπίσουμε πηγές

συστηματικών σφαλμάτων.

Προφανώς η προσομοίωση που σχεδιάσαμε δεν είχε σαν στόχο τη μελέτη της ανιχνευτικής λειτουργίας του Micromegas καθώς αυτή είναι κατανοητή σε μεγάλο βαθμό και εξάλλου απαιτεί διαφορετικά προγράμματα προσομοίωσης, με ειδίκευση στην αναπαραγωγή των ηλεκτρικών πεδίων και του πολλαπλασιασμού φορτίου στους ανιχνευτές αερίου.

5.1 Αποδοτικότητα του ανιχνευτή

5.1.1 Προσομοίωση

Η γνώση της αποδοτικότητας ενός ανιχνευτή είναι απαραίτητη για οποιαδήποτε χρήση του. Από πρακτικής άποψης, στο πείραμα CAST η αποδοτικότητα χρησιμεύει στον υπολογισμό των αξιονίων που τελικά θα ανιχνευτούν. Έτσι γίνεται σαφές ότι ενδιαφερόμαστε για την αποδοτικότητα του Micromegas σε ακτίνες X που προσπίπτουν κάθετα σε αυτόν γιατί αυτή είναι η κατεύθυνση των φωτονίων από πιθανή αλληλεπίδραση αξιονίων μέσα στον μαγνήτη.

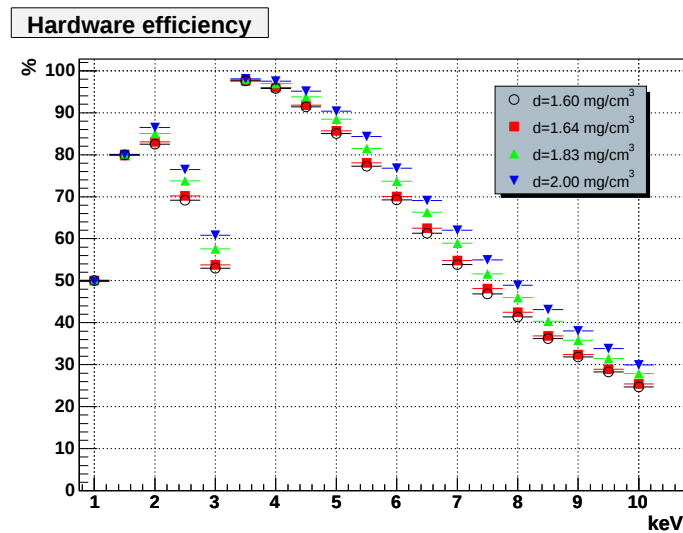
Χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες του πακέτου GEANT4 κατασκευάσαμε με κάθε λεπτομέρεια τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ανιχνευτή που χρησιμοποιήθηκε το 2004 και τα υλικά κατασκευής του. Στη συνέχεια θεωρήσαμε δέσμες γνωστού αριθμού φωτονίων, έστω N_0 , με συγκεκριμένη ενέργεια, που προσπίπτουν κάθετα στην ενεργό περιοχή του Micromegas αφού πρώτα διέλθουν από τα παράθυρα μεταξύ αυτού και του μαγνήτη. Τελικά καταγράψαμε τον αριθμό N των φωτονίων που αλληλεπεδράσαν με το αέριο και η αποδοτικότητα υπολογίστηκε απλά από το πηλίκο N/N_0 .

Στο σχήμα 5.1 έχουμε το ιστόγραμμα της αποδοτικότητας όπως προέκυψε από την προσομοίωση, για διάφορες πυκνότητες του αερίου του ανιχνευτή. Από αυτό μπορούμε να κάνουμε τις εξής διαπιστώσεις:

1. Στις χαμηλές ενέργειες έχουμε μειωμένη αποδοτικότητα, γεγονός που οφείλεται στα παράθυρα που μεσολαβούν μεταξύ του χώρου ανίχνευσης και της δέσμης και έχουν μικρή διαπερατότητα για χαμηλές ενέργειες.
2. Όσο αυξάνουμε την πυκνότητα του αερίου τόσο αυξάνεται η αποδοτικότητα διότι είναι μεγαλύτερη η πιθανότητα αλληλεπίδρασης των φωτονίων με το αέριο του ανιχνευτή.

5.1 Αποδοτικότητα του ανιχνευτή

3. Για τις δεδομένες ενέργειες, τα φωτόνια αλληλεπιδρούν αποκλειστικά μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου με το αέριο, οπότε μπορούμε να διακρίνουμε την αιχμή απορρόφησης¹ του Ar που αποτελεί το βασικό συστατικό του αερίου (95%).
4. Η αποδοτικότητα του ανιχνευτή μειώνεται δραματικά με την αύξηση της ενέργειας ως απόρροια του συντονιστικού χαρακτήρα του φωτοηλεκτρικού φαινομένου: όσο μεγαλύτερη είναι η ενέργεια του φωτονίου από την ενέργεια ιονισμού του K ηλεκτρονίου του Ar ($\approx 3 \text{ keV}$) τόσο μειώνεται η πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με αυτό.



Σχήμα 5.1: Αποδοτικότητα του ανιχνευτή σε φωτόνια που προσπίπτουν κάθετα σε αυτόν για διάφορες πυκνότητες του αερίου.

5.1.2 Θεωρητικός υπολογισμός

Η σχετική απλότητα των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στον ανιχνευτή για το μικρό ενεργειακό εύρος που μας απασχολεί, επιτρέπουν τον θεωρητικό υπολογισμό της πιθανότητας να ανιχνευτεί τελικά ένα φωτόνιο που προσπίπτει κάθετα στον ανιχνευτή. Οι παράγοντες που καθορίζουν την αποδοτικότητα είναι δύο: η διαπερατότητα των παραθύρων και η ενεργός διατομή του φωτοηλεκτρικού φαινομένου για το συγκεκριμένο αέριο. Αν ονομάσουμε μ τον συντελεστή απορρόφησης ενός υλικού και ρ την πυκνότητά του, τότε η ένταση μίας δέσμης

¹K-edge

φωτονίων μειώνεται εκθετικά κατά τη διέλευσή της από αυτό:

$$I(x) = I_o e^{-\mu \rho x} \quad (5.1)$$

Στην περίπτωση μας, ή ένταση των φωτονίων που απορροφάται τελικά από το αέριο θα είναι:

$$\Delta I(E) = I_o e^{-\rho_w \mu_w(E)l} \left(1 - e^{-\rho_g \mu_g(E)L} \right) \quad (5.2)$$

όπου μ_w , μ_g είναι οι συντελεστές απορρόφησης του παραθύρου και του αερίου, ρ_w , ρ_g οι πυκνότητες ενώ d , L είναι τα αντίστοιχα πάχη αφού η δέσμη είναι κάθετη σε αυτά. Οι συντελεστές απορρόφησης εξαρτώνται από την ενέργεια της δέσμης και είναι ευρέως γνωστοί και καταχωρημένοι σε βάσεις δεδομένων. Τελικά η αποδοτικότητα του ανιχνευτή είναι $a_h(E) = \frac{\Delta I(E)}{I_o}$.

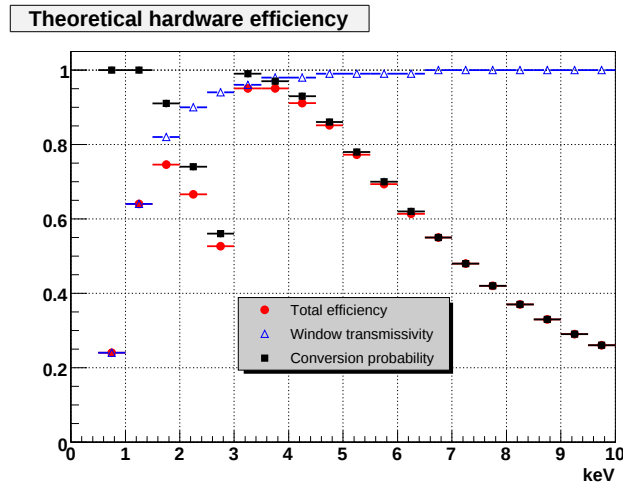
E(keV)	$\mu_w(\text{cm}^2/\text{g})$	$\mu_g(\text{cm}^2/\text{g})$	$a_h(2003)$	$a_h(2004)$	a_{MC}
1.0	1990	3120	0.24	0.24	0.25
1.5	630	1080	0.63	0.63	0.64
2.0	272	499	0.72	0.75	0.75
2.5	140	272	0.61	0.67	0.67
3.0	81.3	166	0.47	0.53	0.52
3.5	51.0	991	0.94	0.96	0.96
4.0	34.0	721	0.93	0.95	0.95
4.5	23.8	533	0.87	0.91	0.91
5.0	17.2	402	0.80	0.85	0.85
5.5	12.9	312	0.72	0.78	0.78
6.0	9.89	247	0.63	0.70	0.70
6.5	7.75	199	0.55	0.62	0.63
7.0	6.20	162	0.49	0.55	0.55
7.5	5.04	134	0.43	0.48	0.48
8.0	4.15	112	0.37	0.42	0.43
8.5	3.47	95	0.33	0.37	0.37

Πίνακας 5.1: Οι συντελεστές απορρόφησης για το πολυπροπυλένιο και το αέριο μίγμα του Micromegas και η αποδοτικότητα που προκύπτει για τα πρότυπα του 2003 και του 2004. Στην τελευταία στήλη είναι η αποδοτικότητα που υπολογίστηκε με την προσομοίωση.

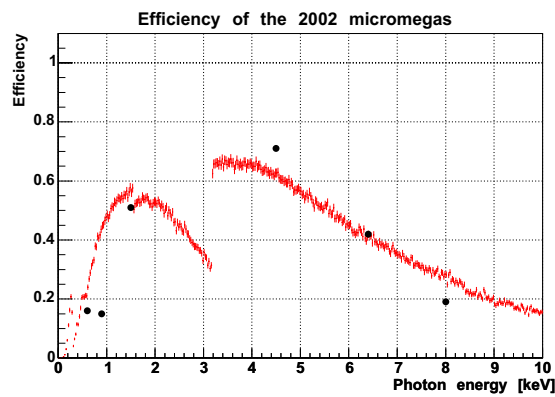
Στον πίνακα 5.1 εμφανίζονται οι συντελεστές απορρόφησης του παραθύρου και του αερίου μίγματος (95%Ar, 5%Isobutane) του ανιχνευτή σε συνάρτηση με την ενέργεια, καθώς και οι αποδοτικότητες που προκύπτουν για $l = 8\mu m$ και $L = 2.55cm$ (2003), $3cm$ (2004). Οι πυκνότητες των υλικών είναι αντίστοιχα: $\rho_w = 0.90g/cm^3$ και $\rho_g = 1.64mg/cm^3$. Στην τελευταία στήλη του πίνακα καταγράφεται η αποδοτικότητα όπως υπολογίστηκε με το πρόγραμμα προσομοίωσης και είναι σε απόλυτη συμφωνία με τον θεωρητικό υπολογισμό.

5.1 Αποδοτικότητα του ανιχνευτή

Επίσης στο διάγραμμα 5.2 φαίνεται η συμπεριφορά των δύο συνιστωσών που καθορίζουν την αποδοτικότητα για το πρότυπο του 2004.



Σχήμα 5.2: Οι δύο παράγοντες που διαμορφώνουν την αποδοτικότητα του ανιχνευτή (τρίγωνο): η διαπερατότητα του παραθύρου (τετράγωνο) και η πιθανότητα απορρόφησης του φωτονίου από το αέριο (κύκλοι).

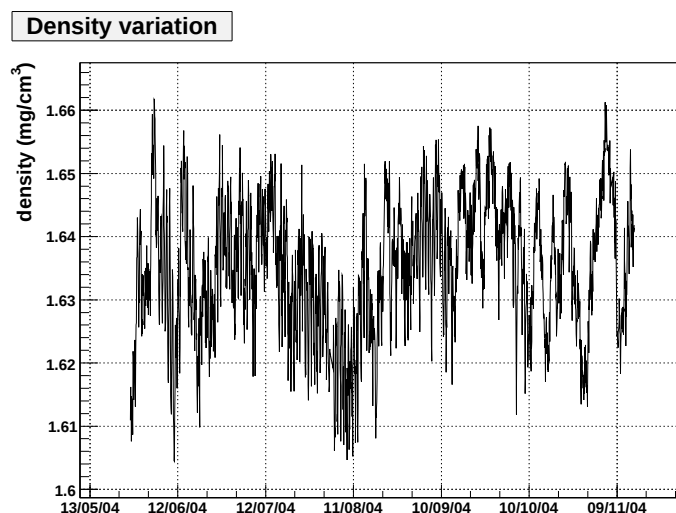


Σχήμα 5.3: Σύγκριση πειραματικών δεδομένων (κύκλοι) αποδοτικότητας του Micromegas με προσομοίωση για τα χαρακτηρισμένα πρότυπα του CAST.

Η γενική διαπίστωση που προκύπτει από τον θεωρητικό υπολογισμό αλλά και την προσομοίωση είναι ότι η συμπεριφορά του ανιχνευτή, τουλάχιστον για την περίπτωση των φωτονίων που προσπίπτουν κάθετα σε αυτόν, είναι απολύτως κατανοητή και τα αριθμητικά δεδομένα που προέκυψαν μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια με ασφάλεια. Το συμπέρασμα αυτό ενισχύεται περαιτέρω και από την καλή συμφωνία μεταξύ των δεδομένων που ελήφθησαν κατά τον χαρακτηρισμό και τη βαθμονόμηση των προτύπων στις εγκαταστάσεις PAN-THER(βλ. κεφ. 4) και προγενέστερη προσομοίωση (σχήμα 5.3).

5.2 Επίδραση της πυκνότητας του αερίου

Ήδη από το διάγραμμα 5.1 και το θεωρητικό υπολογισμό έγινε σαφές ότι η πυκνότητα του αερίου επηρεάζει την αποδοτικότητα του ανιχνευτή. Το ερώτημα στο οποίο πρέπει να απαντήσουμε είναι καθαρά ποσοτικό: πόσο ακριβώς επηρεάζει η πυκνότητα σε σχέση με τις μεταβολές της κατά τη διεξαγωγή του πειράματος;



Σχήμα 5.4: Μεταβολή της πυκνότητας του αερίου του ανιχνευτή κατά το 2004.

Σε πολύ καλή προσέγγιση μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το αέριο εντός του ανιχνευτή είναι ιδανικό και υπακούει στην αντίστοιχη καταστατική εξίσωση. Δεδομένου ότι δεν υπήρχε άμεση μέτρηση της πυκνότητας, μπορούμε να την υπολογίσουμε από την πίεση και τη θερμοκρασία του αερίου που καταγράφονταν συνεχώς (κάθε λεπτό), χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση. Αν θεω-

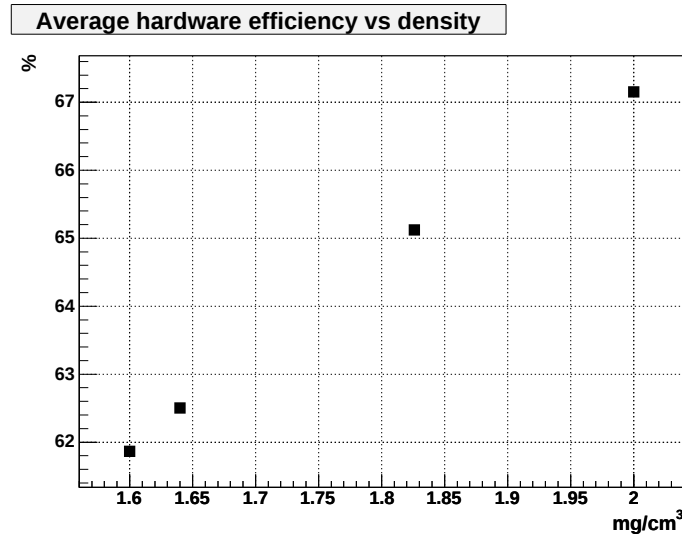
5.3 Υπόβαθρο

ρήσουμε τη γραμμομοριακή μάζα του αερίου μίγματος $M = 40.9 \text{ g/mol}$ και την παγκόσμια σταθερά $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ τότε η πυκνότητα θα δίνεται από τη σχέση:

$$\rho = \left(\frac{M}{R} \right) \cdot \frac{p}{T} \quad (5.3)$$

Για το 2004, οπότε και ενσωματώθηκε στο πείραμα η καταγραφή της πίεσης και της θερμοκρασίας, η μεταβολή της πυκνότητας φαίνεται στο σχήμα 5.4 από το οποίο διαπιστώνουμε ότι δεν ξεπερνά το $\pm 3\%$.

Με βάση τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα 5.5 στο οποίο φαίνεται καθαρά ότι η παρατηρούμενη διακύμανση της πυκνότητας έχει πολύ μικρή επίδραση στην μέση αποδοτικότητα του ανιχνευτή ($< 1\%$). Έτσι, το τελικό συμπέρασμα είναι ότι η συγκεκριμένη μεταβολή της αποδοτικότητας μπορεί να ληφθεί υπόψη μόνο σαν μικρό συστηματικό σφάλμα και όχι ως κάτι ουσιώδες.



Σχήμα 5.5: Μέση αποδοτικότητα του ανιχνευτή στο διάστημα $1 - 8.5 \text{ keV}$ σε συνάρτηση με την πυκνότητα του αερίου.

5.3 Υπόβαθρο

Η μεγαλύτερη πρόκληση για το πρόγραμμα προσομοίωσης του Micromegas στο πείραμα CAST είναι αναμφίβολα η κατανόηση και η αναπαραγωγή του

μετρούμενου υποβάθρου. Η δυσκολία έγκειται στο γεγονός ότι πρόκειται για πείραμα μη ελεγχόμενων συνθηκών που πραγματοποιείται στην επιφάνεια της Γης και σε ένα χώρο που όχι μόνο δεν έχει καμμία θωράκιση αλλά τα δομικά υλικά του είναι πιθανές πηγές περιβαλλοντικής ακτινοβολίας. Επιπλέον, δε μπορούμε να ξέρουμε κανένα ποσοτικό στοιχείο σχετικά με τις διαφορές πηγές υποβάθρου, διότι η μέτρησή τους θα αποτελούσε ένα ξεχωριστό πείραμα. Υπό το βάρος αυτών των διαπιστώσεων είναι σαφές ότι μόνο ποιοτική μελέτη μπορεί να γίνει με απώτερο στόχο την αναγνώριση εκείνων των χαρακτηριστικών που ενδέχεται να παίζουν ρόλο στα συστηματικά σφάλματα του πειράματος.

Εναρκτήριο σημείο στην προσπάθειά μας είναι η αποσαφήνιση του είδους των γεγονότων που ανιχνεύει ο Micromegas: γενικά ένας ανιχνευτής αερίου μπορεί να καταγράψει τα εξής:

1. Φορτισμένα σωματίδια που θα προκαλέσουν ιονισμό του αερίου (ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια, μίονια, σωματία α) σε όλο το μήκος της τροχιάς τους.
2. Φωτόνια μέσω φωτοηλεκτρικού φαινομένου ή φαινομένου Compton ή δίδυμης γέννησης.
3. Θερμικά νετρόνια που θα συγκρουστούν ελαστικά με τους πυρήνες των ιόντων του αερίου και θα προκαλέσουν την οπισθοσκέδασή τους.

Στην ενεργειακή περιοχή του ενδιαφέροντός μας, ο Micromegas μπορεί να ανιχνεύσει ακτίνες X μέσω φωτοηλεκτρικού φαινομένου και θερμικά νετρόνια, ενώ τα φορτισμένα σωματίδια είναι εύκολα αναγνωρίσιμα και απομακρύνονται από τα γεγονότα υποβάθρου. Έτσι το ενδιαφέρον μας στρέφεται φυσιολογικά στις πιθανές πηγές ακτίνων X.

Προκειμένου να έχουμε όσο το δυνατόν χαμηλότερο υπόβαθρο, χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή του ανιχνευτή υλικά πολύ χαμηλής εγγενούς ακτινοβολίας (βλ. κεφ. 4). Παρ' ολ' αυτά τόσο τα strips που καταγράφουν το φορτίο ύστερα από κάθε γεγονός, όσο και το διάτρητο μεταλλικό φύλλο (mesh) που διαχωρίζει την περιοχή μετατροπής από την περιοχή πολλαπλασιασμού, είναι χάλκινα. Επιπλέον, η μοναδική θωράκιση του ανιχνευτή είναι από ορείχαλκο. Όλα τα παραπάνω συγκλίνουν στο συμπέρασμα ότι μία σημαντική συνεισφορά στο μετρούμενο φάσμα προέρχεται από το φθορισμό των χάλκινων στοιχείων. Μία άλλη πηγή ακτίνων X είναι επίσης το ίδιο το αέριο που επίσης μπορεί να υποστεί φθορισμό.

Αναφορικά με τις ακτινοβολίες που προκαλούν το φθορισμό των υλικών μπορούμε να πούμε ότι είναι κυρίως ακτίνες γ και X μεγαλύτερης ενέργειας που

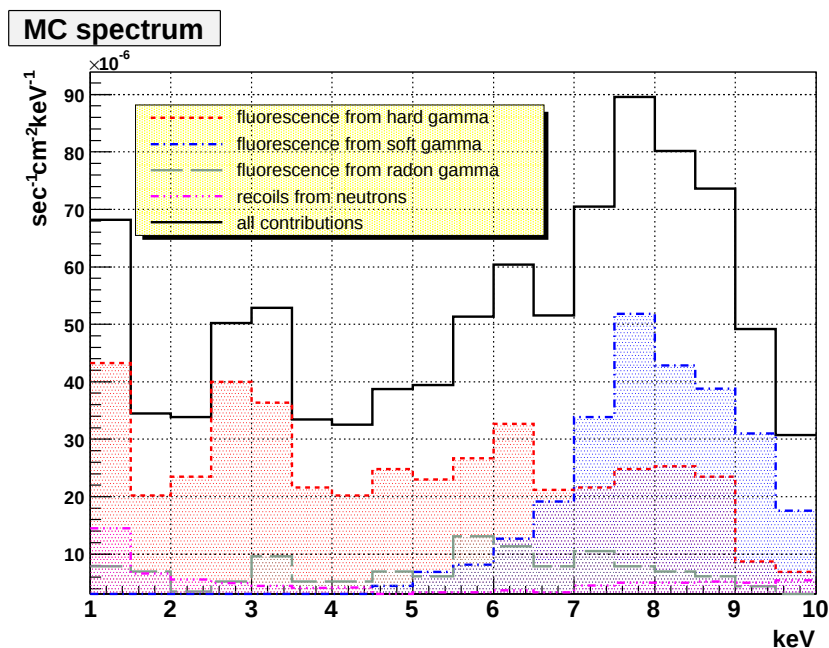
υπάρχουν διάχυτες στον χώρο του πειράματος ως δευτερογενής ακτινοβολία που προκαλούν τα μίονια των κοσμικών ακτίνων. Επίσης προέρχονται από την ραδιενεργό δραστηριότητα των δομικών υλικών του χώρου και το Rn που υπάρχει φυσιολογικά στον περιβάλλοντα χώρο καθώς εκλύεται από το έδαφος και τα πετρώματα.

Η συζήτηση που προηγήθηκε υποστηρίζει την στρατηγική που ακολουθήσαμε για την προσομοίωση του υποβάθρου: χρησιμοποιώντας το πακέτο GEANT4 κατασκευάσαμε με κάθε λεπτομέρεια τα γεωμετρικά στοιχεία και τα υλικά του ανιχνευτή, συμπεριλαμβανομένης της ορειχάλκινης θωράκισής του. Στη συνέχεια απομονώσαμε τις πιθανές αιτίες φθορισμού που προαναφέραμε και με κάθε είδος από αυτές βομβαρδίσουμε ιστροπικά τον ανιχνευτή. Στο τέλος καταγράψαμε την εναποτιθέμενη ενέργεια στο αέριο του ανιχνευτή υπό την προϋπόθεση ότι ήταν εντοπισμένη, εξαιτίας του εντελώς διαφορετικού σήματος που προκαλεί. Στην πραγματικότητα πρόκειται για την ενέργεια φωτοηλεκτρονίων χαμηλής ενέργειας που παράχθηκαν στο χώρο μετατροπής του ανιχνευτή αλλά και ιόντων Ar που ανακρούστηκαν από την ελαστική σκέδαση θερμικών νετρονίων. Τελικά διαμορφώθηκε το φάσμα του σχήματος 5.6 όπου έχουμε επιπλέον συμπεριλάβει τεχνητά² την πεπερασμένη διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή, με βάση τα πειραματικά δεδομένα. Αναλυτικά μπορούμε να διαπιστώσουμε τα παρακάτω:

- Φωτόνια με χαμηλές ενέργειες ($E \lesssim 200 \text{ keV}$) προκαλούν σχεδόν αποκλειστικά φθορισμό των αντικειμένων που περιέχουν χαλκό. Αυτή η εικόνα συμβαδίζει με τον συντονιστικό χαρακτήρα του φωτοηλεκτρικού φαινομένου όπου έχουμε εξαγωγή ηλεκτρονίου από την εσωτερη στοιβάδα του ατόμου.
- Φωτόνια με μεγάλες ενέργειες ($500 \text{ keV} \gtrsim E \gtrsim 1 \text{ GeV}$) προκαλούν τελικά ισόμορφο φθορισμό των υλικών και του αερίου του ανιχνευτή.
- Η ελαστική σκέδαση των νετρονίων με τα ιόντα του Ar δίνει σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή αλλά η κύρια συνεισφορά της βρίσκεται στις πολύ μικρές ενέργειες ($E < 1 \text{ keV}$) που βρίσκονται έξω από το φάσμα του ενδιαφέροντός μας αλλά και των δυνατοτήτων του ανιχνευτή.
- Η σχετική συνεισφορά της κάθε συνιστώσας δεν είναι γνωστή (διότι αγνοούμε την ένταση των περιγραφόμενων πηγών ακτινοβολίας) και η εμ-

² Διότι δεν προσομοιώθηκε η πλήρης λειτουργία του Micromegas και της ηλεκτρονικής αλυσίδας αλλά μόνο η δυνατότητά του να ανιχνεύει και να μετρά ενέργεια.

φανιζόμενη κανονικοποίηση έγινε με μοναδικό κριτήριο την αναπαραγωγή της κορυφής του Cu σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα του 2004 και ενδεχομένως δεν είναι μονοσήμαντη. Εξάιρεση αποτελεί η συνιστώσα των θερμικών νετρονίων καθώς ο ρυθμός και το φάσμα τους στο χώρο του πειράματος μετρήθηκαν με σχετική ακρίβεια.



Σχήμα 5.6: Το φάσμα του υποβάθρου σύμφωνα με την προσομοίωση. Διακρίνονται οι συνεισφορές από τις διάφορες πηγές και η επαλληλία τους. Η κανονικοποίηση έγινε με κριτήριο το μετρούμενο υπόβαθρο για το 2004 και πιθανόν δεν είναι μονοσήμαντη.

Μέρος ΙΙΙ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Κεφάλαιο 6

Στατιστικές μέθοδοι ανάλυσης

Η κατάληξη της πειραματικής διαδικασίας είναι πάντοτε μία συλλογή από μετρήσεις, οι οποίες πρέπει να επεξεργαστούν με τον κατάλληλο τρόπο ώστε να εξαχθούν οι ποσότητες στις οποίες εστιάζεται το Φυσικό ενδιαφέρον. Ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα των μετρήσεων, το κατάλληλο εργαλείο είναι η Στατιστική Ανάλυση και στο κεφάλαιο αυτό θα σταθούμε σε ορισμένα σημεία επιλεκτικά, για να γίνει απολύτως διαυγή η μεθοδολογία ανάλυσης των δεδομένων του CAST που θα ακολουθήσει.

6.1 Σημειακοί εκτιμητές

Έστω ότι το αντικείμενο ενός πειράματος είναι η μέτρηση κάποιας άγνωστης ποσοτήτας μ . Από την πειραματική διαδικασία θα προκύψει ένα σύνολο από μετρήσεις x_i , $i = 1 \dots N$ που εν γένει θεωρούνται συναρτήσεις της άγνωστης παραμέτρου: $x_i \equiv x_i(\mu)$. Λέμε ότι η ποσότητα $\hat{\mu}$ είναι σημειακός εκτιμητής (point estimator) της μ όταν είναι συνάρτηση των δεδομένων ($\hat{\mu} = \hat{\mu}(x_i)$) και αποτελεί μία πρόβλεψη για την τιμή της άγνωστης παραμέτρου. Η επιλογή του κατάλληλου εκτιμητή δεν είναι μονοσήμαντη και γενικά δεν υπάρχει κανένας συστηματικός και θεμελιώδης τρόπος με τον οποίο να κατασκευάζεται αυτός. Όμως, σε κάθε περίπτωση, ο εκτιμητής που επιλέγεται θα πρέπει να έχει ορισμένες ιδιότητες [30, 32]:

1. **Συνέπεια** (consistency)

Καθώς το πλήθος των μετρήσεων x_i αυξάνει θα πρέπει η τιμή του εκτιμητή να συγκλίνει στην πραγματική τιμή, δηλαδή

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{\mu}(x_i) = \mu$$

2. Αμεροληψία (unbiasedness)

Αν υποθέσουμε ότι γίνεται ένας αριθμός πειραμάτων που σε όλα κατασκευάζουμε με τον ίδιο τρόπο τον εκτιμητή $\hat{\mu}$ τότε θα πρέπει

$$E[\hat{\mu}] = \mu$$

3. Αποτελεσματικότητα (efficiency)

Είναι ο λόγος της ελάχιστης δυνατής διακύμανσης που εμφανίζουν όλοι οι εκτιμητές προς τη διακύμανση που εμφανίζει ο συγκεκριμένος που επελέγει:

$$a = \frac{\sigma_{min}^2}{V(\hat{\mu})}$$

4. Ευστάθεια (robustness)

Πρόκειται για την ευσταθή συμπεριφορά του εκτιμητή για διακυμάνσεις των υποθέσεων που κάνουμε σχετικά με τη μορφή της πυκνότητας πιθανότητας των μετρήσεων x_i , η οποία περιέχει την άγνωστη παράμετρο μ .

Στις περισσότερες εφαρμογές όπου η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των μετρήσεων είναι εκθετικής μορφής (όπως π.χ η κανονική κατανομή) είναι δυνατόν να βρεθεί ένας επαρκής εκτιμητής που να ικανοποιεί όλες τις παραπάνω προϋποθέσεις [30]. Στη γενική όμως περίπτωση απαιτείται περισσότερη ανάλυση των δεδομένων σε σχέση με τις συνθήκες του πειράματος.

6.1.1 Μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας

Η πλέον γενική μέθοδος κατασκευής ενός σημειακού εκτιμητή είναι η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum likelihood) που παρέχει κατά κανόνα αμερόληπτους και αποτελεσματικούς εκτιμητές (σύμφωνα με τους ορισμούς που δόθηκαν προηγουμένως) για μεγάλα δείγματα δεδομένων. Αν υποθέσουμε ότι οι μετρήσεις μας x_i είναι ανεξάρτητες και κατανέμονται σύμφωνα με τη

συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x|\mu)$ που εξαρτάται από την άγνωστη παράμετρο, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε τη συνάρτηση πιθανοφάνειας:

$$\mathcal{L}(\mu) = \prod_{i=1}^N f(x_i|\mu) \quad (6.1)$$

Ο εκτιμητής μ είναι εκείνη η τιμή της παραμέτρου που μεγιστοποιεί τη συνάρτηση πιθανοφάνειας και ικανοποιεί τη σχέση:

$$\left(\frac{d\mathcal{L}}{d\mu} \right)_{\mu=\hat{\mu}} = 0 \quad (6.2)$$

Το τυπικό σφάλμα $\sigma_{\hat{\mu}}$ του εκτιμητή βρίσκεται από τη συνθήκη:

$$\ln \mathcal{L}(\hat{\mu} + \sigma_{\hat{\mu}}) = \ln \mathcal{L}_{max} - \frac{1}{2} \quad (6.3)$$

6.1.2 Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Σε πολλές εφαρμογές χρησιμοποιείται η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων ή *προσαρμογή* χ^2 : Ας υποθέσουμε ότι διαθέτουμε N ανεξάρτητες μετρήσεις y_i σε κάποια σημεία x_i (π.χ x είναι η ενέργεια και y ο αριθμός των σωματιδίων που έχουν τόση ενέργεια) και υποθέτουμε ότι αυτές κατανέμονται κανονικά γύρω από μία αναμενόμενη τιμή $Y(x_i|\mu)$ με τυπική απόκλιση σ_i και μ είναι η παράμετρος που θέλουμε να προσδιορίσουμε. Κατασκευάζουμε την ποσότητα χ^2 με

$$\chi^2(\mu) = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - Y(x_i|\mu))^2}{\sigma_i^2} \quad (6.4)$$

και απαιτούμε να ελαχιστοποιείται. Σε αυτή την περίπτωση, ο εκτιμητής $\hat{\mu}$ ικανοποιεί τη σχέση:

$$\left(\frac{d\chi^2}{d\mu} \right)_{\mu=\hat{\mu}} = 0 \quad (6.5)$$

και το τυπικό σφάλμα του δίνεται από τη συνθήκη:

$$\chi^2(\hat{\mu} + \sigma_{\hat{\mu}}) = \chi_{min}^2 + 1 \quad (6.6)$$

Η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων ουσιαστικά ταυτίζεται με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας όταν οι μετρήσεις y_i ακολουθούν την κανονική κατανομή αλλά μπορεί να οριστεί και όταν δεν την ακολουθούν.

Η μεθοδολογία των ελαχίστων τετραγώνων έχει ιδιαίτερη σημασία για έναν επιπλέον λόγο: μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την αξιολόγηση των θεωρητικών υποθέσεων που έχουμε κάνει και αποτυπώνονται στη μορφή της συνάρτησης $Y(x|\mu)$ που χρησιμοποιούμε. Συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε την ποσότητα χ_{min}^2 που έχει προκύψει από τη διαδικασία εύρεσης του εκτιμητή $\hat{\mu}$ τότε αυτή ακολουθεί την κατανομή χ_n^2 με $n = N - 1$ βαθμούς ελευθερίας [32] και η οποία έχει μέση τιμή $E[\chi_{min}^2] = n$. Ανάλογα με τον συσχετισμό των ποσοτήτων χ_{min}^2 και n μπορούμε να βγάλουμε τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Αν $\chi_{min}^2 \gg n$ έχουμε μεγάλη διαφορά των πειραματικών μετρήσεων y_i με τις θεωρητικές τιμές Y_i συγκριτικά με τα τυπικά σφάλματα σ_i οπότε πρόκειται για κακή προσαρμογή.
- Αν $\chi_{min}^2 \ll n$ τα τυπικά σφάλματα σ_i είναι πολύ μεγάλα και δεν μπορούμε να βγάλουμε ασφαλή συμπεράσματα για τις θεωρητικές υποθέσεις.
- Αν $\chi_{min}^2 \simeq n$ οι διαφορές των πειραματικών μετρήσεων από τις θεωρητικές τιμές είναι συγκρίσιμες με τα τυπικά σφάλματα και έχουμε καλή προσαρμογή.

Τα παραπάνω αποτυπώνονται στην παράμετρο p :

$$p = \int_{\chi_{min}^2}^{\infty} f(x|n)dx \quad (6.7)$$

όπου $f(x|n)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής χ^2 . Όσο πλησιέστερα είναι η πιθανότητα p στο 0.5 τόσο καλύτερη είναι η προσαρμογή.

6.2 Κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης

Η χρησιμότητα των σημειακών εκτιμητών είναι προφανής καθώς μας παρέχουν την αμεσότερη πληροφόρηση για την τιμή της παραμέτρου που θέλουμε να προσδιορίσουμε από τις πειραματικές μετρήσεις. Παρ' όλ' αυτά είναι εξίσου σημαντικό να προσδιορίσουμε την ακρίβεια με την οποία εκτιμούμε την άγνωστη παράμετρο ή να την περιορίσουμε σε κάποιο διάστημα αν δεν μπορεί να βρεθεί

ικανοποιητικός εκτιμητής. Στην προσπάθεια αυτή έχει κεντρικό ρόλο η έννοια του διαστήματος εμπιστοσύνης.

6.2.1 Ορισμός και ιδιότητες

Λέγοντας κλασσικό διάστημα εμπιστοσύνης αναφερόμαστε στην εννοιολογική προσέγγιση της σχολής των συχνοτηστών (frequentists). Σύμφωνα με αυτή, ένα διάστημα $[\mu_d(\hat{\mu}), \mu_u(\hat{\mu})]$ αποτελεί διάστημα εμπιστοσύνης για την παράμετρο μ σε επίπεδο σημαντικότητας (confidence level) a αν

$$P(\mu \in [\mu_d, \mu_u]) = a \quad (6.8)$$

και εξαρτάται από την συγκεκριμένη τιμή του εκτιμητή που προκύπτει από την πειραματική διαδικασία. Η ερμηνεία του παραπάνω ορισμού είναι η εξής [30]: από ένα σύνολο πειραμάτων που φιλοδοξούν να προσδιορίσουν την ίδια παράμετρο μ , χρησιμοποιώντας εν γένει διαφορετικές μετρήσιμες ποσότητες (π.χ εκτιμητές), ένα ποσοστό a θα αναφέρει διαστήματα εμπιστοσύνης που περιέχουν την άγνωστη παράμετρο. Είναι σημαντικό ότι κατά την κλασσική έννοια μπορούν να κατασκευαστούν άπειρα διαστήματα εμπιστοσύνης, ανάλογα με τις μετρήσεις του κάθε πειράματος αλλά ένα ποσοστό $1 - a$ από αυτά δεν θα περιέχει την πραγματική τιμή. Η βασική έννοια που αναδεικνύεται με αυτό τον τρόπο είναι η κάλυψη (coverage) της τιμής μ από το σύνολο των διαστημάτων εμπιστοσύνης.

6.2.2 Κατασκευή Neyman

Η κατασκευή των κλασσικών διαστημάτων εμπιστοσύνης βασίζεται στη μέθοδο Neyman ο οποίος εισήγαγε την αντίστοιχη έννοια [33, 63]. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχει κάποια ποσότητα $x = x(\mu)$ που καθορίζεται από την πειραματική διαδικασία και εξαρτάται από την άγνωστη παράμετρο μ με συνάρτηση πιθανοφάνειας $\mathcal{L} = \mathcal{L}(x|\mu)$. Συνήθως πρόκειται για τον εκτιμητή $x = \hat{\mu}$ αλλά αυτό δεν είναι υποχρεωτικό. Για κάθε δυνατή τιμή του μ επιλέγουμε ένα διάστημα $[x_1, x_2]$ που έχει την ιδιότητα

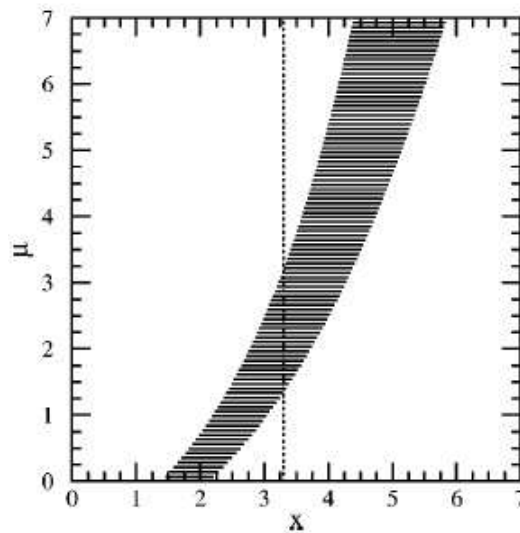
$$P(x \in [x_1, x_2]) = a \quad (6.9)$$

και καλείται περιοχή αποδοχής (acceptance region). Η σχέση 6.9 είναι αναγκαία αλλά όχι ικανή συνθήκη για την κατασκευή του ζητούμενου διαστήματος, οπότε απαιτούνται επιπλέον κανόνες, υποκειμενικού χαρακτήρα, για τον προσδιορισμό

του. Η συνηθέστερη επιλογή είναι τα κεντρικά διαστήματα που ορίζονται από τις σχέσεις:

$$P(x < x_1) = P(x > x_2) = \frac{a}{2} \quad (6.10)$$

αλλά εν γένει υπάρχουν άπειρες δυνατότητες. Δεδομένου ότι χρησιμοποιούμε για όλες τις τιμές του μ τον ίδιο κανόνα επιλογής του διαστήματος $[x_1(\mu), x_2(\mu)]$ τελικά κατασκευάζουμε μία περιοχή στο χώρο των ποσοτήτων x, μ που ονομάζεται ζώνη εμπιστοσύνης (confidence belt, σχήμα 6.1). Το αποτέλεσμα μίας



Σχήμα 6.1: Αναπαράσταση μίας κλασσικής ζώνης εμπιστοσύνης όπου μ είναι η άγνωστη ποσότητα και x το αποτέλεσμα της πειραματικής μέτρησης.

πειραματικής διαδικασίας θα είναι μία συγκεκριμένη τιμή $x = x_o$, οπότε η αντίστοιχη κατακόρυφη γραμμή θα ορίζει ένα απλά συνεκτικό διάστημα $[\mu_d(x_o), \mu_u(x_o)]$ που αποτελεί το διάστημα εμπιστοσύνης στο οποίο καταλήγει το συγκεκριμένο πείραμα με πιθανότητα a να περιέχει (καλύπτει) την παράμετρο μ . Η κατασκευή Neyman γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε ο ορισμός 6.8 ενός κλασσικού διαστήματος εμπιστοσύνης εξασφαλίζεται αυτομάτως.

6.2.3 Παράμετροι που υπόκεινται σε περιορισμούς

Όλα τα κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης προσδιορίζονται με την μέθοδο Neyman ή υπολογίζονται προσεγγιστικά με πρακτικούς κανόνες κατά τον υπολογισμό του εκτιμητή με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας ή τη μέ-

θοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Γενικεύοντας τη μεθοδολογία ορισμού του τυπικού σφάλματος ενός εκτιμητή, κατασκευάζουμε διαστήματα εμπιστοσύνης $[\mu_1, \mu_2]$ με επίπεδο σημαντικότητας a , από τη συνθήκη

$$\chi^2(\mu_i) = \chi_{min}^2 + \Delta\chi^2(a) \quad (6.11)$$

όπου οι τιμές $\Delta\chi^2(a)$ για μεγάλο πλήθος δεδομένων και για μία προσδιοριστέα παράμετρο δίνονται στον πίνακα 6.1.

$\alpha(\%)$	$\Delta\chi^2$
68.27	1.00
90	2.71
95	3.84
99	6.63

Πίνακας 6.1: Όρια για την κατασκευή προσεγγιστικών κλασσικών διαστημάτων εμπιστοσύνης, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση χ^2 .

Τόσο η προσεγγιστική μέθοδος όσο και η αυστηρή κατασκευή Neyman συναντούν προβλήματα όταν η ποσότητα μ είναι φραγμένη λόγω κάποιου Φυσικού περιορισμού και η μέτρηση είναι κοντά στο Φυσικό όριο [57]. Το τυπικό παράδειγμα αφορά μία ποσότητα μη αρνητική (π.χ μάζα ενός σωματιδίου) που έχει πολύ μικρή τιμή. Σε αυτή την περίπτωση το ζητούμενο διάστημα εμπιστοσύνης είναι ουσιαστικά ένα άνω όριο της ποσότητας. Δηλαδή επιθυμούμε τον υπολογισμό της ποσότητας μ_{up} με την ιδιότητα

$$P(\mu < \mu_{up}) = a \quad (6.12)$$

Η εφαρμογή των κλασσικών μεθόδων σε μία τέτοια μέτρηση συναντά δύο βασικά προβλήματα:

1. Είναι συχνό φαινόμενο ο εκτιμητής $\hat{\mu}$ που προκύπτει από τη μέτρηση να βρίσκεται στη μη Φυσική περιοχή και το κλασσικό διάστημα εμπιστοσύνης να έχει ένα τμήμα του επίσης μη φυσικό. Αυτό σημαίνει ότι δεν καλύπτει την άγνωστη παράμετρο, το οποίο αν και απολύτως ορθό αφού το $(1-a)\%$ των πειραμάτων έχει αυτή την πρόβλεψη, δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό ως πειραματικό αποτέλεσμα!!
2. Σε πολλές περιπτώσεις δεν είναι εκ των πρωτέρων γνωστό αν από ένα πείραμα θα προκύψει πραγματική μέτρηση ή μηδενικό αποτέλεσμα και αναπόφευκτα θα οδηγηθεί σε ένα άνω όριο. Η συνήθης πρακτική είναι να εφαρμόζεται διαφορετικός κανόνας επιλογής για τα διαστήματα

αποδοχής, ανάλογα με το αποτέλεσμα του πειράματος (πολιτική flip-flop), γεγονός που οδηγεί σε μικρότερο πραγματικό επίπεδο εμπιστοσύνης από το δηλωθέν [33].

Στα πλαίσια της κλασσικής συμπερασματολογίας υπάρχουν διάφορες απόπειρες για την τροποποίηση των διαστημάτων εμπιστοσύνης ώστε αυτά να είναι μαθηματικά ορθά, συνήθως με την ανοχή συντηρητισμού (δηλαδή το πραγματικό επίπεδο εμπιστοσύνης να είναι μεγαλύτερο από το δηλωθέν) και επιπλέον να έχουν ξεκάθαρη Φυσική ερμηνεία. Σε γενικές γραμμές οι προσπάθειες αυτές επικεντρώνονται στον κανόνα επιλογής του διαστήματος αποδοχής, πάντα σύμφωνα με την κατασκευή Neyman, ενώ σε ορισμένες περιπτώσεις εξετάζεται και ο φυσικότερος ορισμός του εκτιμητή ώστε να πριέχει ρητά την επιπλέον πληροφορία που έχουμε γνωρίζοντας εξ' αρχής τους περιορισμούς της άγνωστης παραμέτρου.

6.2.4 Μέθοδος Feldman-Cousins

Παρά το γεγονός ότι υπάρχει έντονος προβληματισμός στην επιστημονική κοινότητα σχετικά με τις διάφορες απόπειρες συνεπούς ορισμού των κλασσικών διαστημάτων εμπιστοσύνης στην περίπτωση των φραγμένων παραμέτρων, φαίνεται ότι υπάρχει αναγνώριση της μεθόδου που εισήγαγαν οι Feldman και Cousins [33].

Πρόκειται για μεθοδολογία ορισμού κλασσικών διαστημάτων μέσω της κατασκευής Neyman που έχουν την ιδιότητα να δίνουν άνω όριο, αν έχουμε μη-δενικό πειραματικό αποτέλεσμα και δίπλευρο διάστημα αν έχουμε μέτρηση, με ενοποιημένο τρόπο, δηλαδή χωρίς την αλλαγή του κανόνα ορισμού. Σύμφωνα με αυτήν, για τη διαδικασία κατασκευής της ζώνης εμπιστοσύνης απαιτούμε να ισχύει

$$\int_{x_1}^{x_2} \mathcal{L}(x|\mu) dx = a \quad (6.13)$$

και επιβάλλουμε την επιπλέον συνθήκη $R(x_1) = R(x_2)$ όπου η ποσότητα R είναι ο λόγος

$$R(x) = \frac{\mathcal{L}(x|\mu)}{\mathcal{L}_{max}} \quad (6.14)$$

και ουσιαστικά πρόκειται για μία διαδικασία ταξινόμησης (ordering principle)

6.2 Κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης

των τιμών x του διαστήματος αποδοχής.

Σε πολλές περιπτώσεις πρακτικού ενδιαφέροντος έχουμε μεγάλο αριθμό δεδομένων και η συνάρτηση πιθανοφάνειας παίρνει τη μορφή:

$$\mathcal{L}(\hat{\mu}|\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(\hat{\mu} - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (6.15)$$

με την άγνωστη παράμετρο μ να περιορίζεται σε μη αρνητικές τιμές. Η μέγιστη

$\hat{\mu}_o$	68.27%	90%	95%	x	68.27%	90%	95%
-3.0	0.0, 0.04	0.0, 0.26	0.0, 0.42	0.1	0.00, 1.10	0.00, 1.74	0.00, 2.06
-2.9	0.0, 0.04	0.0, 0.27	0.0, 0.44	0.2	0.00, 1.20	0.00, 1.84	0.00, 2.16
-2.8	0.0, 0.04	0.0, 0.28	0.0, 0.45	0.3	0.00, 1.30	0.00, 1.94	0.00, 2.26
-2.7	0.0, 0.04	0.0, 0.29	0.0, 0.47	0.4	0.00, 1.40	0.00, 2.04	0.00, 2.36
-2.6	0.0, 0.05	0.0, 0.30	0.0, 0.48	0.5	0.02, 1.50	0.00, 2.14	0.00, 2.46
-2.5	0.0, 0.05	0.0, 0.32	0.0, 0.50	0.6	0.07, 1.60	0.00, 2.24	0.00, 2.56
-2.4	0.0, 0.05	0.0, 0.33	0.0, 0.52	0.7	0.11, 1.70	0.00, 2.34	0.00, 2.66
-2.3	0.0, 0.05	0.0, 0.34	0.0, 0.54	0.8	0.15, 1.80	0.00, 2.44	0.00, 2.76
-2.2	0.0, 0.06	0.0, 0.36	0.0, 0.56	0.9	0.19, 1.90	0.00, 2.54	0.00, 2.86
-2.1	0.0, 0.06	0.0, 0.38	0.0, 0.59	1.0	0.24, 2.00	0.00, 2.64	0.00, 2.96
-2.0	0.0, 0.07	0.0, 0.40	0.0, 0.62	1.1	0.30, 2.10	0.00, 2.74	0.00, 3.06
-1.9	0.0, 0.08	0.0, 0.43	0.0, 0.65	1.2	0.35, 2.20	0.00, 2.84	0.00, 3.16
-1.8	0.0, 0.09	0.0, 0.45	0.0, 0.68	1.3	0.42, 2.30	0.02, 2.94	0.00, 3.26
-1.7	0.0, 0.10	0.0, 0.48	0.0, 0.72	1.4	0.49, 2.40	0.12, 3.04	0.00, 3.36
-1.6	0.0, 0.11	0.0, 0.52	0.0, 0.76	1.5	0.56, 2.50	0.22, 3.14	0.00, 3.46
-1.5	0.0, 0.13	0.0, 0.56	0.0, 0.81	1.6	0.64, 2.60	0.31, 3.24	0.00, 3.56
-1.4	0.0, 0.15	0.0, 0.60	0.0, 0.86	1.7	0.72, 2.70	0.38, 3.34	0.06, 3.66
-1.3	0.0, 0.17	0.0, 0.64	0.0, 0.91	1.8	0.81, 2.80	0.45, 3.44	0.16, 3.76
-1.2	0.0, 0.20	0.0, 0.70	0.0, 0.97	1.9	0.90, 2.90	0.51, 3.54	0.26, 3.86
-1.1	0.0, 0.23	0.0, 0.75	0.0, 1.04	2.0	1.00, 3.00	0.58, 3.64	0.35, 3.96
-1.0	0.0, 0.27	0.0, 0.81	0.0, 1.10	2.1	1.10, 3.10	0.65, 3.74	0.45, 4.06
-0.9	0.0, 0.32	0.0, 0.88	0.0, 1.17	2.2	1.20, 3.20	0.72, 3.84	0.53, 4.16
-0.8	0.0, 0.37	0.0, 0.95	0.0, 1.25	2.3	1.30, 3.30	0.79, 3.94	0.61, 4.26
-0.7	0.0, 0.43	0.0, 1.02	0.0, 1.33	2.4	1.40, 3.40	0.87, 4.04	0.69, 4.36
-0.6	0.0, 0.49	0.0, 1.10	0.0, 1.41	2.5	1.50, 3.50	0.95, 4.14	0.76, 4.46
-0.5	0.0, 0.56	0.0, 1.18	0.0, 1.49	2.6	1.60, 3.60	1.02, 4.24	0.84, 4.56
-0.4	0.0, 0.64	0.0, 1.27	0.0, 1.58	2.7	1.70, 3.70	1.11, 4.34	0.91, 4.66
-0.3	0.0, 0.72	0.0, 1.36	0.0, 1.67	2.8	1.80, 3.80	1.19, 4.44	0.99, 4.76
-0.2	0.0, 0.81	0.0, 1.45	0.0, 1.77	2.9	1.90, 3.90	1.28, 4.54	1.06, 4.86
-0.1	0.0, 0.90	0.0, 1.55	0.0, 1.86	3.0	2.00, 4.00	1.37, 4.64	1.14, 4.96
0.0	0.0, 1.00	0.0, 1.64	0.0, 1.96	3.1	2.10, 4.10	1.46, 4.74	1.22, 5.06

Πίνακας 6.2: Κλασσικά διαστήματα εμπιστοσύνης κατασκευασμένα με τη μέθοδο ταξινόμησης Feldman-Cousins για την περίπτωση που η άγνωστη παράμετρος είναι η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής και είναι μη αρνητική. Η μέτρηση μ και το διάστημα εμπιστοσύνης αναφέρονται σε μονάδες τυπικής απόκλισης.

τιμή της συνάρτησης πιθανοφάνειας θα είναι

$$\mathcal{L}_{max} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}, & \mu \geq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\hat{\mu}^2}{2\sigma^2}\right), & \mu < 0 \end{cases} \quad (6.16)$$

και για $\sigma = 1$ τα διαστήματα που προκύπτουν, ανάλογα με το αποτέλεσμα $\hat{\mu}_o$ της πειραματικής μέτρησης φαίνονται στον πίνακα 6.2 όπου είναι προφανής η συνεχής μετάβαση από άνω όρια σε δίπλευρα διαστήματα εμπιστοσύνης.

6.3 Λογική Bayes

Η κλασσική λογική που περιγράψαμε στις προηγούμενες παραγράφους δεν είναι η μοναδική προσέγγιση στη Στατιστική συμπερασματολογία. Αντίθετα, υπάρχει η σχολή Bayes που βασίζεται σε διαφορετική λογική με κυρίαρχο σημείο την αναγωγή της άγνωστης παραμέτρου μ σε πιθανοκρατική ποσότητα [2, 23, 71, 93, 101]. Χρησιμοποιώντας τη σχέση Bayes από τη θεωρία των πιθανοτήτων:

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \quad (6.17)$$

που συνδέει δεσμευμένες πιθανότητες και τη συνάρτηση πιθανοφάνειας $\mathcal{L}(x|\mu)$, μπορούμε να γράψουμε τυπικά την έκφραση

$$P(\mu|x) = \frac{\mathcal{L}(x|\mu)p(\mu)}{P(x)} \quad (6.18)$$

η οποία ερμηνεύεται ως η πιθανότητα να έχει η άγνωστη παράμετρος πραγματική τιμή μ , δεδομένου ότι μετρήσαμε την ποσότητα x . Χρησιμοποιώντας την κανονικοποίηση της πιθανότητας, μπορούμε να γράψουμε την παραπάνω σχέση εναλλακτικά ως εξής:

$$P(\mu|x) = \frac{\mathcal{L}(x|\mu)p(\mu)}{\int \mathcal{L}(x|\mu)p(\mu)d\mu} \quad (6.19)$$

Έτσι διαπιστώνουμε την βασική διαφορά με την κλασσική λογική: εδώ η συνάρτηση πιθανοφάνειας αποτελεί μία κατανομή πιθανότητας για την παράμετρο μ , δεσμευμένη από την πειραματική μέτρηση x . Το κρίσιμο σημείο της λογικής Bayes βρίσκεται στην ποσότητα $p(\mu)$ που ονομάζεται αρχική πυκνότητα πιθανότητας (prior pdf) και ερμηνεύεται ως η γνώση μας για την ποσότητα μ

πριν τη συγκεκριμένη πειραματική διαδικασία. Μετά από αυτή έχουμε την τελική πυκνότητα πιθανότητας (posterior pdf) όπως διαμορφώθηκε από τη μέτρηση x .

6.3.1 Διαστήματα πίστης

Με την πιθανότητα $P(\mu|x)$ μπορούμε να κατασκευάσουμε τα διαστήματα Bayes που αντιστοιχούν σε δεδομένα επίπεδα εμπιστοσύνης:

$$\int_{\mu_1}^{\mu_2} P(\mu|x) d\mu = a \quad (6.20)$$

Η παραπάνω κατασκευή έχει μία απλή ερμηνεία: ο βαθμός πίστης μας (*degree of belief*) ότι η άγνωστη τιμή μ περιέχεται στο διάστημα $[\mu_1, \mu_2]$ είναι a . Αυτή η ερμηνεία δικαιολογεί την ονομασία **διάστημα πίστης** (credible interval).

Από των ορισμό του κλασσικού διαστήματος εμπιστοσύνης και του διαστήματος Bayes διαπιστώνουμε ότι περιγράφουν εντελώς διαφορετικές προσεγγίσεις και σε καμία περίπτωση τα διαστήματα αυτά δεν είναι συγκρίσιμα. Επίσης, η έννοια της κάλυψης που είναι βασική στην κλασσική λογική δεν υφίσταται στα διαστήματα πίστης ενώ αντίθετα είναι σαφές ότι η πιθανότητα $p(\mu)$ είναι εν γένει άγνωστη και καθορίζεται με υποκειμενικά κριτήρια από τον ερευνητή, στην προσπάθειά του να ερμηνεύσει τις πειραματικές μετρήσεις. Ακριβώς αυτό είναι το αδύνατο σημείο της μεθοδολογίας Bayes αλλά ταυτόχρονα μας επιτρέπει να συνδυάσουμε τα αποτελέσματα διαφόρων πειραμάτων και κυρίως να αντιμετωπίσουμε με συνεπή τρόπο την περίπτωση των φραγμένων παραμέτρων.

6.3.2 Εύρεση άνω ορίου με ομοιόμορφη αρχική πιθανότητα

Στα πειράματα σωματιδιακής φυσικής που υιοθετούν τη λογική Bayes είναι συνηθισμένη η χρήση της ομοιόμορφης αρχικής κατανομής στο διάστημα $[a, b]$ που περιορίζεται η παράμετρος μ για φυσικούς λόγους (π.χ $[0, +\infty]$) και η οποία εκφράζει την αρχική άγνοια σχετικά με αυτή.

$$p(\mu) = \begin{cases} \text{const.}, & \mu \in [a, b] \\ 0, & \mu \notin [a, b] \end{cases} \quad (6.21)$$

Σε αυτή την περίπτωση οι πιθανότητες $\mathcal{L}(x|\mu)$ και $p(\mu)$ ταυτίζονται στο φυσικό διάστημα ορισμού της παραμέτρου μ (με διαφορά μιας πολλαπλασιαστικής στα-

θεράς)

$$p(\mu) = \frac{\mathcal{L}(x|\mu)}{\int_a^b \mathcal{L}(x|\mu) d\mu} \quad (6.22)$$

Για τον ορισμό ενός άνω ορίου με διάστημα πίστης a για μία μη αρνητική παράμετρο η κατασκευή είναι εξαιρετικά απλή:

$$\int_0^{\mu_{up}} \mathcal{L}(x|\mu) d\mu = a \cdot \int_0^\infty \mathcal{L}(x|\mu) d\mu \quad (6.23)$$

Στην περίπτωση που έχουμε μεγάλο δείγμα δεδομένων, η συνάρτηση πιθανοφάνειας συνδέεται με την συνάρτηση χ^2

$$\mathcal{L}(x|\mu) = C \cdot \exp\left(-\frac{\chi^2(x|\mu)}{2}\right) \quad (6.24)$$

οπότε καταλήγουμε στην πολύ χρήσιμη σχέση:

$$\int_0^{\mu_{up}} \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) d\mu = a \cdot \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right) d\mu \quad (6.25)$$

Η στρατηγική που αναδεικνύεται από την παραπάνω διαδικασία είναι απολύτως διαυγής και συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Από τις πειραματικές μετρήσεις κατασκευάζεται αριθμητικά η συνάρτηση $\chi^2(\mu)$.
2. Ο σημειακός εκτιμητής $\hat{\mu}$ είναι εκείνος που ελαχιστοποιεί την συνάρτηση χ^2 που μπορεί να βρísκεται είτε στο φυσικά επιτρεπόμενο διάστημα είτε όχι.
3. Θεωρούμε μόνο το τμήμα της συνάρτησης που βρísκεται στο φυσικό διάστημα της παραμέτρου και εφαρμόζουμε τη σχέση 6.25 για να βρούμε το άνω όριο.

6.3.3 Συνδυασμός αποτελεσμάτων από διαφορετικά πειράματα

Ίσως το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της μεθόδου Bayes είναι η δυνατότητα να συνδυαστούν τα αποτελέσματα διαφορετικών πειραμάτων. Έστω ότι η συνάρτηση πιθανοφάνειας που εξάγεται από ένα πείραμα είναι $\mathcal{L}_1(x_1|\mu)$ και απουσία

άλλης πληροφορίας αποφασίζεται να υιοθετηθεί η ομοιόμορφη αρχική πιθανότητα. Τότε, η πυκνότητα πιθανότητας για την άγνωστη παράμετρο μ θα δίνεται από τη σχέση

$$\pi_1(\mu) = \frac{\mathcal{L}_1(x_1|\mu)}{c_1} \quad (6.26)$$

όπου $c_1 = \int_{phys.} \mathcal{L}_1(x_1|\mu) d\mu$. Αν ακολουθήσει ένα δεύτερο πείραμα, με αντίστοιχη συνάρτηση πιθανοφάνειας $\mathcal{L}_2(x_2|\mu)$ τότε ως αρχική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της άγνωστης παραμέτρου μπορεί να χρησιμοποιηθεί η πληροφορία από το προηγούμενο πείραμα. Έτσι θα είναι

$$\pi_{12}(\mu) = \frac{\mathcal{L}_2(x_2|\mu)\pi_1(\mu)}{c_{12}} \quad (6.27)$$

όπου $c_{12} = \int_{phys.} \mathcal{L}_2(x_2|\mu)\pi_1(\mu) d\mu$. Τελικά θα έχουμε

$$\pi_{12}(\mu) = \frac{\mathcal{L}_1(x_1|\mu)\mathcal{L}_2(x_2|\mu)}{\int_{phys.} \mathcal{L}_1(x_1|\mu)\mathcal{L}_2(x_2|\mu) d\mu} \quad (6.28)$$

Ακολουθώντας τον παραπάνω συλλογισμό για N πειράματα, έχουμε τον γενικό συνδυαστικό τύπο:

$$\pi(\mu) = \frac{\prod_{i=1}^N \mathcal{L}_i(x_i|\mu)}{\int_{phys.} \prod_{i=1}^N \mathcal{L}_i(x_i|\mu)} \quad (6.29)$$

Η παραπάνω σχέση μας δίνει τον κανόνα για τον συνδυασμό ανεξαρτήτων πειραματικών αποτελεσμάτων: αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τις συναρτήσεις πιθανοφάνειας και να κανονικοποιήσουμε το γινόμενο, λαμβάνοντας υπ' όψην μόνο εκείνες τις τιμές της παραμέτρου που ικανοποιούν τους φυσικούς περιορισμούς (π.χ $\mu > 0$).

Οι ενστάσεις σχετικά με τη χρήση της λογικής Bayes είναι πολλές [23] και σίγουρα δεν αποτελεί κοινά αποδεκτή μεθοδολογία. Εντοπίζονται δε στην επιλογή της αρχικής πιθανότητας που γίνεται με υποκειμενικά κριτήρια. Παράλληλα όμως υπάρχουν και διάφορες ενστάσεις που σχετίζονται με την ανάμιξη των μεθόδων, όπως η απόπειρα υπολογισμού του (κλασσικού) βαθμού κάλυψης στα διαστήματα Bayes. Εν' ολίγοις, κάθε απόπειρα ερμηνείας των πειραματικών δεδομένων πρέπει να είναι συνεπής με την μία ή την άλλη λογική μόνο.

Κεφάλαιο 7

Δεδομένα του 2003

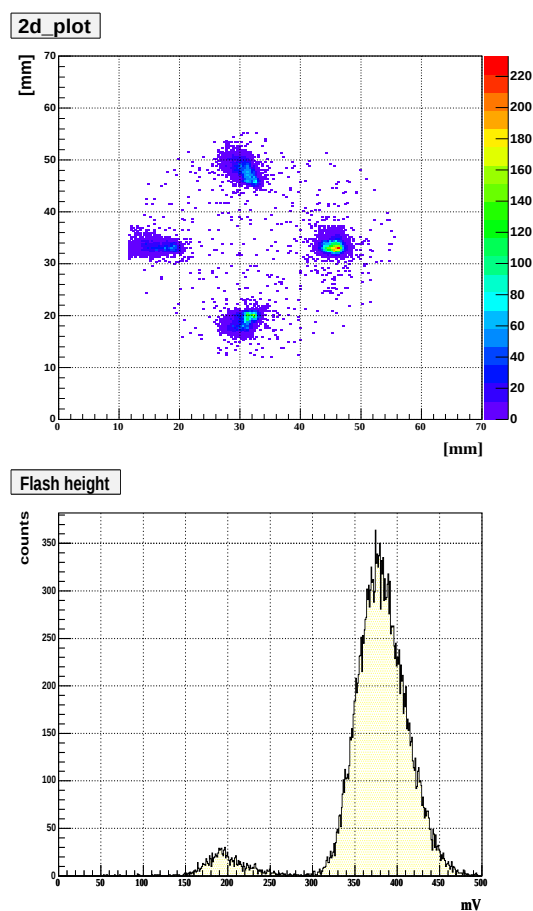
Οι πρώτες μετρήσεις του CAST έγιναν από το Μάιο έως το Νοέμβριο του 2003 και ουσιαστικά πρόκειται για περίοδο εξοικείωσης με το μαγνήτη και τους ανιχνευτές καθώς δεν υπήρχε καμμία προηγούμενη εμπειρία συνεχώς κινούμενου υπεραγώγιμου μαγνήτη. Όπως είναι φυσικό προέκυψε πληθώρα μικροπροβλημάτων των οποίων η επιτυχής αντιμετώπιση αύξησε σημαντικά την τεχνογνωσία των ανθρώπων του πειράματος. Από την άλλη πλευρά όμως, η ποσότητα και η ποιότητα των δεδομένων που συγκεντρώθηκαν δεν ήταν η αναμενόμενη.

Κατά την εν λόγω περίοδο χρησιμοποιήθηκε το πρότυπο V3 του Micro-megas με 25.5mm εύρος για την περιοχή μετατροπής και 50μm για την περιοχή πολλαπλασιασμού. Αρχικά δεν είχε τοποθετηθεί η κάρτα ανάγνωσης των παλμών του mesh αλλά από τις πρώτες μετρήσεις φάνηκε ότι υπήρχε ένα σημαντικό πρόβλημα: λόγω ελαττωματικής κατασκευής των strips υπήρχε το φαινόμενο cross talk. Δηλαδή υπήρχε διαρροή φορτίου μεταξύ των strips ώστε μετά από κάθε γεγονός εμφανιζόταν φορτίο σε strips που δεν έπρεπε να έχουν. Το αποτέλεσμα ήταν η χαμηλή ποιότητα των δεδομένων, ειδικά ως προς την ενεργειακή διακριτική ικανότητα. Τότε αποφασίστηκε να ενσωματωθεί η κάρτα MATACQ, που μόλις είχε κατασκευαστεί, ώστε να καταγράφονται οι παλμοί από το mesh ως εναλλακτική πηγή πληροφορίας. Δεδομένου όμως ότι δεν είχε χρησιμοποιηθεί ποτέ στο παρελθόν, αναπόφευκτα έγιναν κάποιες δοκιμές με τη διαμόρφωση των παλμών προκειμένου να καταλήξουμε στη βέλτιστη. Έτσι, τα δεδομένα που ουσιαστικά χρησιμοποιήσαμε για την ανάλυση του 2003 (μετά την εγκατάσταση της κάρτας) χωρίζονται σε τρεις ομάδες ανάλογα με την διαμόρφωση των παλμών.

Επιπλέον πρέπει να τονίσουμε ότι από την εξέλιξη των γεγονότων, τα δε-

δομένα του 2003 (για τον ανιχνευτή Micromegas) είχαν προπαρασκευαστικό χαρακτήρα εν όψη του 2004. Αυτό σημαίνει ότι: δεν έγινε καμμία προσπάθεια βελτιστοποίησης των κανόνων επιλογής γεγονότων, δεν μελετήθηκαν τα συστηματικά σφάλματα και δεν εξετάσθηκε η ευστάθεια των μετρήσεων. Το άμεσο ζητούμενο ήταν η κατανόηση της λειτουργίας του ανιχνευτή και η μέθοδος ανάλυσης των δεδομένων για την εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με το αξιόνιο.

7.1 Στοιχεία βαθμονόμησης

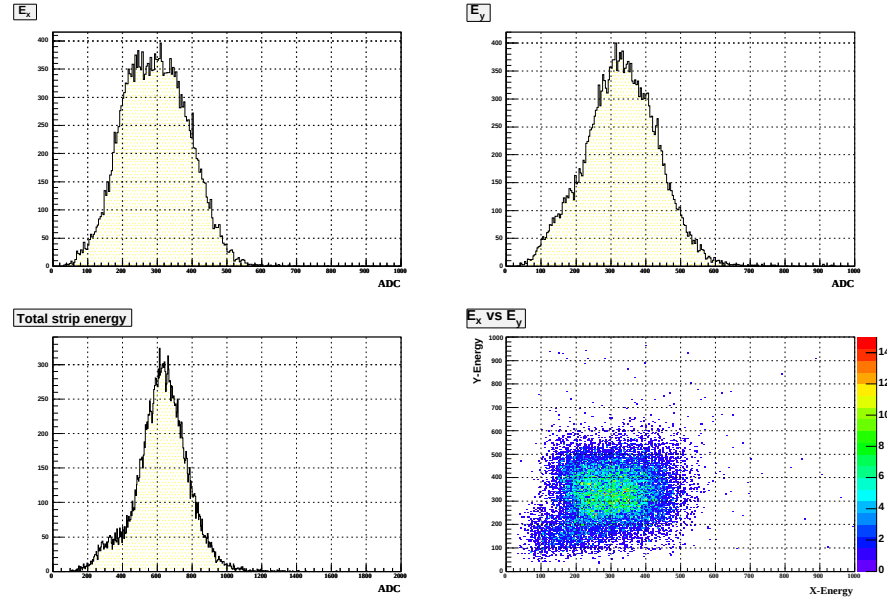


Σχήμα 7.1: Επάνω: διδιάστατη αναπαράσταση των γεγονότων που ανιχνεύονται κατά τη βαθμονόμηση με ^{55}Fe από την πίσω όψη του ανιχνευτή, διαμέσου 4 οπών. Κάτω: κατανομή του ύψους των παλμών από το mesh.

Η βασική πηγή πληροφορίας για ένα γεγονός είναι η κατανομή του φορτίου

7.1 Στοιχεία βαθμονόμησης

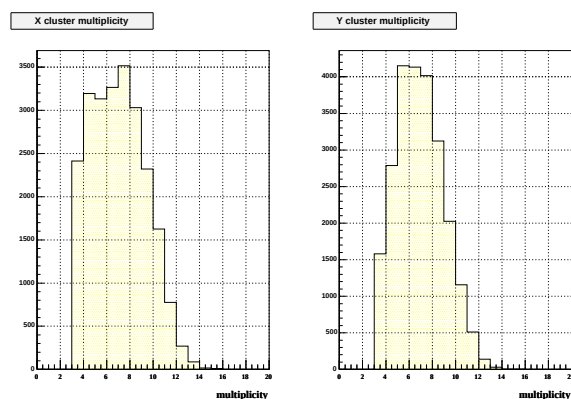
που εναποτίθεται στα strips καθώς παρέχει τόσο την ενέργεια όσο και τη θέση του γεγονότος, που είναι απολύτως απαραίτητη για το γεωμετρικό εντοπισμό του.



Σχήμα 7.2: Φορτίο που συλλέγεται από τα strips κατά την βαθμονόμηση με πηγή ^{55}Fe .

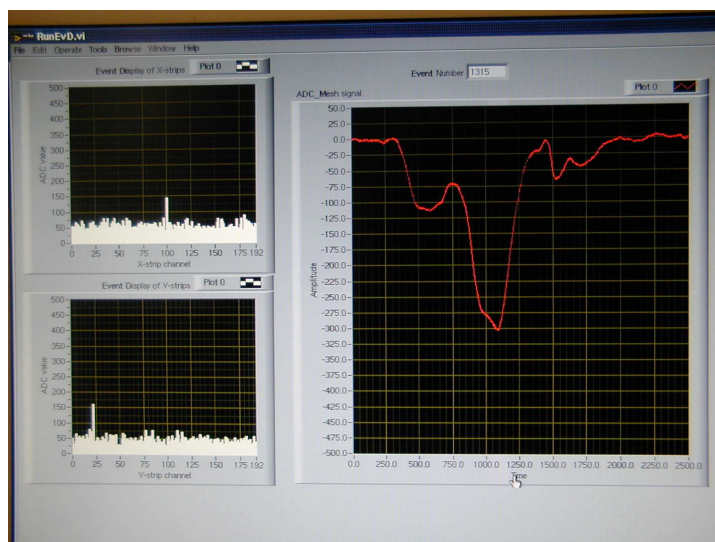
Στα σχήματα 7.1, 7.2 μπορούμε να δούμε τη διδιάστατη αναπαράσταση των γεγονότων και την προβολή του συλλεγομένου φορτίου στα X, Y strips. Είναι φανερό ότι η ενεργειακή διακριτική ικανότητα είναι μέτρια (η κορυφή διαφυγής μόλις και διακρίνεται από την κυρίως κορυφή), γεγονός που οφείλεται στα φαινόμενα cross talk και όχι στην ανεπαρκή ομοιογένεια του ηλεκτρικού πεδίου, διότι αν συνέβαινε το δεύτερο η ενεργειακή διακριτική ικανότητα με βάση το ύψος των παλμών του mesh θα ήταν εξίσου κακή. Στην πραγματικότητα συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο, καθώς αυτή είναι πολύ καλή (16%, σχήμα 7.1) και οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι η αιτία για την παραμόρφωση των σημάτων των strips βρίσκεται αποκλειστικά στη διαρροή φορτίου μεταξύ τους. Αναφορικά με την πολλαπλότητα των διεγερμένων strips σε ένα γεγονός μπορούμε να πούμε ότι εξαρτάται από την ενέργεια των φωτονίων και για τυπικά γεγονότα βαθμονόμησης φαίνεται στο σχήμα 7.3.

Όπως είδαμε προηγουμένως, τα φαινόμενα cross-talk ουσιαστικά μας αφαιρουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε δραστικά τα δεδομένα από τα strips. Παραταύτα, η πληροφορία από τους παλμούς του mesh ήταν αρκετή ώστε να



Σχήμα 7.3: Πολλαπλότητα των strips σε γεγονότα βαθμονόμησης 5.9keV .

διαχωρίσουμε ικανοποιητικά τα γεγονότα. Στο σχήμα 7.4 μπορούμε να δούμε ένα γεγονός, απευθείας από την οθόνη του DAQ, που δεν αντιστοιχεί σε ακτίνα X καθώς η παραμόρφωση του παλμού σε σχέση με το σχήμα 4.13 είναι προφανής και οφείλεται σε μη εντοπισμένη εναπόθεση ενέργειας, πιθανόν από κάποιο φορτισμένο σωματίδιο που ιονίζει το αέριο σε όλο το μήκος της τροχιάς του.

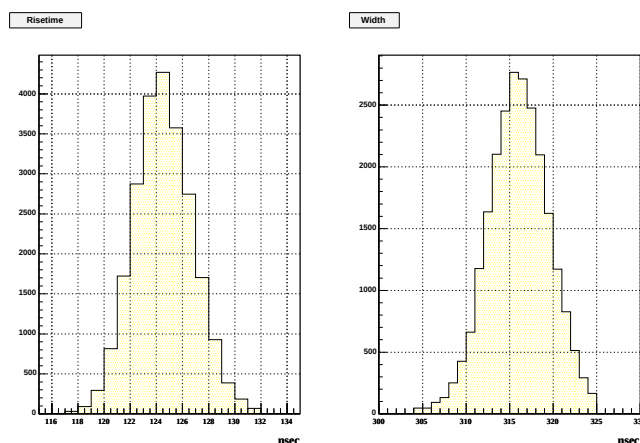


Σχήμα 7.4: Εικόνα ενός γεγονότος που δεν προκλήθηκε από ακτίνα X, απευθείας από την οθόνη του συστήματος λήψης δεδομένων.

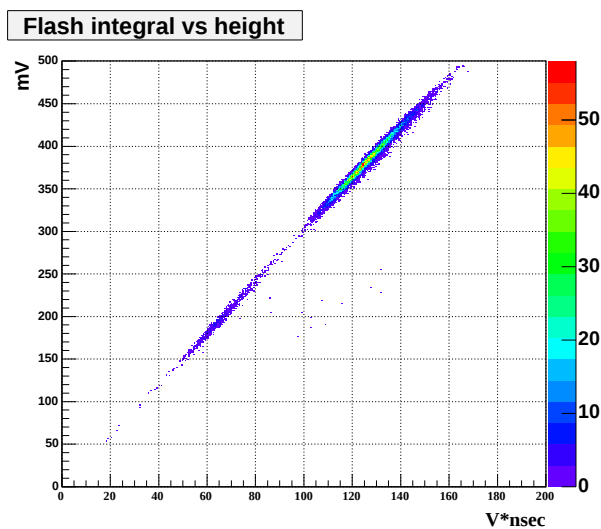
Από τη χρονική δομή των παλμών μπορούμε να εξάγουμε δύο ποσότητες, χαρακτηριστικές για το σχήμα τους: το χρόνο ανόδου (risetime), δηλαδή το

7.1 Στοιχεία βαθμονόμησης

χρόνο από το 10% του ύψους των παλμών ως το 90% κατά την άνοδό του και το πλάτος (width) που ορίζεται ως ο χρόνος μεταξύ του 50% του ύψους κατά την άνοδο και του 50% κατά την κάθοδο. Οι δύο αυτές ποσότητες κατανομούνται κανονικά (σχήμα 7.5) για μετρήσεις βαθμονόμησης και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την διάκριση των γεγονότων.



Σχήμα 7.5: Κατανομή του χρόνου ανόδου και του πλάτους των παλμών για γεγονότα βαθμονόμησης από την περίοδο 2003.



Σχήμα 7.6: Συσχέτιση μεταξύ του ύψους των παλμών βαθμονόμησης με το ολοκλήρωμά τους.

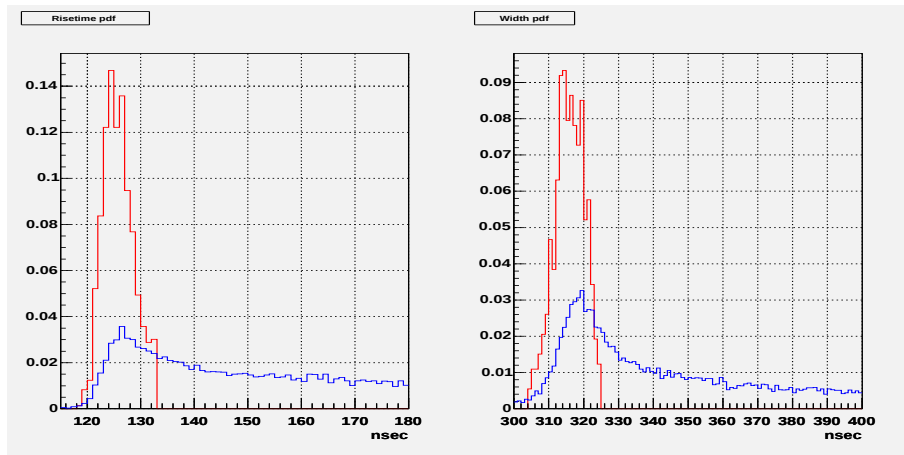
7.2 Ηλιακά δεδομένα και υπόβαθρο

Η καθημερινή διαδικασία μέτρησης κατά το 2003 περιελάμβανε τις παρακάτω μετρήσεις:

1. Ηλεκτρονικός θόρυβος (Pedestal, σχήμα Ε'.1), η γνώση του οποίου είναι απαραίτητη για την ανακατασκευή των γεγονότων.
2. Βαθμονόμηση με πηγή ^{55}Fe (Calibration) προκειμένου να παρακολουθούμε την απόκριση του ανιχνευτή.
3. Παρακολούθηση του Ηλίου (Tracking).
4. Μέτρηση υποβάθρου (Background).

7.2.1 Κανόνες επιλογής γεγονότων

Για τη διάκριση των γεγονότων που οφείλονται σε ακτίνες Χ χρησιμοποιήσαμε κατά κύριο λόγο την πληροφορία από τη χρονική δομή των παλμών.



Σχήμα 7.7: Πυκνότητα πιθανότητας για το χρόνο ανόδου και το πλάτος των παλμών πριν την επιλογή (μπλε) και μετά (κόκκινο).

Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε στο σχήμα 7.7 και με τη βοήθεια των δεδομένων βαθμονόμησης (σχήμα 7.5) η κατανομή των συγκεκριμένων χρόνων αποτελεί ισχυρό κριτήριο επιλογής γεγονότων. Επίσης, η ισχυρή συσχέτιση μεταξύ του ύψους και του ολοκληρώματος των παλμών (σχήμα 7.6) μας επιτρέπει να επιβάλλουμε ένα ακόμα κριτήριο επιλογής. Συνοψίζοντας, οι κανόνες επιλογής είναι:

1. Δημιουργία μοναδικού cluster στα strips.
2. Γεωμετρικό κριτήριο: το βαρύκεντρο του cluster πρέπει να βρίσκεται σε κυκλική περιοχή γύρω από το κέντρο του ανιχνευτή, εμβαδού $A = 15.2\text{cm}^2$ που είναι ελαφρώς μεγαλύτερο από το άνοιγμα του μαγνήτη (14.5cm^2).
3. Ο χρόνος ανόδου, το πλάτος και το πηλίκο *height/integral* των παλμών μπορούν να διαφέρουν από τη μέση τιμή των αντίστοιχων κατανομών (με βάση τη βαθμονόμηση) το πολύ 2 τυπικές αποκλίσεις.

7.2.2 Αποτελέσματα

Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο, οι αναγκαίοι πειραματισμοί για τη βελτιστοποίηση της λειτουργίας της κάρτας που καταγράφει τους παλμούς του mesh μας υποχρεώνουν να χωρίσουμε τα διαθέσιμα δεδομένα σε τρία σύνολα που χαρακτηρίζονται από διαφορετικό χρονισμό των παλμών. Επίσης, δεδομένου ότι η σχετική κάρτα εμφανίζει κορεσμό στα 500mV διαφοροποιείται το ενεργειακό εύρος στο οποίο ήταν ευαίσθητος ο ανιχνευτής. Στον πίνακα 7.1 παρουσιάζονται τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά των διαφορετικών συνόλων από όπου φαίνεται ξεκάθαρα ότι δεν υπάρχει πλεόνασμα στα δεδομένα από την παρακολούθηση του Ηλίου (σχήμα 7.9) που θα ήταν ενδεικτικό της ύπαρξης αξιονίων.

SET	Tracking time(h)	Background time(h)	$r_t(\times 10^5)$ $s^{-1}\text{cm}^{-2}\text{keV}^{-1}$	$r_b(\times 10^6)$ $s^{-1}\text{cm}^{-2}\text{keV}^{-1}$	Energy range
A	56.5	592	8.4 ± 0.2	8.73 ± 0.06	[1, 7.5]keV
B	11.6	143	10.7 ± 0.5	11.35 ± 0.14	[1, 8.0]keV
C	24.9	477	13.5 ± 0.3	13.91 ± 0.08	[1, 9.0]keV

Πίνακας 7.1: Συνοπτική παρουσίαση των δεδομένων του 2003: χρόνοι έκθεσης και μέσοι ρυθμοί για υπόβαθρο και Ηλιακά δεδομένα.

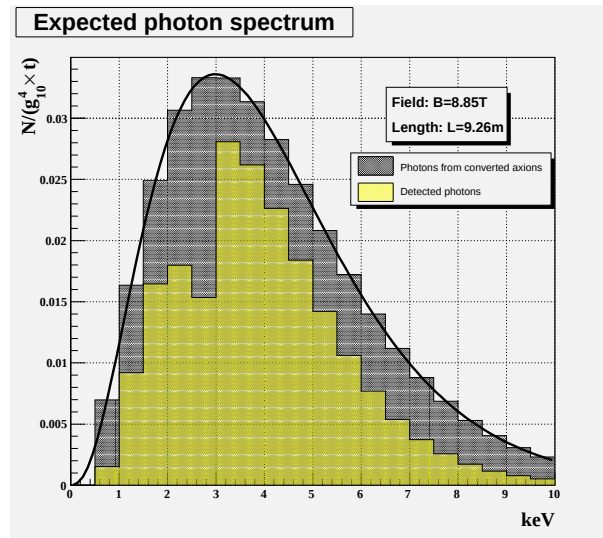
7.3 Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου

Η απουσία κάποιου σήματος οδηγεί αναπόφευκτα στον υπολογισμό ενός άνω ορίου για τη σταθερά ζεύξης αξιονίου-φωτονίου. Η λογική της μεθόδου βασίζεται στην παρατήρηση ότι η ένταση ενός πιθανού σήματος αξιονίων είναι μικρότερη από το στατιστικό σφάλμα των δεδομένων, για το οποία μπορούμε

να πούμε κατ'αρχήν ότι η φασματική διαμέριση (binning) είναι τέτοια ώστε να υπάρχουν αρκετά δεδομένα για να θεωρήσουμε Gaussian σφάλματα. Δηλαδή αν ένα bin έχει n γεγονότα, τότε το σφάλμα είναι $\delta n = \sqrt{n}$ συμμετρικά γύρω από την παρατηρούμενη τιμή.

Η διαδικασία που ακολουθείται στο CAST είναι η εξής: συγκεντρώνουμε τα δεδομένα από την παρακολούθηση του Ηλίου και τις μετρήσεις του υποβάθρου και τα κανονικοποιούμε με τέτοιο τρόπο ώστε αυτά να αναφέρονται σε $events/sec/cm^2/keV$ στο ίδιο ενεργειακό διάστημα ΔE και με την ίδια διαμέριση. Στη συνέχεια αφαιρούμε το υπόβαθρο από το tracking και σε ό,τι προκύπτει προσαρμόζουμε τον αναμενόμενο αριθμό αξιονίων χρησιμοποιώντας ως ελεύθερη παράμετρο τη σταθερά ζεύξης αξιονίου-φωτονίου. Ο αριθμός των αξιονίων (σχήμα 7.8) υπολογίζεται από την αναμενόμενη ροή τους στη Γ , την πιθανότητα μετατροπής τους σε φωτόνια εντός του μαγνητικού πεδίου και την αποδοτικότητα του ανιχνευτή:

$$N_i^a = f(E_i) \times A_m \times t \times P_{a \rightarrow \gamma} \times a_h(E_i) \times a_s \times dE \quad (7.1)$$



Σχήμα 7.8: Φάσμα των φωτονίων που προκύπτουν από τη μετατροπή αξιονίων μέσα στο μαγνήτη του CAST.

όπου

- $f(E) = 6.02 \times 10^{10} \times g_{10}^2 \left(\frac{E}{keV}\right)^{2.481} \exp\left(\frac{-E}{1.205keV}\right)$ είναι η ροή των αξιονίων (βλ. παράγραφο 2.7),

- $g_{10} \equiv g_{a\gamma\gamma} \times (10^{10} \text{GeV})$,
- A_m η διατομή της σωλήνας του μαγνήτη (βλ. πίνακα 3.1),
- t ο χρόνος παρατήρησης,
- $P_{a \rightarrow \gamma} = 0.25 (BLg_{a\gamma\gamma})^2$ η πιθανότητα μετατροπής στο μαγνητικό πεδίο έντασης B και μήκους L για μάζες αξιονίου $m_a < 0.02 \text{eV}$,
- a_h, a_s είναι οι αποδοτικότητες του ανιχνευτή (hardware+software),
- dE είναι το εύρος της διαμέρισης.

Από τη δεδομένη έκφραση του αναμενόμενου αριθμού αξιονίων μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι είναι ανάλογος της ποσότητας g_{10}^4 που είναι και η μόνη ελεύθερη παράμετρος. Έτσι αποφασίστηκε ότι η παράμετρος με την οποία θα γίνει η προσαρμογή στα δεδομένα κατά την ανάλυση, θα είναι η $C = g_{10}^4$.

Η προσαρμογή γίνεται με την κλασσική μέθοδο χ^2 : μεταβάλλουμε την ελεύθερη παράμετρο C και για κάθε τιμή αυτής υπολογίζουμε την ποσότητα

$$\chi^2 = \sum_{bins} \left(\frac{N_i^a - N_i^m}{\sigma_i} \right)^2 \quad (7.2)$$

όπου

$$N_i^m = (r_i^t - r_i^b) \times t \times dE \times A \quad (7.3)$$

είναι ο μετρούμενος αριθμός αξιονίων με A την ενεργό επιφάνεια του ανιχνευτή. Συνήθως είναι $A \gtrsim A_m$. Το σφάλμα σ_i προκύπτει από τη στατιστική διακύμανση του αριθμού των γεγονότων σε κάθε bin:

$$\sigma_i = \sqrt{N_i^t + \left(\frac{t_t}{t_b} \right)^2 N_i^b} \approx \sqrt{N_i^t} \quad (7.4)$$

Εδώ, t_t, t_b είναι οι χρόνοι έκθεσης στον Ήλιο και στο υπόβαθρο αντίστοιχα και $t_b \sim 10t_t$. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή C_o για την οποία ελαχιστοποιείται η ποσότητα χ^2 και το σφάλμα αυτής από τη σχέση $\chi^2(C_o + \sigma_C) = \chi_{min}^2 + 1$. Τελικά το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι $C = C_o \pm \sigma_C$.

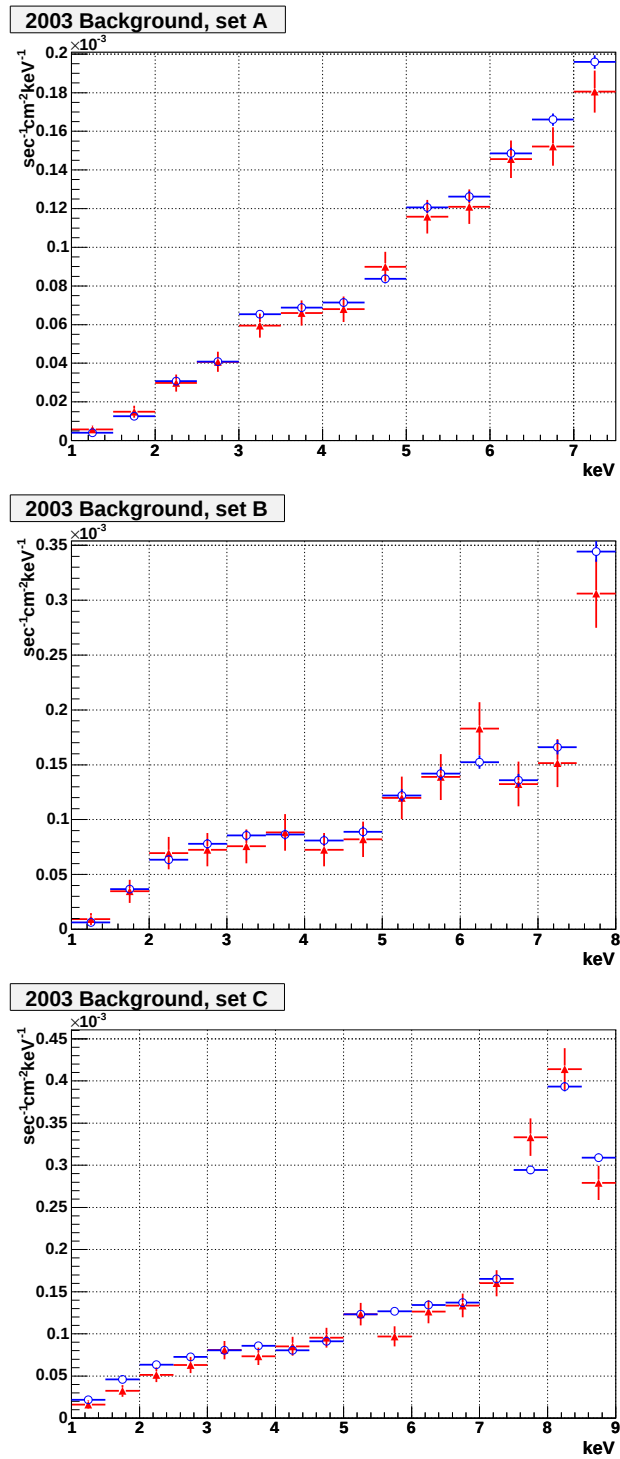
Για την εύρεση του άνω ορίου ακολουθούμε τη λογική Bayes που περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο και συνοπτικά είναι η εξής: θεωρούμε

μόνο το φυσικά αποδεκτό τμήμα της συνάρτησης πιθανοφάνειας της ποσότητας C και ολοκληρώνουμε μέχρι το επιθυμητό ποσοστό πίστης. Στον πίνακα 7.2 παρουσιάζονται τα σχετικά αποτελέσματα για τα τρία διαφορετικά σύνολα δεδομένων που προέκυψαν κατά το 2003.

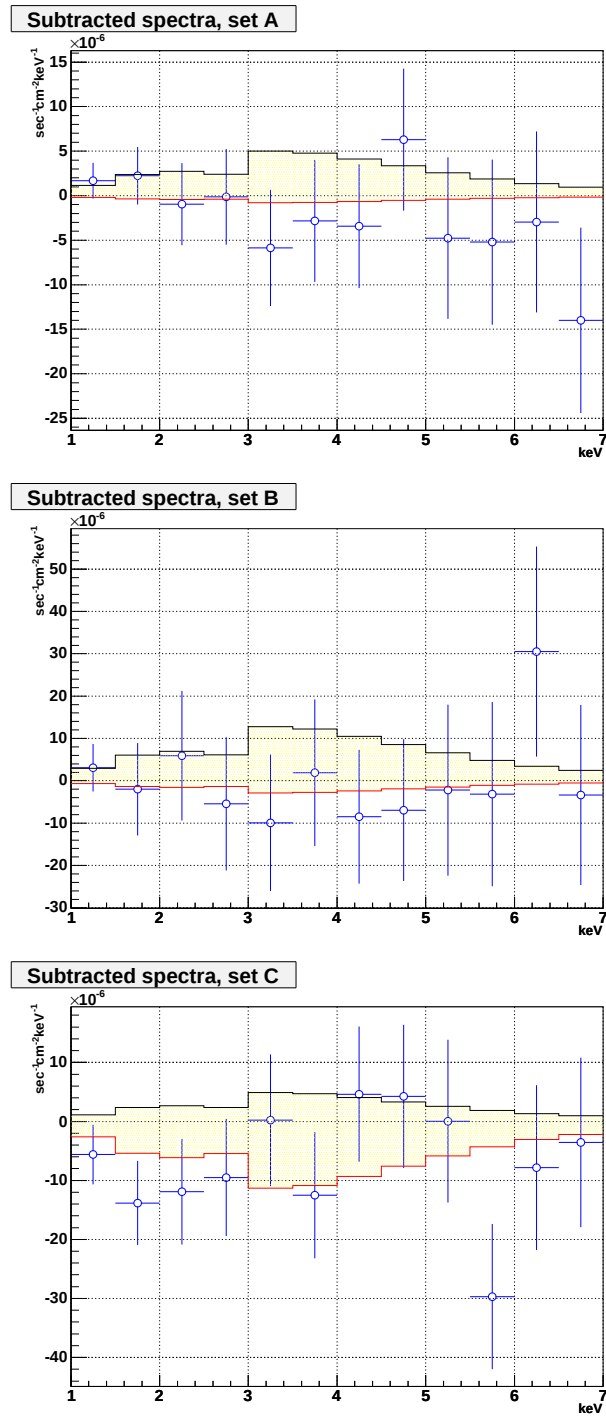
Σύνολο	Βέλτιστη προσαρμογή	χ^2_{min}	χ^2_{null}	$C : 95\%CL$ όριο	g_{10}
A	-0.9 ± 3.1	5.48	5.56	5.624	1.54
B	-3.2 ± 8.3	2.88	3.03	14.46	1.95
C	-12.8 ± 18.1	10.4	15.5	5.624	1.54

Πίνακας 7.2: Προσαρμογή χ^2 και άνω όριο για τα τρία σύνολα δεδομένων του 2003, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 7]keV$ με $\Delta E = 0.5 keV$.

7.3 Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αζιονίου-φωτονίου

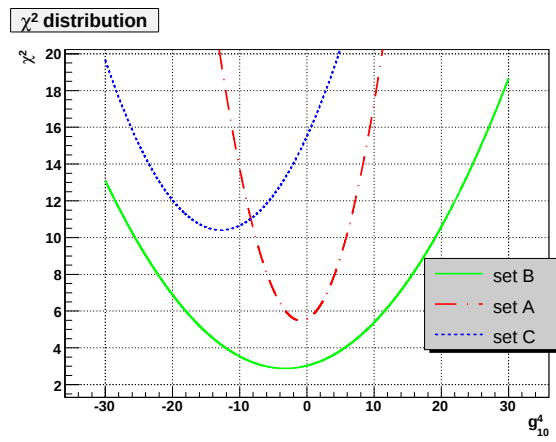


Σχήμα 7.9: Κανονικοποιημένα Ηλιακά φάσματα (κόκκινο) σε σύγκριση με το μετρούμενο υπόβαθρο (μπλε) για τα διαφορετικά σύνολα του 2003.

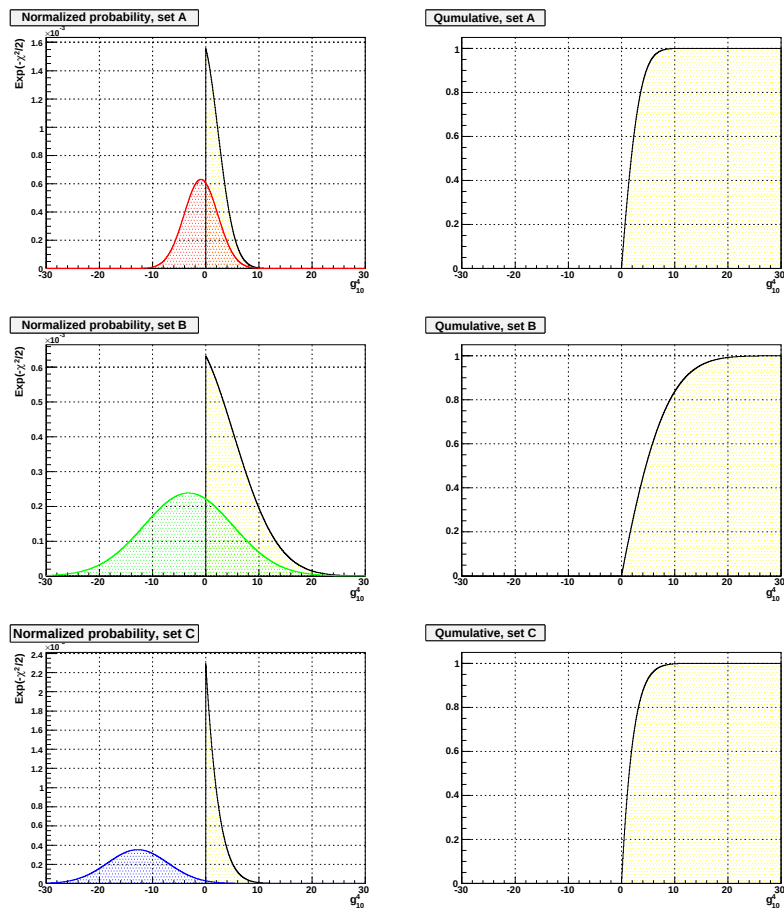


Σχήμα 7.10: Προσαρμογή χ^2 στη διαφορά των κανονικοποιημένων φασμάτων Ηλιακών δεδομένων και υποβάθρου. Διακρίνουμε την καμπύλη βέλτιστης προσαρμογής (κόκκινο) και τη καμπύλη που αντιστοιχεί στο άνω όριο (μαύρο).

7.3 Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου



Σχήμα 7.11: Κατανομές χ^2 για τα τρία σύνολα: A(κόκκινο), B(πράσινο), C(μπλε).



Σχήμα 7.12: Κατασκευή άνω ορίου με τη μέθοδο Bayes για τα τρία σύνολα.

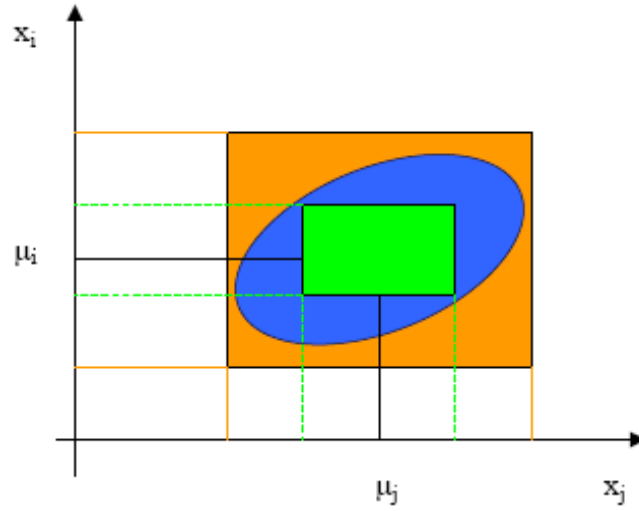
Κεφάλαιο 8

Δεδομένα του 2004

Η επιτυχία ενός πειράματος ανίχνευσης σπανίων γεγονότων, όπως το CAST, εξαρτάται δραματικά από το επίπεδο του μετρούμενου υποβάθρου αλλά και από την ικανότητα διάκρισης των κατάλληλων γεγονότων με μεγάλη αποδοτικότητα και μεγάλη καθαρότητα¹. Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι πρέπει να είμαστε σίγουροι πως επιλέγουμε όσο το δυνατόν περισσότερα από όσα είναι πραγματικά γεγονότα και ταυτόχρονα αποκλείουμε όσα δεν είναι.

Κατά τη συνήθη πρακτική αποφασίζονται κάποιοι κανόνες επιλογής και εφαρμόζονται διαδοχικά σε ένα δείγμα γεγονότων ώστε αυτά που πληρούν όλους τους κανόνες να γίνονται αποδεκτά. Η μέθοδος αυτή είναι αποτελεσματική στις περιπτώσεις που οι κανόνες επιλογής είναι μη συσχετισμένοι. Σε διαφορετική περίπτωση δεν μπορούν να ικανοποιηθούν και τα δύο κριτήρια: αν οι κανόνες είναι πολύ αυστηροί επιτυγχάνεται η καθαρότητα αλλά όχι η αποδοτικότητα και το αντίστροφο αν οι κανόνες είναι χαλαροί. Στο σχήμα 8.1 μπορούμε να δούμε μία σχετική αναπαράσταση: έστω δύο μεταβλητές x_i , x_j με αντίστοιχες μέσες τιμές μ_i , μ_j που χρησιμοποιούνται για τη διάκριση των γεγονότων και είναι συσχετισμένες, με αποτέλεσμα στο επίπεδο $x_i - x_j$ τα πραγματικά γεγονότα να σχηματίζουν ένα ελλειψοειδές. Αν εφαρμόσουμε τους κανόνες επιλογής που αντιστοιχούν στο μεγάλο ορθογώνιο είναι προφανές ότι θα έχουμε μεγάλη αποδοτικότητα καθώς όλα τα πραγματικά γεγονότα περιλαμβάνονται σε αυτό. Παράλληλα όμως θα έχουμε και αρκετά μη πραγματικά γεγονότα με αποτέλεσμα να μειώνεται η καθαρότητα. Το αντίθετο συμβαίνει για τους κανόνες επιλογής που αντιστοιχούν στο μικρό ορθογώνιο: η καθαρότητα είναι δεδομένη αλλά η αποδοτικότητα θα είναι μικρή.

¹purity



Σχήμα 8.1: Σχηματική αναπράσταση της μεθόδου των διαδοχικών κανόνων επιλογής στην περίπτωση που αυτοί είναι συσχετισμένοι. Το μεγάλο ορθογώνιο παριστάνει τους χαλαρούς κανόνες ενώ το μικρό παριστάνει τους αυστηρούς. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε μεγάλη αποδοτικότητα και στη δεύτερη μεγάλη καθαρότητα.

Με βάση τις παραπάνω διαπιστώσεις και έχοντας κατά νου το γεγονός ότι στο πείραμα CAST είναι ζητούμενα τόσο η αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής όσο και η καθαρότητα των επιλεγμένων γεγονότων, αναπτύξαμε μία πιο συστηματική μέθοδο ανάλυσης που λαμβάνει υπόψη τη συσχέτιση των ποσοτήτων που χρησιμοποιούνται για τη διάκριση.

8.1 Μέθοδος ανάλυσης

Θα ξεκινήσουμε την παρουσίαση της μεθόδου γενικά, θεωρώντας ότι έχουμε στη διάθεσή μας N μεταβλητές $x_1, \dots, x_N$ που χαρακτηρίζουν κάθε γεγονός, με αντίστοιχες μέσες τιμές $\mu_1, \dots, \mu_N$. Η συσχέτιση αυτών των ποσοτήτων εκφράζεται από τον πίνακα συνδιασποράς ο οποίος ορίζεται ως εξής:

$$V_{ij} = \langle (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \rangle \quad (8.1)$$

Με τη βοήθεια του πίνακα συνδιασποράς μπορούμε να ορίσουμε την ποσότητα

$$\tilde{q} = \sum_{i,j} (x_i - \mu_i) V_{ij}^{-1} (x_j - \mu_j) \quad (8.2)$$

η οποία εκφράζει την απόσταση των τιμών x_i από τις μέσες τιμές τους, σε μονάδες διασποράς. Από τη θεωρία είναι γνωστό[32] ότι αν οι μεταβλητές x_i ακολουθούν την κανονική κατανομή τότε η ποσότητα q ακολουθεί την κατανομή χ_N^2 (βλ. παράρτημα Γ).

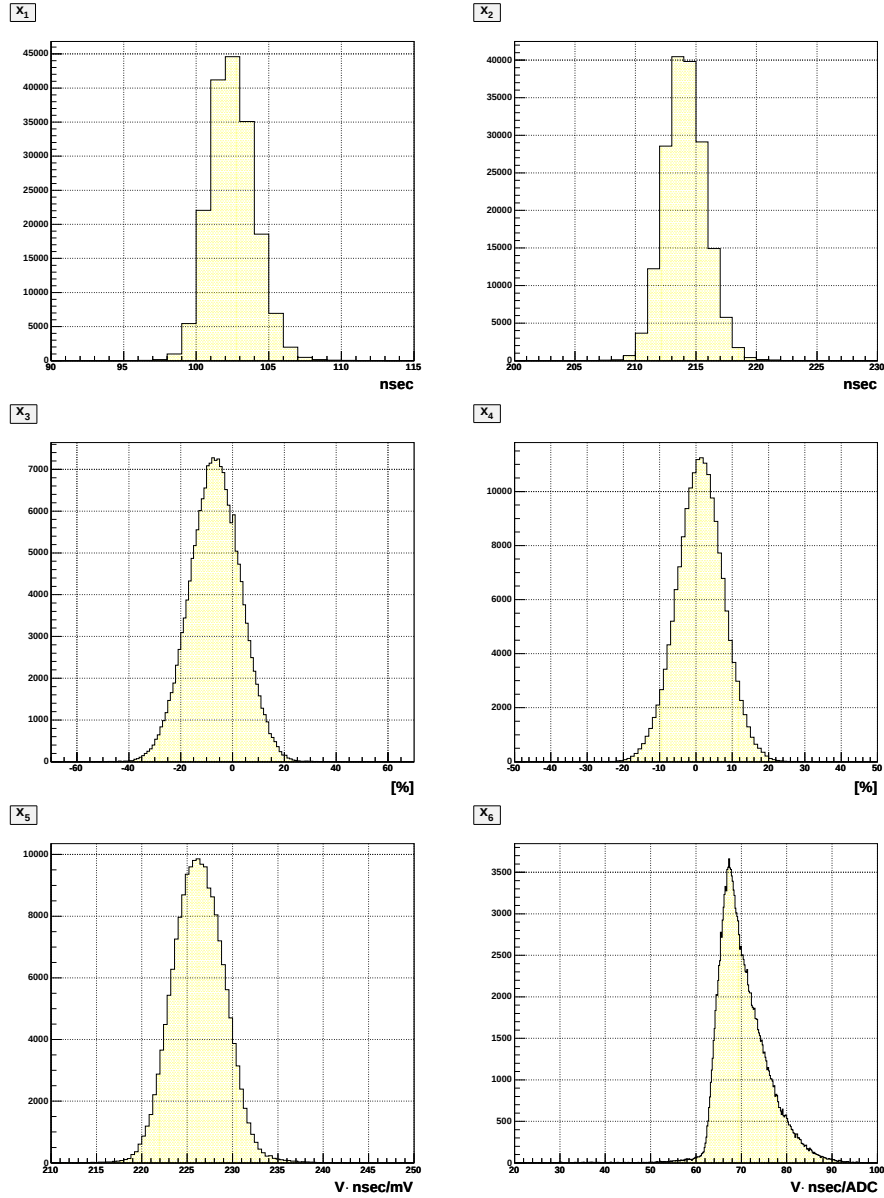
Σε ένα πραγματικό πείραμα ασφαλώς υπάρχουν αποκλίσεις από τη θεωρία: οι μεταβλητές x_i ενδέχεται να μην ακολουθούν την κανονική κατανομή αλλά κυρίως ενδέχεται να υπάρχει εξάρτηση αυτών από την ενέργεια των γεγονότων. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε τη γενική έκφραση:

$$q(E) = \sum_{i,j} [x_i - \mu_i(E)] V_{ij}^{-1}(E) [x_j - \mu_j(E)] \quad (8.3)$$

Για την ανάλυση των δεδομένων του 2004 καταλήξαμε σε ένα σύνολο 6 μεταβλητών που θα χαρακτηρίζουν το κάθε γεγονός και αφορούν το σήμα που λαμβάνεται στα strips του Micromegas και το ανεξάρτητο σήμα του mesh:

- x_1 : είναι ο χρόνος ανόδου του παλμού στο mesh,
- x_2 : είναι ο πλάτος του παλμού στο mesh,
- $x_3 = \frac{e_x - e_y}{e_x + e_y}$: είναι η ενεργειακή ισορροπία των προβολών του φορτίου που συλλέγεται στα strips,
- $x_4 = \frac{\sigma_y m_x - \sigma_x m_y}{\sigma_y m_x + \sigma_x m_y}$: είναι η ισορροπία των ποσοτήτων $\frac{m_x}{\sigma_x}$, $\frac{m_y}{\sigma_y}$ όπου m_i είναι η πολλαπλότητα των strips που ενεργοποιήθηκαν στην $i = x, y$ διεύθυνση και σ_i είναι η τυπική απόκλιση της κατανομής του φορτίου.
- $x_5 = \frac{I}{10^3 H}$: είναι η συσχέτιση του ύψους H με το ολοκλήρωμα I του παλμού στο mesh.
- $x_6 = \frac{I}{10^3 (e_x + e_y)}$: είναι η συσχέτιση του ολοκληρώματος του παλμού με την συνολική ενέργεια που αποθηκεύεται στα strips.

Η επιλογή των παραπάνω ποσοτήτων έγινε με κριτήριο την ποιότητα των παλμών από το mesh (x_1, x_2), τη συμμετρική κατανομή του φορτίου στα strips (x_3, x_4) και τη συσχέτιση των ποσοτήτων που είναι ανάλογες της ενέργειας των γεγονότων (x_5, x_6). Η αξιολόγηση της μεθόδου έγινε με τη βοήθεια των δεδομένων βαθμονόμησης από πηγή Fe^{55} . Στο σχήμα 8.2 μπορούμε να δούμε τις κατανομές των εν λόγω ποσοτήτων για γεγονότα ενέργειας 5.9 keV. Επιπλέον διαπιστώθηκε ότι οι μέσες τιμές των μεγεθών αυτών είναι ανεξάρτητες από



Σχήμα 8.2: Στοιχεία βαθμονόμησης με πηγή Fe^{55} που παράγει φωτόνια ενέργειας $5.9keV$: κατανομή των ποσοτήτων που χρησιμοποιήθηκαν για την επιλογή των γεγονότων κατά την ανάλυση των δεδομένων του 2004.

την ενέργεια των γεγονότων αλλά η διασπορά τους είναι μεγαλύτερη για τις μικρότερες ενέργειες. Συγκεκριμένα διαπιστώθηκε ότι:

$$V^{-1}(E) \sim E^{3/2} \quad (8.4)$$

Αυτό σημαίνει πρακτικά ότι για κάθε διαφορετική ενέργεια αντιστοιχεί άλλη κατανομή της ποσότητας q με αποτέλεσμα να καθίσταται αδύνατη η επιβολή ενός ενεργειακά ανεξάρτητου κριτηρίου επιλογής γεγονότων. Στην ιδανική περίπτωση που θα υπήρχαν λεπτομερείς μετρήσεις της απόκρισης του ανιχνευτή σε όλο το διάστημα ενδιαφέροντος ($1 - 10\text{keV}$), θα μπορούσε κανείς να αντιμετωπίσει με συστηματικό τρόπο την ενεργειακή εξάρτηση της ποσότητας q . Επειδή όμως κάτι τέτοιο δεν είναι εφικτό στο πείραμα, δεδομένου ότι διαθέτουμε φωτόνια 5.9 keV από την πηγή Fe^{55} , 3 keV από την γραμμή διαφυγής του αερίου του ανιχνευτή και 8 keV από το φθορισμό του Cu που είναι το υλικό κατασκευής των strips και του mesh, κατασκευάσαμε την τροποποιημένη ποσότητα

$$q(E) = \left(\frac{E}{E_o} \right)^{3/2} \tilde{q}(E_o) \quad (8.5)$$

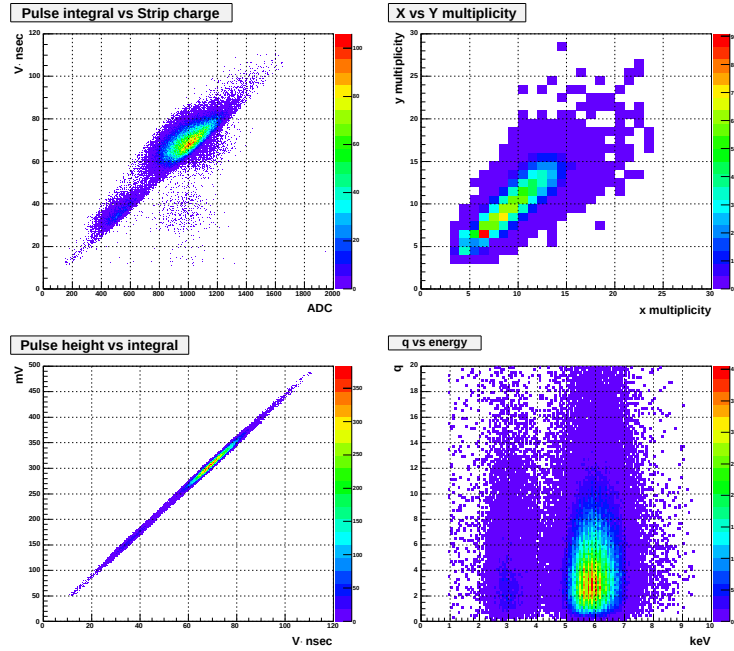
όπου $E_o = 5.9\text{ keV}$ είναι η ενέργεια αναφοράς, ενώ ο πίνακας συνδιασποράς V υπολογίζεται χρησιμοποιώντας γεγονότα ενέργειας E_o . Η κατανομή της ποσότητας q είναι **ανεξάρτητη** της ενέργειας (σχ. 8.4) και επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ομοιόμορφη αντιμετώπιση των γεγονότων. Εξάλλου στο σχήμα 8.3 μπορούμε να δούμε τον συσχετισμό διαφόρων ποσοτήτων που ενισχύουν την επιλογή των συγκεκριμένων διακριτικών ποσοτήτων καθώς και την εξάρτηση της ποσότητας q από την ενέργεια.

Τα οφέλη από την υιοθέτηση της παραπάνω μεθόδου είναι πολλαπλά:

1. έχουμε δημιουργήσει έναν μοναδικό κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ που μας παρέχει τη δυνατότητα της βελτιστοποίησης.
2. μπορούμε να ορίσουμε με ενιαίο τρόπο την αποδοτικότητα a_s του κανόνα επιλογής από τη σχέση

$$a_s(q_{max}) = \int_0^{q_{max}} f(q) dq \quad (8.6)$$

δηλαδή από την αθροιστική κατανομή της ποσότητας q .



Σχήμα 8.3: Συσχετισμός διαφόρων ποσοτήτων που χρησιμοποιούνται για την αναγνώριση των γεγονότων: ολοκλήρωμα των παλμών σε συνάρτηση με το φορτίο των strips, ύψος των παλμών σε συνάρτηση με το ολοκλήρωμά τους και x πολλαπλότητα σε συνάρτηση με την y πολλαπλότητα. Επίσης έχουμε την κατανομή της ποσότητας q συναρτήσει της ενέργειας από δεδομένα βαθμονόμησης με πηγή Fe^{55} .

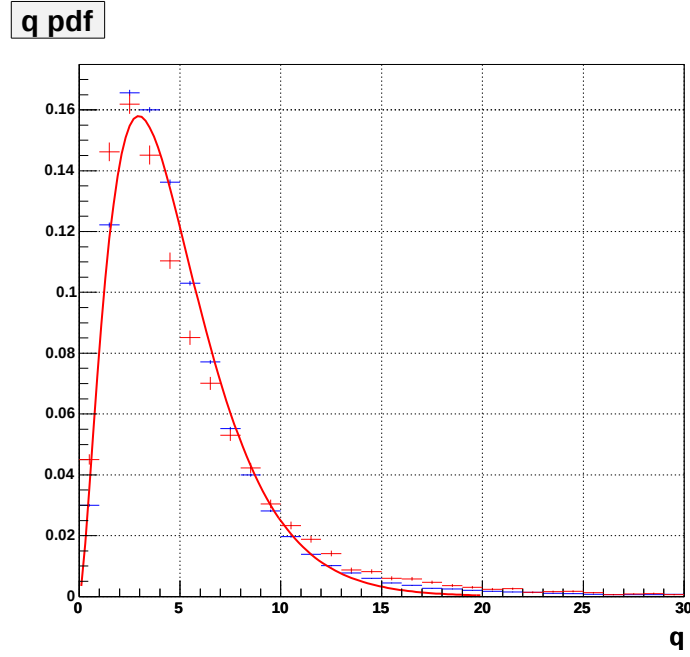
3. έχουμε βελτιώσει τη δυνατότητα αποτελεσματικής αναγνώρισης των γεγονότων και την αύξηση της καθαρότητάς τους καθώς λαμβάνουμε υπόψη την συσχέτιση των ποσοτήτων x_i .

Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου φαίνεται από το σχήμα 8.5 που εφαρμόζουμε το κριτήριο σε δεδομένα βαθμονόμησης για τα δύο ζεύγη των πλέον συσχετισμένων ποσοτήτων.

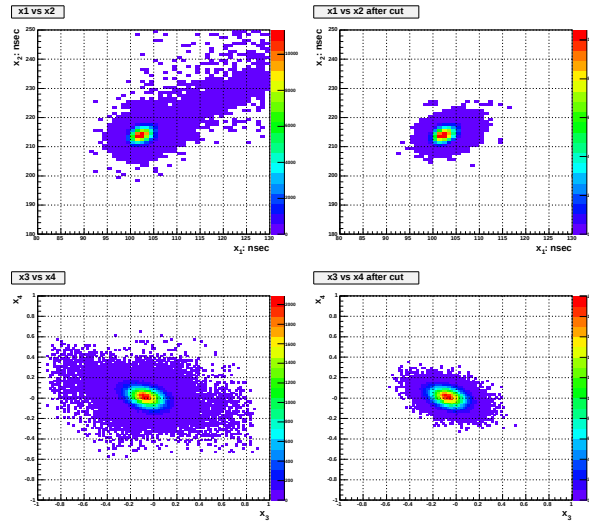
8.2 Βαθμονόμηση και ευστάθεια

Η πρακτική των μετρήσεων που εφαρμόστηκε από το πείραμα CAST για το έτος 2004 σχετικά με τον ανιχνευτή Micromegas ήταν παρόμοια με αυτή του 2003 και περιελάμβανε καθημερινή μέτρηση βαθμονόμησης με πηγή Fe^{55} , μετά το πέρας της παρακολούθησης του Ηλίου, ενώ ο υπόλοιπος χρόνος ήταν αφιερωμένος σε μετρήσεις υποβάθρου.

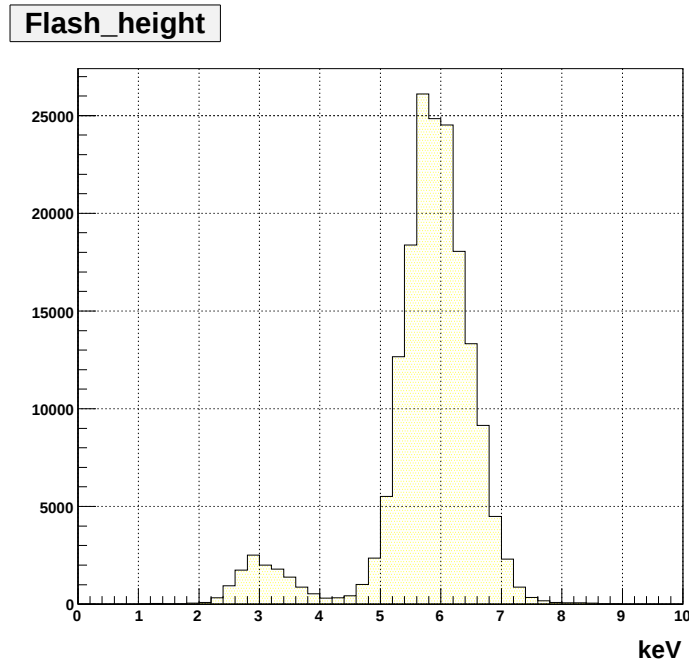
Σε μία μέτρηση βαθμονόμησης το ενδιαφέρον μας εστιάζεται αφενός στην



Σχήμα 8.4: Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της ποσότητας q για δύο διαφορετικές ενέργειες: 5.9 keV (μπλε) και 3 keV (κόκκινο). Η συνεχόμενη γραμμή είναι το αποτέλεσμα της αναλυτικής αναπαράστασης της καμπύλης από συνάρτηση της μορφής $f(q) = Cq^a e^{-bq}$ που αντιστοιχεί σε κατανομή χ^2 . Οι μικρές αποκλίσεις οφείλονται στο γεγονός ότι οι κατανομές των ποσοτήτων x_i δεν είναι ακριβώς κατανομές $Gauss$.



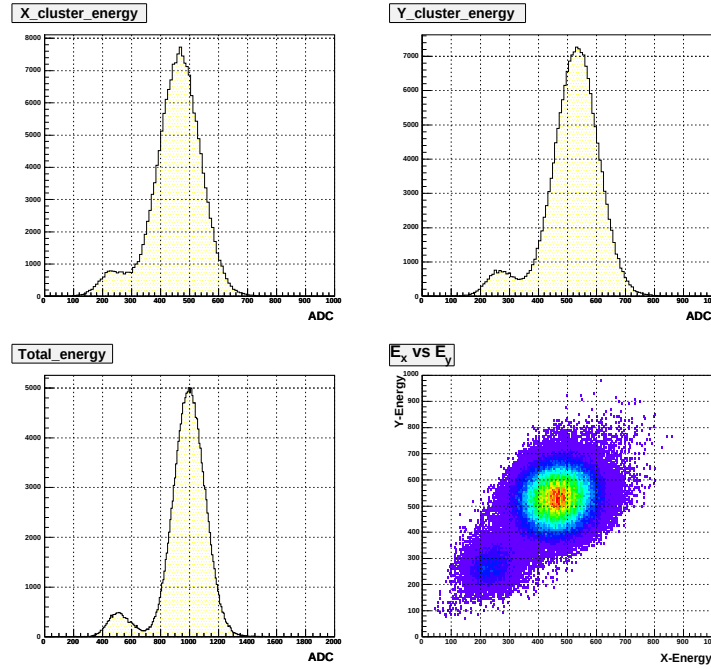
Σχήμα 8.5: Επίδραση του ίδιου κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ σε δύο ζεύγη συσχετισμένων μεταβλητών από μία μέτρηση βαθμονόμησης. Αριστερά είναι τα γεγονότα πριν την επιλογή και δεξιά μετά από αυτή.



Σχήμα 8.6: Κατανομή του ύψους των παλμών του mesh σε μέτρηση βαθμονόμησης. Φαίνεται η κορυφή στα 5.9 keV και η κορυφή διαφυγής του Ar.

αναγνώριση της ενεργειακής κλίμακας και αφετέρου στον υπολογισμό του πίνακα συνδιασποράς των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για την επιλογή των γεγονότων. Η απόκριση του ανιχνευτή σε μία τυπική μέτρηση βαθμονόμησης φαίνεται στα σχήματα 8.6 και 8.7. Η ενεργειακή κλίμακα καθορίζεται από το ύψος των παλμών του mesh ενώ θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και το ADC φορτίο που συλλέγεται στα strips. Η επιλογή αυτή οφείλεται στο γεγονός ότι η κάρτα MATACQ που καταγράφει τους παλμούς εμφανίζει κορεσμό στα 500mV που αντιστοιχεί στην μέγιστη ενέργεια που μπορεί να καταγράψει.

Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή είναι 20% στο σήμα του mesh και 25% στο σήμα των strips. Η διαφοροποίηση μεταξύ των δύο, πιθανότατα οφείλεται στα διαφορετικά χαρακτηριστικά της αλυσίδας των ηλεκτρονικών που καταγράφουν τα δύο σήματα. Επιπλέον παρατηρείται χειρότερηση σε σχέση με την απόκριση κατά το 2003 γεγονός που αποδίδεται στην αύξηση του πάχους της περιοχής πολλαπλασιασμού ($100\mu m$ έναντι $50\mu m$) και σε πιθανές ανομοιογένειες του ηλεκτρικού πεδίου. Σε κάθε περίπτωση πάντως, οι τιμές της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας είναι μέσα στα όρια των αποδεκτών τιμών για ανιχνευτές αερίου που δεν έχουν φασματοσκοπικές χρήσεις και απολύτως

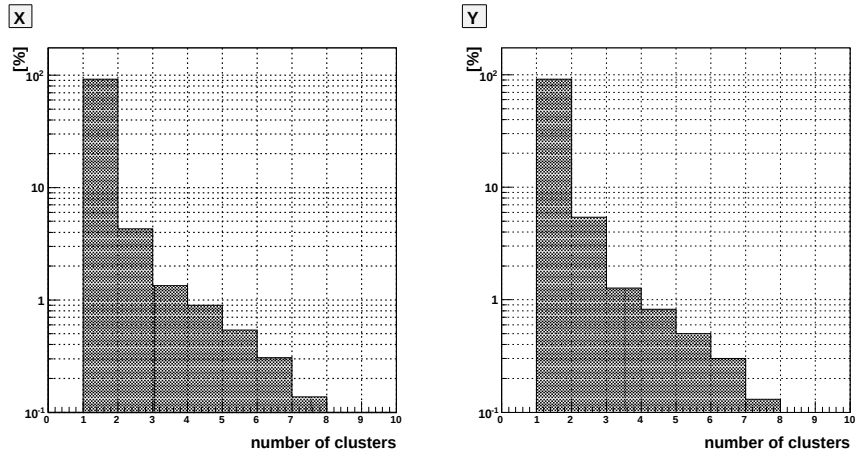


Σχήμα 8.7: Κατανομή του φορτίου που συλλέγεται στα X και Y strips και η μεταξύ τους συσχέτιση.

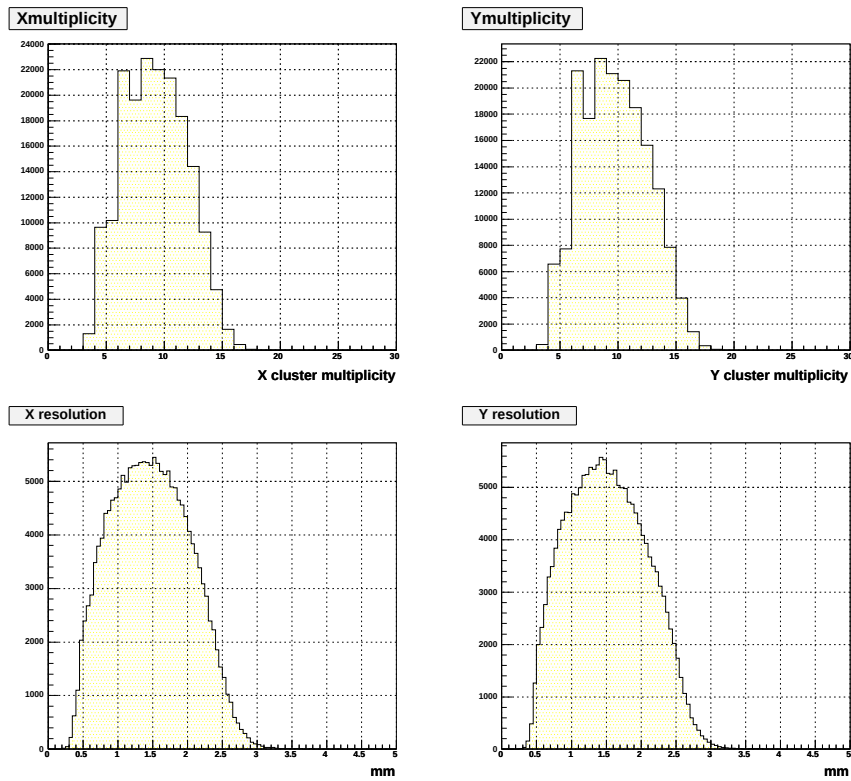
επαρκείς για τις ανάγκες του CAST.

Ένα άλλο ενδιαφέρον στοιχείο για την αξιολόγηση των δεδομένων αποτελεί ο αριθμός των cluster που δημιουργούνται σε κάθε γεγονός αλλά και η πολλαπλότητα των strips (σχήμα 8.9) που το αποτελούν. Επίσης ενδιαφέρον παρουσιάζει και η διασπορά του φορτίου γύρω από το βαρύκεντρο ενός cluster που αποτελεί ένα μέτρο της χωρικής διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή. Σε ένα ιδανικό γεγονός που αντιστοιχεί σε ακτίνα X, έχουμε τοπική εναπόθεση φορτίου από το φωτοηλεκτρόνιο, λόγω της μικρής του ενέργειας και περιμένουμε να δημιουργείται ένα μόνο cluster (σχήμα 8.8). Αν ο ανιχνευτής καταγράφει ένα φορτισμένο σωματίδιο ($e^\pm$ ή $\mu^\pm$) που διέρχεται από την μάζα του αερίου του, τότε το σήμα είναι εντελώς διαφορετικό καθώς αυτά δημιουργούν ιονισμό σε όλο το μήκος της τροχιάς τους με αποτέλεσμα να δημιουργούνται περισσότερα clusters. Έτσι έχουμε στη διάθεσή μας ένα επιπλέον κριτήριο επιλογής γεγονότων που δεν μπορεί να ενσωματωθεί στη μέθοδο της πολλαπλής διακύμανσης.

Η επιτυχία της ανάλυσης των δεδομένων σύμφωνα με την μέθοδο που αναπτύξαμε στην προηγούμενη παράγραφο εξαρτάται από την ευστάθειά της στην



Σχήμα 8.8: Κατανομή των clusters σε γεγονότα βαθμονόμησης.



Σχήμα 8.9: Κατανομή της πολλαπλότητας των X και Y strips που ενεργοποιούνται σε ένα γεγονός και της αντίστοιχης χωρικής διακριτικής ικανότητας $r_i = 2.35\sigma_i$ που ορίζεται με τη βοήθεια της διασποράς του φορτίου γύρω από το κεντροειδές.

πορεία του χρόνου καθώς οι μετρήσεις διήρκεσαν σχεδόν 6 μήνες. Στο σχήμα Α'.1 μπορούμε να διαπιστώσουμε την σταθερότητα των μέσων τιμών των διακριτικών μεταβλητών κατά τη διάρκεια των 140 μετρήσεων βαθμονόμησης που έλαβαν χώρα. Παρατηρούμε ότι μόνο η ποσότητα x_6 εμφανίζει σημαντική μεταβολή, της τάξης του 10%, αλλά αυτό είναι συστηματικό φαινόμενο και οφείλεται στην αντίστοιχη διακύμανση της ενεργειακής κλίμακας, όπως φαίνεται στο σχήμα Α'.2.

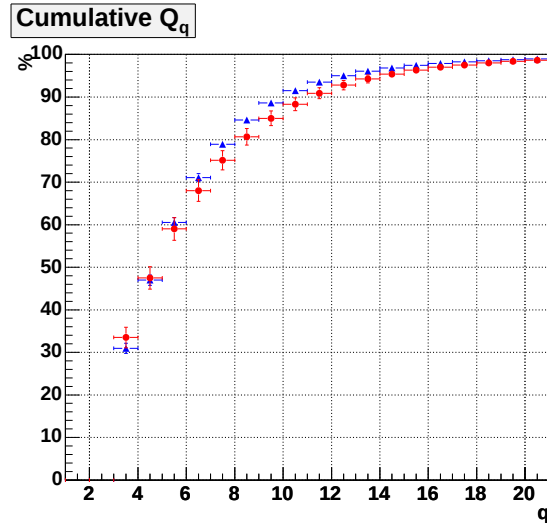
Η συγκεκριμένη σχετική αστάθεια της ενεργειακής κλίμακας οφείλεται πιθανότατα στη μεταβολή των περιβαλλοντικών παραμέτρων (υγρασία, θερμοκρασία) στο χώρο του πειράματος καθώς αυτό είναι επίγειο και επομένως εκτεθειμένο σε τέτοιες παραμέτρους, που έχουν απροσδιόριστη δράση στη συμπεριφορά των ηλεκτρονικών στοιχείων. Παρ' όλ' αυτά δεν δημιουργείται πρόβλημα στην μελέτη των δεδομένων διότι η αστάθεια της ενεργειακής κλίμακας εμφανίζει περιοδικότητα μερικών ημερών ενώ η βαθμονόμηση έγινε σε καθημερινή βάση.

Ένα από τα πλέον σημαντικά στοιχεία που μαρτυρούν τη σταθερότητα της μεθόδου και ουσιαστικά μας επιτρέπουν να τη χρησιμοποιήσουμε για την ανάλυση αφορά τη συμπεριφορά της αποδοτικότητας του κανόνα επιλογής. Όπως φαίνεται στο σχήμα 8.10, για διαφορετικές τιμές της ενέργειας, η αποδοτικότητα είναι σταθερή, με διακύμανση $< \pm 2\%$ που μπορεί να αντιμετωπιστεί σαν συστηματικό σφάλμα.

8.3 Μελέτη του υποβάθρου

Η διαδικασία συλλογής των δεδομένων για το έτος 2004 ήταν ελαφρώς τροποποιημένη σε σχέση με αυτή του 2003: τα αρχεία δεδομένων ήταν ενιαία, χωρίς να γίνεται διάκριση μεταξύ μέτρησης υποβάθρου και παρακολούθησης του Ηλίου. Ο διαχωρισμός έγινε κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, από τα αρχεία ελέγχου (Slow Control) του πειράματος που καταγράφονταν παράλληλα με τα αρχεία δεδομένων. Τα στοιχεία που ελήφθησαν υπόψη για τον διαχωρισμό ήταν:

1. Η τιμή του μαγνητικού πεδίου,
2. Η ταχύτητα του μαγνήτη, η οποία είχε διαφορετικές τιμές κατά την παρακολούθηση του Ηλίου και κατά την απλή κίνησή του.
3. Η ακρίβεια παρακολούθησης της θέσης του Ηλίου, με βάση τη θέση του



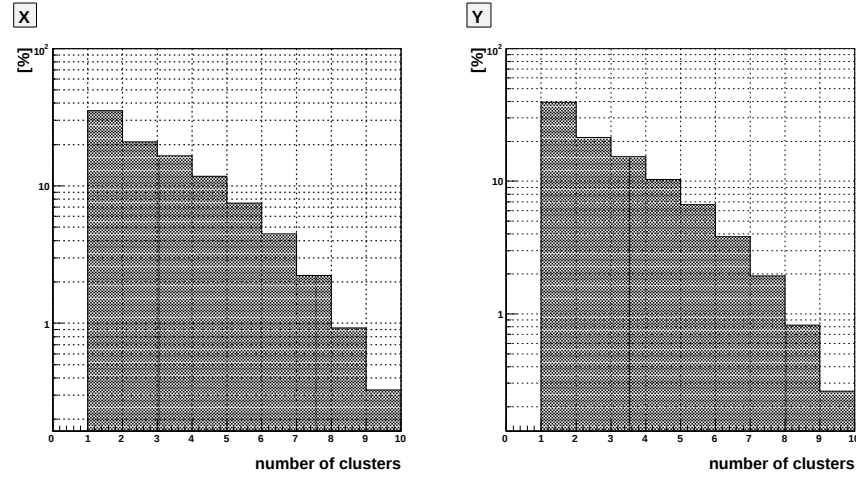
Σχήμα 8.10: Μέση τιμή της αποδοτικότητας του κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ για διάφορες τιμές του q_{max} , σε ενέργειες 3 keV (κόκκινο) και 6 keV (μπλε)

μαγνήτη και την υπολογισμένη θέση του Ηλίου από το αστρονομικό πρόγραμμα ελέγχου.

4. Η ώρα της ημέρας.

Για την ανάλυση των δεδομένων, είτε πρόκειται για υπόβαθρο είτε για δεδομένα παρακολούθησης του Ηλίου, ακολουθήσαμε την παρακάτω διαδικασία:

1. (fiducial cut) Επιλογή γεγονότων που βρίσκονται σε κύκλο εμβαδού $A = 15.2cm^2$ γύρω από το κέντρο του ανιχνευτή που βρίσκεται στον ίδιο άξονα με το κέντρο του ανοίγματος του μαγνήτη. Η επιφάνεια που θεωρήσαμε είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από τη διατομή του μαγνήτη ($A_m = 14.5cm^2$) προκειμένου να συμπεριλάβουμε ακτίνες X που είναι πολύ κοντά στην περιφέρεια.
2. (cluster cut) Εφαρμογή του κριτηρίου του μοναδικού καταγεγραμμένου cluster (βλ. σχήματα 8.8 και 8.11).
3. (multivariate cut) Μέθοδος ανάλυσης πολλών μεταβλητών με κανόνα επιλογής $q < q_{max}$ για διάφορες τιμές της σταθεράς q_{max} . Για κάθε αρχείο δεδομένων επελέγει η πλησιέστερη χρονικά μέτρηση βαθμονόμησης, από την οποία υπολογίσαμε τον πίνακα συνδιασποράς V .



Σχήμα 8.11: Κατανομή των clusters σε ένα τυπικό αρχείο δεδομένων.

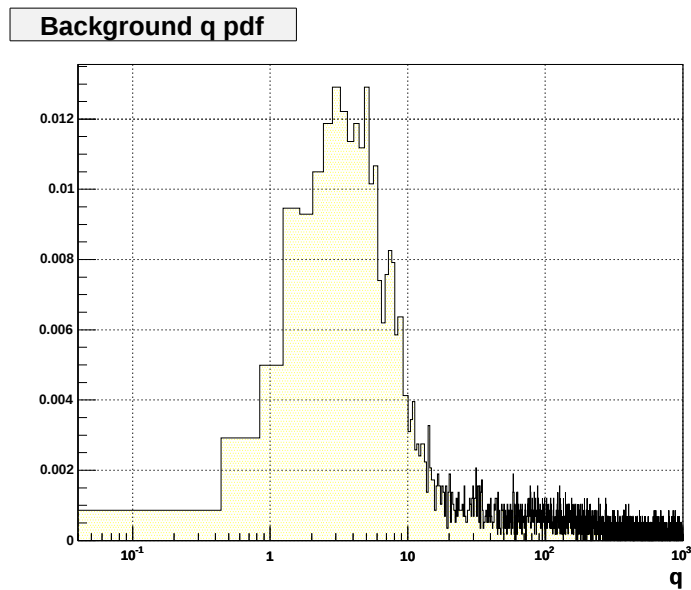
Η κατανομή της ποσότητας q για τα δεδομένα εικονίζεται στο σχήμα 8.12 όπου φαίνεται καθαρά η ισχύς του κανόνα επιλογής $q < q_{max} \approx 12$ καθώς θα απορρίψει το σύνολο σχεδόν των καταγεγραμμένων γεγονότων, που διαμορφώνουν την ουρά της κατανομής. Μετά την εφαρμογή του κανόνα, οι κατανομές των διακριτικών ποσοτήτων φαίνονται στο σχήμα B'.1, ενώ οι συσχετίσεις μεταξύ σημαντικών μεγεθών στο B'.3 και η συνολική επίδραση των κριτηρίων επιλογής φαίνεται στο σχήμα B'.4.

Το φάσμα που λαμβάνουμε από ένα τυπικό αρχείο δεδομένων εικονίζεται στο σχήμα 8.13 και κυριαρχείται από την κορυφή του Cu που δημιουργείται από τον φθορισμό των ατόμων των strips και του mesh λόγω διέγερσης από την διάχυτη ακτινοβολία που υπήρχε στην περιοχή του πειράματος.

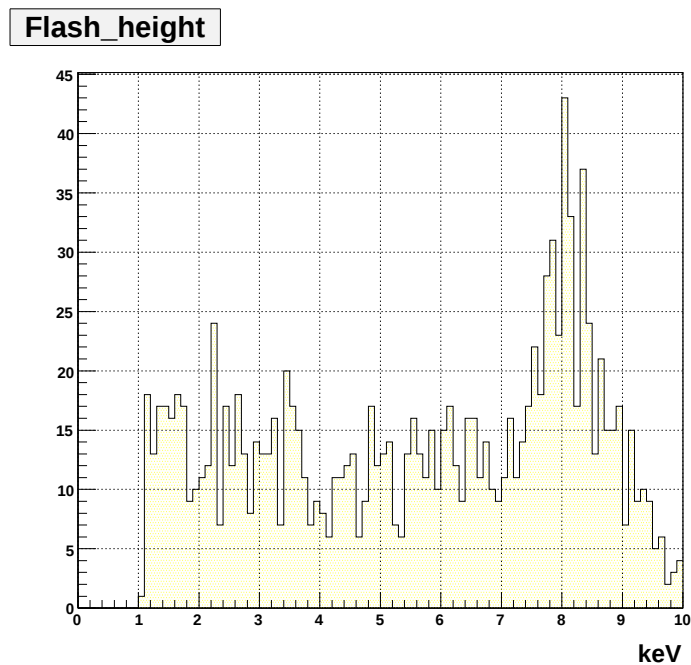
Προκειμένου να διαπιστώσουμε ότι ο ρυθμός λήψης των δεδομένων ήταν σταθερός και δεν υπάρχουν περίοδοι δυσλειτουργίας του ανιχνευτή, εξετάσαμε την κατανομή των χρονικών διαφορών μεταξύ δύο διαδοχικών γεγονότων. Αν υποθέσουμε ότι ο μέσος ρυθμός καταγραφής γεγονότων είναι μ τότε η πιθανότητα να έχουμε n γεγονότα σε χρόνο Δt δίνεται από την κατανομή Poisson:

$$P(n) = \frac{(\mu \Delta t)^n}{n!} e^{-\mu \Delta t} \quad (8.7)$$

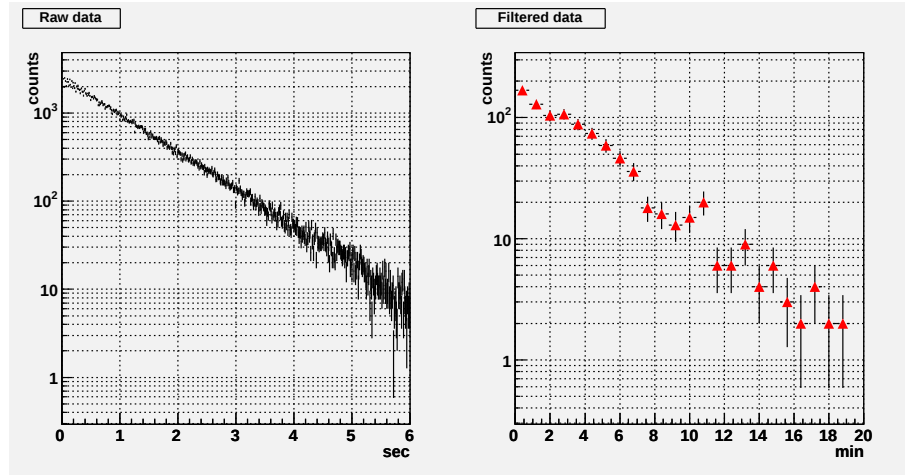
Για να βρούμε την κατανομή των χρονικών διαφορών μεταξύ διαδοχικών γεγονότων σκεφτόμαστε ως εξής: αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχουμε ένα γεγονός



Σχήμα 8.12: Κατανομή της ποσότητας q στο σύνολο των αρχείων δεδομένων. Κυριαρχείται από την τεράστια ουρά, δηλωτική του γεγονότος ότι η πλειοψηφία των γεγονότων που καταγράφονται είναι πολύ διαφορετικής φύσης από αυτά της βαθμονόμησης και επομένως είναι απορριπτέα.



Σχήμα 8.13: Ενεργειακό φάσμα των δεδομένων, όπως διαμορφώνεται μετά τους κανόνες επιλογής. Η ενέργεια έχει ταυτοποιηθεί από το ύψος των παλμών.



Σχήμα 8.14: Κατανομή των χρονικών διαφορών μεταξύ διαδοχικών γεγονότων πριν την εφαρμογή των κανόνων επιλογής (αριστερά) και μετά (δεξιά).

στον ανιχνευτή τότε ζητάμε σε χρονικό διάστημα Δt να μην έχουμε κανένα άλλο γεγονός ενώ στο επόμενο απειροστό διάστημα dt να έχουμε ακριβώς ένα. Δηλαδή:

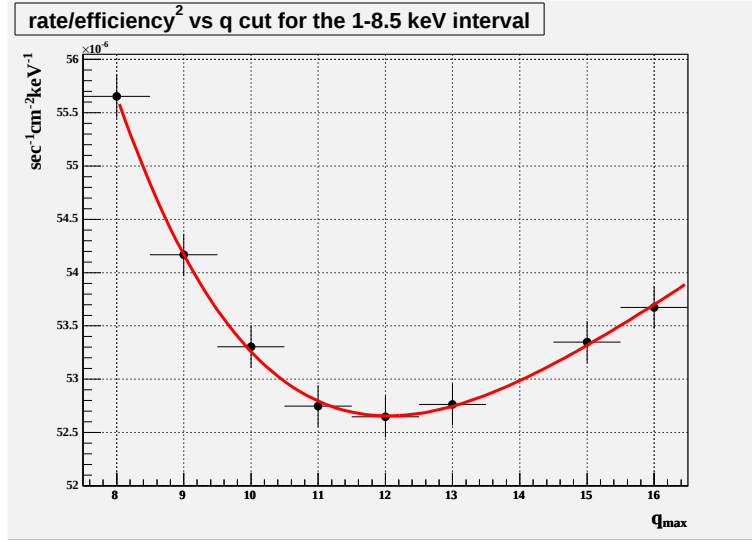
$$dP(\Delta t) = P(0) \times \mu dt = \mu e^{-\mu \Delta t} dt \quad (8.8)$$

οπότε η σχετική πυκνότητα πιθανότητας είναι:

$$\rho(\Delta t) = \mu e^{-\mu \Delta t} \quad (8.9)$$

Στο σχήμα 8.14 βλέπουμε την αδιαμφισβήτητη εκθετική κατανομή των χρονικών διαφορών μεταξύ των γεγονότων, πριν την εφαρμογή των κανόνων επιλογής και μετά από αυτή, γεγονός που αποδεικνύει ότι η λειτουργία του ανιχνευτή είναι φυσιολογική.

Το επόμενο στάδιο της ανάλυσης αφορά τη βελτιστοποίηση του κανόνα επιλογής αναφορικά με την τιμή της σταθεράς q_{max} . Είναι σαφές ότι επιθυμούμε όσο το δυνατόν μικρότερη τιμή αυτής αλλά όχι υπερβολικά μικρή διότι η αποδοτικότητα μειώνεται δραματικά. Το κριτήριο που εφαρμόζουμε για την βελτιστοποίηση αφορά την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων: αν N είναι ο μέσος αριθμός γεγονότων στον ανιχνευτή μετά την επιλογή και a_s η αποδοτικότητα τότε ο πραγματικός αριθμός των γεγονότων που ανιχνεύτηκαν είναι $N_r = \frac{N}{a_s}$ με στατιστικό σφάλμα $\delta N_r = \frac{\sqrt{N}}{a_s}$. Στο πείραμα CAST είχαμε μηδενικό αποτέλεσμα ανακάλυψης αξιονίων και η προσοχή μας στράφηκε στον υπολογισμό ενός



Σχήμα 8.15: Καμπύλη βελτιστοποίησης του κανόνα επιλογής γεγονότων.

άνω ορίου για τη σταθερά ζεύξης $g_{a\gamma\gamma}$ γεγονός που καθορίζεται από το μέγεθος των σφαλμάτων. Έτσι η βελτιστοποίηση γίνεται με την ελαχιστοποίηση της ποσότητας δN_r ή ισοδύναμα της ποσότητας

$$r = \frac{N}{A\Delta t\Delta E a_s^2} \quad (8.10)$$

όπου A είναι το εμβαδόν της ενεργού περιοχής του μαγνήτη, Δt η χρονική διάρκεια των μετρήσεων και ΔE το ενεργειακό εύρος των γεγονότων. Η καμπύλη βελτιστοποίησης φαίνεται στο σχήμα 8.15 από το οποίο εξάγουμε την τιμή $q_{max} = 12$. Επιπλέον διαπιστώνουμε ότι πρόκειται για ευσταθές ελάχιστο καθώς για μικρές αποκλίσεις από την τιμή αυτή δεν έχουμε σημαντική αλλαγή της ποσότητας r .

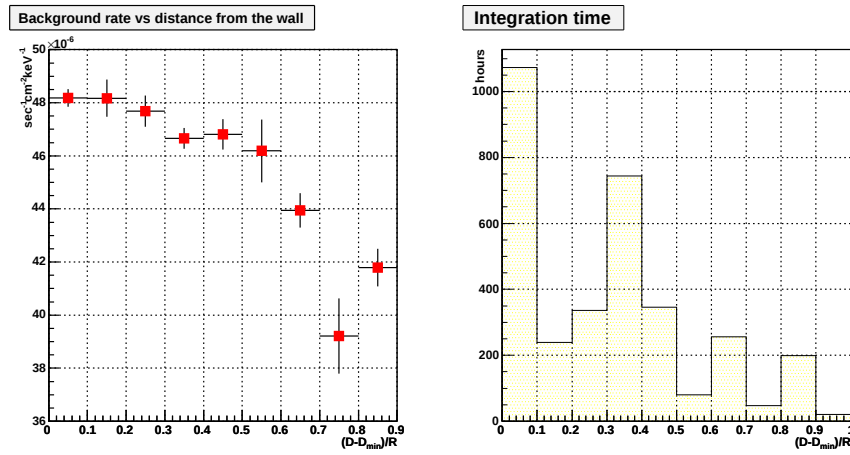
8.3.1 Εξάρτηση από τη θέση του ανιχνευτή

Ο απώτερος σκοπός του πειράματος είναι να συγκρίνει τα δεδομένα από την παρακολούθηση του Ηλίου με αυτά του υποβάθρου. Επειδή όμως, εκ των πραγμάτων, αυτές οι μετρήσεις δεν γίνονται με πανομοιότυπο τρόπο (διαφορετική ώρα της ημέρας, διαφορετικές κλιματολογικές συνθήκες, διαφορετική θέση του ανιχνευτή κτλ.) είναι θεμελιώδες να κατανοήσουμε το υπόβαθρο και να ανακαλύψουμε τους παράγοντες που το διαφοροποιούν.

Αρχικά θα διερευνήσουμε την επίδραση της θέσης του ανιχνευτή στο χώρο

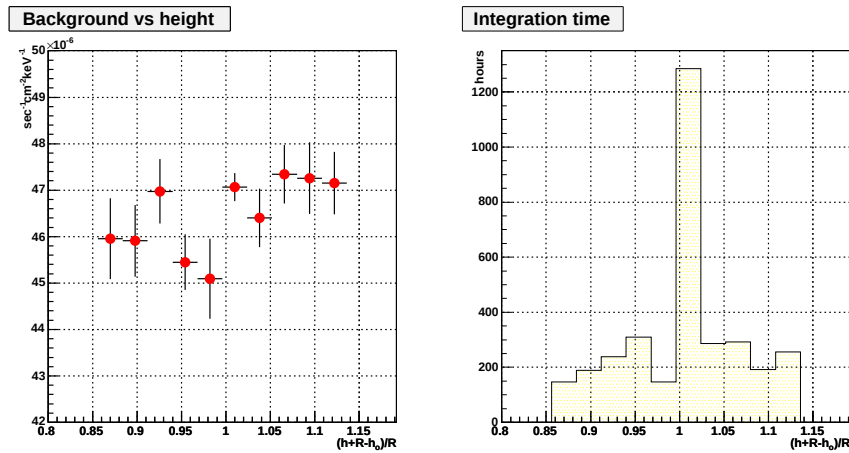
8.3 Μελέτη του υποβάθρου

του πειράματος λόγω της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας από τα δομικά υλικά. Το άκρο του μαγνήτη στο οποίο είναι τοποθετημένος ο ανιχνευτής Micromegas προσεγγίζει τον δυτικό τοίχο του κτιρίου και επομένως η ποσότητα που μας ενδιαφέρει είναι η κάθετη απόσταση D από αυτόν: αν η ελάχιστη απόσταση στην οποία πλησιάζει κατά τη διάρκεια της κίνησής του είναι D_{min} και R η ακτίνα που διαγράφει τότε μπορούμε να ορίσουμε την αδιάστατη ποσότητα $x = \frac{D-D_{min}}{R}$ και να μελετήσουμε την εξάρτηση $r = r(x)$ με r τον μετρούμενο ρυθμό γεγονότων. Από το σχήμα 8.16 διαπιστώνουμε ότι αυτός μειώνεται καθώς ο ανιχνευτής απομακρύνεται από τον τοίχο.



Σχήμα 8.16: Συσχέτιση του ρυθμού γεγονότων με την κάθετη απόσταση από τον πλησιέστερο τοίχο (αριστερά) και ο χρόνος έκθεσης σε κάθε θέση (δεξιά).

Ένας άλλος παράγοντας που διαμορφώνει το επίπεδο του υποβάθρου είναι το ύψος του ανιχνευτή, δηλαδή η κατακόρυφη απόσταση h από το δάπεδο: αν ονομάσουμε h_o το ύψος του ανιχνευτή όταν βρίσκεται σε οριζόντια θέση και R την ακτίνα της διαγραφόμενης τροχιάς του, τότε ορίζουμε την ποσότητα $y = \frac{h+R-h_o}{R}$ και εξετάζουμε την εξάρτηση $r = r(y)$ που φαίνεται στο σχήμα 8.17. Η συγκεκριμένη μεταβολή είναι πολύ μικρή και οφείλεται στο γεγονός ότι το δάπεδο είναι καλυμμένο με μονωτική κόλλα που περιορίζει σημαντικά την διέλευση της ακτινοβολίας των δομικών υλικών. Για την πληρέστερη εικόνα σχετικά με τις προαναφερθείσες εξαρτήσεις, στο σχήμα 8.18 φαίνονται οι ποσοστιαίες αποκλίσεις από το μέσο ρυθμό γεγονότων. Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι υπάρχει μία μικρή εξάρτηση ($< \pm 5\%$) του επιπέδου του υποβάθρου από τη θέση του ανιχνευτή που θα πρέπει να ληφθεί υπόψη στη μελέτη των διαφορών συστηματικών σφαλμάτων.

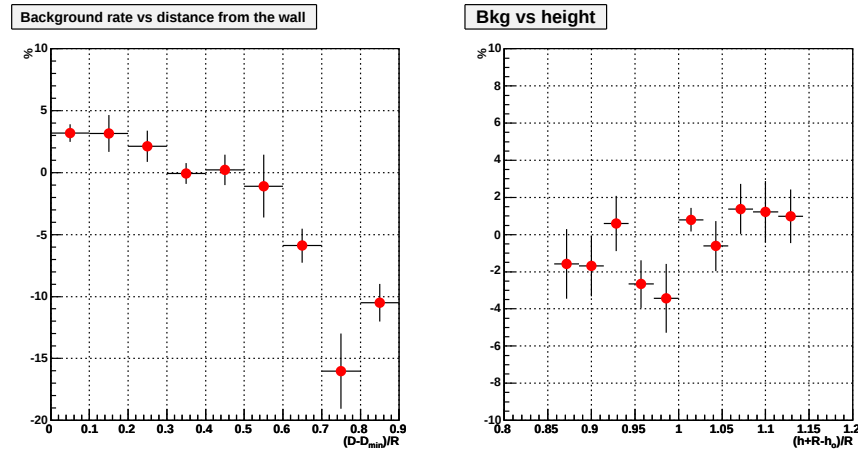


Σχήμα 8.17: Συσχέτιση του ρυθμού γεγονότων με την κατακόρυφη απόσταση από το δάπεδο (αριστερά) και ο αντίστοιχος χρόνος έκθεσης (δεξιά).

8.3.2 Ημερήσια διακύμανση

Η σημαντικότερη διαφοροποίηση σχετικά με τα δεδομένα παρακολούθησης του Ηλίου και του υποβάθρου αφορά την ώρα της ημέρας. Ο Micromegas παρακολουθεί τον Ήλιο κατά την Ανατολή του, δηλαδή κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ 5π.μ και 8π.μ λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι η ακριβής ώρα μετατίθεται κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Γενικά πάντως μπορούμε να πούμε ότι γίνονταν κατά τις πρώτες πρωινές ώρες σε αντίθεση με το υπόβαθρο που συλλέγεται καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας. Δεδομένου λοιπόν ότι το πείραμα είναι επίγειο, υπάρχει σημαντική συγκέντρωση Ραδονίου (Rn) στην ατμόσφαιρα (atmospheric radioactivity) ενώ ο Micromegas δεν διαθέτει την απαιτούμενη θωράκιση (στρώμα υγρού αζώτου) ώστε να μην επηρεάζεται από αυτό. Επιπλέον είναι γνωστό ότι η συγκέντρωση του Rn εξαρτάται σημαντικά από την υγρασία, διότι μεγάλες τιμές αυτής επιταχύνουν το ρυθμό εξαγωγής του Rn από τα δομικά υλικά αλλά και από τον εξαερισμό του χώρου. Έτσι όλες οι ενδείξεις συνηγορούν υπέρ της αύξησης της συγκέντρωσης Rn κατά τις νυχτερινές ώρες (κακός εξαερισμός) και τις πρώτες πρωινές (αύξηση της υγρασίας). Οι παραπάνω διαπιστώσεις επιβεβαιώθηκαν με άμεσες μετρήσεις του Rn μετά το πέρας του πειράματος (σχ. 8.20). Από τη συζήτηση που προηγήθηκε προκύπτει αβίαστα ότι είναι απαραίτητη η εξέταση της διακύμανσης του υποβάθρου σε συνάρτηση με την ώρα της ημέρας και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 8.19 όπου διαπιστώνουμε μία αναμφισβήτητη ημερήσια διακύμανση που κορυφώνεται κατά

8.3 Μελέτη του υποβάθρου



Σχήμα 8.18: Ποσοστιαία μεταβολή του μετρούμενου ρυθμού σε συνάρτηση με την κάθετη απόσταση από τον πλησιέστερο τοίχο (αριστερά) και το δάπεδο (δεξιά).

τις πρώτες πρωινές ώρες.

Για να εξετάσουμε κατά πόσον η μεταβολή αυτή αφορά το σύνολο του ενεργειακού φάσματος ή μόνο κάποια τμήματά του, θεωρήσαμε δύο περιοχές: των χαμηλών ενεργειών ($1 < E < 4.5 \text{ keV}$) και των υψηλών ($5 < E < 8.5 \text{ keV}$) με τα αποτελέσματα να αποδεικνύουν (σχήμα 8.21) ότι το φαινόμενο εντοπίζεται στην περιοχή των υψηλών ενεργειών και μάλιστα η διακύμανση είναι ημιτονοειδής με περίοδο $24h$. Επειδή η θέση του ανιχνευτή στο χώρο είναι συσχετισμένη με την ώρα, εξετάσαμε το ενδεχόμενο η ημερήσια διακύμανση να είναι τεχνητή²: θεωρήσαμε το τμήμα υψηλών ενεργειών, όπου το φαινόμενο είναι εντονότερο, σε θέσεις κοντά στον τοίχο ($x < 0.5$) και μακριά από αυτόν ($x > 0.5$). Σε αμφότερες τις περιπτώσεις (σχήμα 8.22) η διακύμανση είναι προφανής και πιστοποιείται ότι πρόκειται για ανεξάρτητα φαινόμενα.

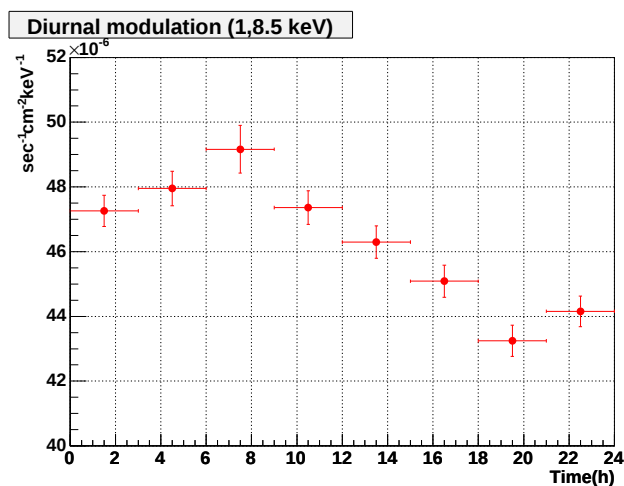
Χρονικό διάστημα	Χρόνος έκθεσης(h)	Μέσος ρυθμός $1 < E < 8.5 \text{ keV}$ $10^{-5} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ keV}^{-1}$	Μέσος ρυθμός $1 < E < 7.5 \text{ keV}$ $10^{-5} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ keV}^{-1}$
00.00 – 12.00	1537	4.82 ± 0.03	4.34 ± 0.03
01.00 – 11.00	1390	4.83 ± 0.03	4.34 ± 0.03
02.00 – 10.00	1084	4.86 ± 0.03	4.36 ± 0.03
03.00 – 09.00	790	4.87 ± 0.04	4.36 ± 0.04

Πίνακας 8.1: Μέσο επίπεδο υποβάθρου και χρόνος έκθεσης ανάλογα με το χρονικό διάστημα της ημέρας που χρησιμοποιήθηκε.

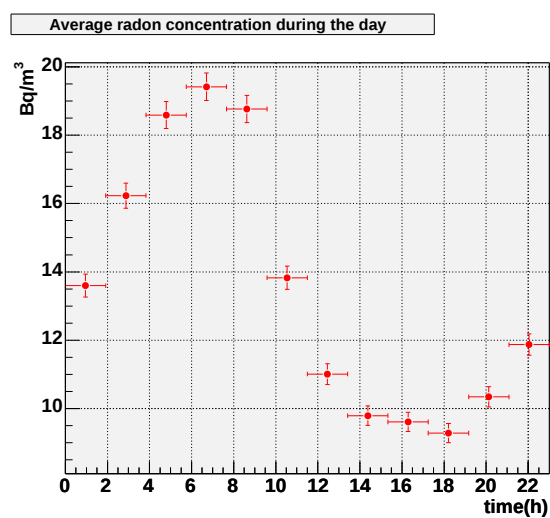
Στον πίνακα 8.1 μπορούμε να δούμε την ποσοτική μεταβολή του συνολικού

²artifact

υποβάθρου που συνελέγει κατά τη διάρκεια του 2004, σε σχέση με την ώρα της ημέρας και σε δύο διαφορετικά ενεργειακά διαστήματα.

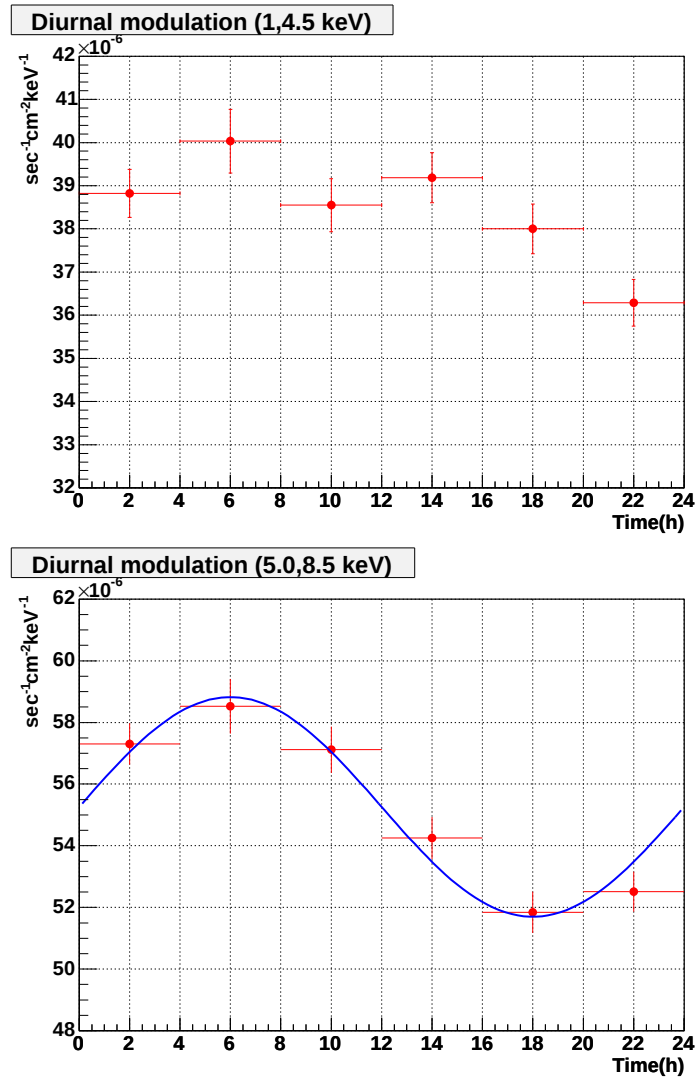


Σχήμα 8.19: Ημερήσια διακύμανση του ρυθμού γεγονότων σε όλο το ενεργειακό φάσμα ενδιαφέροντος.

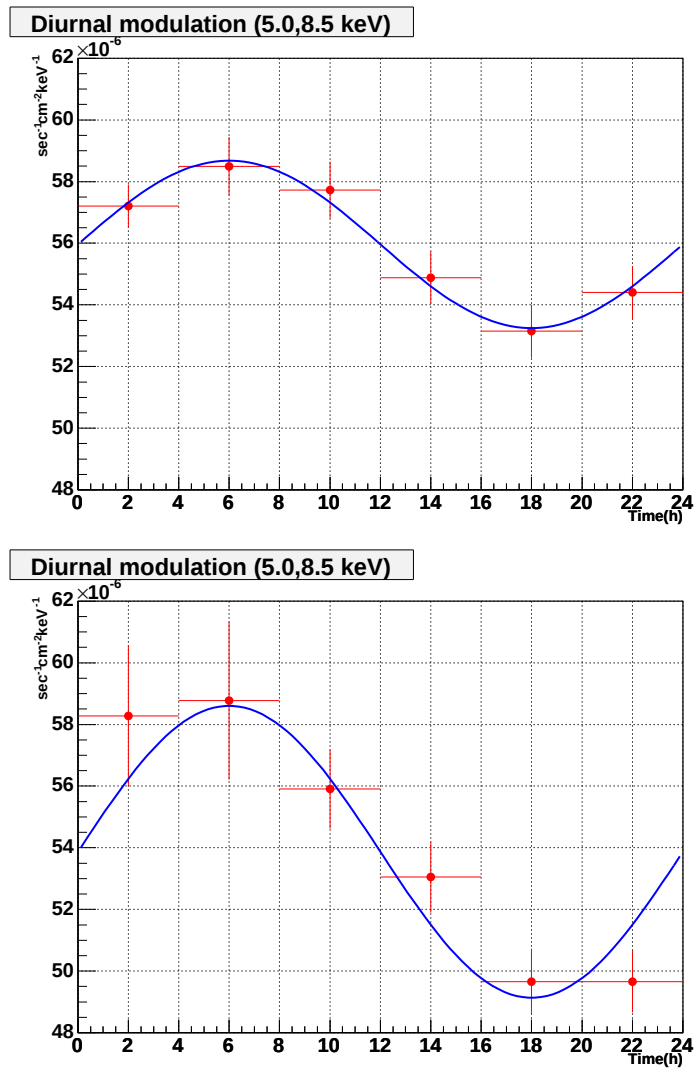


Σχήμα 8.20: Ημερήσια διακύμανση της συγκέντρωσης Rn στο χώρο του πειράματος.

8.3 Μελέτη του υποβάθρου



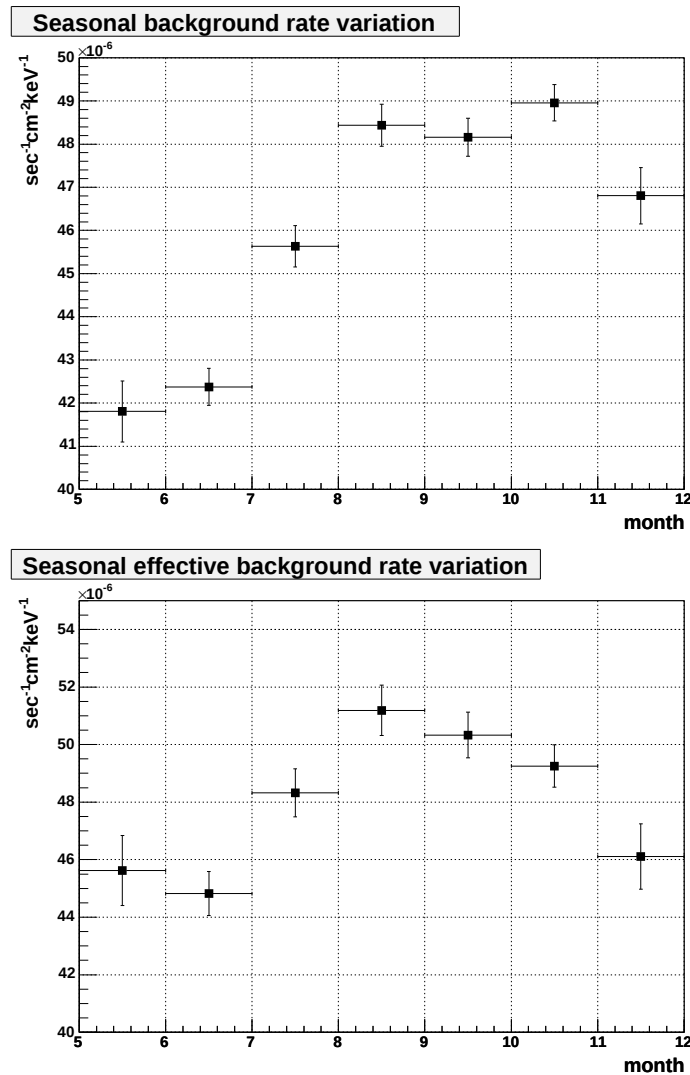
Σχήμα 8.21: Ημερήσια διακύμανση του υποβάθρου για χαμηλές ενέργειες (επάνω) και υψηλές (κάτω).



Σχήμα 8.22: Ημερήσια διακύμανση του υποβάθρου για υψηλές ενέργειες, μακριά από τον τοίχο (επάνω) και κοντά (κάτω).

8.3.3 Εποχική διακύμανση

Για λόγους πληρότητας και εξαιτίας της εκεταμένης χρονικής διάρκειας του πειράματος κρίθηκε σκόπιμο να εξετάσουμε τη συμπεριφορά του υποβάθρου σε μηνιαία βάση: στο σχήμα 8.23 βλέπουμε την μέση τιμή του υποβάθρου ανά μήνα (Μάιος έως Νοέμβριος), για το πλήρες ενεργειακό διάστημα 1 – 8.5 keV όπου παρατηρούμε την σταδιακή αύξηση του ρυθμού των γεγονότων με μέγιστο κατά την περίοδο Αυγούστου-Σεπτεμβρίου.



Σχήμα 8.23: Μηνιαία διακύμανση του υποβάθρου, σε όλο το ενεργειακό φάσμα, καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας (επάνω) και κατά το χρονικό διάστημα 01.00 – 09.00 (κάτω) που αντιστοιχεί στο μέγιστο της ημερήσιας διάκύμανσης.

8.4 Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου

8.4.1 Ηλιακά δεδομένα

Από τη μελέτη των παραγόντων που επηρεάζουν το υπόβαθρο είναι σαφές ότι η ημερήσια διακύμανση αποτελεί τον σημαντικότερο παράγοντα, γεγονός που πρέπει να ληφθεί υπόψη κατά τη σύγκριση των Ηλιακών δεδομένων με το υπόβαθρο. Κατά τη διάρκεια όλης της περιόδου του πειράματος κατά το 2004 συνελέγησαν **196h** Ηλιακών δεδομένων και ο μέσος ρυθμός ήταν:

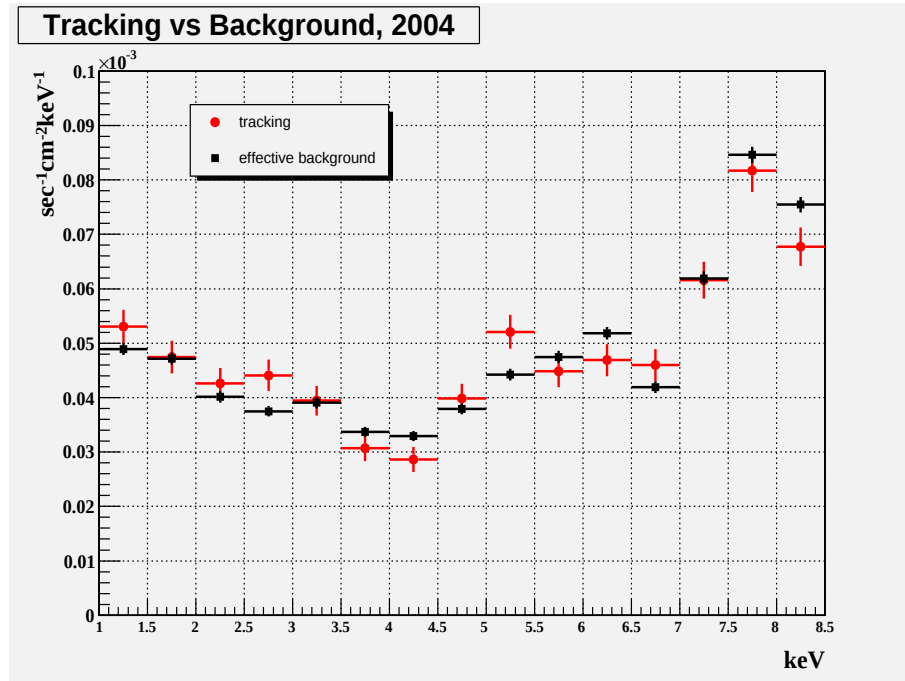
$$\langle r_t \rangle = (4.84 \pm 0.08) \times 10^{-5} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{keV}^{-1}$$

για το ενεργειακό διάστημα $1 - 8.5 \text{ keV}$ που περιλαμβάνει την κορυφή του Cu και

$$\langle r_t \rangle = (4.44 \pm 0.08) \times 10^{-5} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{keV}^{-1}$$

για το διάστημα $1 - 7.5 \text{ keV}$. Το φάσμα των δεδομένων αυτών, σε σύγκριση με το αντίστοιχο του υποβάθρου που αντιστοιχεί στο χρονικό διάστημα $01.00 - 11.00$ φαίνεται στο σχήμα 8.24 όπου είναι ξεκάθαρο ότι δεν υπάρχει πλεόνασμα των Ηλιακών δεδομένων που να ξεπερνά τα στατιστικά σφάλματα. Έτσι το συμπέρασμα είναι ότι **από τα δεδομένα του 2004 δεν προκύπτει κάποιο στοιχείο για την ύπαρξη των αξιονίων**. Με δεδομένο το μηδενικό αποτέλεσμα του πειράματος, η πρόσοχή μας στρέφεται εκ νέου στον υπολογισμό του άνω ορίου της σταθεράς $g_{a\gamma\gamma}$ ακολουθώντας την ίδια ακριβώς διαδικασία με αυτή του 2003: αφαιρούμε το κανονικοποιημένο φάσμα του υποβάθρου από το αντίστοιχο των Ηλιακών δεδομένων και προσαρμόζουμε στη διαφορά τους το φάσμα των αξιονίων, με ελεύθερη παράμετρο την ποσότητα g_{10}^4 . Ακολουθώντας κατασκευάζουμε τη συνάρτηση χ^2 και βρίσκουμε την τιμή που την ελαχιστοποιεί. Τελικά βρίσκουμε το όριο με τη μέθοδο Bayes. Αναλυτικά, τα στοιχεία με τα οποία υπολογίσαμε το όριο είναι τα παρακάτω:

- Ροή αξιονίων στη Γη (βλ. κεφ. 7),
- Πιθανότητα μετατροπής του αξιονίου στο μαγνητικό πεδίο (βλ. κεφ. 7),
- Ένταση και μήκος μαγνητικού πεδίου: $B = 8.83T$, $L = 9.26m$,



Σχήμα 8.24: Φάσμα Ηλιακών δεδομένων για όλη τη διάρκεια των μετρήσεων σε σύγκριση με το υπόβαθρο που αντιστοιχεί στη χρονική περίοδο 01.00-11.00.

- Αποδοτικότητα του ανιχνευτή: από την προσομοίωση και τον θεωρητικό υπολογισμό,
- Αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής γεγονότων: $a_s = 94\%$,
- Διαπερατότητα του παραθύρου του ανιχνευτή: $a_{strongback} = 95\%$,
- Νεκρός χρόνος του ανιχνευτή: $14ms$ ή $a_d = 98.5\%$ δεδομένου ότι ο μέσος ρυθμός γεγονότων στον ανιχνευτή πριν την επιλογή τους ήταν $\approx 1Hz$,
- Εμβαδόν της ενεργού περιοχής του ανιχνευτή: $A = 15.2cm^2$,
- Χρονική διάρκεια Ηλιακών δεδομένων: $t = 196h$.

Στο διάγραμμα 8.25 μπορούμε να δούμε τόσο την καμπύλη βέλτιστης προσαρμογής όσο και την καμπύλη που αντιστοιχεί στο άνω όριο, όπως υπολογίζεται με τη μέθοδο Bayes. Επίσης μπορούμε να δούμε και την καμπύλη χ^2 , ενώ στο σχήμα 8.26 έχουμε την κατανομή της πιθανότητας, όπως προκύπτει από την τιμή του ελαχίστου, την κατανομή της πιθανότητας Bayes και την αθροιστική αυτής.

Οι παραπάνω καμπύλες έχουν προκύψει από μία συγκεκριμένη επιλογή ενεργού υποβάθρου³ σύμφωνα με την ώρα της ημέρας και χρησιμοποιώντας το κομμάτι του ενεργειακού φάσματος μεταξύ 1keV και 8.5keV . Προφανώς αυτές οι επιλογές δεν είναι μοναδικές και η διαδικασία επαναλήφθηκε για διαφορετικές διευθετήσεις, όπως φαίνεται στον πίνακες 8.2 και 8.3. Σε όλες τις περιπτώσεις, το μέγεθος των bins στο ενεργειακό φάσμα είναι $\Delta E = 0.5\text{ keV}$ ώστε να είναι συμβατό με την διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή. Επίσης, για λόγους πληρότητας εμφανίζεται στον πίνακα και η τιμή του ορίου ακολουθώντας την εναλλακτική μέθοδο Feldman-Cousins.

Χρονικό διάστημα	Βέλτιστη προσαρμογή	χ^2_{min}	χ^2_{null}	95%CL όριο Bayes	95%CL όριο Feldman-Cousins
00.00-12.00	0.21 ± 0.89	24.73	24.75	1.27	1.18
01.00-11.00	-0.03 ± 0.9	26.84	26.84	1.25	1.15
02.00-10.00	-0.35 ± 0.92	30.11	30.18	1.23	1.10
03.00-09.00	-0.67 ± 0.94	31.77	32.02	1.22	1.06

Πίνακας 8.2: Άνω όριο της σταθεράς g_{10} για διαφορετική επιλογή του ενεργού υποβάθρου, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 8.5]\text{keV}$ με $\Delta E = 0.5\text{ keV}$.

Χρονικό διάστημα	Βέλτιστη προσαρμογή	χ^2_{min}	χ^2_{null}	95%CL όριο Bayes	95%CL όριο Feldman-Cousins
00.00-12.00	0.29 ± 0.9	20.83	20.88	1.28	1.19
01.00-11.00	0.06 ± 0.9	22.26	22.26	1.26	1.17
02.00-10.00	-0.24 ± 0.92	23.93	23.97	1.24	1.13
03.00-09.00	-0.55 ± 0.94	24.54	24.71	1.23	1.07

Πίνακας 8.3: Άνω όριο της σταθεράς g_{10} για διαφορετική επιλογή του ενεργού υποβάθρου, χρησιμοποιώντας το ενεργειακό διάστημα $[1, 7.5]\text{keV}$ με $\Delta E = 0.5\text{ keV}$.

8.4.2 Συστηματικά σφάλματα

Τα αποτελέσματα της προηγούμενης παραγράφου υποδεικνύουν ότι υπάρχει μία μικρή ευαισθησία του ορίου από την επιλογή του ενεργού υποβάθρου και το εύρος της προσαρμογής. Αν συνδυάσουμε τα αριθμητικά δεδομένα μπορούμε να εξάγουμε την τιμή:

$$g_{10} < 1.25 \pm 0.02 \quad (8.11)$$

όπου το σφάλμα εκφράζει την προηγούμενη συστηματική εξάρτηση. Άλλες πηγές συστηματικού σφάλματος μπορούν να αναζητηθούν στις τιμές της α-

³effective background

ποδοτικότητα του ανιχνευτή και της αποδοτικότητας της μεθόδου επιλογής γεγονότων. Για το λόγο αυτό κατασκευάσαμε μία προσομοίωση, στηριζόμενοι στο ενεργό υπόβαθρο του χρονικού διαστήματος 01.00 – 11.00 ώστε να εκτιμήσουμε αυτό το σφάλμα. Αναλυτικότερα έχουμε:

- Ενεργό υπόβαθρο: 01.00 – 11.00,
- Εύρος προσαρμογής: 1 – 8.5 keV ,
- Αποδοτικότητα του ανιχνευτή: $a_h(E) \pm 1\%$ (κατανομή Gauss),
- Αποδοτικότητα της μεθόδου επιλογής γεγονότων: $a_s = 94\% \pm 2\%$ (κατανομή Gauss),
- Αριθμός γεγονότων προσομοίωσης: 10^4 .

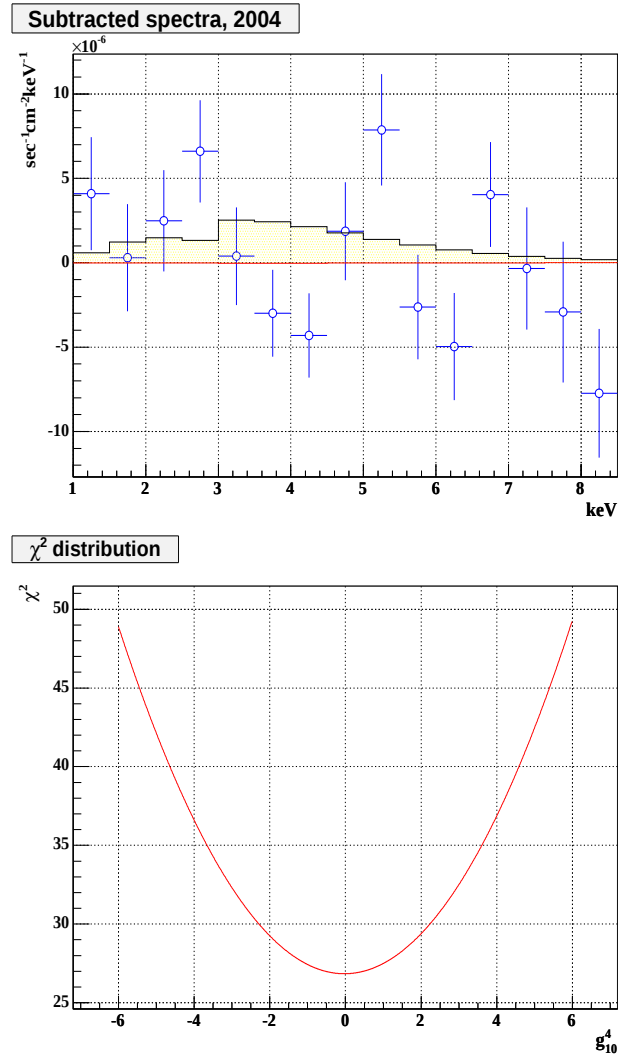
Σε κάθε γεγονός της προσομοίωσης, διαφοροποιούνται με τυχαίο τρόπο οι αποδοτικότητες και εφαρμόζουμε την καθιερωμένη διαδικασία εύρεσης του ορίου σύμφωνα με την μέθοδο Bayes. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο διάγραμμα 8.27 από το οποίο μπορούμε να εξάγουμε την τιμή:

$$g_{10} < 1.254 \pm 0.007 \quad (8.12)$$

Το τελικό αποτέλεσμα από τον υπολογισμό όλων των συστηματικών σφαλμάτων είναι:

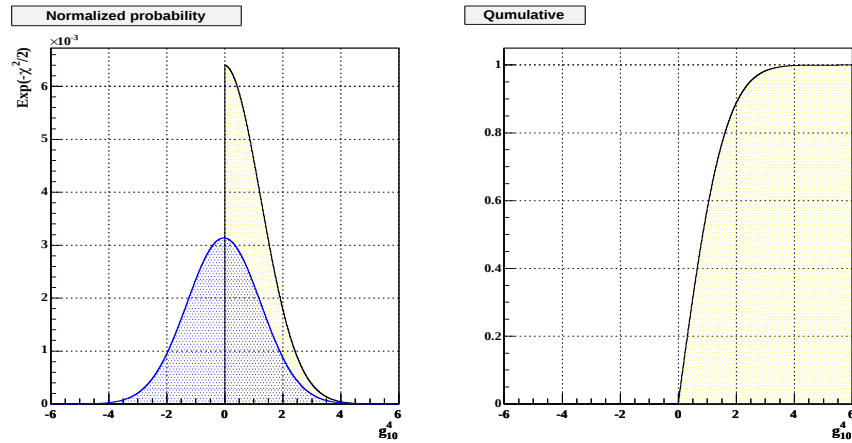
$$g_{a\gamma\gamma} < (1.25 \pm 0.02 \pm 0.007) \times 10^{-10} \text{GeV}^{-1} \quad (8.13)$$

όπου το πρώτο σφάλμα αφορά την επιλογή του ενεργού υποβάθρου και το εύρος της προσαρμογής χ^2 , ενώ το δεύτερο αφορά τις διακυμάνσεις της αποδοτικότητας. Σε κάθε περίπτωση μπορούμε να πούμε ότι όλα τα συστηματικά σφάλματα δεν υπερβαίνουν το 2%. Το παραπάνω όριο ισχύει για πιθανές μάζες αξιονίων $m_a < 0.02eV$ εξαιτίας της συμπεριφοράς της πιθανότητας μετατροπής αξιονίου σε φωτόνιο (σχήμα 8.28). Η συνολική καμπύλη της ευαισθησίας φαίνεται στο σχήμα 8.29.

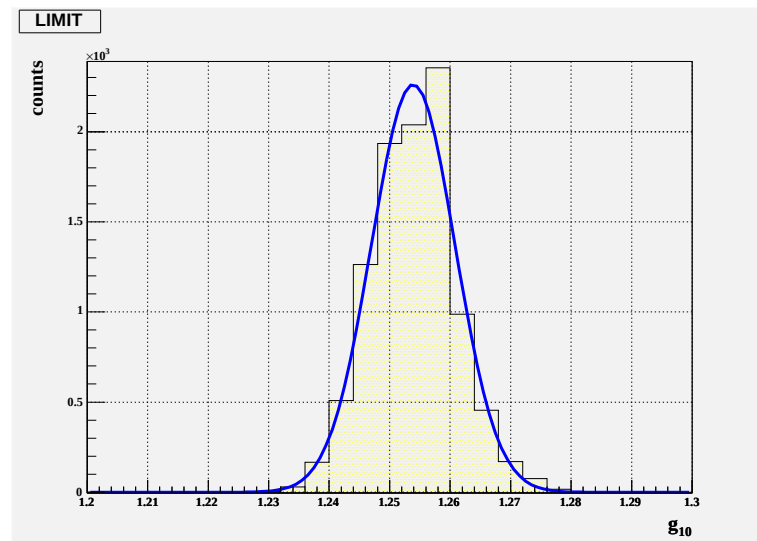


Σχήμα 8.25: Επάνω: η διαφορά του φάσματος υποβάθρου (χρονική περίοδος 01.00-11.00) από αυτό των Ηλιακών δεδομένων. Με κόκκινο χρώμα είναι η καμπύλη που αντιστοιχεί στην ελάχιστη τιμή του χ^2 και με μαύρο χρώμα είναι η καμπύλη που αντιστοιχεί στο άνω όριο, σε επίπεδο σημαντικότητας $CL = 95\%$ σύμφωνα με την μέθοδο Bayes. Κάτω: η κατανομή χ^2 σε συνάρτηση με την ποσότητα g_{10}^4 .

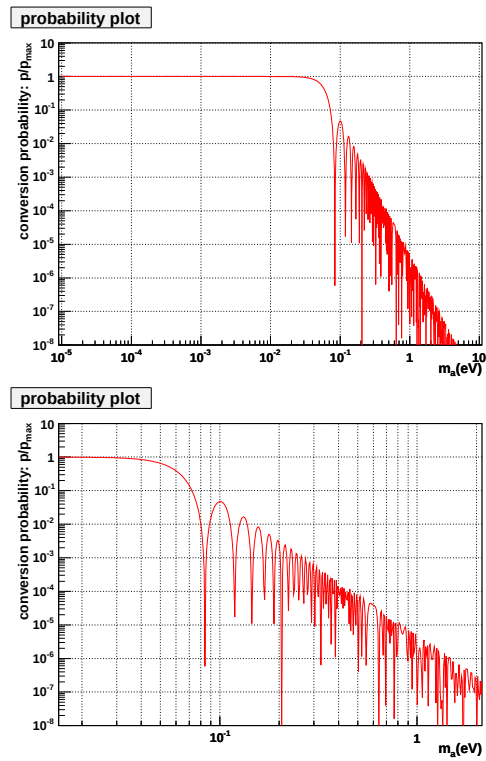
8.4 Άνω όριο της σταθεράς ζεύξης αξιονίου-φωτονίου



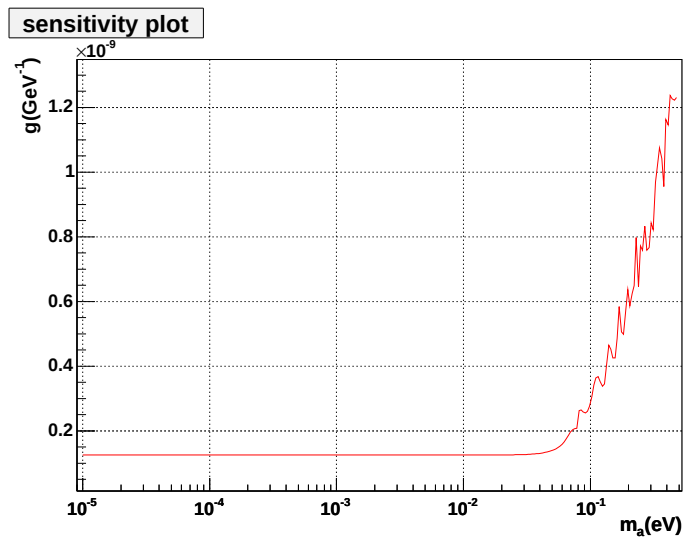
Σχήμα 8.26: Επάνω: η κατανομή της πιθανότητας που αντιστοιχεί στην τιμή της βέλτιστης προσαρμογής (μπλε) και η τροποποιημένη κατανομή Bayes (μαύρο). Κάτω: η αθροιστική κατανομή Bayes.



Σχήμα 8.27: Προσομοίωση του άνω ορίου για τη σταθερά g_{10} σύμφωνα με τη μέθοδο Bayes, μεταβάλλοντας την αποδοτικότητα του ανιχνευτή και της μεθόδου επιλογής γεγονότων. Η βάση της προσομοίωσης ήταν το ενεργό υπόβαθρο του χρονικού διαστήματος 01.00 – 11.00 και η προσαρμογή έγινε στο διάστημα $[1, 8.5]keV$.



Σχήμα 8.28: Πιθανότητα μετατροπής αξιονίου ενέργειας 4.2keV σε φωτόνιο.



Σχήμα 8.29: Διάγραμμα απόρριψης (exclusion plot) του Micromegas από τα δεδομένα του 2004.

Συμπεράσματα

Ο πρωταρχικός σκοπός της παρούσης ερευνητικής δραστηριότητας ήταν η ανάλυση των πειραματικών δεδομένων που ελήφθησαν από τον ανιχνευτή Micromegas στο πείραμα CAST στα πλαίσια της αναζήτησης αξιονικού σήματος. Από την εξαντλητική ανάλυση των δεδομένων (που παρουσιάστηκε στα σχετικά κεφάλαια) δεν προέκυψε κάποιο πιθανό ίχνος και ως εκ τούτου ένα πρώτο συμπέρασμα είναι ότι: στα όρια της ευαισθησίας του ανιχνευτή και του πειράματος, το αποτέλεσμα της αναζήτησης του αξιονίου είναι αρνητικό. Πέρα από την παραπάνω αρχική διαπίστωση, το πείραμα χαρακτηρίζεται επιτυχημένο διότι κατέστη εφικτός ο περιορισμός του αξιονικού παραμετρικού χώρου κατά μία περίπου τάξη μεγέθους περισσότερο από προγενέστερα σχετικά πειράματα, ξεπερνώντας παράλληλα τα αστροφυσικά όρια για πρώτη φορά.

Μια πιθανή αντίρρηση στην αξία του αποτελέσματος προκύπτει από το γεγονός ότι δεν εξερευνήθηκε το τμήμα των παραμέτρων που ευνοείται περισσότερο από τα θεωρητικά πρότυπα. Παραταύτα, η απάντηση στην εν λόγω ένσταση έχει δύο σκέλη: αφενός τα θεωρητικά πρότυπα βασίζονται σε αρκετές απροσδιόριστες παραμέτρους ώστε δεν μπορούν να οδηγήσουν σε ασφαλείς ποσοτικές προβλέψεις και αφετέρου έχει ήδη δρομολογηθεί η δεύτερη φάση του πειράματος CAST που επιδιώκει να εξερευνήσει ένα σημαντικό τμήμα της συγκεκριμένης περιοχής του παραμετρικού χώρου.

Ανεξάρτητα από το αρνητικό αποτέλεσμα του πειράματος, υπάρχουν και εξίσου σημαντικά δευτερογενή συμπεράσματα: η πειραματική Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων έχει θέσει νέες προκλήσεις για την επόμενη γενιά μεγάλων πειραμάτων που αφορούν τόσο τις επιταχυντικές διατάξεις όσο και τους ανιχνευτές. Στα πλαίσια της προσπάθειας για τη δημιουργία βελτιωμένων ανιχνευτών έχουν εμφανιστεί, μεταξύ άλλων, νέου τύπου ανιχνευτές αερίου με εξαιρετικές επιδόσεις. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η τεχνολογία Micromegas με ευρύ πεδίο εφαρμογών, από πειράματα σκοτεινής ύλης και σπανίων γεγονότων,

έως πειράματα επιταχυντών με πολύ υψηλή ροή σωματιδίων. Το CAST έδωσε τη δυνατότητα στον εν λόγω ανιχνευτή να συμμετάσχει σε ένα πείραμα μεγάλης χρονικής κλίμακας ώστε να αξιολογηθούν οι επιδόσεις του σε δύσκολες συνθήκες. Από την πολύμηνη λειτουργία του ανιχνευτή αποδείχθηκε με τον πλέον προφανή τρόπο η αξιοσημείωτη σταθερότητα της συγκεκριμένης δομής, η οποία περιορίζεται ουσιαστικά μόνο από την ποιότητα και την ευαισθησία των ηλεκτρονικών εξαρτημάτων.

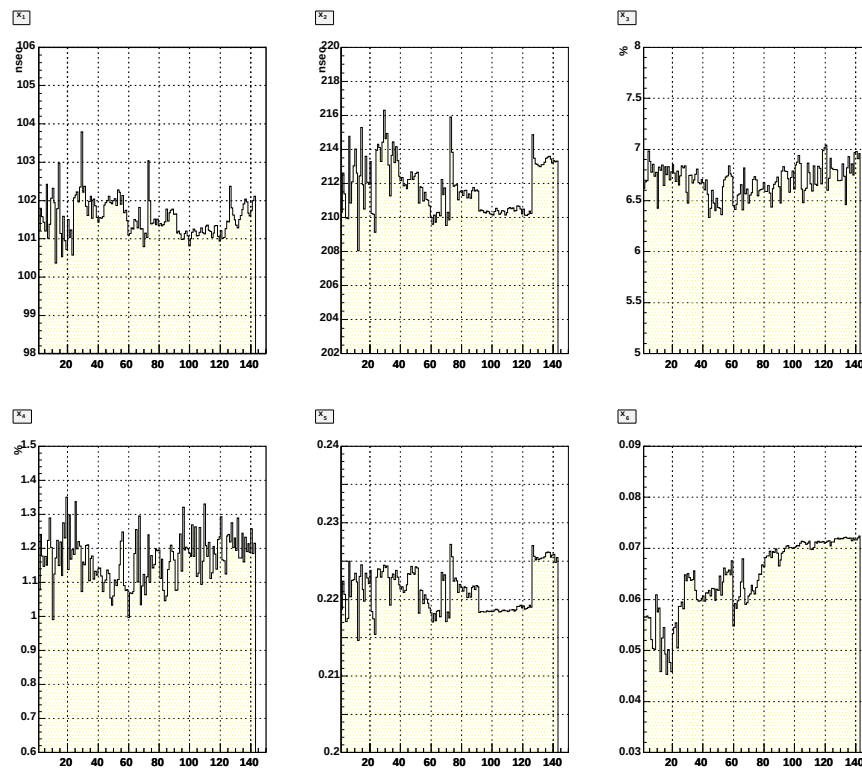
Εξάλλου, η διαδικασία ανάλυσης των δεδομένων ανέδειξε δύο βασικά προβλήματα: το πρώτο αφορά την στατιστική συμπερασματολογία, η οποία δεν είναι διόλου τετριμμένη για πειράματα με μηδενικό αποτέλεσμα και ιδιαίτερα όταν οι προσδιοριστέες παράμετροι περιορίζονται από Φυσικά επιχειρήματα. Η προσωπική γνώμη του γράφοντος, όπως διαμορφώθηκε από ατελείωτες συζητήσεις κατά τη διάρκεια των συναντήσεων του πειράματος (collaboration meetings) και από τη σχετική βιβλιογραφία είναι ότι η μόνη ορθή προσέγγιση είναι η εξαρχής υιοθέτηση της κλασσικής νοοτροπίας ή της νοοτροπίας Bayes και της ανάλογης ερμηνείας, χωρίς καμμία ανάμειξη των δύο. Το δεύτερο πρόβλημα αφορά τη μέθοδο εφαρμογής των κριτηρίων επιλογής γεγονότων: σε περιπτώσεις συσχετισμένων μεταβλητών πρέπει να διαμορφώνονται τέτοια κριτήρια ώστε να λαμβάνουν συστηματικά υπόψη τον βαθμό συσχέτισης των ποσοτήτων.

Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους τους ανθρώπους που συνέβαλαν λιγότερο ή περισσότερο στην επιτυχή ολοκλήρωση της ερευνητικής μου προσπάθειας. Αρχικά, θέλω να ευχαριστήσω το Εθνικό Κέντρο Έρευνας Φυσικών Επιστημών “Δημόκριτος” και ιδιαίτερα το Ινστιτούτο Πυρηνικής Φυσικής για την οικονομική ενίσχυση που μου παρείχε από το 2002 και την διασφάλιση εξαιρετικών συνθηκών εργασίας. Εν συνεχεία, ευχαριστώ τη Δρα. Κατερίνα Ζαχαριάδου για την υποστήριξή της, ιδιαίτερα κατά τα πρώτα χρόνια και τον Ερευνητή Γ’ Θ.Γέραλη για την συνεχή και εποικοδομητική συνεργασία σε όλη τη διάρκεια της συμμετοχής μου στο CAST. Νοιώθω επίσης την υποχρέωση να εκφράσω θερμότατες ευχαριστίες στον διακεκριμένο Φυσικό Ι. Γιοματάρη ο οποίος δημιούργησε την τεχνολογία Micro-megas και με τον οποίο βρισκόμασταν σε συνεχή επικοινωνία συμβάλλοντας καθοριστικά στην αναβάθμισή των γνώσεών μου σχετικά με τη λειτουργία των ανιχνευτών αερίου. Αναγνωρίζοντας ότι η πειραματική Φυσική είναι ξεκάθαρα ομαδική υπόθεση, χρωστώ ευγνωμοσύνη στους ανθρώπους του CAST που βρίσκονταν συνεχώς στο CERN και φρόντιζαν για την απρόσκοπτη λειτουργία του: στον εκπρόσωπο του CAST Καθηγητή Κ.Ζιούτα, στον Θ. Παπαευαγ-

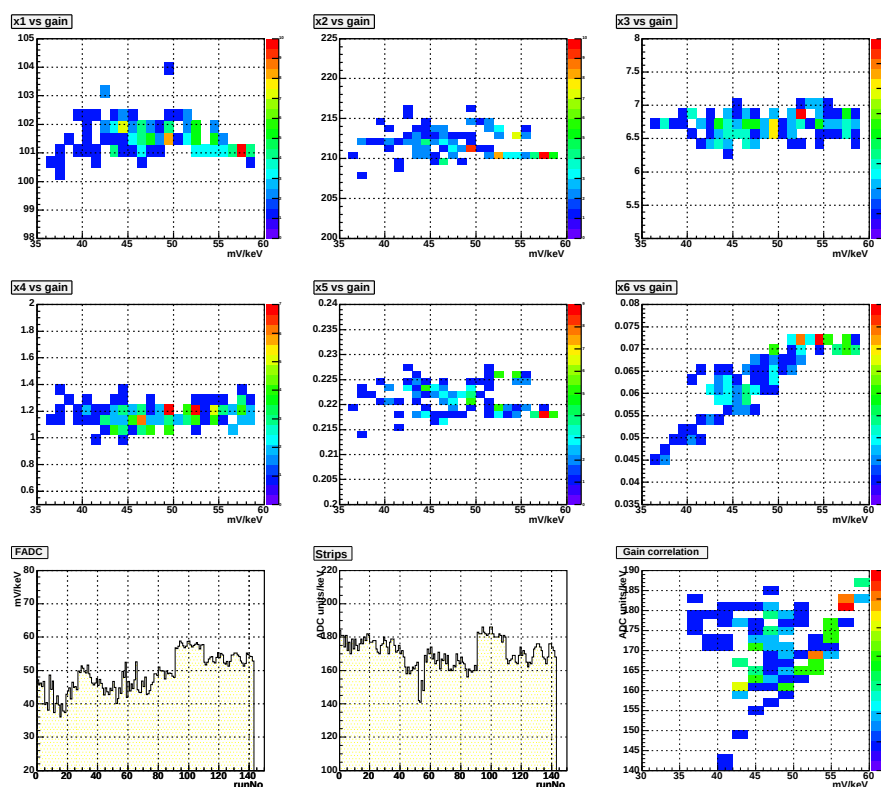
γέλου, τη Δρα. Θ.Δαφνή, τον Δρ. I.G. Irastorza, τη Δρα. B.Lakic αλλά και στα μέλη της ομάδας του Micromegas από το Saclay: τη Δρα. E.Ferrer Ribas και τον S.Aune. Τέλος και περισσότερο από όλους, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντά μου, Ερευνητή Α' Γ. Φανουράκη για τη διαρκή του καθοδήγηση και συνεργασία αλλά και τη συνεχή υποστήριξη που μου παρείχε, τόσο σε επιστημονικό επίπεδο όσο και σε πρακτικό, φροντίζοντας παράλληλα για την τακτική μου παρουσία στο εξωτερικό για τις ανάγκες του πειράματος και την προσωπική μου ανέλιξη.

Παράρτημα Α΄

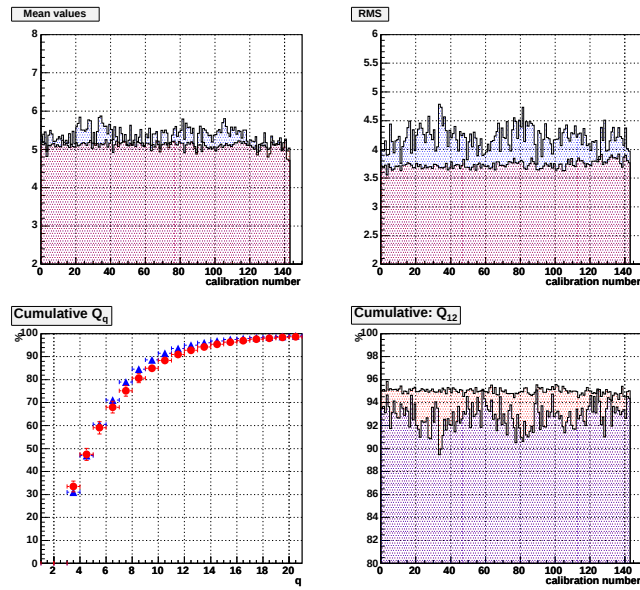
Ευστάθεια της μεθόδου ανάλυσης



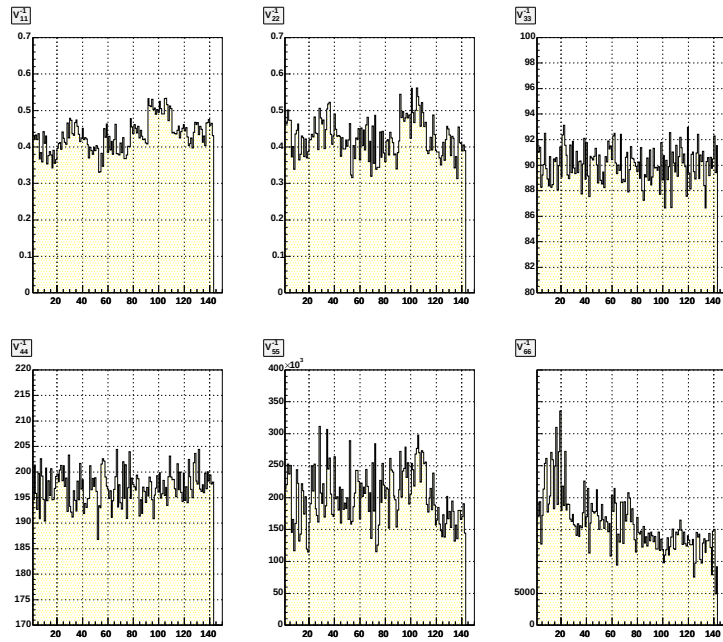
Σχήμα Α΄.1: Μεταβολή των μέσων τιμών των διακριτικών ποσοτήτων κατά τη διάρκεια των 140 μετρήσεων βαθμονόμησης.



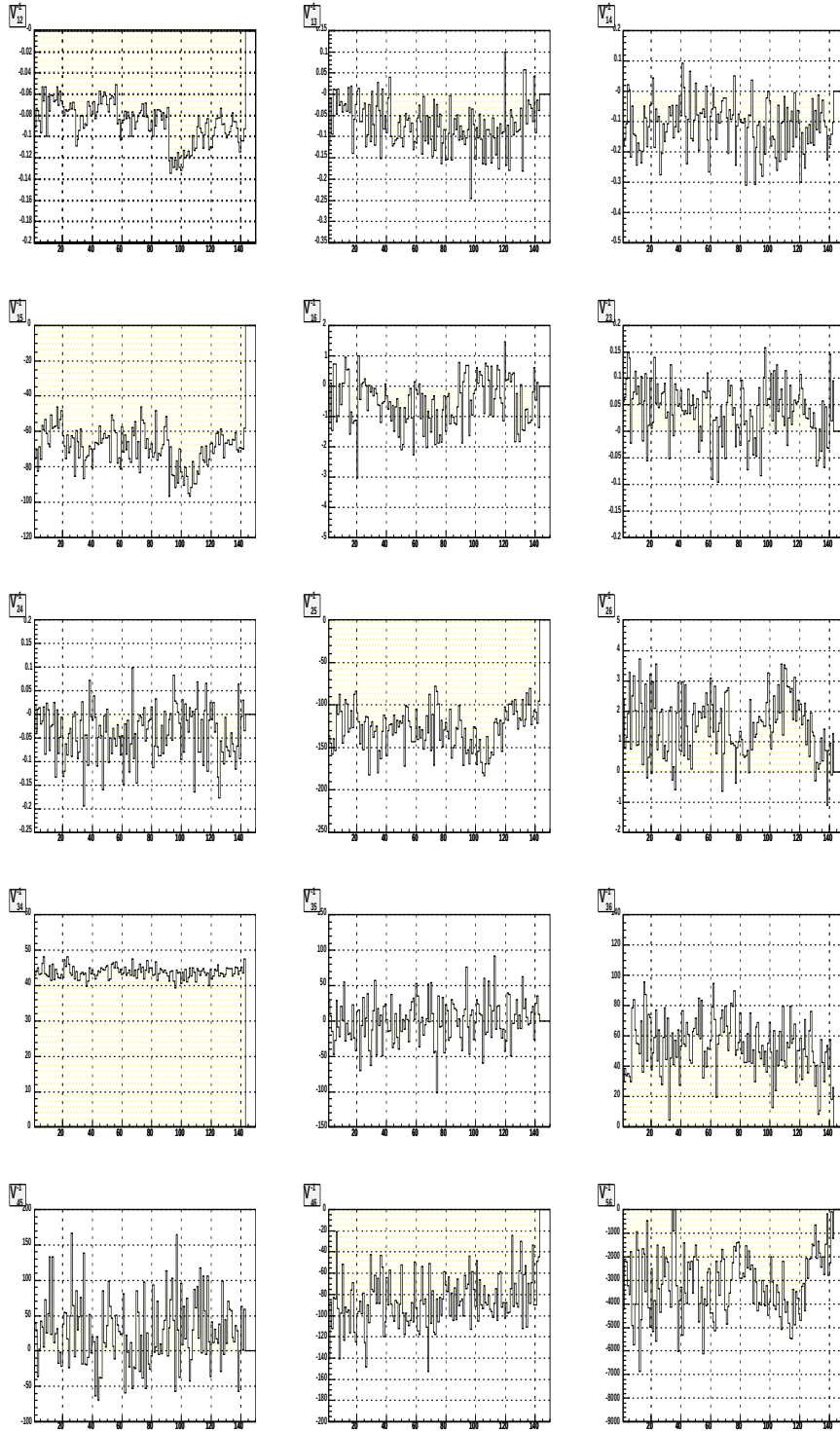
Σχήμα Α'.2: Εξάρτηση των διακριτικών ποσοτήτων από την ενεργειακή κλίμακα και μεταβολή αυτής κατά τη διάρκεια των μετρήσεων βαθμονόμησης



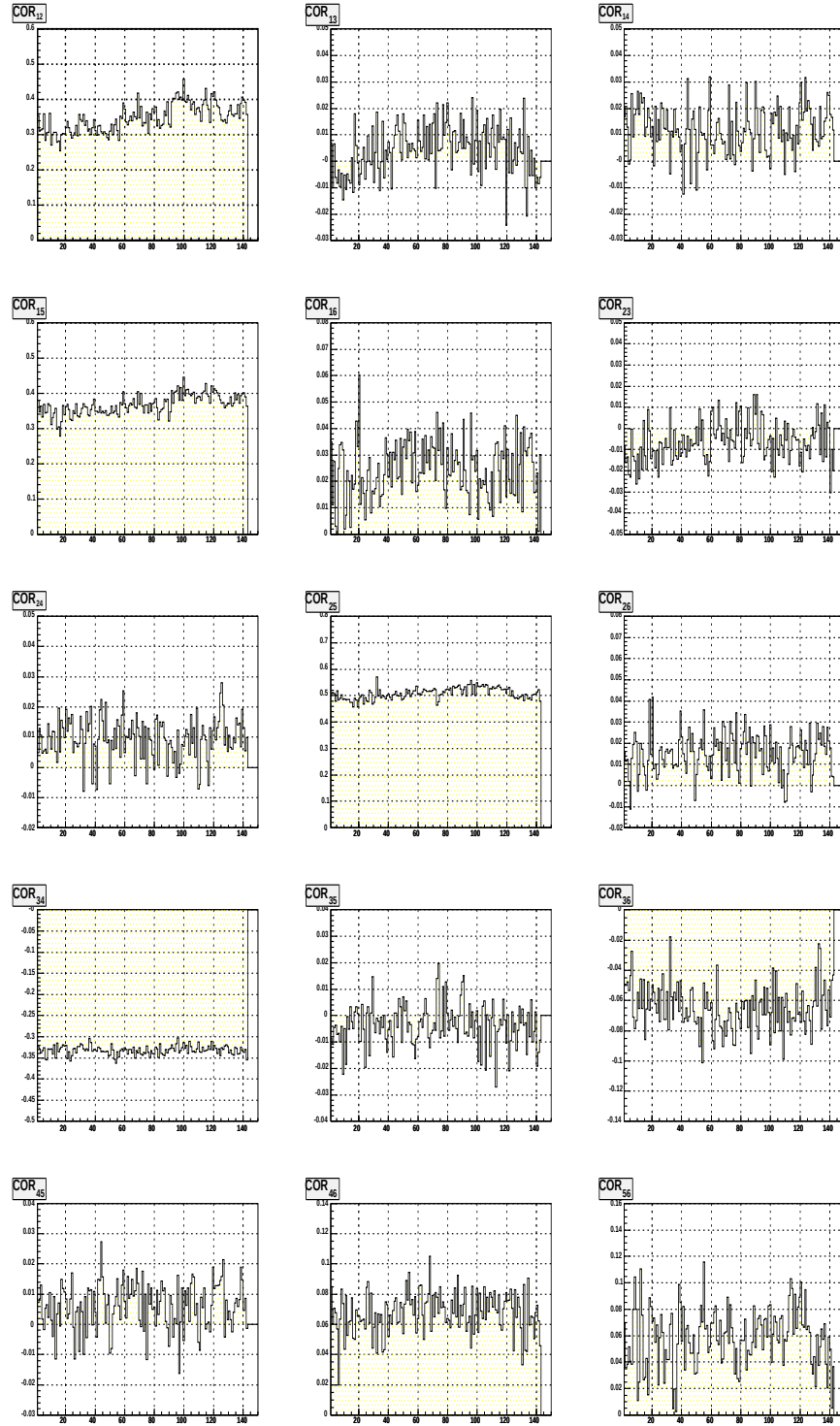
Σχήμα Α'.3: Συμπεριφορά των στοιχείων της κατανομής q κατά τη διάρκεια των μετρήσεων βαθμονόμησης του 2004. Φαίνεται η μέση τιμή της κατανομής, η τυπική απόκλιση, η αθροιστική κατανομή και η αποδοτικότητα του κανόνα επιλογής $q < 12$, για ενέργειες 5.9 keV και 3 keV.



Σχήμα Α'.4: Διακύμανση των στοιχείων της κυρίας διαγωνίου του αντιστρόφου πίνακα συνδιασποράς V^{-1} .



Σχήμα Α'.5: Διακύμανση των στοιχείων εκτός της κυρίας διαγωνίου του αντιστρόφου πίνακα συνδιασποράς V^{-1} .

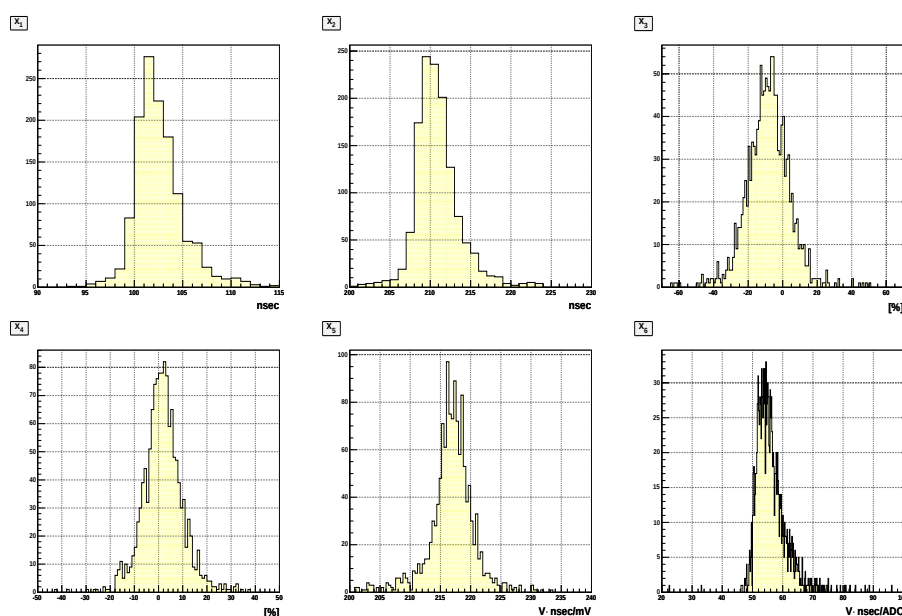


Σχήμα Α'6: Διακύμανση των στοιχείων του πίνακα συσχέτισης $C_{ij} = \frac{V_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$ των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται για τη διάκριση των γεγονότων, στο σύνολο των μετρήσεων βαθμολόγησης που έγιναν κατά το 2004.

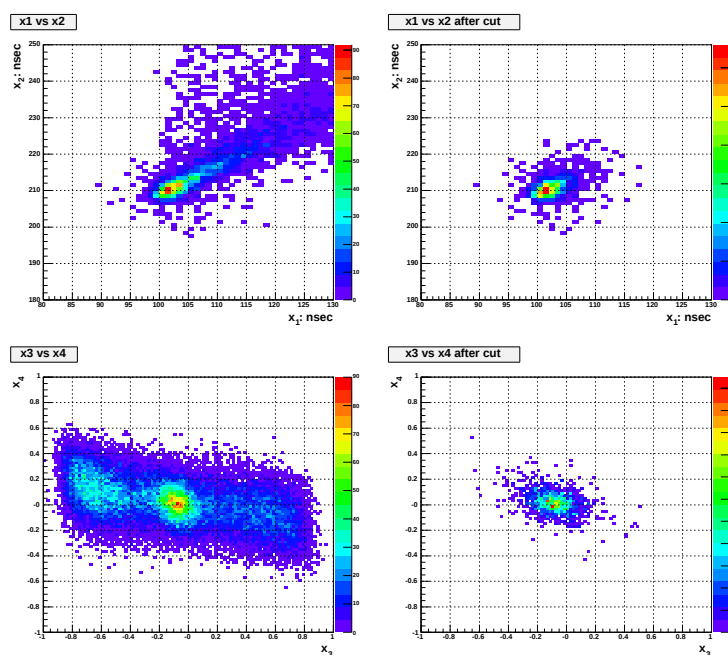
Παράρτημα Β΄

Ανάλυση πολλών μεταβλητών στα δεδομένα υποβάθρου του 2004

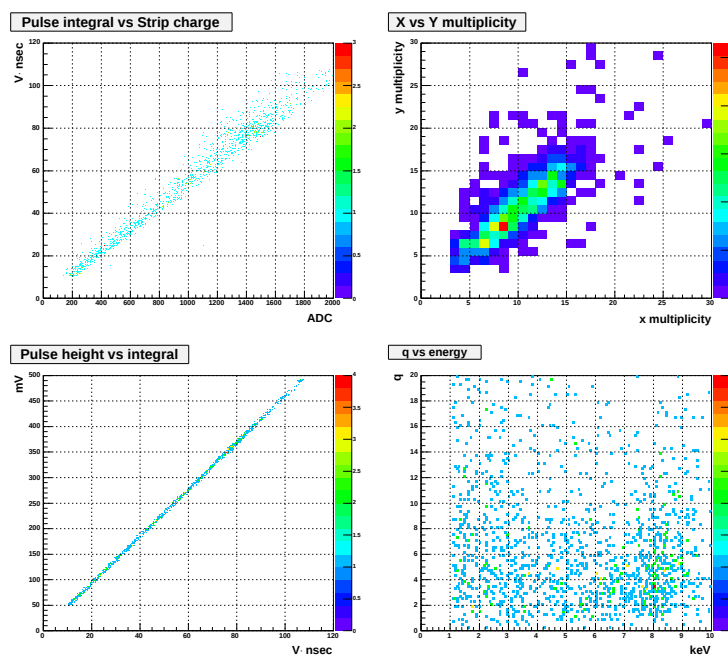
Σε αυτό το παράρτημα παρατίθενται διαγράμματα που επιβεβαιώνουν την επιτυχία της μεθόδου πολλαπλής διακύμανσης όταν εφαρμόζεται για την ανάλυση δεδομένων υποβάθρου.



Σχήμα Β΄.1: Κατανομή των διακριτικών μεταβλητών, μετά από την εφαρμογή του κανόνα επιλογής, σε ένα τυπικό αρχείο δεδομένων.

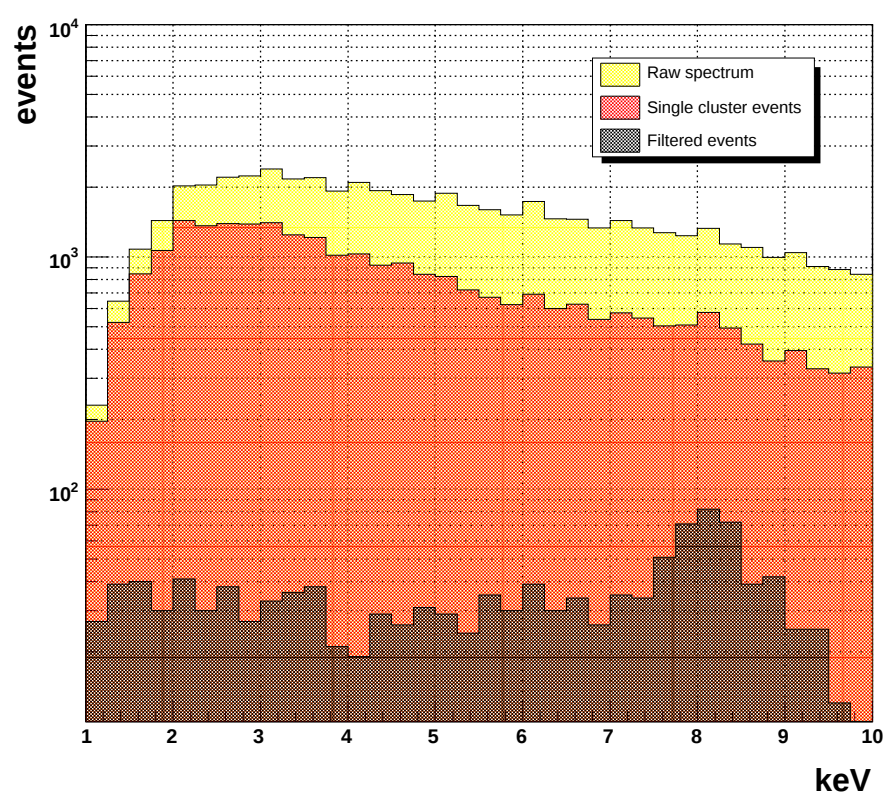


Σχήμα Β'.2: Επίδειξη της εφαρμογής του κανόνα επιλογής σε αρχείο δεδομένων. Τα διαγράμματα αριστερά είναι πριν την εφαρμογή του κανόνα και δεξιά μετά από αυτή.



Σχήμα Β'.3: Συσχέτιση διαφόρων ποσοτήτων από δεδομένα υποβάθρου.

Raw spectrum vs filtered



Σχήμα Β'.4: Σύγκριση του φάσματος υποβάθρου πριν και μετά την εφαρμογή των κανόνων επιλογής.

Παράρτημα Γ'

Σύγκριση κανόνων επιλογής.

Ο σκοπός αυτού του παραρτήματος είναι η ποσοτική σύγκριση της μεθόδου των διαδοχικών κανόνων επιλογής με τη μέθοδο της ανάλυσης πολλών μεταβλητών. Ειδικότερα θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά των δύο μεθόδων στην περίπτωση των δύο και τριών μεταβλητών.

Γ'.1 Γενικότητες

Γ'.1.1 Η κατανομή της ποσότητας q

Έστω ότι έχουμε επιλέξει N μεταβλητές x_i με μέσες τιμές μ_i , που έχουν κανονικές κατανομές και με τις οποίες θέλουμε να διακρίνουμε τα γεγονότα μίας πειραματικής μέτρησης. Η συνολική (joint) πυκνότητα πιθανότητας θα δίνεται από την έκφραση:

$$f_Q(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} |V|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} X^T V^{-1} X\right) \quad (\Gamma'.1)$$

όπου $Q_i = x_i - \mu_i$ και V είναι ο πίνακας συνδιασποράς. Για να απλοποιήσουμε την μελέτη μας, θα θεωρήσουμε τις μεταβλητές $\tilde{X}_i = \frac{X_i}{\sigma_i}$ όπου σ_i είναι η τυπική απόκλιση. Επίσης, θα εισάγουμε τον πίνακα συσχέτισης ρ_{ij} :

$$V_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (\Gamma'.2)$$

Τελικά, η κατανομή των νέων αδιάστατων μεταβλητών θα είναι:

$$f_{\tilde{Q}}(\tilde{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\rho|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{X}^\top \rho^{-1}\tilde{X}\right) \quad (\Gamma'.3)$$

Η τετραγωνική μορφή $q = \tilde{X}^\top \rho^{-1}\tilde{X}$ μπορεί να γραφεί σε απλούστερη μορφή αν περιστρέψουμε το διάνυσμα $\tilde{X}$ με έναν ορθογώνιο μετασχηματισμό U ($X = UY$ και $U^\top = U^{-1}$):

$$q = (UY)^\top \rho^{-1}(UY) = Y^\top (U^\top \rho^{-1}U) Y \quad (\Gamma'.4)$$

Με κατάλληλη επιλογή του U ο πίνακας $\Lambda = U^\top \rho^{-1}U$ είναι διαγώνιος με ιδιοτιμές λ_i που είναι ταυτόχρονα ιδιοτιμές του ρ^{-1} (όμοιοι πίνακες). Τελικά θα έχουμε:

$$q = \sum_i \lambda_i Y_i^2 \Leftrightarrow \sum_i \frac{Y_i^2}{\sqrt{q/\lambda_i}} = 1 \quad (\Gamma'.5)$$

Η παραπάνω σχέση, για δεδομένη τιμή του q , ορίζει προφανώς ένα N -διάστατο ελλειψοειδές με μήκη ημιαξόνων $\sqrt{q/\lambda_i}$.

Το στοιχείο που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι η κατανομή της ποσότητας q . Επειδή τελικά το q συνδέεται με το μέτρο του διανύσματος U θα έχουμε:

$$\left(\int_{\Omega_N} d\Omega f_Y(Y)\right) \|Y\|^{N-1} d\|Y\| = f_q(q) dq \quad (\Gamma'.6)$$

όπου Ω_N είναι η στερεά γωνία. Με τον επιπλέον μετασχηματισμό $\tilde{Y}_i = \lambda_i^{1/2} Y_i$ είναι $\|\tilde{Y}\| = q^{1/2}$ και επειδή $f_{\tilde{Y}} = f_Y(q)$ θα έχουμε τελικά:

$$f_q(q) = \frac{\Omega_N}{2(2\pi)^{N/2}|\rho|^{1/2}} e^{-q/2} \left(\prod_i \frac{1}{\lambda_i}\right)^{1/2} \quad (\Gamma'.7)$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση

$$\Omega_N = \frac{2\pi^{N/2}}{\Gamma(N/2)} \quad (\Gamma'.8)$$

και το γεγονός ότι $\prod_i \frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{|\Lambda|} = \frac{1}{|\rho^{-1}|} = |\rho|$ έχουμε τελικά:

$$f_q(q) = \frac{1}{2^{N/2}\Gamma(N/2)} q^{\frac{N}{2}-1} e^{-q/2} \quad (\Gamma'.9)$$

Δηλαδή η πόσότητα q ακολουθεί την κατανομή χ^2 με N βαθμούς ελευθερίας.

Γ'.1.2 Κανόνες επιλογής

Έστω ότι ορίζουμε κάποιον κανόνα επιλογής γεγονότων K και θέλουμε να εξετάσουμε πόσο ικανοποιητικός είναι. Αυτό σημαίνει ότι θέλουμε να δούμε ποια είναι η αποδοτικότητα του, δηλαδή το πηλίκο των γεγονότων που επιλέγονται προς τον αριθμό των συνολικών γεγονότων, αλλά ταυτόχρονα και την καθαρότητά (purity) του. Αν ονομάσουμε p την καθαρότητα, τότε θα είναι προφανώς:

$$p = \frac{N_d(V_k)}{N_d(V_k) + N_b(V_k)} \quad (\Gamma'.10)$$

όπου $N_d(V_k)$ είναι ο αριθμός των πραγματικών γεγονότων που περιλαμβάνονται στον όγκο V_k που ορίζει ο κανόνας επιλογής K και N_b είναι ο αριθμός των ανεπιθύμητων γεγονότων υποβάθρου. Ας υποθέσουμε επίσης ότι ο συνολικός αριθμός των πραγματικών γεγονότων είναι $N_o(V_o)$ και περιχλείεται σε κάποιον όγκο V_o . Με την βοήθεια της αποδοτικότητας

$$a_k = \int_{V_k} d^N X f_d(X) \quad (\Gamma'.11)$$

μπορούμε να γράψουμε $N_d = a_k N_o$. Επιπλέον $N_b = n_b^k V_k$ όπου n_b^k είναι η μέση πυκνότητα των γεγονότων υποβάθρου στον όγκο V_k . Με τα στοιχεία αυτά, η έκφραση για την καθαρότητα γίνεται:

$$p = \frac{a_k}{a_k + \frac{n_b^k V_k}{N_o}} \quad (\Gamma'.12)$$

Τέλος, μπορούμε να γράψουμε $N_o = n_d V_o$ με n_d την μέση πυκνότητα των πραγματικών γεγονότων στον όγκο V_o και

$$p = \frac{a_k}{a_k + \xi \frac{V_k}{V_o}}, \quad \xi = \frac{n_b^k}{n_d} \quad (\Gamma'.13)$$

Από τα παραπάνω είναι σαφές ότι οποιαδήποτε μελέτη που αφορά τους κανόνες επιλογής εξαρτάται από την ειδική μορφή που έχει η κατανομή των ανεπιθύμητων γεγονότων. Στα πλαίσια της γενικότερης θεώρησης που επιχειρούμε εδώ, θα θεωρήσουμε ότι τα γεγονότα αυτά κατανέμονται **ομοιόμορφα**, δηλαδή $n_b^k = n_b$.

Στην μέθοδο των διαδοχικών επιλογών ο κανόνας K έχει την απλή μορφή

$$\mathcal{K}: \left| \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i} \right| < \delta_i \Leftrightarrow |X_i| < \delta_i \quad (\Gamma'.14)$$

με την ποσότητα δ_i να μετρά πόσες τυπικές αποκλίσεις μακριά από την μέση τιμή βάζουμε το όριο επιλογής. Δεδομένου ότι όλες οι μεταβλητές έχουν την ίδια βαρύτητα είναι λογικό να θέσουμε παντού το ίδιο όριο, δηλαδή $\delta_i = \delta$. Ο όγκος αναφοράς V_o καθορίζεται από την μέγιστη τιμή δ_{max} . Τελικά θα είναι:

$$\begin{aligned} a_k &= \int_{-\delta}^{+\delta} \dots \int_{-\delta}^{+\delta} d^N x f_x(X) \\ V_k &= (2\delta)^N \\ V_o &= (2\delta_{max})^N \end{aligned} \quad (\Gamma'.15)$$

Στη μέθοδο ανάλυσης πολλών μεταβλητών ο κανόνας $\mathcal{K}$ έχει την μορφή:

$$\mathcal{K}: q \leq q_{max} \quad (\Gamma'.16)$$

και

$$\begin{aligned} a_k &= \int_0^{q_{max}} dq f_q(q) \\ V_k &= \int_{q < q_{max}} d^N x = \frac{2\pi^{N/2}}{N \cdot \Gamma(N/2)} q_{max}^{N/2} |\rho|^{1/2} \\ V_o &= (2\delta_{max})^N \end{aligned} \quad (\Gamma'.17)$$

Προκειμένου να συγκρίνουμε τις δύο μεθόδους, θεωρήσαμε τον ίδιο όγκο V_o .

Γ'.2 Δύο μεταβλητές

Στην περίπτωση των δύο συσχετισμένων μεταβλητών υπάρχει μόνο μία ελεύθερη παράμετρος όπως φαίνεται από τον πίνακα ρ :

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix} \quad (\Gamma'.18)$$

με ορίζουσα

$$|\rho| = 1 - r^2 \quad (\Gamma'.19)$$

και αντίστροφο

$$\rho^{-1} = \frac{1}{1 - r^2} \begin{bmatrix} 1 & -r^2 \\ -r^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (\Gamma'.20)$$

όπου φυσικά η ποσότητα r με $|r| < 1$ εκφράζει το βαθμό συσχέτισης των δύο μεταβλητών. Για την αξιολόγηση των δύο μεθόδων, θεωρήσαμε διαφορετικές τιμές του r και για κάθε μία από αυτές διαφορετικές τιμές της παραμέτρου ξ που εκφράζει το μέγεθος του υποβάθρου. Επίσης θεωρήσαμε $\delta_{\max} = 5$. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στα διαγράμματα Γ'.1, Γ'.2, Γ'.3: είναι σαφές ότι καθώς αυξάνεται το επίπεδο του υποβάθρου και ο βαθμός συσχέτισης των μεταβλητών η μέθοδος της ανάλυσης πολλών μεταβλητών είναι περισσότερο αποτελεσματική από την άποψη της καθαρότητας.

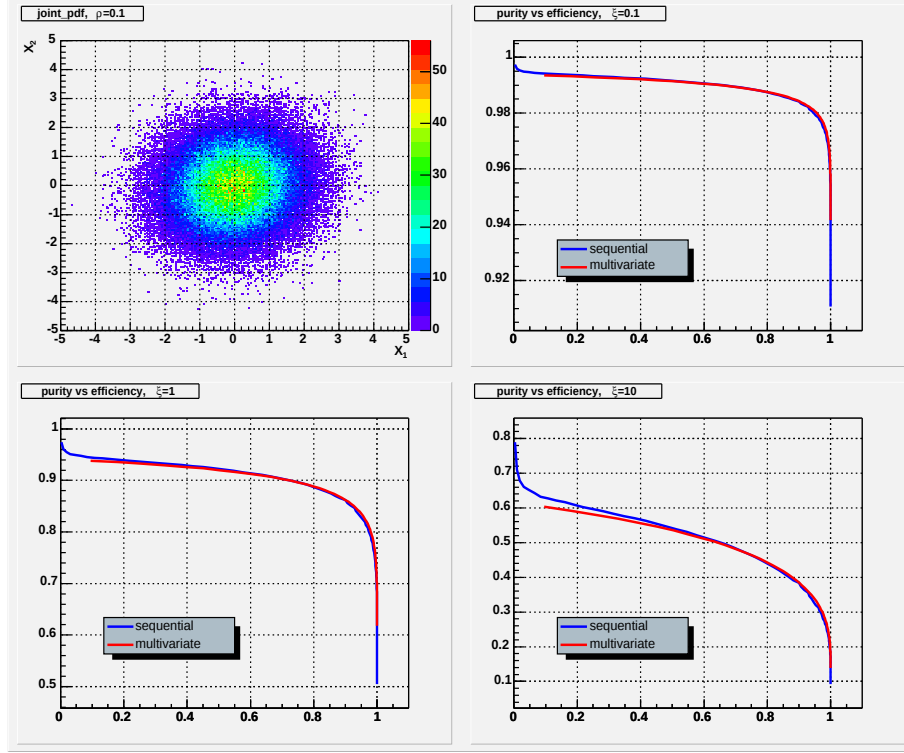
Γ'.3 Τρεις μεταβλητές

Για τρεις μεταβλητές x_i η πολυπλοκότητα του συστήματος αυξάνεται σημαντικά. Ο πίνακας συσχέτισης θα είναι:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix} \quad (\Gamma'.21)$$

με ορίζουσα

$$|\rho| = 1 - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23} \quad (\Gamma'.22)$$



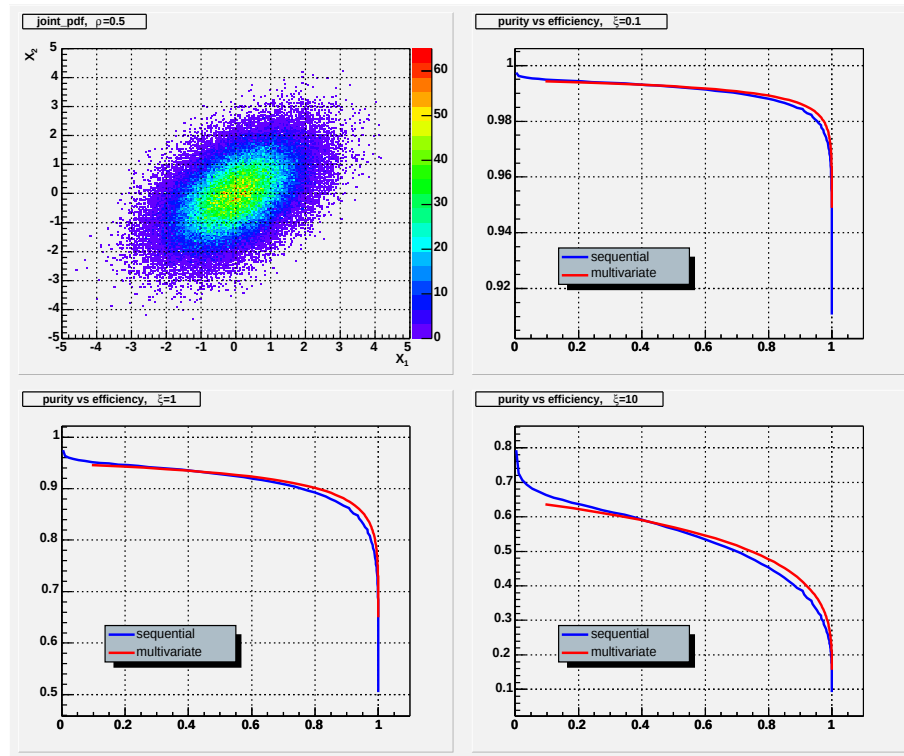
Σχήμα Γ'.1: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μικρή συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.

και αντίστροφο

$$\rho^{-1} = \frac{1}{|\rho|} \begin{bmatrix} 1 - \rho_{23}^2 & \rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12} & \rho_{12}\rho_{23} - \rho_{13} \\ \rho_{13}\rho_{23} - \rho_{12} & 1 - \rho_{13}^2 & \rho_{12}\rho_{13} - \rho_{23} \\ \rho_{12}\rho_{23} - \rho_{13} & \rho_{12}\rho_{13} - \rho_{23} & 1 - \rho_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (\Gamma'.23)$$

οπότε τώρα υπάρχουν τρεις ελεύθεροι παράμετροι, οι $\rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$ με $|\rho_{ij}| < 1$ που περιγράφουν τις συσχετίσεις των αντιστοιχών μεγεθών. Για την επίδειξη της αποτελεσματικότητας των μεθόδων χρησιμοποιήσαμε ισότροπες συσχετίσεις (σχήματα Γ'.4, Γ'.5, Γ'.6) για διαφορετικά επίπεδα υποβάθρου, αλλά και την περίπτωση όπου μόνο ένα ζεύγος μεταβλητών εμφανίζει ισχυρή συσχέτιση (Γ'.7). Τα αποτελέσματα σε κάθε περίπτωση είναι απολύτως σαφή και επιβεβαιώνουν τα συμπεράσματα της προηγούμενης παραγράφου: ακόμα και ένα ζεύγος μεταβλητών με σημαντική συσχέτιση καθιστά την απλή μέθοδο των διαχικών κανόνων επιλογής μη ικανοποιητική.

Γ.4 Συμπεράσματα



Σχήμα Γ.2: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεσαία συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.

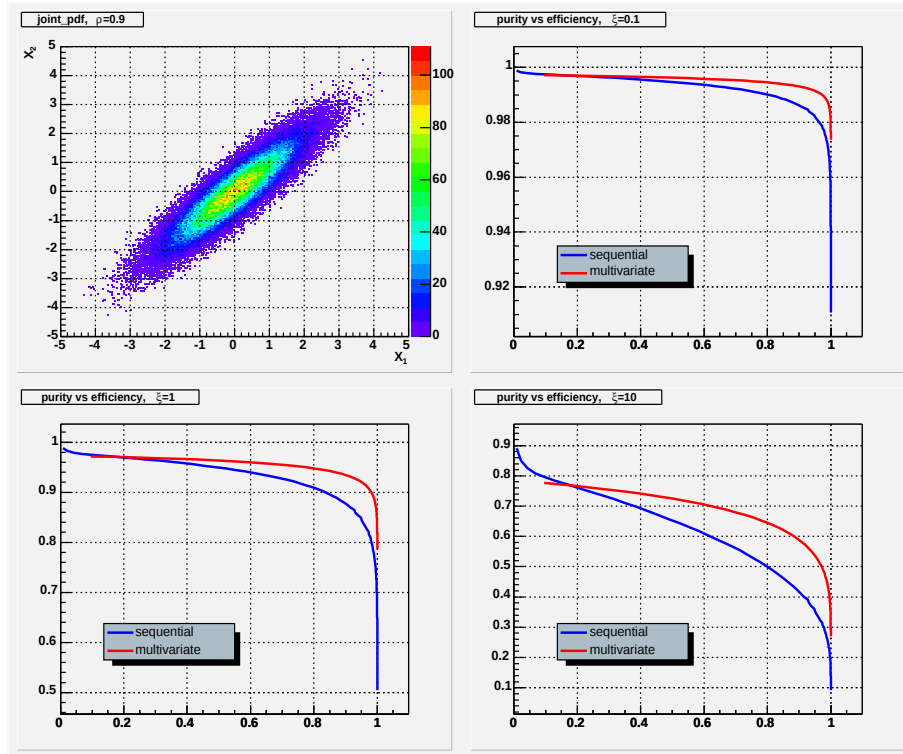
Γ.4 Συμπεράσματα

Η μελέτη που προηγήθηκε είχε ως σκοπό την σύγκριση δύο μεθόδων για την ανάλυση δεδομένων με κανόνες επιλογής που χρησιμοποιούν **συσχετισμένες** μεταβλητές. Οι βασικές υποθέσεις ήταν οι εξής:

1. οι μεταβλητές ακολουθούν κανονικές κατανομές,
2. τα γεγονότα υποβάθρου είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στον χώρο που ορίζουν οι μεταβλητές.

Από τις παραπάνω υποθέσεις, η πρώτη ικανοποιείται μάλλον εύκολα στα πειράματα που έχουμε μεγάλο αριθμό μετρήσεων οπότε δεν αμφισβητείται. Ωστόσο, η δεύτερη υπόθεση είναι σε μεγάλο βαθμό αυθαίρετη αν και όχι παράλογη και υιοθετήθηκε προκειμένου να αναδείξουμε την ποιοτική διαφορά των δύο μεθόδων με μικρό αριθμό ελεύθερων παραμέτρων.

Σαν πρώτη γενική διαπίστωση μπορούμε να πούμε ότι αν έχουμε πολύ χαμηλό υπόβαθρο (θόρυβο) δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά των δύο μεθόδων.

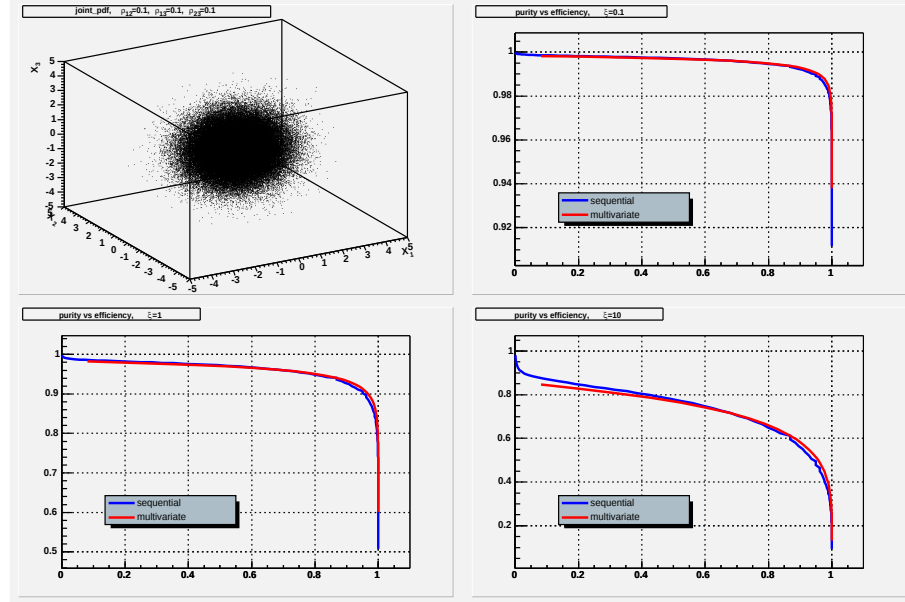


Σχήμα Γ.3: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.

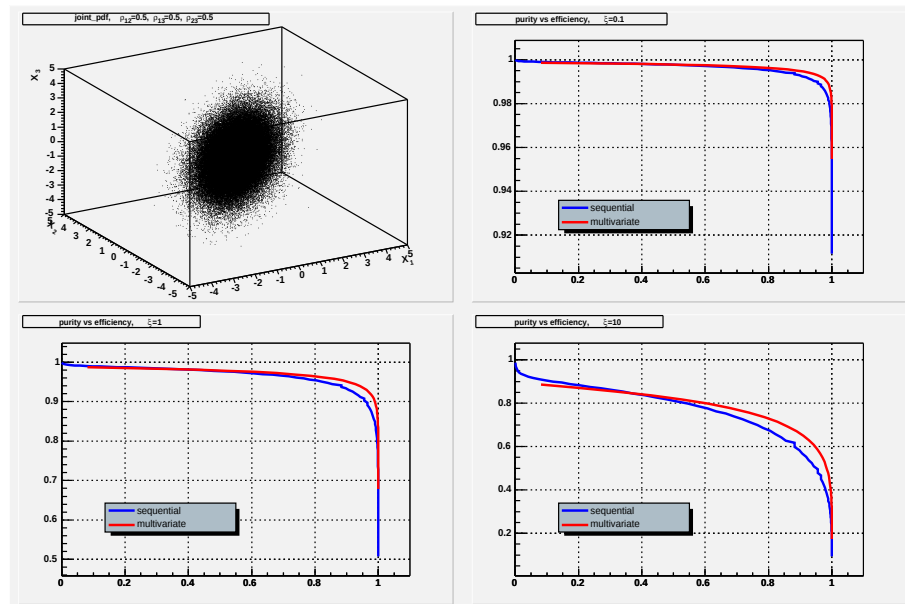
Επίσης δεν υπάρχει διαφορά αν οι συσχετίσεις των μεταβλητών είναι μικρές. Η σημαντική διαπίστωση αφορά την περίπτωση που υπάρχει ισχυρή συσχέτιση και σημαντικό υπόβαθρο: η μέθοδος της ανάλυσης πολλών μεταβλητών είναι πολύ πιο αποτελεσματική και μάλιστα αυτό γίνεται εντονότερο καθώς μεγαλώνει ο αριθμός των μεταβλητών.

Τελικά μπορούμε να πούμε ότι για την ανάλυση των δεδομένων του Micro-megas από το πείραμα CAST όπου εμπλέκεται μεγάλος αριθμός μεταβλητών, η καταλληλότερη μέθοδος είναι αυτή της ανάλυσης πολλών μεταβλητών.

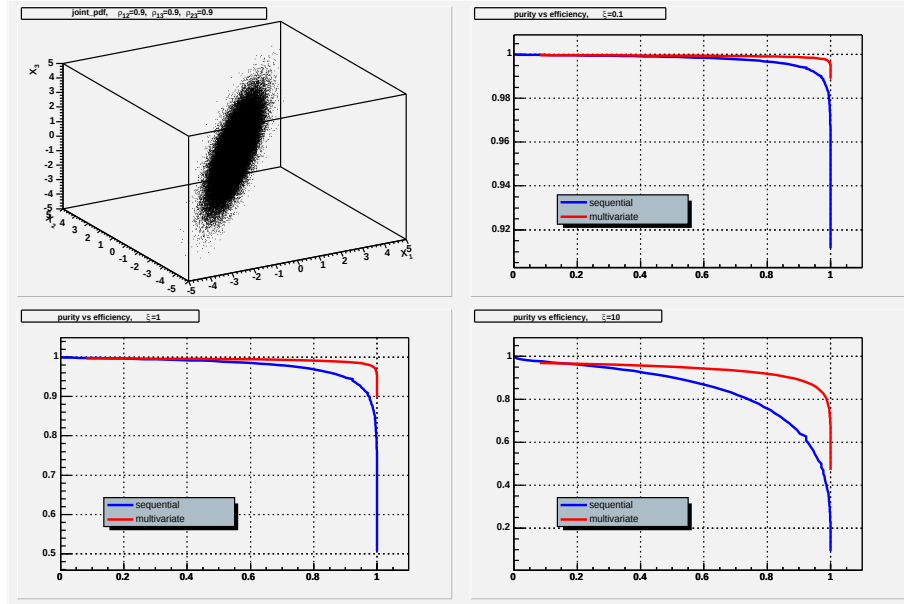
Γ.4 Συμπεράσματα



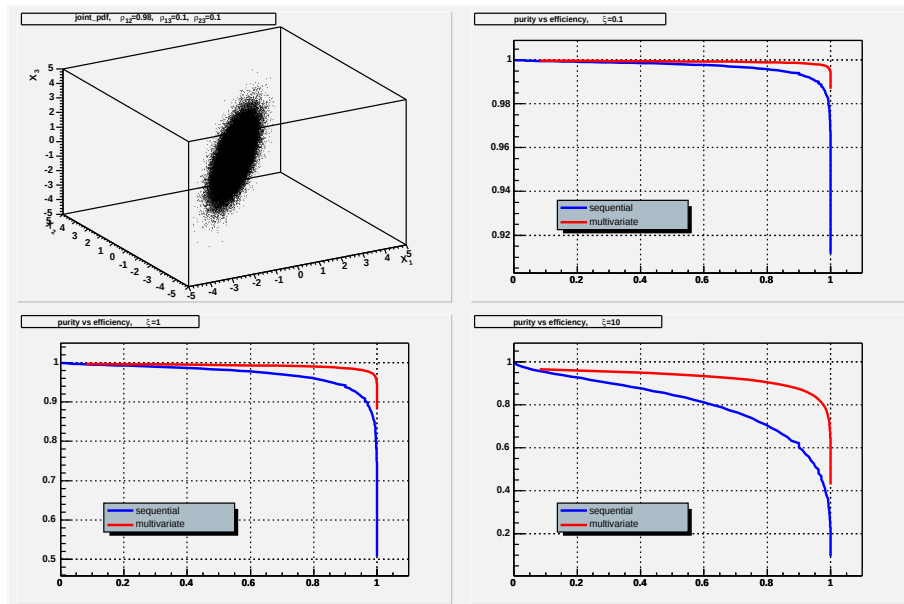
Σχήμα Γ.4: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μικρή συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.



Σχήμα Γ.5: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεσαία συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.



Σχήμα Γ'.6: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.

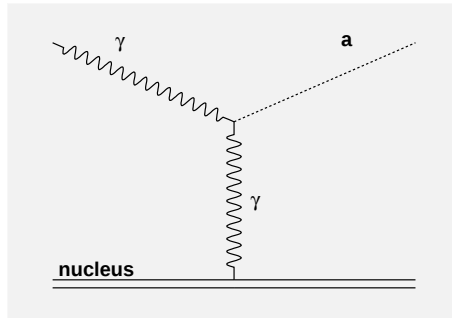


Σχήμα Γ'.7: Καθαρότητα των δεδομένων σε συνάρτηση με την αποδοτικότητα των κανόνων επιλογής για μεγάλη συσχέτιση των μεταβλητών και διάφορα μεγέθη υποβάθρου.

Παράρτημα Δ΄

Ενεργός διατομή του φαινομένου Primakoff

Η παραγωγή των αξιονίων στον πυρήνα του Ηλίου γίνεται σύμφωνα με τον μηχανισμό Primakoff, όπου ένα φωτόνιο αλληλεπιδρά με το ηλεκτρικό πεδίο Coulomb ενός πυρήνα και μετατρέπεται σε αξιόνιο. Η ενεργός διατομή της παραπάνω διεργασίας μπορεί να υπολογιστεί σε πρώτη προσέγγιση αν θεωρήσουμε ότι το πεδίο του πυρήνα είναι κλασσικό. Η αλληλεπίδραση του αξιονίου



με το φωτόνιο δίνεται από την Hamiltonian:

$$H_I = \frac{1}{8} g_{a\gamma\gamma} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \int \Phi_a(x) F^{\mu\nu}(x) F_{\alpha\beta} d^3x \quad (\Delta'.1)$$

η οποία γράφεται απλούστερα ως:

$$H_I = \frac{1}{2} g_{a\gamma\gamma} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \int \Phi_a(x) \partial^\mu A^\nu(x) \partial^\alpha A_{\alpha\beta} d^3x \quad (\Delta'.2)$$

Η σκέδαση των σωματιδίων περιγράφεται από τον πίνακα $S = 1 + iT$, ενώ το μη τετριμμένο μέρος του σχετίζεται άμεσα με το αναλοίωτο πλάτος πιθανότητας:

$$\langle a|iT|b\rangle \equiv iM_{ab}(2\pi)\delta(E_a - E_\gamma) \quad (\Delta'.3)$$

Σε πρώτη τάξη της θεωρίας διαταραχών, είναι:

$$\langle p_a|iT|p_\gamma\rangle =_0 \langle p_a|H_I|p_\gamma\rangle_0 \quad (\Delta'.4)$$

όπου $|p_a\rangle_0$ και $|p_\gamma\rangle_0$ είναι οι κυματοσυναρτήσεις των ελεύθερων πεδίων στην αναπαράσταση της ορμής. Το πλάτος πιθανότητας θα είναι:

$$\begin{aligned} \|T(\alpha \rightarrow \gamma)\| &= \frac{1}{2}g_{a\gamma\gamma}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left\| \int d^3x \langle p_a|\Phi_a(x)\partial^\mu A^\nu(x)|p_\gamma\rangle \partial^\alpha A_{cl}^\beta(x) \right\| \\ &= \frac{1}{2}g_{a\gamma\gamma}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \left\| \int d^4x e^{-ip_a x} \epsilon^\nu p_\gamma^\mu e^{ip_\gamma x} \partial^\alpha A_{cl}^\beta(x) \right\| \\ &= \frac{1}{2}g_{a\gamma\gamma}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^\nu p_\gamma^\mu \left\| \int d^4x e^{iqx} \partial^\alpha A_{cl}^\beta(x) \right\| \\ &= \frac{1}{2}g_{a\gamma\gamma}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^\nu p_\gamma^\mu q^\alpha \tilde{A}_{cl}^\beta(\vec{q})(2\pi)\delta(E_a - E_\gamma) \end{aligned}$$

όπου $q = p_\gamma - p_a$ είναι η μεταφορά ορμής και

$$\tilde{A}_{cl}^\beta(\vec{q}) = \frac{Ze}{\|\vec{q}\|^2} g^{\beta 0} \quad (\Delta'.5)$$

ο μετασχηματισμός Fourier του κλασσικού ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από πυρήνα με ατομικό αριθμό Z . Στη συνέχεια υπολογίζουμε την ποσότητα

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{1}{2} \sum \|M\|^2 \quad (\Delta'.6)$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλες τις δυνατότητες πόλωσης του αρχικού φωτονίου.

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{Z^2 e^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{8\|\vec{q}\|^4} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu'\nu'\alpha'\beta'} p_\gamma^\mu p_\gamma^{\mu'} q^\alpha q^{\alpha'} g^{\beta 0} g^{\beta' 0} \sum \epsilon^\nu \epsilon^{*\nu'} \quad (\Delta'.7)$$

Δεδομένου ότι

$$\sum \epsilon^\nu \epsilon^{*\nu'} = -g^{\nu\nu'} \quad (\Delta'.8)$$

έχουμε:

$$\langle |M|^2 \rangle = \frac{Z^2 e^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{8 \|\vec{q}\|^4} g^{\nu\nu'} \epsilon_{\nu\mu\alpha 0} \epsilon_{\nu'\mu'\alpha' 0} p_\gamma^\mu p_\gamma^{\mu'} q^\alpha q^{\alpha'} \quad (\Delta'.9)$$

Η συστολή του ενός δείκτη στην παραπάνω έκφραση δίνεται από τη σχέση:

$$g^{\nu\nu'} \epsilon_{\nu\mu\alpha 0} \epsilon_{\nu'\mu'\alpha' 0} = \begin{vmatrix} \delta_\mu^{\mu'} & \delta_\mu^{\alpha'} & \delta_\mu^0 \\ \delta_\alpha^{\mu'} & \delta_\alpha^{\alpha'} & \delta_\alpha^0 \\ \delta_0^{\mu'} & \delta_0^{\alpha'} & \delta_0^0 \end{vmatrix} \quad (\Delta'.10)$$

και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \langle |M|^2 \rangle &= \frac{Z^2 e^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{2 \|\vec{q}\|^4} \left[\|\vec{q}\|^2 \|\vec{p}_\gamma\|^2 - (\vec{q} \cdot \vec{p}_\gamma)^2 \right] \Rightarrow \\ \langle |M|^2 \rangle &= \frac{Z^2 e^2 g_{a\gamma\gamma}^2}{2} \frac{\|\vec{p}_a \times \vec{p}_\gamma\|^2}{\|\vec{p}_a - \vec{p}_\gamma\|^4} \end{aligned} \quad (\Delta'.11)$$

Η διαφορική ενεργός διατομή υπολογίζεται από την σχέση:

$$d\sigma = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{u_a (2E_a) (2E_\gamma)} \frac{d^3 \vec{p}_a}{(2\pi)^3} (2\pi) \delta(E_a - E_\gamma) \quad (\Delta'.12)$$

όπου $u_a = 1$ είναι η ταχύτητα του φωτονίου. Αν λάβουμε υπ' όψην ότι η μάζα του αξιονίου είναι πολύ μικρή, τότε ισχύει η σχετικιστική προσέγγιση $\|\vec{p}_a\| \simeq E_a$ και η τελική έκφραση είναι:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 g_{a\gamma\gamma}^2 a_{em}}{8\pi} \frac{\|\vec{p}_a \times \vec{p}_\gamma\|^2}{\|\vec{p}_a - \vec{p}_\gamma\|^4} \quad (\Delta'.13)$$

Παράρτημα Ε΄

Ανακατασκευή και ανάλυση γεγονότων

Στο παράρτημα αυτό θα αναφερθούμε σε μερικές τεχνικές λεπτομέρειες που αφορούν την καταγραφή και την ανάλυση των δεδομένων του Micromegas στο CAST.

Τα αρχεία που παράγονται από το σύστημα συλλογής δεδομένων (DAQ) ονομάζονται τυπικά **mmRxxxx.dat** όπου *xxxx* είναι ένας τετραψήφιος αύξων αριθμός και έχουν αυστηρά καθορισμένη μορφή:

- Επικεφαλίδα αρχείου (run header)
- Γεγονός (event)
 - Επικεφαλίδα (event header)
 - Σώμα (event body)
 - Υποσέλιδο (event footer)
-
-
- Υποσέλιδο αρχείου(run footer)

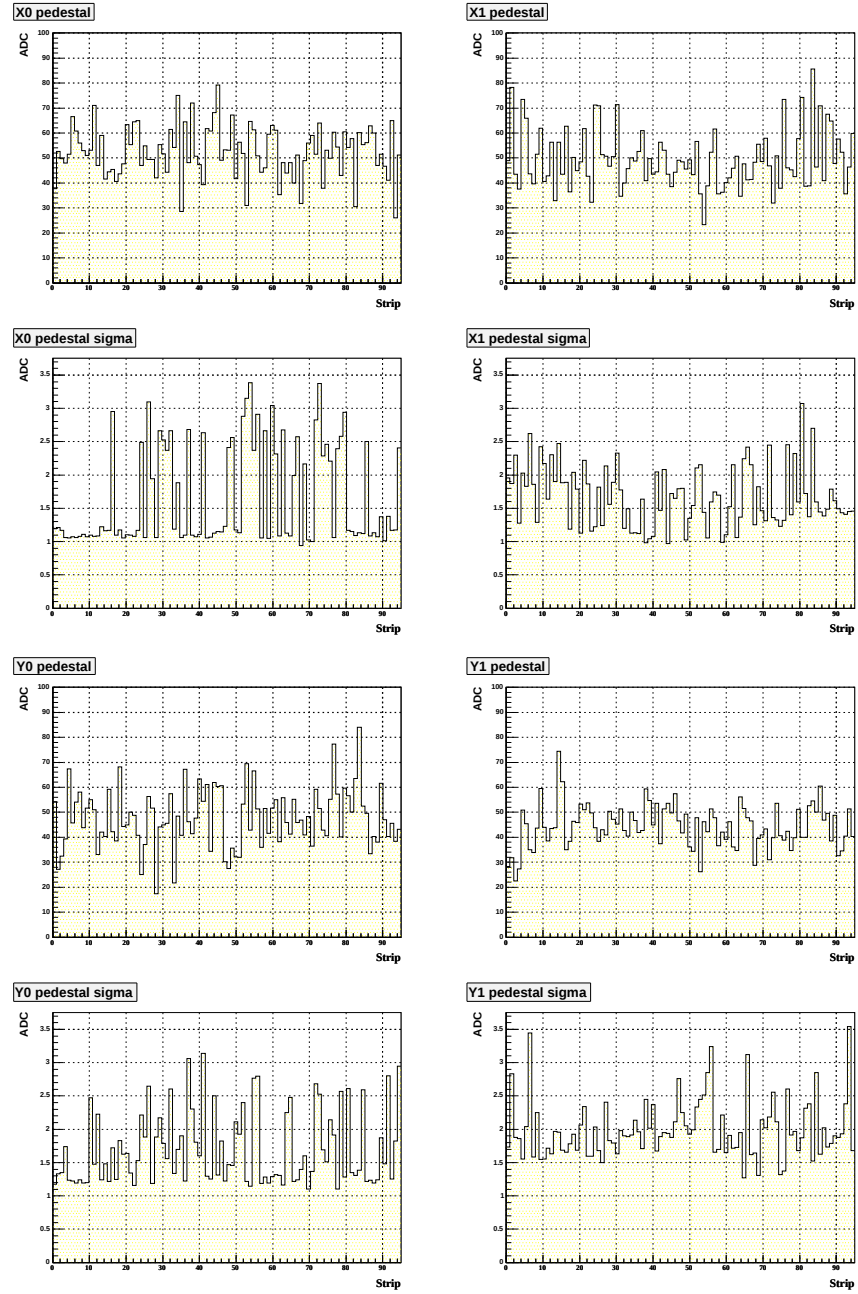
Το μέγεθος κάθε τέτοιου αρχείου εξαρτάται από το είδος της μέτρησης (pedestal, calibration, data) φτάνοντας έως και τα $\sim 500MB$.

Πριν από την ανάλυση των αρχείων δεδομένων, γίνεται η επεξεργασία των pedestal (σχήμα Ε΄.1), δηλαδή ο υπολογισμός του μέσου θορύβου και της δι-

ακύμανσης κάθε καναλιού. Στη συνέχεια γίνεται η ανακατασκευή των γεγονότων: για κάθε καταγραφή (raw event) αναζητούνται ομάδες (clusters) από strips, τόσο στην Q όσο και στην Y διεύθυνση, που κατέγραψαν ADC φορτίο σημαντικά μεγαλύτερο (περισσότερο από 3 τυπικές αποκλίσεις) από το μέσο επίπεδο του καναλιού. Για να ανήκουν δύο strips στην ίδια ομάδα, θα πρέπει να απέχουν λιγότερο από 3 κανάλια ενώ ο ελάχιστος αριθμός καναλιών ανά ομάδα είναι 3. Κατόπιν ταξινομούνται οι ομάδες σε κάθε διεύθυνση ξεχωριστά, ανάλογα με το συνολικό φορτίο τους και ταιριάζονται με τη λογική ότι η εναπόθεση φορτίου στις δύο προβολές είναι συμμετρική. Με τον τρόπο αυτό υπολογίζεται η θέση του γεγονότος από τα βαρύκεντρα των προβολών και η ενέργεια από το άθροισμα των φορτίων.

Ταυτόχρονα με την ανακατασκευή των γεγονότων γίνεται η επεξεργασία των παλμών που καταγράφονται από το mesh και οι οποίοι έχουν διαμορφωθεί από το σύνολο των φορτίων που κινήθηκαν αντιστοιχώντας σε περισσότερα από ένα clusters. Από την ανάλυση των παλμών εξάγονται τα χρονικά χαρακτηριστικά τους (χρόνος ανόδου, πλάτος, κέντρο), το ύψος και το ολοκλήρωμά τους. Το σύνολο των παραπάνω πληροφοριών καταγράφεται σε ένα νέο αρχείο, με όνομα **mmRxxxx.clu** που έχει παρόμοια μορφή με το αρχικό και το οποίο αποτελεί την αφετηρία της Φυσικής ανάλυσης.

Η επεξεργασία που περιγράφηκε παραπάνω γίνεται με κώδικα γραμμένο στη γλώσσα προγραμματισμού C ενώ για την περαιτέρω ανάλυση και την δημιουργία των διαφόρων ιστογραμμάτων χρησιμοποιείται αποκλειστικά το πρόγραμμα *ROOT* (<http://root.cern.ch>).



Σχήμα Ε'1: Ηλεκτρονικός θόρυβος των strips.

Βιβλιογραφία

- [1] Agostinelli et al. Geant4: a simulation toolkit. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 506:250, 2003.
- [2] Agostini. Bayesian inference in processing experimental data: principles and basic applications. *Rept.Prog.Phys.*, 66:1383, 2003.
- [3] Andriamonje et al. A low background Micromegas detector for axion searches. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 535:309, 2004.
- [4] Andriamonje et al. A Micromegas detector for the CAST experiment. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 518:252, 2004.
- [5] Asztalos et al. Large scale microwave cavity search for dark matter axions. *Phys.Rev.D*, 64:092003, 2001.
- [6] Asztalos et al. An improved RF cavity search for halo axions. *Phys.Rev.D*, 69:011101, 2004.
- [7] Bahcall, Pinsonneault. What do we (not) know theoretically about solar neutrino fluxes. *Phys.Rev.Lett.*, 92:121301, 2004.
- [8] Bardeen, Tye. Current algebra applied to properties of the light Higgs boson. *Phys.Lett.*, 74B:229, 1978.
- [9] Barouch et al. Development of a fast gaseous detector: Micromegas. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 423:32, 1999.
- [10] Barth et al. Cryogenics for the CERN Solar axion telescope (CAST) using a LHC dipole prototype magnet. *CERN-LHC-2002-017-ACR-ECR-MTA*, 2002.
- [11] Barth et al. Commissioning and first operation of the cryogenics for the CERN axion Solar telescope (CAST). *CERN-AT-2004-001-ECR*, 2004.

- [12] Bernabei et al. Search for Solar axion by Primakoff effect in NaI crystals. *Phys.Lett.B*, 515:6, 2001.
- [13] Bibber. Searches for invisible axions. *Phys.Rept.*, 325:1, 2000.
- [14] Bibber et al. Design for a practical laboratory detector for solar axions. *Phys.Rev.D*, 39:2089, 1989.
- [15] Borisov, Zhukovsky. Photoproduction of axions on electrons in a constant external field: the primakoff effect. *Phys.Atom.Nucl.*, 58:1218, 1995.
- [16] Bradley et al. Microwave cavity searches for dark matter axions. *Rev.Mod.Phys.*, 75:777, 2003.
- [17] Cameron et al. Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques. *Phys.Rev.D*, 47:3707, 1993.
- [18] Campbell et al. The detection of single electrons by means of a Micromegas-covered MediPix2 pixel cmos readout circuit. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 540:295, 2005.
- [19] CAST collaboration. First results from the Cern Axion Solar Telescope (CAST). *Phys.Rev.Lett.*, 94:121301, 2005.
- [20] Charpak et al. First beam test results with Micromegas, a high-rate, high-resolution detector. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 412:47, 1998.
- [21] Cheng. The Strong CP problem revisited. *Phys.Rept.*, 158:1, 1988.
- [22] Choi, Kim, Sze. Mass renormalization by instantons and the strong CP problem. *Phys.Rev.Lett.*, 61:794, 1988.
- [23] Cousins. Why isn't every physicist a Bayesian? *Am.J.Phys.*, 63:398, 1995.
- [24] Creswick et al. Theory for the direct detection of Solar axions by coherent Primakoff conversion in Germanium detectors. *Phys.Lett.B*, 427:235, 1998.
- [25] Cussonneau et al. Test of the spatial resolution of MICROMEGAS detectors. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 419:452, 1998.

- [26] Derre et al. Fast signals and single electron detection with a MICROME-GAS photodetector. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 449:314, 2000.
- [27] Derre et al. Spatial resolution of Micromegas detectors. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 459:523, 2001.
- [28] Dine, Fischler, Srednicki. A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion. *Phys.Lett.B*, 104:199, 1981.
- [29] Duffy et al. Results of a search for cold flows of dark matter axions. *Phys.Rev.Lett.*, 95:091304, 2005.
- [30] Eadie et al. *Statistical Methods in Experimental Physics*. North-Holland, 1971.
- [31] Ecker. Chiral perturbation theory. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 35:1, 1995.
- [32] Eidelman et al. Review of Particle Physics. *Phys.Lett.B*, 592:1963, 2004.
- [33] Feldman, Cousins. A unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Phys.Rev.D*, 57:3873, 1998.
- [34] Ferbel. *Experimental Techniques in High Energy Physics*. Addison-Wesley, 1987.
- [35] Fujikawa. Path integral measure for gauge invariant fermion theories. *Phys.Rev.Lett.*, 42:1195, 1979.
- [36] Gasser, Leutwyler. Quark masses. *Phys.Rept.*, 87:771, 1982.
- [37] Giomataris. Development and prospects of the new gaseous detector Micromegas. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 419:239, 1998.
- [38] Giomataris et al. MICROMEAS: a high-granularity position-sensitive gaseous detector for high particle-flux environments. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 376:29, 1996.
- [39] Giomataris et al. Micromegas in a Bulk. *DAPNIA-04-80*, 2004.
- [40] Hagmann et al. Results from a search for cosmic axions. *Phys.Rev.D*, 42:1297, 1990.

- [41] Hagmann et al. Results from a high sensitivity search for cosmic axions. *Phys.Rev.Lett.*, 80:2043, 1998.
- [42] Hannestad et al. New cosmological mass limit on thermal relic axions. *JCAP*, 0507:002, 2005.
- [43] Hooft. How instantons solve the U(1) problem. *Phys. Rept.*, 142:357, 1986.
- [44] Huang. The measure of strong CP violation. *Phys.Rev.D*, 48:270, 1993.
- [45] Inoue et al. Search for sub-electronvolt solar axions using coherent conversion of axions into photons in magnetic field and gas helium. *Phys.Lett.B*, 536:18, 2002.
- [46] Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, second edition, 1974.
- [47] Kaplan, Manohar. Current-mass ratios of the light quarks. *Phys.Rev.Lett.*, 56:2004, 1986.
- [48] Kendall. *Multivariate Analysis*. Charles Griffin, second edition, 1980.
- [49] Kim. Weak-interaction Singlet and Strong CP invariance. *Phys.Rev.Lett.*, 43:103, 1979.
- [50] Kim. Light Pseudoscalars, particle physics and Cosmology. *Phys.Rept.*, 150:1, 1987.
- [51] Kim. Constraints on very light axions from cavity experiments. *Phys.Rev.D*, 58:055006, 1998.
- [52] Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, third edition, 1999.
- [53] Lazarus et al. A search for Solar axions. *Phys.Rev.Lett.*, 69:2333, 1992.
- [54] Ljubicic et al. Search for hadronic axions using axioelectric effect. *Phys.Lett.B*, 599:143, 2004.
- [55] Long et al. Electromagnetic detection of axions. *Phys.Lett.B*, 357:469, 1995.

- [56] Lutz et al. An application of space technology to the terrestrial search for axions: the X-ray mirror telescope at CAST. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 518:201, 2004.
- [57] Mandelkern, Schultz. The statistical analysis of gaussian and poisson signals near physical boundaries. *J.Math.Phys.*, 41:5701, 2000.
- [58] Masso. Axions. hep-ph/0312064.
- [59] Masso. Axion and Axion-like Particles. *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*, 114:67, 2003. hep-ph/0209132.
- [60] Matsuki et al. Coherent interactions of axions with microwave photons in a resonant cavity to search for cosmic axions. *Phys.Lett.B*, 336:573, 1994.
- [61] Mayle et al. Constraints on axions from SN1987A. *Phys.Lett.B*, 203:188, 1988.
- [62] Moriyama et al. Direct search for Solar axions by using strong magnetic field and X-ray detectors. *Phys.Lett.B*, 434:147, 1998.
- [63] Neyman. *A Selection of Early Statistical Papers of J. Neyman*. Berkeley, University of California Press, 1967.
- [64] Ogawa et al. Interactions of cosmic axions with Rydberg atoms in resonant cavities via the Primakoff process. *Phys.Rev.D*, 53:1740, 1996.
- [65] Pansin et al. Measurement of the n-TOF beam profile with a micromegas detector. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 524:102, 2004.
- [66] Peccei. QCD, strong CP and axions. *J.Korean.Phys.Soc.*, 29:199, 1996. hep-ph/9606475.
- [67] Peccei, Quinn. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys.Rev.D*, 16:1791, 1977.
- [68] Peccei, Quinn. CP Conservation in the presence of Pseudoparticles. *Phys.Rev.Lett.*, 38:1440, 1977.
- [69] Peskin, Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.

- [70] Primakoff. *Photoproduction of neutral mesons in nuclear electric fields and the mean life of the neutral meson.* *Phys.Rev.*, 81:899, 1951.
- [71] Prosper. Small signal analysis in high energy physics: a bayesian approach. *Phys.Rev.D*, 37:1153, 1988.
- [72] Raffelt. Astrophysical axion bounds diminished by screening effects. *Phys.Rev.D*, 33:897, 1986.
- [73] Raffelt. Plasmon decay into low-mass bosons in stars. *Phys.Rev.D*, 37:1356, 1988.
- [74] Raffelt. Astrophysical methods to constrain axions and other novel particle phenomena. *Phys.Rept.*, 198:1, 1990.
- [75] Raffelt, Dearborn. Bounds on hadronic axions from stellar evolution. *Phys.Rev.D*, 36:2211, 1987.
- [76] Raffelt, Stodolsky. Mixing of the photon with low mass particles. *Phys.Rev.D*, 37:1237, 1988.
- [77] Rosenberg. The search for dark matter axions. *Part. World*, 4N3:3, 1995.
- [78] Santiard et al. Gasplex a low-noise analog signal processor for readout of gaseous detectors. CERN-ECP-94-17.
- [79] Sauli. GEM: a new concept for electron amplification in gas detectors. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 386:531, 1997.
- [80] Schafer. Instantons in QCD. *Rev.Mod.Phys.*, 70:323, 1998.
- [81] Semertzidis et al. Limits on the production of light scalar and pseudoscalar particles. *Phys.Rev.Lett.*, 64:2988, 1990.
- [82] Serpico, Raffelt. New calculation of Solar axion flux. *Internal CAST report*, 2005.
- [83] Shifman, Vainshtein, Zakharov. Can Confinement ensure natural CP invariance of strong interactions? *Nucl.Phys.B*, 166:493, 1980.
- [84] Sikivie. Experimental Tests of the invisible axion. *Phys.Rev.Lett.*, 51:1415, 1983.

- [85] Sikivie. Detection rates for invisible axion searches. *Phys.Rev.D*, 32:2988, 1985.
- [86] Sikivie. Evidence for a Nambu-Goldstone Boson. *Phys.Rev.Lett.*, 61:783, 1988.
- [87] Skobelev. Primakoff Effect: Synchrotron and Coulomb Mechanisms of axion Emission. *Phys.At.Nucl.*, 63:1963, 2000.
- [88] Soa, Bang. Photon-axion conversion cross-sections in an electromagnetic field. *Int.J.Mod.Phys.A*, 16:1491, 2001.
- [89] SOLAX collaboration. Experimental search for Solar axions via coherent Primakoff conversion in a Germanium spectrometer. *Phys.Rev.Lett.*, 81:5068, 1998.
- [90] SOLAX collaboration. First results from Solax: a new technique to detect axions from the Sun. *Phys.Atom.Nucl.*, 61:1137, 1998.
- [91] Srednicki. Axions: past, present and future. hep-th/0210172.
- [92] Srednicki. Axion couplings to matter. *Nucl.Phys.B*, 260:689, 1985.
- [93] Tegenfeldt, Conrad. On Bayesian treatment of systematic uncertainties in confidence interval calculations. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 539:407, 2005.
- [94] Turner. Axions from SN1987A. *Phys.Rev.Lett.* 60, 60:1797, 1988.
- [95] Turner. Windows on the axion. *Phys.Rept.*, 197:67, 1990.
- [96] Weinberg. A new light Boson? *Phys.Rev.Lett.*, 40:223, 1978.
- [97] Weinberg. *The Quantum Theory of Fields*, volume II. Cambridge University Press, 1996.
- [98] Wilczek. Problem of Strong P and T invariance in the presence of instantons. *Phys.Rev.Lett.*, 40:279, 1978.
- [99] Wuensch et al. Results of a laboratory search for cosmic axions and other weakly coupled light particles. *Phys.Rev.D*, 40:3153, 1989.
- [100] Zavattini et al. Experimental observation of optical rotation generated in vacuum by a magnetic field. *Phys.Rev.Lett.*, 96:110406, 2006.

- [101] Zech. Frequentist and Bayesian confidence limits. *Eur.Phys.J.direct*, C4:12, 2002.
- [102] Zioutas et al. A decommissioned LHC model magnet as an axion telescope. *Nucl.Instrum.Meth.A*, 425:482, 1999.