

# Partialbreiten und Implementierung von Formfaktormodellen für die Simulation von $D_s^\pm$ -Zerfällen in Sherpa

Bachelor-Arbeit  
zur Erlangung des Hochschulgrades  
Bachelor of Science  
im Bachelor-Studiengang Physik

vorgelegt von

Katharina Danziger  
geboren am 12.07.1995 in Ebersdorf jetzt Saalburg-Ebersdorf

Institut für Kern- und Teilchenphysik  
Fachrichtung Physik  
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften  
Technische Universität Dresden  
2017

Eingereicht am 24. Mai 2017

1. Gutachter: Dr. Frank Siegert
2. Gutachter: Prof. Dr. Kai Zuber

---

## Zusammenfassung

### Zusammenfassung

In der vorliegenden Bachelorarbeit werden die Zerfälle des  $D_s$ -Mesons mit Hilfe des Ereignisgenerators **SHERPA** untersucht. Neben einer Aktualisierung der Zerfallstabelle wurden mehrere Formfaktorenparametrisierungen für die semileptonischen Zerfälle implementiert und, wenn vorhanden, mit experimentellen Daten verglichen.

Da  $D_s$ -Mesonen ein Charm-Quark enthalten, sind sie von besonderem Interesse für das charm tagging zur Untersuchung neuer physikalischer Prozesse im und über das Standardmodell hinaus. Aufgrund der Tatsache, dass die Zerfälle dieser Mesonen nur über die schwache Wechselwirkung erfolgen, bieten sie sich darüber hinaus besonders zur Untersuchung der CP-Verletzung und zur Bestimmung von CKM-Matrixelementen an.

### Abstract

In this bachelor thesis the decays of the  $D_s$  meson are investigated within the framework of the event generator **SHERPA**. Besides an update of the decay data various form factor parametrisations for the semileptonic decays are implemented and if available compared to experimental data.

$D_s$  mesons contain a charm quark and are therefore of huge interest for charm tagging to examine new physics in and beyond the Standard Model. Because these mesons only decay via weak interactions they are suitable to extract CKM matrix elements and investigate the origins of CP violation.



# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                       | <b>7</b>  |
| <b>2</b> | <b>Theoretische Grundlagen</b>                          | <b>9</b>  |
| 2.1      | Kinematik von Teilchenzerfällen . . . . .               | 9         |
| 2.2      | Schwache Zerfälle . . . . .                             | 10        |
| 2.3      | Zerfälle des $D_s^\pm$ -Mesons . . . . .                | 11        |
| 2.4      | Formfaktoren . . . . .                                  | 12        |
| <b>3</b> | <b>Simulation und Implementation</b>                    | <b>17</b> |
| 3.1      | Implementation von Zerfällen und Formfaktoren . . . . . | 17        |
| 3.2      | VA_P_P . . . . .                                        | 18        |
| 3.3      | VA_P_V . . . . .                                        | 19        |
| <b>4</b> | <b>Aktualisierung und Vergleich</b>                     | <b>21</b> |
| 4.1      | Aktualisierung der Zerfallstabelle . . . . .            | 21        |
| 4.1.1    | Auswirkungen auf inklusive Observablen . . . . .        | 22        |
| 4.1.2    | Vergleich mit PDG . . . . .                             | 26        |
| 4.2      | Aktualisierung der Formfaktoren . . . . .               | 27        |
| 4.2.1    | $D_s^+ \rightarrow \eta \nu_l l^+$ . . . . .            | 27        |
| 4.2.2    | $D_s^+ \rightarrow \eta'(958) \nu_l l^+$ . . . . .      | 29        |
| 4.2.3    | $D_s^+ \rightarrow f_0(980) \nu_l l^+$ . . . . .        | 30        |
| 4.2.4    | $D_s^+ \rightarrow K^0 \nu_l l^+$ . . . . .             | 32        |
| 4.2.5    | $D_s^+ \rightarrow \phi(1020) \nu_l l^+$ . . . . .      | 32        |
| 4.2.6    | $D_s^+ \rightarrow K^*(892)^0 \nu_l l^+$ . . . . .      | 34        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>                     | <b>37</b> |
| <b>A</b> | <b>Anhang</b>                                           | <b>39</b> |
| A.1      | Zerfallstabelle des $D_s$ -Mesons . . . . .             | 39        |
|          | <b>Literaturverzeichnis</b>                             | <b>43</b> |



# 1 Einleitung

Das Standardmodell der Elementarteilchen (SM) ist bis heute das erfolgreichste theoretische Modell zur Beschreibung der Elementarteilchen und der wichtigsten Wechselwirkungen zwischen ihnen: der starken, schwachen sowie der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die Gravitation wird von diesem Modell nicht beschrieben. Wie jede Theorie benötigt das Standardmodell Experimente, um seine Vorhersagen zu bestätigen. Teilchenbeschleuniger, wie der Large Hadron Collider (kurz LHC) am Cern in Genf, liefern zahlreiche experimentelle Daten, die bis heute immer wieder zur Bestätigung des SM geführt haben. Beim LHC handelt es sich um einen Kreisbeschleuniger, in dem gegenläufige Protonenstrahlen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit zur Kollision gebracht werden.

Schwierigkeiten ergeben sich beim Vergleich theoretischer Vorhersagen des Standardmodells und den experimentellen Ergebnissen: während in Rechnungen meist Quarks und Gluonen auftauchen, werden experimentell ihre Bindungszustände, die Hadronen, detektiert. Zu ihnen gehören auch die am LHC kollidierenden Protonen. Die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD), lässt sich allerdings nicht auf allen Skalen störungstechnisch lösen. Dies führt zum Einsatz von Computersimulationsprogrammen, in denen die Teilchenkollisionen auf Grundlage theoretischer Modelle simuliert werden können. Dabei wird die Kollision in verschiedene Energiebereiche unterteilt, die mit Hilfe sogenannter Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren einzeln betrachtet werden. Auch die in dieser Arbeit betrachteten Hadronenzerfälle sind nicht analytisch lösbar und können mit Hilfe von Simulationsprogrammen untersucht werden. Die Grundidee der Monte-Carlo-Simulation ist es, die Teilchenkollisionen mittels zufällig generierter Ereignisse nachzustellen.

Ein großer Vorteil der Monte-Carlo-Methode zur Integration über den Phasenraum ist die Unabhängigkeit von der Dimension des Integrals. Typischerweise werden eine Vielzahl an Teilchen produziert, was für  $n$  Teilchen im Endzustand zu einem  $(3n-4)$ -dimensionalem Integral, zuzüglich Flavour- und Spinlabeln, führt. Dabei nimmt die Genauigkeit der Monte-Carlo-Methode umgekehrt proportional zur Wurzel der Anzahl der Integrationspunkte zu.

Mit Hilfe von Ereignisgeneratoren ist es möglich, gezielter Experimente zu entwickeln, die nach möglicher neuer Physik suchen oder existierende Experimente zu überarbeiten und somit bessere Messungen und Ergebnisse zu erzielen. Auch der Vergleich zwischen den Vorhersagen der Simulation und den experimentellen Daten kann zur Messung von SM Parametern genutzt werden.

Ein Beispiel für einen solchen Ereignisgenerator ist **SHERPA**, für die Zerfälle von Hadronen im Speziellen das **HADRONS++** Modul von **SHERPA**. Es basiert auf der Programmiersprache **C++** und wurde unter anderem an der TU Dresden entwickelt. **SHERPA** wird auch in dieser Arbeit genutzt, wobei im Speziellen die Zerfälle des  $D_s$ -Mesons betrachtet werden. Da dies ein Charm-Quark beinhaltet, ist es für das charm tagging besonders interessant. Mit Hilfe der gezielten Untersuchung der von Charm-Quarks stammenden Teilchenjets lassen sich Präzisionsmessungen von CKM-Matrixelementen verwirklichen und bisher unbekannte Teilchen identifizieren. Besonders für die Suche nach supersymmetrischen Teilchen und Anzeichen für andere theoretische Modelle, die über das SM hinausgehen, sind die Zerfälle des  $D_s$ -Mesons deshalb von großem Interesse.

Die vorliegende Bachelorarbeit gliedert sich wie folgt: zunächst wird die Theorie von Teilchenzerfällen, insbesondere der schwachen Zerfälle und des  $D_s$ -Mesons, beschrieben. Danach wird das Konzept der Formfaktoren zur Parametrisierung hadronischer Ströme erläutert und ihre Implementation in **SHERPA** näher betrachtet. Schließlich wird die vorgenommene Aktualisierung der Zerfallstabelle, sowie die Implementationen von Formfaktorparametrisierungen auf Grundlage verschiedenster theoretischer Modelle für die semileptonischen Zerfälle des  $D_s^+$ -Mesons präsentiert. Den Abschluss bildet eine Zusammenfassung und ein Ausblick.

## 2 Theoretische Grundlagen

### 2.1 Kinematik von Teilchenzerfällen

Die Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, dass ein Teilchen  $i$  im Anfangszustand  $|i\rangle$  in  $N$  Teilchen im Endzustand  $|f\rangle$  zerfällt, kann folgendermaßen über Fermis Goldene Regel ausgedrückt werden [1]:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_i} \int |\mathcal{M}_{fi}|^2 \delta(E_i - \sum_{j=1}^N E_j) \delta(\vec{p}_i - \sum_{j=1}^N \vec{p}_j) \prod_{j=1}^N \frac{d^3\vec{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j}. \quad (2.1)$$

Die Notationen  $i$  und  $f$  stammen dabei aus dem Englischen und stehen für initial und final state.  $|\mathcal{M}_{fi}|^2$  bezeichnet das lorentzinvariante Übergangsmatrixelement

$$|\mathcal{M}_{fi}|^2 = \left( 2E_i \cdot \prod_{j=1}^N 2E_j \right) |T_{fi}|^2 = \left( 2E_i \cdot \prod_{j=1}^N 2E_j \right) |\langle f | \hat{H} | i \rangle|^2.$$

$\hat{H}$  ist dabei der Hamilton-Operator, der den Übergang zwischen  $i$  und  $f$  beschreibt.

Für ein gegebenes Teilchen ist üblicherweise mehr als ein Zerfallskanal möglich. Die gesamte Breite des Zerfalls  $\Gamma$  ist die Summe aller Partialbreiten  $\Gamma_{i \rightarrow f}$

$$\Gamma = \sum_f \Gamma_{i \rightarrow f}. \quad (2.2)$$

Aus der Energie-Zeit-Unschärferelation ergibt sich der Zusammenhang

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \stackrel{\hbar=1}{=} \frac{1}{\Gamma} \quad (2.3)$$

zwischen der mittleren Lebensdauer  $\tau$  des zerfallenden Teilchens und seiner Zerfallsbreite. Da sich  $\tau$  aus der Breite der Anregungsfunktion ergibt, nennt man  $\Gamma$  auch *Breite des Zerfalls*. Eine weitere wichtige Größe ist das Verzweigungsverhältnis BR (aus dem Englischen *branching ratio*)

$$BR_{i \rightarrow f} = BR(i \rightarrow f) = \frac{\Gamma_{i \rightarrow f}}{\Gamma}. \quad (2.4)$$

Sie gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit das betrachtete Teilchen in einen bestimmten Endzustand zerfällt.

## 2.2 Schwache Zerfälle

Die meisten Hadronenzerfälle sind auf die schwache Wechselwirkung zurückzuführen. Die elektromagnetische und starke Wechselwirkung werden jeweils über ein masseloses, elektrisch neutrales Boson vermittelt: das Photon im Falle der QED und Gluonen in der QCD. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei der schwachen Wechselwirkung um drei massive Austauschteilchen, das elektrisch neutrale  $Z^0$  und die beiden geladenen  $W^\pm$ -Bosonen. Im Weiteren sind nur die flavourändernden geladenen Ströme von Interesse.

Im Standardmodell werden die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung in der schwachen Vereinheitlichung zusammengeführt. Die Quarks und Leptonen einer Generation werden zu linkshändigen Dupletts, die an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen, und rechtshändigen Singulets, die von der schwachen Wechselwirkung unbeeinflusst bleiben, zusammengefasst. Der Vertexfaktor eines schwachen Stroms durch Austausch eines  $W^\pm$ -Bosons lautet:

$$\frac{-ig_W}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5). \quad (2.5)$$

$g_W$  bezeichnet die schwache Kopplungskonstante. Der Vertex besitzt somit eine V-A Struktur, wobei das V für den Vektoranteil ( $\gamma^\mu$ ) und A für den Axialvektoranteil ( $\gamma^\mu \gamma^5$ ) des Stromes steht.

Im Gegensatz zum schwachen Zerfall in Leptonen und den zugehörigen Neutrino-Eigenzustand, bei dem es nur eine Kopplungskonstante für alle drei Generationen gibt, variiert die Kopplungsstärke zwischen den Quarks. Die schwachen Interaktionen der Quarks können mit Hilfe der unitären Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)-Matrix beschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ u \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen den Massen- und Wechselwirkungseigenzuständen der Quarks, weshalb sie mitunter auch Quark-Mischungsmatrix genannt wird. Dabei beschreibt die rechte Seite den Wechselwirkungseigenzustand. Experimentell findet man [2]

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,97434^{+0,00011}_{-0,00012} & 0,22506 \pm 0,00050 & 0,00357 \pm 0,00015 \\ 0,22492 \pm 0,00050 & 0,97351 \pm 0,00013 & 0,0411 \pm 0,0013 \\ 0,00875^{+0,00032}_{-0,00033} & 0,0403 \pm 0,0013 & 0,99915 \pm 0,00005 \end{pmatrix}.$$

(2.7)

Der Vertex für schwache Zerfälle zwischen Quarks muss also immer mit dem entsprechenden CKM-Matrixelement multipliziert werden. Das Matrixelement eines schwachen Zerfalls über ein W-Boson ergibt sich nach den Feynmanregeln zu

$$\mathcal{M} = \left( \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \right)^2 J_1^\mu \frac{g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2}}{q^2 - m_W^2} J_2^\nu, \quad (2.8)$$

wobei  $m_W$  für die W-Bosonenmasse und  $J_i$  für die beteiligten linkshändigen Ströme steht. Die Annahme  $|q^2| \ll m_W^2$  führt zu kleinen  $q_\mu q_\nu$  und einer Vereinfachung des Propagatorterms zu

$$\frac{-i}{q^2 - m_W^2} \cdot \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{m_W^2} \right) \stackrel{q^2 \ll m_W^2}{=} \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2 - m_W^2} \stackrel{|q^2| \ll m_W^2}{=} i \frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2}. \quad (2.9)$$

Diese Annahme ist für Hadronenzerfälle gerechtfertigt, da die Masse des W-Bosons deutlich größer als jede Hadronenmasse ist, was zu kleinen Impulsüberträgen  $q$  führt. Dadurch ergibt sich eine kompaktere Form des Matrixelementes:

$$\mathcal{M} = \frac{g_W^2}{8m_W^2} J_1^\mu J_{\mu,2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_1^\mu J_{\mu,2}. \quad (2.10)$$

Hierbei ist  $G_F$  die Fermikonstante. Es besteht folgender Zusammenhang zur Kopplungskonstanten  $g_W$  der schwachen Wechselwirkung:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8m_W^2}. \quad (2.11)$$

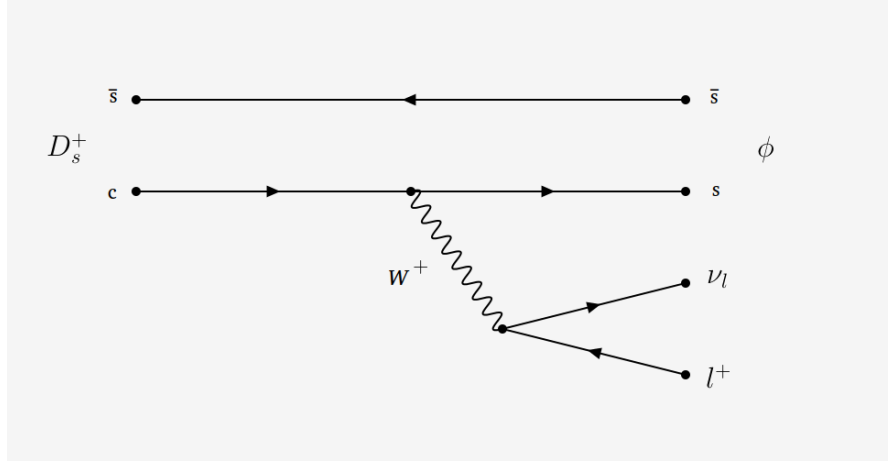
## 2.3 Zerfälle des $D_s^\pm$ -Mesons

Mesonen bestehen aus einem Quark-Antiquark-Paar. Sie werden also von der starken Wechselwirkung zusammengehalten und zählen somit zu den Hadronen. Als  $D$ -Mesonen werden im Speziellen diejenigen Mesonen bezeichnet, deren schwerstes Konstituentenquark ein (Anti) Charm-Quark ist. In Tabelle 2.1 befindet sich ein Überblick über ihre wichtigsten Kenngrößen. Sie alle haben einen Gesamtspin  $J = 0$  und eine negative Parität. Es handelt sich also um pseudoskalare Mesonen.

| Name                   | Quarkinhalt         | Ruhemasse                      | mittlere Lebensdauer                     |
|------------------------|---------------------|--------------------------------|------------------------------------------|
| $D^0/\bar{D}^0$ -Meson | $c\bar{u}/\bar{c}u$ | $(1864,83 \pm 0,05)\text{MeV}$ | $(410,1 \pm 1,5) \cdot 10^{-15}\text{s}$ |
| $D^\pm$ -Meson         | $c\bar{d}/\bar{c}d$ | $(1869,58 \pm 0,09)\text{MeV}$ | $(1040 \pm 7) \cdot 10^{-15}\text{s}$    |
| $D_s^\pm$ -Meson       | $c\bar{s}/\bar{c}s$ | $(1968,27 \pm 0,10)\text{MeV}$ | $(500 \pm 7) \cdot 10^{-15}\text{s}$     |

**Tabelle 2.1:** Übersicht der nicht angeregten  $D$ -Mesonen (aus [3], [4])

Zerfälle der  $D$ -Mesonen sind nur über die schwache Wechselwirkung möglich. Dies liegt darin begründet, dass sie die leichtesten Mesonen sind, die genau ein (Anti)Charm-Quark enthalten. Ihre Zerfälle sind damit mit einer Änderung der Charm-Quantenzahl verbunden, was nur über die schwache Wechselwirkung möglich ist. In Abbildung 2.1 ist der Zerfall eines  $D_s^+$  dargestellt. Die Zerfälle des  $D_s^-$ -Mesons erhält man durch Ladungskonjugation der  $D_s^+$ -Zerfälle.



**Abbildung 2.1:** Feynmandiagramm des Zerfalls  $D_s^+ \rightarrow \phi \nu_l l^+$

Von besonderem Interesse ist die Untersuchung der Zerfälle des  $D_s$ -Mesons, um aus ihnen die CKM-Matrixelemente  $V_{cs}$  und  $V_{cd}$  zu extrahieren, welche zur Untersuchung der CP-Verletzung im und über das SM hinaus genutzt werden können [5]. Die CP-Verletzung beschreibt die Tatsache, dass sich die physikalischen Eigenschaften eines Systems unter gleichzeitiger Ladungskonjugation (C) und Raumspiegelung (P) ändern.

Auch für das sogenannte charm und bottom tagging, bei dem es darum geht, Teilchenjets zu identifizieren, die von Charm/Bottom-Quarks stammen, spielen  $D$ -Mesonen eine wichtige Rolle. Charm tagging wird aktuell intensiv untersucht und wird unter anderem für die Suche nach supersymmetrischen Teilchen und Indizien für andere Modelle, die über das SM hinaus gehen, genutzt [6].

## 2.4 Formfaktoren

Da Hadronen von der starken Wechselwirkung zusammengehalten werden, lassen sich ihre Zerfälle im Gegensatz zur elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Leptonen oder Quarks nicht ohne weiteres analytisch lösen. Für die semileptonischen Zerfälle in ein beliebiges Meson  $M$  nimmt das Matrixelement, wie in Abschnitt 2.2 gezeigt, folgende Gestalt an:

$$\mathcal{M}(D_s^+ \rightarrow M l^+ \nu_l) = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cx} L^\mu H_\mu. \quad (2.12)$$

Dabei bezeichnet  $L^\mu$  den leptonischen und  $H_\mu$  den hadronischen Strom, zum Beispiel für den Zerfall in das  $\phi(1020)$ -Meson

$$L^\mu = v(p_{\nu_l})\gamma^\mu(1 - \gamma^5)\bar{u}(p_{l^+}) \quad \text{und} \quad H_\mu = \langle \phi(p_f) | \bar{s}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)c | D_s^+(p_i) \rangle. \quad (2.13)$$

$u$  und  $v$  stehen für die Dirac-Spinoren. Je nachdem in welches Meson  $M$  das  $D_s^+$  zerfällt, ist entweder das CKM-Matrixelement  $V_{cs}$  oder  $V_{cd}$  einzusetzen.

Während sich der leptonische Strom mit Hilfe der Störungstheorie berechnen lässt, ist die Berechnung für den hadronischen Strom aufgrund des Einflusses der starken Wechselwirkung zwischen den Konstituentenquarks nicht ohne Weiteres möglich. Beim Zerfall eines Konstituentenquarks muss der Einfluss der Zuschauerquarks miteinbezogen werden. Aufgrund der Abhängigkeit der Kopplungskonstante  $\alpha_s$  der QCD vom Impulsübertrag  $q^2$ , wobei

$$\alpha_s(q^2) \propto \frac{1}{\ln(q^2/\Lambda_{QCD}^2)} \quad (2.14)$$

gilt, lassen sich störungstheoretische Berechnungen nicht auf  $H_\mu$  anwenden, da  $\alpha_s$  nur für große  $q^2$  klein ist. Dies ist beim Austausch softer Gluonen, wie es bei Hadronenzerfällen der Fall ist, nicht gewährleistet. Trotzdem ist die Struktur der hadronischen Ströme bekannt. Auch wenn sie sich nicht exakt berechnen lassen, so können sie über sogenannte Formfaktoren parametrisiert werden.

In dieser Arbeit werden die Formfaktoren semileptonischer Zerfälle des pseudoskalaren  $D_s$ -Mesons betrachtet. Hierfür ist eine Unterscheidung zwischen Zerfällen in (pseudo)skalare und Vektormesonen nötig, da der hadronische Strom für beide Fälle unterschiedliche Formen annimmt.

### Zerfall in ein (pseudo)skalares Meson

Das  $D_s$ -Meson zerfällt unter anderem in die pseudoskalaren Mesonen  $\eta$  bzw.  $\eta'$ . Das Matrixelement hierfür lautet [7]:

$$\langle P(p_f) | (V - A)^\mu | D_s(p_i) \rangle = f_+(q^2) \left[ (p_i + p_f)^\mu - \frac{M_{D_s}^2 - M_P^2}{q^2} q^\mu \right] + f_0(q^2) \frac{M_{D_s}^2 - M_P^2}{q^2} q^\mu, \quad (2.15)$$

wobei  $P$  für ein pseudoskalares Meson steht.  $M_{D_s}$  und  $M_P$  bezeichnet die Massen der Mesonen,  $(V - A)^\mu$  den linkshändige Quarkstrom und  $q^\mu = p_i^\mu - p_f^\mu$  den Viererimpulsübertrag. Bei den beiden hier auftauchenden Faktoren handelt es sich um die lorentzinvarianten Formfaktoren des Zerfalls, wobei  $f_+(q^2)$  der Vektorformfaktor und  $f_0(q^2)$  der Skalarformfaktor ist. Um zu gewährleisten, dass das Matrixelement endlich bleibt, muss für den Fall  $q^2 \rightarrow 0$  gelten, dass  $f_+(0) = f_0(0)$  [8].

Eine weitere Konvention, die einige Autoren benutzen, ist es, den Strom mittels der Formfak-

toren  $f_+$  und  $f_-$  bzw.  $f_0$  und  $f_1$  zu parametrisieren. In diesen Fällen wird das Matrixelement zu

$$\begin{aligned}\langle P(p_f)|(V - A)^\mu|D_s(p_i)\rangle &= f_1(q^2)\left[(p_i + p_f)^\mu - \frac{M_{D_s}^2 - M_P^2}{q^2}q^\mu\right] + f_0(q^2)\frac{M_{D_s}^2 - M_P^2}{q^2}q^\mu \\ &= f_+(q^2)(p_i + p_f)^\mu + f_-(q^2)q^\mu.\end{aligned}\quad (2.16)$$

Die Umrechnung erfolgt über

$$f_1(q^2) = f_+(q^2), \quad f_0(q^2) = f_+(q^2) + \frac{q^2}{M_{D_s}^2 - M_P^2}f_-(q^2). \quad (2.17)$$

$f_-(q^2)$  wird zur Berechnung von  $\Gamma$  mit der quadrierten Leptonenmassen multipliziert. Im Falle von  $l = e, \mu$  kann diese als vernachlässigbar klein gegenüber derjenigen der Mesonen angenommen werden. Deshalb reicht es, den Formfaktor  $f_+(q^2)$  zu betrachten.

## Zerfall in ein Vektormeson

Der häufigste semileptonische Zerfall des  $D_s$ -Mesons ist derjenige in das Vektormeson  $\phi(1020)$ . In diesem Fall wird das Matrixelement zu [9]

$$\begin{aligned}\langle V(p_f, \epsilon)|(V - A)^\mu|D_s(p_i)\rangle &= \frac{2i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}}{M_{D_s} + M_V}\epsilon_\nu^* p_{f\alpha} p_{i\beta} V(q^2) - (M_{D_s} + M_V)\epsilon^{*\mu} A_1(q^2) \\ &+ \frac{\epsilon^* \cdot q}{M_{D_s} + M_V}(p_i + p_f)^\mu A_2(q^2) + 2M_V \frac{\epsilon^* \cdot q}{q^2}q^\mu (A_3(q^2) - A_0(q^2)),\end{aligned}\quad (2.18)$$

wobei  $q^\mu = p_i^\mu - p_f^\mu$  und  $\epsilon$  den Polarisationsvektor des Vektormesons bezeichnet.  $V, A_0, A_1, A_2$  und  $A_3$  sind hierbei die Formfaktoren. Nur  $V, A_0, A_1$  und  $A_2$  sind unabhängig voneinander, für  $A_3$  gilt:

$$A_3(q^2) = \frac{M_{D_s} + M_V}{2M_V}A_1(q^2) - \frac{M_{D_s} - M_V}{2M_V}A_2(q^2). \quad (2.19)$$

Auch hier muss die Bedingung  $A_0(0) = A_3(0)$  erfüllt sein.

Eine weitere Möglichkeit ist es, den Strom mittels der Formfaktoren  $g, f, a_+$  und  $a_-$  zu parametrisieren. Damit ergibt sich folgende Form des Matrixelements:

$$\begin{aligned}\langle V(p_f, \epsilon)|(V - A)^\mu|D_s(p_i)\rangle &= 2i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_\nu^* p_{f\alpha} p_{i\beta} g(q^2) - \epsilon^{*\mu} f(q^2) + (\epsilon^* \cdot q) \times \\ &(p_i + p_f)^\mu a_+(q^2) - (\epsilon^* \cdot q)q^\mu a_-(q^2).\end{aligned}\quad (2.20)$$

Die Umrechnung erfolgt über

$$\begin{aligned} V(q^2) &= (M_{D_s} + M_V)g(q^2), & A_1(q^2) &= \frac{f(q^2)}{M_{D_s} + M_V}, \\ A_2(q^2) &= (M_{D_s} + M_V)a_+(q^2), & A_0(q^2) &= A_3(q^2) + \frac{q^2}{2M_V}a_-(q^2). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Zur Berechnung der Formfaktoren gibt es zwei Möglichkeiten [10]: einerseits nicht-störungstheoretische Berechnungstechniken (z.B. die Gitter-QCD) oder Approximationen der QCD. Hierbei unterscheidet man wiederum zwischen Approximationen, die einerseits identisch zur QCD unter extremen Limits sind, aber eine gute Annäherung in einem eingeschränkten, aber bekannten kinematischen Bereich liefern (z.B. LCSR) und Ansätzen wie dem ISGW2-Modell, die anstelle der QCD genäherte Wellenfunktionen basierend auf bestimmten Quarkmodellen für Mesonen nutzen. Einige dieser theoretischen Herangehensweisen zur Bestimmung der Formfaktoren werden im Weiteren kurz beschrieben.

## ISGW2

Das ISGW2-Modell ist ein nicht-relativistisches Quarkmodell, bei dem die Bindung der Konstituentenquarks im Meson durch ein nicht-relativistisches Farbpotential beschrieben wird. Es stellt eine Weiterentwicklung des ISGW-Modells dar. Der Name ISGW stammt von seinen Begründern Isgur, Scora, Grinstein und Wise. Gegenüber dem ursprünglichen ISGW-Modell wurden unter anderem Aktualisierungen bezüglich der Heavy-Quark-Symmetrie und relativistische Korrekturen eingebaut [11]. Die Formfaktoren werden in diesem Modell über den Ladungsradius parametrisiert und auf dem maximalen Impulsübertrag  $q_{max}^2$  normalisiert. Des Weiteren wurde der ursprüngliche gaußförmige Ansatz des ISGW-Modells für die Formfaktoren durch ein Polynom ersetzt:

$$f(q^2) \propto \exp\left(-\frac{1}{6}r^2(q_{max}^2 - q^2)\right) \longrightarrow f(q^2) \propto \left[1 + \frac{1}{12}(q_{max}^2 - q^2)\right]^{-2}. \quad (2.22)$$

## (original) QCD-Summenregeln

Ausgangspunkt der QCD-Summenregeln ist es, Hadronen durch ihre interpolierenden Quarkströme im Falle großer Virtualität zu beschreiben [12]. Mit Hilfe der sogenannten Operatorproduktentwicklung (OPE) werden die Korrelationsfunktionen dieser Ströme beschrieben. Dabei behandelt man die kurz- und langreichweitigen Quark-Gluon-Wechselwirkungen getrennt voneinander. Erstere werden mit Hilfe perturbativer QCD-Theorie berechnet, während die langreichweitigen Wechselwirkungen bezüglich universeller Kondensate, also Fluktuationen des QCD-Vakuums, parametrisiert werden. Mit Hilfe von Dispersionsrelationen werden die Ergebnisse der QCD-Rechnungen zu einer Summe über die hadronischen Zustände zusam-

mengeführt.

Die Standardtechnik wurde 1979 von Shifman, Vainshtein und Zakharov eingeführt, weshalb sie auch oft als SVZ-Summenregeln bezeichnet werden. Mit ihnen sind nicht nur Formfaktoren, sondern auch beispielsweise Zerfallskonstanten oder Quarkmassen mit vergleichsweise geringem Aufwand abschätzbar. Werden zur Beschreibung von Prozessen drei interpolierende Ströme verwendet, so spricht man auch von 3-Punkt-Summenregeln (3PSR).

### Lichtkegelsummenregeln (LCSR)

Die Lichtkegelsummenregeln (aus dem Englischen: light-cone sum rules (LCSR)) sind ein Ableger der SVZ-Summenregeln. Sie vereinen die ursprünglichen QCD-Summenregeln mit der Theorie harter exklusiver Prozesse [12]. Dabei werden die Vakuumkondensate durch hadronische Lichtkegelverteilungsfunktionen zunehmender Krümmung ersetzt und die beteiligten Ströme um den Lichtkegel herum, also  $x^2 = 0$ , entwickelt.

Um hadronische Formfaktoren für Zerfälle schwerer in leichte Mesonen zu beschreiben, sind die LCSR besser geeignet als die ursprünglichen QCD-Summenregeln, weshalb sie vor allem hierfür, aber auch zur Bestimmung von starken Kopplungen, angewendet werden.

### Gitter-QCD

Bei der Gitter-QCD handelt es sich um eine Methode, die QCD im Rahmen einer Gittereichtheorie zu behandeln. Dies ermöglicht nicht-störungstheoretische Berechnungen von Quantenfeldtheorien. Die Grundidee ist es, anstatt eines kontinuierlichen Raum-Zeit-Kontinuums ein (kubisches) Gitter mit diskreten Punkten zu betrachten. Um so kleiner der Gitterabstand ist, umso besser stimmen die Rechnungen mit den korrekten Resultaten überein. Die Gitter-QCD erlaubt es durch ihre Diskretisierung die Grundgleichungen der QCD unter Zuhilfenahme von Computern zu berechnen.

### Light-Front Quarkmodell (LFQM)

Beim LFQM handelt es sich um ein relativistisches Quarkmodell, welches besonders zur Untersuchung der Formfaktoren schwacher Hadronenzerfälle genutzt wird, bei denen leichte Hadronen involviert sind. Dabei werden die Schwerpunktsbewegung des Hadrons und die Spins der Konstituentenquarks vollkommen relativistisch ausgedrückt [13]. Die Light-Front-Wellenfunktionen sind lorentzinvariant und unabhängig voneinander. Sie beschreiben das Hadron in Form seiner fundamentalen Quark- und Gluonenfreiheitsgrade und sind über die Bruchteile der intrinsischen Impulse der Konstituentenquarks ausgedrückt, die unabhängig vom gesamten Hadronenimpuls sind [5].

# 3 Simulation und Implementation

## 3.1 Implementation von Zerfällen und Formfaktoren

Zur Simulation der  $D_s$ -Zerfälle wurde das Modul **HADRONS++** des Ereignisgenerators **SHERPA** genutzt. Mit diesem können die Zerfälle von Hadronen und  $\tau$ -Leptonen simuliert werden. Dabei wurde **HadronFullDecay** verwendet, bei dem immer alle möglichen Zerfallskanäle des zerfallenden Teilchens betrachtet werden. Zur Analyse der generierten Daten wurde Rivet benutzt [14].

Damit **HADRONS++** die Zerfallsprodukte mit der richtigen Häufigkeit generiert, besitzt jedes Hadron eine Zerfallstabelle (**Decays.dat**), in der die BR der einzelnen Zerfallskanäle, sowie die zugehörigen Particle Data Group Codes der Zerfallsprodukte enthalten sind. Einige Mesonen, darunter  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$  und  $K_L^0$ , sind intern als stabil festgelegt, da ihre Lebensdauern groß genug sind, um den Detektor zu erreichen, bevor sie zerfallen.

Um die Kinematik des Zerfalls zu generieren, wird der sogenannte "hit-or-miss"-Algorithmus verwendet. Dabei wird die differentielle Zerfallsbreite  $d\Gamma(x)$  an einem zufällig gewürfelten Phasenraumpunkt  $x(p_1, p_2, \dots, p_n)$  berechnet. Falls das Verhältnis  $R = \frac{d\Gamma(x)}{\max_y d\Gamma(y)} > r$ , wobei  $r$  eine Zufallszahl aus  $[0, 1]$  ist, wird das Ereignis akzeptiert, andernfalls verworfen und das ganze beginnt von neuem. Für detaillierte Informationen zu **SHERPA** sei auf die Veröffentlichung [15] verwiesen.

Jeder Zerfallskanal besitzt eine eigenständige Datei, in der für die Integration bestimmte Bedingungen an den Phasenraum gestellt und das Matrixelement spezifiziert werden können. Somit wird beispielsweise die Spinstruktur des Zerfalls bei der Berechnung der Kinematik mitberücksichtigt. Auch die Ströme können in der Zerfallsdatei festgelegt werden. In Abbildung 3.1 ist die Struktur solch einer Datei für den Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \eta \nu_e e^+$  zu sehen. Unter **<ME></ME>** können die Ströme festgelegt werden. **VA\_F\_F** steht für den schwachen V-A Strom der zwei entstehende Fermionen  $\nu_e$  und  $e^+$ . **VA\_P\_P** bezieht sich auf den schwachen hadronischen Strom des zerfallenden  $D_s^+$  in das  $\eta$ -Meson. Für den hadronischen Strom lässt sich zudem die zu verwendende Formfaktorparametrisierung mittels **FORM\_FACTOR = X** festlegen. Dabei nutzen die verschiedenen theoretischen Modelle mitunter denselben Parametrisierungsansatz zur Beschreibung der  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren und unterscheiden sich lediglich in den verwendeten Parametern. Die Implementation der Parametrisierungen erfolgt als C++-Code in separaten Dateien. Diese befinden sich in der sogenannten **Current\_Library** des **HADRONS++** Moduls.

Die für das  $D_s$  interessanten Ströme VA\_P\_P und VA\_P\_V sowie die verwendeten Parametrisierungen werden im Folgenden kurz beschrieben.

```
# Decay: D(s)+ --> eta nu_e e+
#           0      --> 1      2      3

<Options>
AlwaysIntegrate = 1      # 0...read results and skip integration
                        # 1...don't read results and integrate
</Options>

<Phasespace>
1.0 Isotropic
</Phasespace>

<ME>
GF 0.0 VA_F_F[2,3] VA_P_P[0,1]
</ME>

<VA_P_P[0,1]>
# Form factor model (2=ISGW2, 5=PoleFit, 7=PolynomialFit, 8=BallZwicky)
FORM_FACTOR      = 2
</VA_P_P[0,1]>

<Result>
5.027e-15 2.447e-17 4.453e-14;
</Result>
```

**Abbildung 3.1:** Zerfallsdatei des Zerfalls  $D_s^+ \rightarrow \eta \nu_e e^+$

## 3.2 VA\_P\_P

Mittels VA\_P\_P wird ein schwacher V-A Strom für ein einkommendes (pseudo)skalares und ein auslaufendes (pseudo)skalares Meson implementiert. Das Matrixelement und die hierfür relevanten Formfaktoren zur Parametrisierung des Stromes sind Gleichung 2.15 zu entnehmen. Die in dieser Arbeit verwendeten Parametrisierungen der Formfaktoren und die festzulegenden Parameter sind kurz beschrieben.

**Pole Fit**

FORM\_FACTOR = 5

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{1 + a\frac{q^2}{m^2} + b\left(\frac{q^2}{m^2}\right)^2 + c\left(\frac{q^2}{m^2}\right)^3 + d\left(\frac{q^2}{m^2}\right)^4} \quad (3.1)$$

Hierbei müssen die Parameter  $f_+(0), m, a, b, ..$  für jeden Formfaktor spezifiziert werden. Die Grundeinstellung ist 0.0 für alle Parameter.

Der in der Literatur auftauchende **Modified Pole**

$$f_+(q^2) = \frac{f_+(0)}{\left(1 - \frac{q^2}{m^2}\right)\left(1 - \alpha\frac{q^2}{m^2}\right)} = \frac{f_+(0)}{1 - (1 + \alpha)\frac{q^2}{m^2} + \alpha\left(\frac{q^2}{m^2}\right)^2} \quad (3.2)$$

kann auch mittels Pole Fit realisiert werden. Dabei ergibt sich für die Parameter  $a = -(1 + \alpha)$  und  $b = \alpha$ .

**Polynomial Fit**

FORM\_FACTOR = 7

$$f_+(q^2) = f_+(0) \left(1.0 + \lambda \frac{q^2}{m^2}\right) \quad (3.3)$$

$f_+(0), \lambda$  und  $m^2$  müssen für diese Parametrisierungsform spezifiziert werden. Der Polynom-Ansatz taucht in der Literatur häufig in der Form

$$f_+(q^2) = Aq^2 + B \quad (3.4)$$

auf. Dabei können mittels  $f_+(0) = B$  und  $\lambda = \frac{A \cdot m^2}{f_+(0)}$  die Parameter zur Implementation umgerechnet werden, wobei für  $m^2 = m_{D_s^+}^2$  gewählt wurde.

**Ball-Zwicky Parametrisierung**

FORM\_FACTOR = 8

$$f_+(q^2) = f_+(0) \left( \frac{1}{1 - q^2/m^2} + \frac{rq^2/m^2}{(1 - q^2/m^2)(1 - \alpha q^2/m^2)} \right) \quad (3.5)$$

Die festzulegenden Parameter sind  $f_+(0), r, \alpha$  und  $m^2$ .

**3.3 VA\_P\_V**

Äquivalent zu VA\_P\_P wird mit Hilfe von VA\_P\_V der Strom für ein einkommendes (pseudo)skalares Meson und ein auslaufendes (Axial)Vektormeson implementiert. Das Matrixele-

ment und die für diesen Strom interessanten Formfaktoren sind in Gleichung 2.18 zu sehen.

### Pole Fit

FORM\_FACTOR = 5

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 + a_0 \frac{q^2}{m_0^2} + b_0 \left(\frac{q^2}{m_0^2}\right)^2 + c_0 \left(\frac{q^2}{m_0^2}\right)^3 + d_0 \left(\frac{q^2}{m_0^2}\right)^4} \quad (3.6)$$

mit  $F(q^2) = V(q^2), A_0(q^2), A_1(q^2), A_2(q^2)$ . Dabei müssen für alle vier Formfaktoren die Parameter  $F(0), m_0, a_0, \dots$  einzeln festgelegt werden. Die einfachste und häufig genutzte Form der Pole Fit Parametrisierung ist der **Simple Pole**

$$F(q^2) = \frac{F(0)}{1 - q^2/m_0^2}. \quad (3.7)$$

## 4 Aktualisierung und Vergleich

### 4.1 Aktualisierung der Zerfallstabelle

Damit die Simulation auf dem aktuellem Stand der experimentellen Datenlage beruht, wurde zunächst die Zerfallstabelle des  $D_s^+$ -Mesons auf Grundlage der Particle Data Group (PDG) aktualisiert [4]. Damit sollten verbesserte Ergebnisse der Simulation gewährleistet sein.

In den Tabellen 4.1 und 4.2 sind die wichtigsten semileptonischen und hadronischen Zerfallskanäle aufgelistet. Dabei ist jeweils der alte in SHERPA implementierte Wert der BR im Vergleich mit den Aktualisierten und die sich ergebende Änderung  $\Delta\text{BR}$  zusammengefasst. Einzig die Werte für die semileptonischen Zerfälle  $D_s^+ \rightarrow f_0(980)\nu_l l^+$  stammen dabei nicht von der PDG, sondern von [16]. Dort wurden vom CLEO-c Detektor gesammelte Daten von  $e^+e^-$ -Annihilationen bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} \approx 4170$  MeV am Cornell Elektronen-Speicherring genutzt. Die gesamte Zerfallstabelle befindet sich im Anhang A.1, A.2.

| Zerfall $D_s^+ \rightarrow$ | Alter Wert BR | Neuer Wert BR | $\Delta\text{BR}$ |
|-----------------------------|---------------|---------------|-------------------|
| $\nu_\mu \mu^+$             | 0,616%        | 0,556%        | -0,06%            |
| $\nu_\tau \tau^+$           | 6,4%          | 5,55%         | -0,85%            |
| $\phi(1020)\nu_e e^+$       | 2,42%         | 2,39%         | -0,03%            |
| $\eta\nu_e e^+$             | 3,07%         | 2,28%         | -0,79%            |
| $\eta'(958)\nu_e e^+$       | 1,06%         | 0,68%         | -0,38%            |
| $\bar{K}^0\nu_e e^+$        | 0,27%         | -             | -0,27             |
| $\bar{K}^*(892)^0\nu_e e^+$ | 0,1%          | -             | -0,1%             |
| $K^0\nu_e e^+$              | -             | 0,39%         | +0,39%            |
| $K^*(892)^0\nu_e e^+$       | -             | 0,18%         | +0,18%            |
| $f_0(980)\nu_e e^+$         | -             | 0,197%        | +0,197%           |
| $\Sigma$                    | 20,856%       | 18,34%        | -2,516%           |

**Tabelle 4.1:** Aktualisierte Verzweungsverhältnisse im Vergleich mit den alten in SHERPA implementierten Werten der wichtigsten leptonischen und semileptonischen Zerfallskanäle des  $D_s^+$

Die letzten Zeilen in den Tabellen 4.1 und 4.2 beziehen sich dabei auf die Summe der Verzweungsverhältnisse der gesamten Zerfallstabelle.

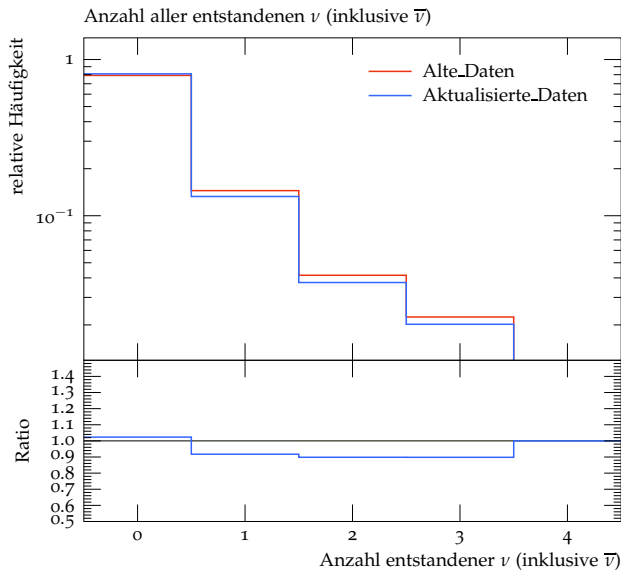
Sowohl die leptonischen, als auch die hadronischen Zerfälle haben leicht abgenommen. In Summe ergeben sich nach der Aktualisierung 94,4941%. Das Fehlen von 5,5059% wird in der Simulation durch eine Reskalierung der Zerfallsmoden auf 100% umgangen. Das Defizit könnte durch Hochskalierung sehr fehlerbehafteter Verzweigungsverhältnisse, beispielsweise von  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow K^*(892)^+ \bar{K}^*(892)^0) = (7,2 \pm 2,6)\%$  oder  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow \phi \rho^+) = (8,4_{-2,3}^{+1,9})\%$ , behoben werden.

| Zerfall $D_s^+ \rightarrow$           | Alter Wert BR | Neuer Wert BR | $\Delta\text{BR}$ |
|---------------------------------------|---------------|---------------|-------------------|
| $\eta\rho(770)^+$                     | 13,1%         | 8,9%          | -4,2%             |
| $\phi(1020)\rho(770)^+$               | 8,2%          | 8,4%          | +0,2%             |
| $K^*(892)^+ \bar{K}^*(892)^0$         | 7%            | 7,2%          | +0,2%             |
| $\eta'(958)\rho(770)^+$               | 12,2%         | 5,8%          | -6,4%             |
| $\bar{K}^*(892)^+ \bar{K}^0$          | 5,3%          | 5,4%          | +0,1%             |
| $\phi(1020)\pi^+$                     | 4,4%          | 4,5%          | +0,1%             |
| $\eta'(958)\pi^+$                     | 4,7%          | 3,94%         | -0,76%            |
| $K^+ \bar{K}^*(892)^0$                | 4%            | 3,922%        | -0,078%           |
| $\pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$ | -             | 3,315%        | +3,315%           |
| $K^+ \bar{K}^0$                       | 4,4%          | 2,95%         | -1,45%            |
| $\Sigma$                              | 79,14%        | 76,1541%      | -2,9859%          |

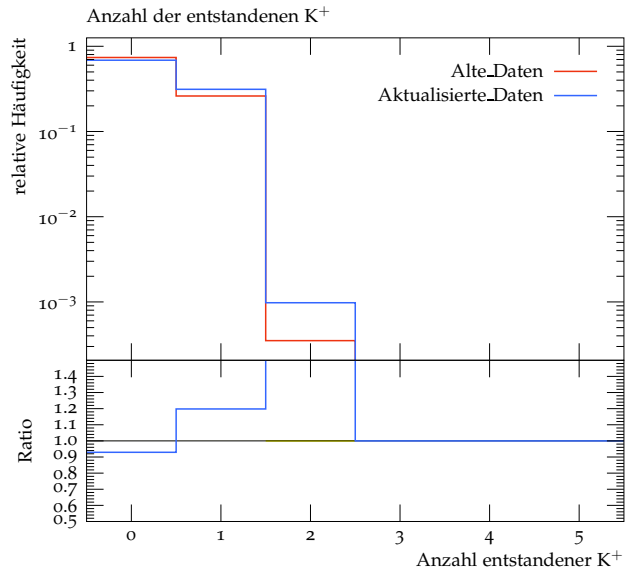
**Tabelle 4.2:** Aktualisierte Verzweigungsverhältnisse im Vergleich mit den alten in SHERPA implementierten Werten der wichtigsten hadronischen Zerfallskanäle des  $D_s^+$

#### 4.1.1 Auswirkungen auf inklusive Observablen

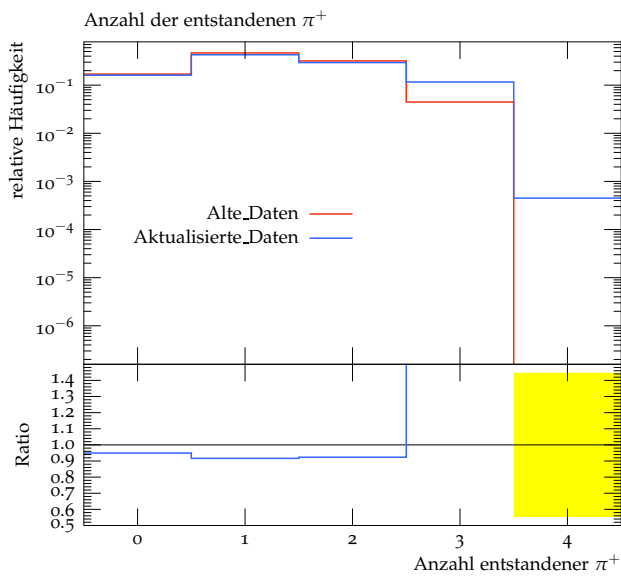
Durch die Aktualisierung der Verzweigungsverhältnisse konnten deutliche Unterschiede in der Simulation erzielt werden. Dies zeigt sich beispielhaft im Vergleich der Energieverteilungen und Multiplizitäten der beim Zerfall entstehenden Teilchen. In den Abbildungen 4.1 und 4.2 sind die relativen Häufigkeiten entstehender Neutrinos und  $K^+$ -Mesonen dargestellt. Die Multiplizitäten entstehender  $\pi^\pm$  sind in den Abbildungen 4.3 und 4.4 zu sehen. Dabei wurde immer der  $D_s^+$ -Zerfall inklusive Folgezerfällen betrachtet. Im Falle der  $\nu$  wurden hier alle Flavourzustände sowie  $\bar{\nu}_l$  zusammengezählt. Konsistent mit der minimalen Abnahme der leptonischen und semi-leptonischen Zerfälle ist auch die Anzahl entstehender Neutrinos leicht gesunken. Hingegen ist die Häufigkeit der Zerfälle, in denen  $2K^+$  entstehen, deutlich gestiegen. Das ist eine Folge des neu implementierten Zerfalls in  $K^+ K^+ \pi^-$ , der ein Verzweigungsverhältnis von  $\text{BR} = 0,067\%$  vorweist. Auch die Zunahme des  $D_s^+ \rightarrow K^+ K^+ K^-$  Zerfalls um  $\Delta\text{BR} = 0,0019\%$  trägt dazu bei. Dass die Multiplizitäten der  $\pi^\pm$ -Mesonen gestiegen sind, lässt sich auf neu implementierte Zerfälle wie  $D_s^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$  zurückführen, der mit einem Verzweigungsverhältnis von 3,315% zu den zehn wichtigsten hadronischen Zerfallskanälen gehört.



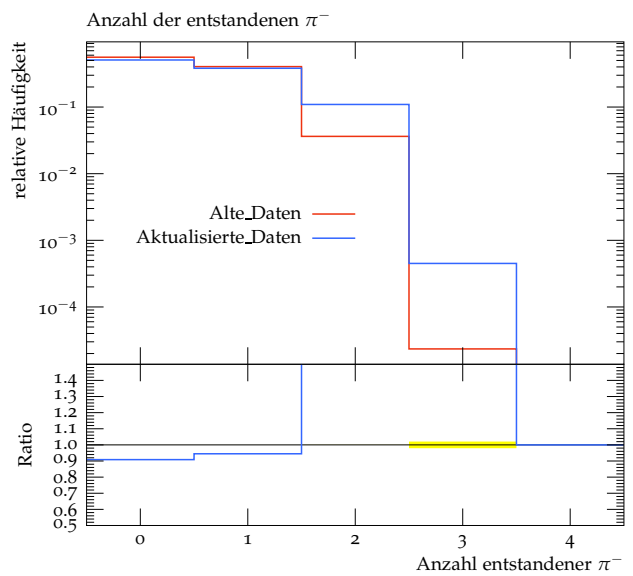
**Abbildung 4.1:** Multiplizitäten bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender Neutrinos



**Abbildung 4.2:** Multiplizitäten bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender  $K^+$ -Mesonen



**Abbildung 4.3:** Multiplizitäten bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender  $\pi^+$ -Mesonen

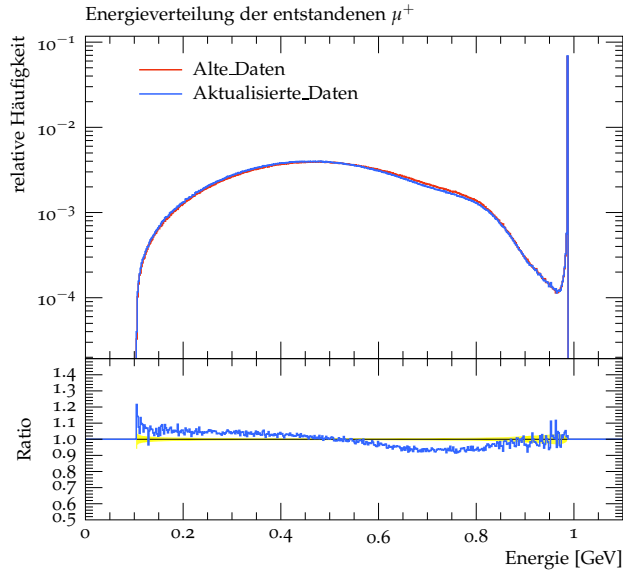


**Abbildung 4.4:** Multiplizitäten bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender  $\pi^-$ -Mesonen

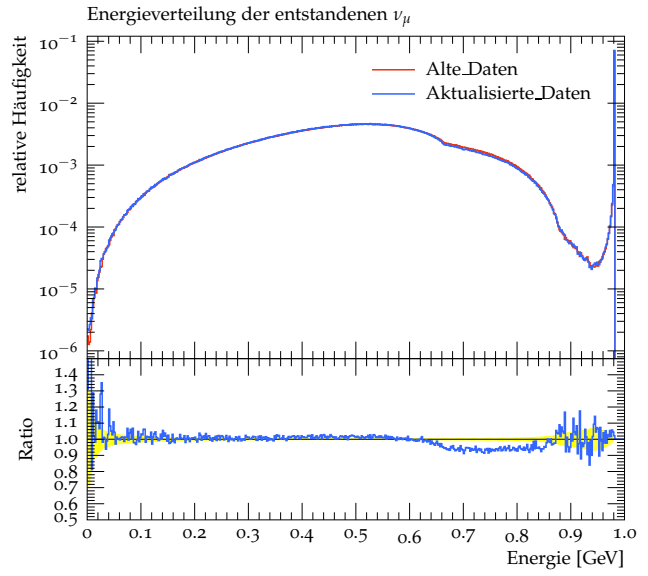
Die Energiespektren der bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehenden  $\mu^+$  und  $\nu_\mu$  sind in den Abbildungen 4.5 und 4.6 dargestellt. Dabei wurde immer das Ruhesystem des  $D_s^+$  betrachtet. Die kleinen Änderungen der (semi)leptonischen Zerfälle hat zu minimalen Variationen der Verteilungen geführt. Deutlich erkennbar sind die Peaks bei einer Energie knapp unterhalb von 1 GeV. Diese stammen vom leptonischem Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ , bei dem aufgrund der Energie- und Impulserhaltung sowie den deutlich kleineren Massen der beiden Leptonen beide mit näherungsweise derselben Energie von  $E \approx \frac{m_{D_s}}{2}$  im Winkel von  $180^\circ$  zueinander entstehen. Interessante Spitzen und Veränderungen zeigen sich auch in den Energieverteilungen der  $\pi^+$ -

und  $K^+$ -Mesonen. In Abbildung 4.7 ist ein Vergleich zwischen den Ergebnissen der alten und der aktualisierten Daten für das  $\pi^+$  dargestellt.

Geht man von einem Zerfall  $D_s^+ \rightarrow X\pi^+$  in zwei Teilchen aus, so ergibt sich die Masse des zweiten Mesons  $X$  durch einfache kinematische Überlegungen zu  $m_X = \sqrt{m_{D_s}^2 + m_{\pi^+}^2 - 2m_{D_s}E_{\pi^+}}$ . Damit lassen sich die Resonanzen identifizieren. In Tabelle 4.3 sind einige dafür interessante Mesonenmassen aufgelistet. Für die deutlich erkennbaren Resonanzen des Energiespektrums sind die Energiewerte und das Verhältnis zwischen den neuen und alten relativen Häufigkeit in Tabelle 4.4 aufgelistet. Die mittels obiger Gleichung berechnete Masse  $m_X$  ist ebenfalls ablesbar.



**Abbildung 4.5:** Energieverteilung bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender  $\mu^+$



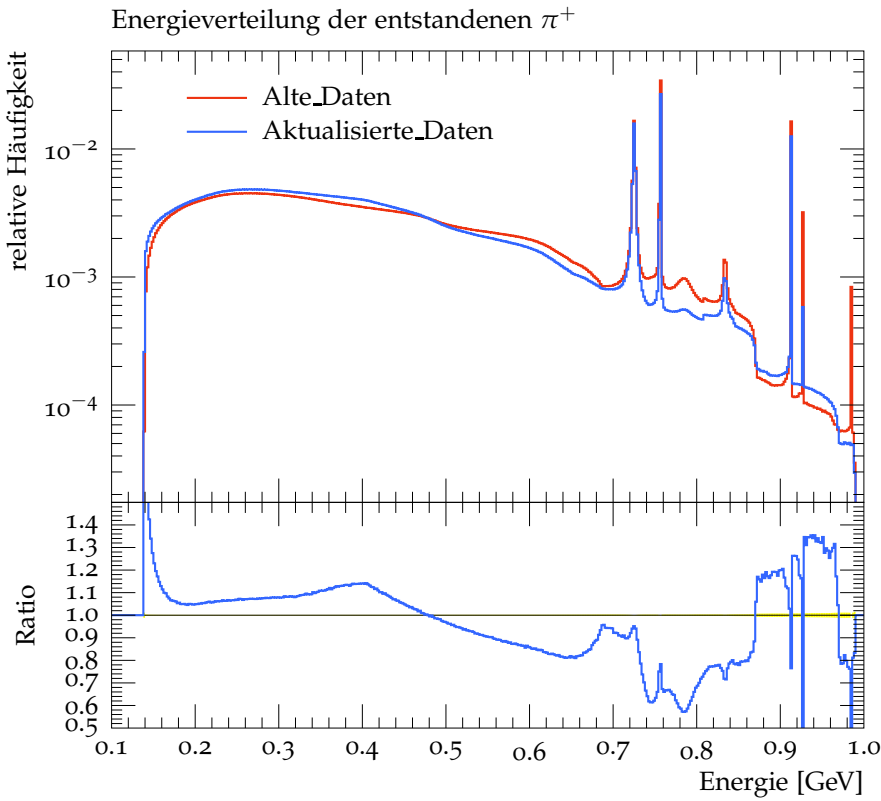
**Abbildung 4.6:** Energieverteilung bei  $D_s^+$ -Zerfällen entstehender  $\nu_\mu$

So kann man beispielhaft die Herkunft des Peaks bei einer Energie von  $E_{\pi^+} = 0,725$  GeV dem Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \pi^+\phi(1020)$  zuordnen. Das Verschwinden der Spitze bei  $E_{\pi^+} = 0,985$  GeV lässt sich durch den Wegfall des Zerfalls in  $\pi^+\pi^0$  erklären. Konsistent mit der Abnahme der BR von  $D_s^+ \rightarrow \pi^+K^0$  um  $\Delta\text{BR} = -0,339\%$  ist auch der Peak bei einem Energiewert von 927 MeV deutlich kleiner geworden.

Äquivalent zum  $\pi^+$  ist die Energieverteilung entstehender  $K^+$ -Mesonen in Abbildung 4.8 zu sehen. Die Überlegungen zur Herkunft der Resonanzen lassen sich übertragen, wobei nun  $m_{\pi^+} = m_{K^+}$  und  $E_{\pi^+} = E_{K^+}$  einzusetzen sind. Tabelle 4.5 können die Energiewerte, das Verhältnis zwischen neuen und alten relativen Häufigkeiten sowie die berechnete Masse  $m_X$  für das zweite entstandene Meson  $X$  entnommen werden.

| Meson       | $\pi^\pm$ | $\pi^0$ | $K^\pm$ | $K^0$ | $\eta$ | $\eta'(958)$ | $\omega(782)$ | $\phi(1020)$ | $K^*(892)^0$ |
|-------------|-----------|---------|---------|-------|--------|--------------|---------------|--------------|--------------|
| Masse [MeV] | 139,6     | 135,0   | 493,7   | 497,6 | 547,9  | 957,8        | 782,7         | 1019,5       | 895,8        |

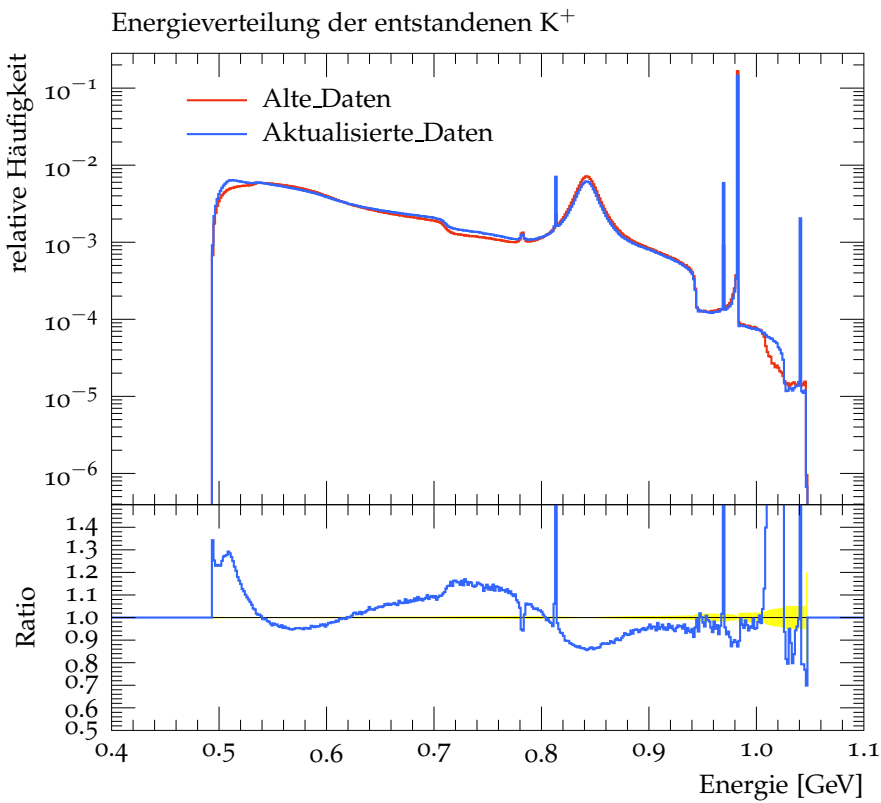
**Tabelle 4.3:** Massen einiger ausgewählter Mesonen [17]



| Energie [GeV] | Ratio Neu/Alt | $m_X$ [MeV] |
|---------------|---------------|-------------|
| 0,725         | 0,953         | 1019,6      |
| 0,757         | 0,783         | 955,8       |
| 0,834         | 0,723         | 781,3       |
| 0,913         | 0,773         | 547,3       |
| 0,927         | 0,183         | 494,4       |
| 0,985         | 0,056         | 126,8       |

Tabelle 4.4: Energiewerte der Resonanzen und berechnete Masse  $m_X$

Abbildung 4.7: Energieverteilung entstehender  $\pi^+$ -Mesonen



| Energie [GeV] | Ratio Neu/Alt | $m_X$ [MeV] |
|---------------|---------------|-------------|
| 0,814         | 3,089         | 955,8       |
| 0,843         | 0,866         | 894,1       |
| 0,970         | 6,516         | 547,2       |
| 0,983         | 0,872         | 498,2       |
| 1,041         | 149,2         | 141,0       |

Tabelle 4.5: Energiewerte der Resonanzen und berechnete Masse  $m_X$

Abbildung 4.8: Energieverteilung entstehender  $K^+$ -Mesonen

Die minimale Abnahme von  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow K^+ \bar{K}^*(892)^0)$  um  $\Delta\text{BR} = -0,078\%$  spiegelt sich in einer kleineren Resonanz um  $E_{K^+} = 0,843$  GeV wieder. Der neu implementierte Zerfall in  $K^+ \pi^0$  hat eine neu auftretende Spitze in der relativen Häufigkeit bei einer Energie von 1041 MeV zur Folge, wohingegen der extreme Anstieg des Peaks bei  $E_{K^+} = 0,970$  GeV ein Resultat der großen Zunahme der BR des Zerfalls  $D_s^+ \rightarrow K^+ \eta$  um  $\Delta\text{BR} = +0,157\%$  ist. Die Steigerung der Resonanz für  $K^+$ -Energien von 0,814 GeV lässt sich auf Zerfälle des  $D_s^+$  in  $\eta'(958)K^+$  zurückführen, dessen Verzweungsverhältnis einen prozentualen Zuwachs von 800% aufweist.

### 4.1.2 Vergleich mit PDG

Zur Überprüfung der Ergebnisse der überarbeiteten Zerfallstabelle wurden die inklusiven Zerfallsmoden des  $D_s^+$  betrachtet. In Tabelle 4.6 sind einige dieser aufgelistet. Dabei sind die Daten der PDG [4] im Vergleich mit den in SHERPA generierten Ergebnissen vor und nach Aktualisierung der Zerfallstabelle dargestellt. Das  $X$  steht für eine beliebige Anzahl an weiteren Zerfallsprodukten. Für die  $\pi^\pm$  sowie das  $\pi^0$ -Meson werden Ereignisse, in denen zwei  $\pi$  den Detektor erreichen würden doppelt gezählt, bei drei entstandenen Pionen dreifach und so weiter. Daher ergeben sich Verzweungsverhältnisse von über 100%. Für die BR instabiler Teilchen wurden diese zur Überprüfung auf stabil gesetzt und jeweils eine Ereigniszahl von einer Millionen gewählt, um statistische Schwankungen zu minimieren.

| Inklusiver Modus | BR $\pm\Delta\text{BR}$ PDG | Alter Wert SHERPA | Neuer Wert SHERPA | Zusatzbedingung                                  |
|------------------|-----------------------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------------------|
| $\pi^+ X$        | (119,5 $\pm$ 1,4)%          | 110,46%           | 119,54%           | ohne $\pi^+$ aus $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ |
| $\pi^- X$        | (43,2 $\pm$ 0,9)%           | 34,46%            | 43,03%            | ohne $\pi^-$ aus $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ |
| $\pi^0 X$        | (123 $\pm$ 7)%              | 115,75%           | 103,11%           | ohne $\pi^0$ aus $K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ |
| $K^- X$          | (18,7 $\pm$ 0,5)%           | 19,02%            | 23,37%            |                                                  |
| $K^+ X$          | (28,9 $\pm$ 0,7)%           | 26,1%             | 31,26%            |                                                  |
| $2K^+ X$         | <0,26%                      | 0,0342%           | 0,0989%           |                                                  |
| $K_S^0 X$        | (19,0 $\pm$ 1,1)%           | 16,57%            | 20,19%            |                                                  |
| $2K_S^0 X$       | (1,70 $\pm$ 0,32)%          | 1,33%             | 2,23%             |                                                  |
| $\phi(1020) X$   | (15,7 $\pm$ 1,0)%           | 19,76%            | 22,5%             |                                                  |
| $\omega(782) X$  | (6,1 $\pm$ 1,4)%            | 0,9%              | 5,16%             |                                                  |
| $\eta X$         | (29,9 $\pm$ 2,8)%           | 37,54%            | 24,19%            | inkl. $\eta$ aus $\eta'(958)$ Zerfällen          |
| $\eta'(958) X$   | (10,3 $\pm$ 1,4)%           | 20,56%            | 11,76%            |                                                  |

**Tabelle 4.6:** Verzweungsverhältnisse der PDG für die inklusiven Moden des  $D_s^+$  im Vergleich mit den mittels SHERPA generierten Werten vor und nach Aktualisierung der Zerfallstabelle

Der Vergleich zeigt, dass die meisten mittels **SHERPA** generierten Daten gut mit denen der PDG übereinstimmen, allerdings oft nicht mehr innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen liegen. Die Ergebnisse der  $\pi^\pm$  lassen sich fast exakt reproduzieren. Hingegen zeigt sich ein großes Defizit an  $\pi^0$ -Mesonen. Gegenüber den alten Daten ergeben sich überwiegend Verbesserungen. Besonders in Hinblick auf die inklusiven Zerfallsmode in  $\omega(782)$  und  $\eta'(958)$ -Mesonen hat die Überarbeitung zu deutlich besseren Ergebnissen, bezogen auf die PDG Werte, geführt. Abweichungen kommen dadurch zu Stande, dass lediglich die Zerfallstabelle des  $D_s$ -Mesons aktualisiert wurde, aber auch die Zerfälle seiner Zerfallsprodukte Einfluss auf den Endzustand haben. Eine Überarbeitung der Verzweungsverhältnisse der instabilen Zerfallsprodukte könnte zu einer besseren Übereinstimmung der inklusiven Moden führen.

## 4.2 Aktualisierung der Formfaktoren

Für alle semileptonischen Zerfälle des  $D_s$ -Mesons stand bisher das ISGW2-Modell zur Verfügung. Für die neu hinzugefügten semileptonischen Zerfälle  $D_s^+ \rightarrow K^0 l^+ \nu_l$  und  $D_s^+ \rightarrow K^*(892)^0 l^+ \nu_l$  konnten dabei bereits implementierte Parameter des ISGW2-Modells genutzt werden. Im Folgenden sind die Werte der ergänzten Parametrisierungen und das zugrundeliegende theoretische Modell aufgelistet. Dabei ist im Falle der semileptonischen Zerfälle in  $\phi(1020)$  und  $f_0(980)$  ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen möglich, wohingegen für die anderen noch keine Daten zur  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren vorliegt. Im Falle vorhandener experimenteller Daten wurde ein  $\chi^2$ -Test zur Bewertung der Parametrisierungen durchgeführt. Dabei wurden die Werte für  $\chi^2$  über

$$\chi^2 = \sum_i \left( \frac{O_i - E_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (4.1)$$

ermittelt, wobei  $O_i$  die mit **SHERPA** generierten Werte für  $\frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{\Gamma}$  und  $E_i$  die experimentellen Daten mit Fehlern  $\sigma_i$  bezeichnet.

### 4.2.1 $D_s^+ \rightarrow \eta \nu_l l^+$

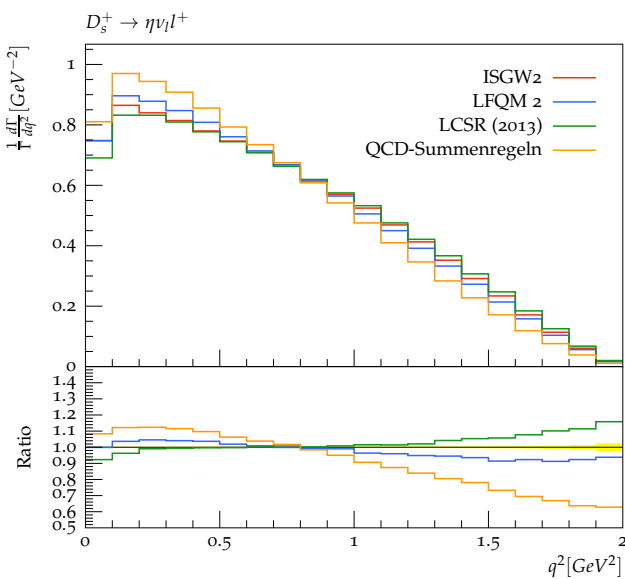
Mit einem Verzweungsverhältnis von 2,28% ist dies der wichtigste semileptonische Zerfall in ein pseudoskalares Meson. Bisher stand nur das ISGW2-Modell zur Verfügung. In Tabelle 4.7 sind die neu implementierten Parameter aufgelistet. Dabei sind in Abbildung 4.10 alle mittels Pole Fit realisierten Parametrisierungen im Vergleich dargestellt. LFQM 1 und LFQM 2 beziehen sich auf zwei verschiedene Sets des Light-Front-Quarkmodells, die sich durch unterschiedliche Quarkmassen als Inputparameter unterscheiden. Das zweite Set des LFQM liefert dabei in **SHERPA** eine BR von 2,17% und stimmt damit im Vergleich aller Parametrisierungen am besten mit dem von der PDG angegebenen Wert überein. Deshalb wird dieses künftig

als Default genutzt und ist als einziges im Vergleich mit den anderen Parametrisierungen in Abbildung 4.9 zu sehen.

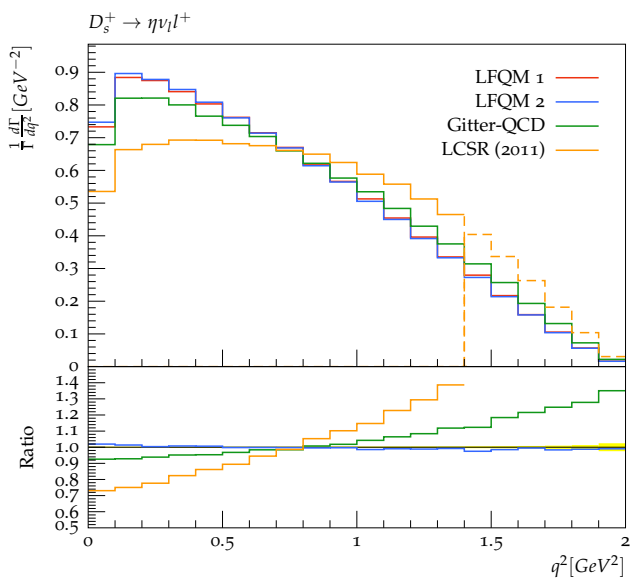
Es sei erwähnt, dass die Anwendung der LCSR für  $q^2 \geq 1,4 \text{ GeV}^2$  problematisch ist und deshalb nur innerhalb dieser kinematischen Grenze genutzt werden sollte. Im Falle der Parameter der LCSR von 2013 wurden die Formfaktoren um  $|q^2| \approx 0$  bestimmt und parametrisiert. Um eine Anwendbarkeit auf den gesamten physikalischen Bereich zu erreichen, wurde die Parametrisierung anschließend analytisch fortgesetzt [18].

| Formfaktormodell      | Verwendete Parametrisierung      | Parameter                                                           |
|-----------------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| LCSR (2011) [19]      | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,45$ $m = 1,9685$<br>$a = -1,96$ $b = 1,12$              |
| LFQM 1 [19]           | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,50$ $m = 1,9685$<br>$a = -1,17$ $b = 0,34$              |
| LFQM 2 [19]           | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,48$ $m = 1,9685$<br>$a = -1,11$ $b = 0,25$              |
| Gitter-QCD [20]       | Pole Fit<br>(Modifizierter Pol)  | $f_+(0) = 0,75$ $m = 1,9$<br>$a = -(1,0 + b)$ $b = 0,21$            |
| LCSR (2013) [21]      | Ball-Zwicky                      | $f_+(0) = 0,432$ $m^2 = (1,9685)^2$<br>$\alpha = 0,252$ $r = 0,284$ |
| QCD-Summenregeln [22] | Polynomial Fit<br>(Linearer Fit) | $f_+(0) = 0,50$ $m^2 = 1,9 * 1,9$<br>$\lambda = 1,0108$             |

**Tabelle 4.7:** Formfaktorparametrisierungen für den Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \eta l^+ \nu_l$



**Abbildung 4.9:** Vergleich unterschiedlicher Formfaktorparametrisierungen



**Abbildung 4.10:** Vergleich der Pole Fit Parametrisierungen

### 4.2.2 $D_s^+ \rightarrow \eta'(958)\nu_l l^+$

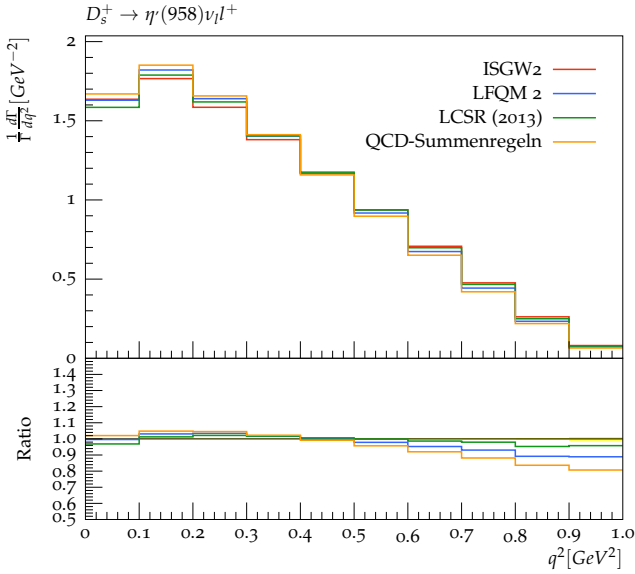
Die  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren des semileptonischen Zerfalls in  $\eta'(958)$  ist eng mit denjenigen in  $\eta$  verknüpft. Der Zusammenhang lautet

$$\frac{|f_i^{D_s \rightarrow \eta}(q^2)|}{|f_i^{D_s \rightarrow \eta'}(q^2)|} = \tan(\varphi), \quad (4.2)$$

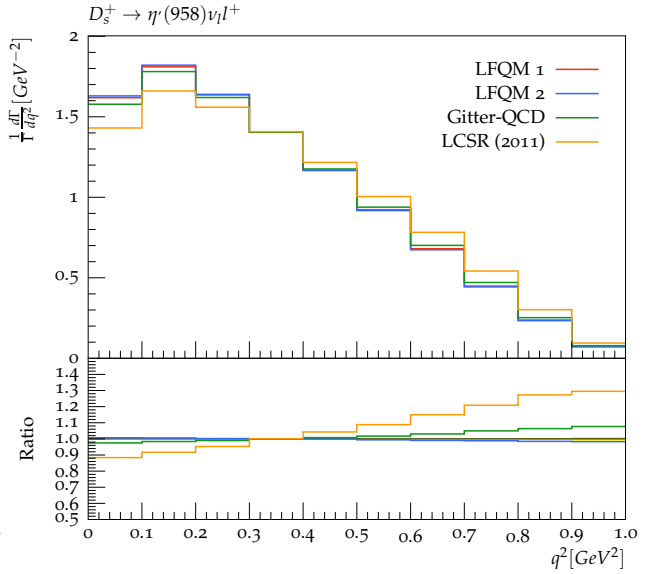
wobei  $\varphi$  den Mischungswinkel beschreibt, aus dem sich die  $\eta$  und  $\eta'$  Eigenzustände zusammensetzen [19]. Somit unterscheidet sich der Verlauf der  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren gegenüber dem des  $\eta$ -Mesons nur um einen konstanten Faktor. In Abbildung 4.12 sind die mittels Pole Fit realisierten Parametrisierungen im Vergleich dargestellt. Die Parameter können Tabelle 4.8 entnommen werden. Dabei reproduziert das zweite Set des LFQM die BR des Zerfalls bezogen auf den im PDG angegeben Wert am besten und wurde deshalb als einziges mit den anderen Parametrisierungsansätzen in Abbildung 4.11 verglichen. Insgesamt liefert die Ball-Zwicky Parametrisierung der Lichtkegelsummenregeln (LCSR) mit einem in SHERPA generierten Verzweungsverhältnis von 0,65% den stimmigsten Wert bezogen auf  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow \eta'(958)\nu_l l^+) = 0,68\%$  und wurde deshalb aufgrund noch nicht vorhandener experimenteller Daten zur  $q^2$ -Abhängigkeit als am besten zur Beschreibung des Stromes eingestuft.

| Formfaktormodell         | Verwendete Parametrisierung      | Parameter                                                           |
|--------------------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| LCSR<br>(2011) [19]      | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,55$ $m = 1,9685$<br>$a = -1,96$ $b = 1,12$              |
| LFQM 1<br>[19]           | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,62$ $m = 1,9685$<br>$a = -1,17$ $b = 0,25$              |
| LFQM 2<br>[19]           | Pole Fit                         | $f_+(0) = 0,60$ $m = 1,9685$<br>$a = 1,11$ $b = 0,25$               |
| Gitter-QCD<br>[20]       | Pole Fit<br>(Modifizierter Pol)  | $f_+(0) = 0,86$ $m = 1,9$<br>$a = -(1,0 + b)$ $b = 0,21$            |
| LCSR<br>(2013) [21]      | Ball-Zwicky                      | $f_+(0) = 0,520$ $m^2 = (1,9685)^2$<br>$\alpha = 0,252$ $r = 0,284$ |
| QCD-Summenregeln<br>[22] | Polynomial Fit<br>(Linearer Fit) | $f_+(0) = 0,61745$ $m^2 = 1,9 * 1,9$<br>$\lambda = 1,0108$          |

**Tabelle 4.8:** Formfaktorparametrisierungen für den Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \eta'(958) l^+ \nu_l$



**Abbildung 4.11:** Vergleich unterschiedlicher Formfaktorparametrisierungen



**Abbildung 4.12:** Vergleich der Pole Fit Parametrisierungen

### 4.2.3 $D_s^+ \rightarrow f_0(980)\nu_l l^+$

Der semileptonische Zerfall in das  $f_0(980)$ -Meson wurde extra zur Implementation und Untersuchung der Formfaktoren hinzugefügt. Im PDG ist kein expliziter Wert des Verzweungsverhältnisses angegeben, weshalb sich auf [16] bezogen wurde. Für die Berechnung der Zerfälle des  $D_s^+$  in  $f_0(980)$  wurde die Verwendung des CKM-Matrixelements  $V_{cs}$  implementiert.

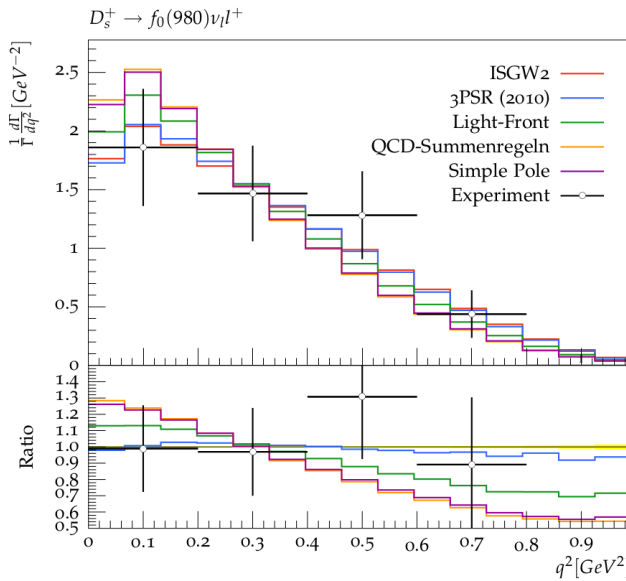
Bisher waren Parameter der Pole Fit Parametrisierung auf Grundlage der 3-Punkt-Summenregeln (3PSR) von 2007 und des ISGW2-Modells implementiert. Erstere konnten auf den Stand von 2010 aktualisiert werden und sind im Vergleich mit experimentellen Daten in Abbildung 4.14 dargestellt. Dabei stammen die experimentellen Werte aus [23], welche Daten des CLEO-c Detektors nutzen. In Abbildung 4.13 sind alle implementierten Parametrisierungen im Vergleich dargestellt. Die verwendeten Parameter sind Tabelle 4.9 zu entnehmen. Experimenteller Fit bezieht sich hierbei auf eine Simple Pole Parametrisierung auf Grundlage der experimentellen Daten, hier liegt also kein theoretisches Modell zu Grunde.

Die Ergebnisse des  $\chi^2$ -Test sind in Tabelle 4.10 zusammengefasst. Dabei erweist sich das ISGW2-Modell als am besten geeignet. Der Vergleich zeigt, dass die Parameter der QCD-Summenregeln den Verlauf der  $q^2$ -Abhängigkeit von  $\frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{\Gamma}$  am schlechtesten wiedergeben. Allerdings reproduzieren diese das Verzweungsverhältnis des Zerfalls mit einem Wert von  $\text{BR} = 0,28\%$  am besten, während SHERPA bei der Verwendung des ISGW2-Modells mit einem Wert von  $\text{BR} = 0,012\%$  eine deutlich zu kleine Zerfallsbreite berechnet. Aufgrund dessen sollte die Parametrisierung des Light-Front Quarkmodells verwendet werden, da diese den zweitbesten Wert des  $\chi^2$ -Tests liefert. Außerdem ergibt sich für dieses Modell mit der von SHERPA berechneten Partialbreite ein Verzweungsverhältnis von  $0,36\%$ , was dem zweitbesten Ergebnis aller

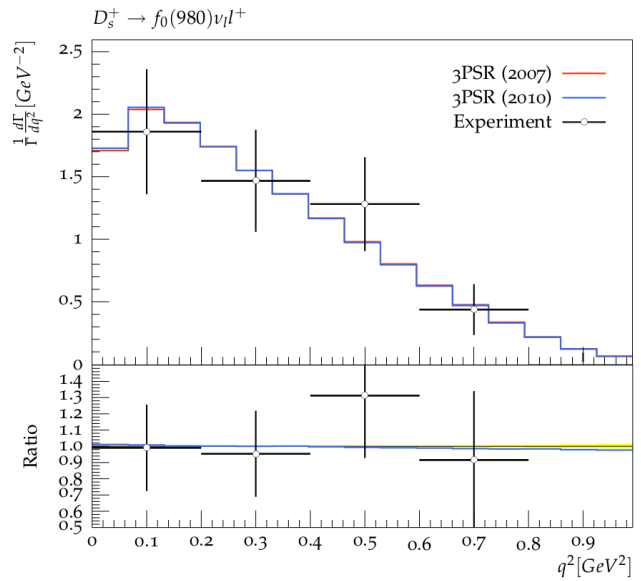
Parametrisierungen bezüglich  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow f_0(980)\nu_l l^+) = 0,197\%$  entspricht.

| Formfaktormodell                 | Verwendete Parametrisierung | Parameter                                                                       |
|----------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 3PSR<br>(2007) [24]              | Pole Fit                    | $f_+(0) = 0,459$ $m = 1,9685$ $a = -0,87$<br>$b = -0,17$ $c = -0,37$ $d = 1,46$ |
| 3PSR<br>(2010) [25]              | Pole Fit                    | $f_+(0) = 0,48$ $m = 1,9685$ $a = -0,81$<br>$b = -0,18$ $c = -0,19$ $d = 0,86$  |
| Light-Front-<br>Quarkmodell [26] | Pole Fit                    | $f_+(0) = 0,46$ $m = 1,9685$ $a = 0,29$<br>$b = 0,07$                           |
| QCD-Summenregeln<br>[27]         | Pole Fit                    | $f_+(0) = 0,44$ $m = 1,6$ $a = 1,0$                                             |
| Experimenteller Fit<br>[28]      | Pole Fit<br>(Simple Pole)   | $f_+(0) = 1,0$ $m = 1,7$ $a = 1,0$                                              |

**Tabelle 4.9:** Formfaktorparametrisierungen für den Zerfall  $D_s^+ \rightarrow f_0(980) l^+ \nu_l$



**Abbildung 4.13:** Vergleich unterschiedlicher Formfaktorparametrisierungen



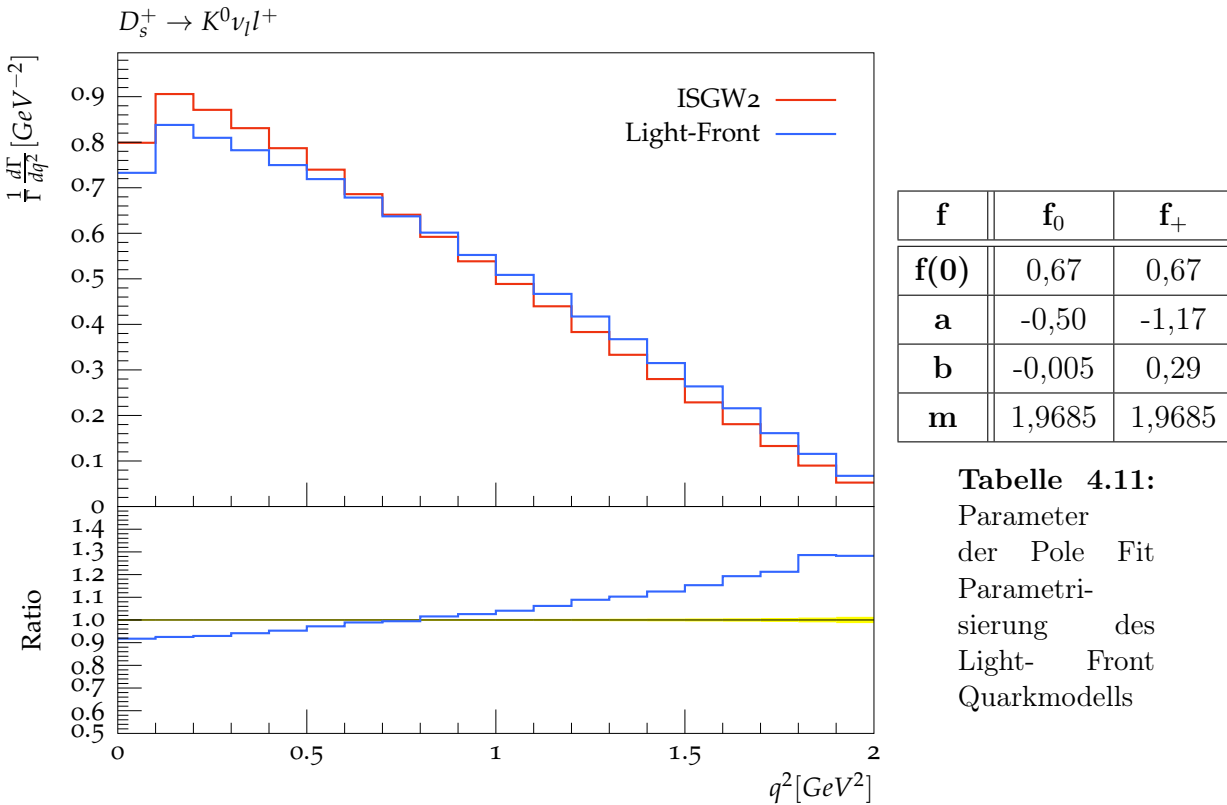
**Abbildung 4.14:** Vergleich der 3PSR Parametrisierungen

| Modell   | ISGW2  | 3PSR(2007) | 3PSR(2010) | Light-Front | QCD-SR | Simple Pole |
|----------|--------|------------|------------|-------------|--------|-------------|
| $\chi^2$ | 2,3859 | 2,8164     | 2,7621     | 2,7363      | 3,7231 | 3,5469      |

**Tabelle 4.10:** Ergebnisse des  $\chi^2$ -Test der verschiedenen Formfaktorparametrisierungen

#### 4.2.4 $D_s^+ \rightarrow K^0 \nu_l l^+$

Dieser Zerfall wurde neu hinzugefügt. Es konnten bereits vorhandene Parameter des ISGW2-Modells genutzt und eine Pole Fit Parametrisierung implementiert werden. Diese stammt aus [5], die die Formfaktoren auf Grundlage des kovarianten Light-Front Quarkmodells untersuchen. Die verwendeten Parameter sind Tabelle 4.11 zu entnehmen. Der Vergleich beider Parametrisierungen ist in Abbildung 4.15 zu sehen. Da für diesen Zerfall noch keine experimentellen Daten zum Verlauf der  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren vorliegen, wurde die von SHERPA berechnete Partialbreite als Vergleichswert genutzt. Hierbei liefert das Light-Front Quarkmodell mit  $\text{BR} = 0,288\%$  eine viel bessere Übereinstimmung bezüglich  $\text{BR}_{\text{PDG}} = 0,39\%$ , als das ISGW2-Modell, für das ein Verzweigungsverhältnis von  $0,021\%$  berechnet wird. Deshalb sollte die Parametrisierung dieses Modells der des ISGW2-Modells vorgezogen werden.



**Abbildung 4.15:** Vergleich der verschiedenen Formfaktorparametrisierungen

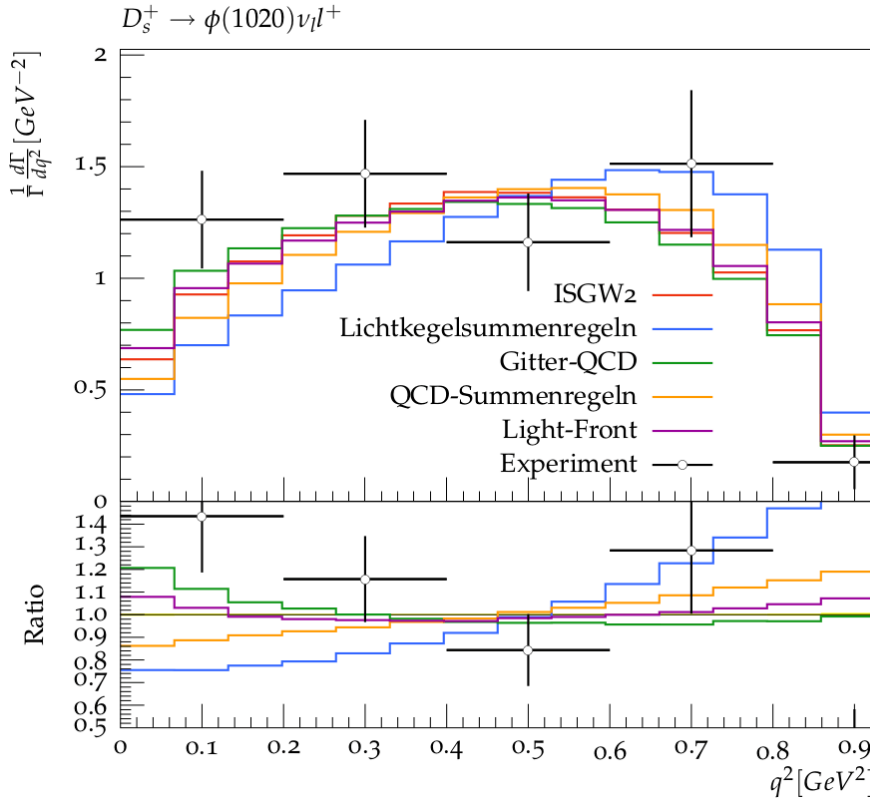
#### 4.2.5 $D_s^+ \rightarrow \phi(1020) \nu_l l^+$

Mit einer BR von  $2,39\%$  stellt dieser den wichtigsten semileptonischen Zerfall dar. Neben dem bereits vorhandenen ISGW2-Modell konnten Pole Fit Parametrisierungen verschiedener Theorien implementiert werden. Die Parameter können Tabelle 4.12 entnommen werden. In Abbildung 4.16 sind diese im Vergleich mit experimentellen Daten aus [23] zu sehen. Die Ergebnisse des  $\chi^2$ -Test in Tabelle 4.13 zeigen, dass die QCD-Summenregeln die Ergebnisse

der experimentellen Messungen am besten wiedergeben. Die Parametrisierung der Lichtkegelsummenregeln stimmt am schlechtesten mit den experimentellen Daten zur  $q^2$ -Abhängigkeit überein, liefert mit einem Verzweigungsverhältnis von 2,42% aber den besten Wert bezüglich  $\text{BR}_{\text{PDG}} = 2,39\%$ . Für die Parameter der QCD-Summenregeln berechnet SHERPA mit  $\text{BR} = 2,07\%$  einen zu kleinen Wert. Als Kompromiss zwischen der Übereinstimmung der mit SHERPA berechneten Partialbreite und der  $q^2$ -Abhängigkeit von  $\frac{d\Gamma}{dq^2} \frac{1}{\Gamma}$  mit den experimentellen Daten, sollte die Parametrisierung der Gitter-QCD verwendet werden. Diese liefert das drittbeste Ergebnis des  $\chi^2$ -Tests und liegt mit einem berechneten Verzweigungsverhältnis von 2,32% innerhalb der Fehlergrenzen des von der PDG angegebenen Wertes von  $\text{BR}(D_s^+ \rightarrow \phi(1020)\nu_l l^+) = (2,39 \pm 0,23)\%$ .

| Formfaktormodell               | Verwendete Parametrisierung | Parameter                                                                                                                                                                                                              |
|--------------------------------|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Lichtkegelsummenregeln<br>[29] | Pole Fit                    | $V(0) = 0,90$ $a_0 = -2,82$ $b_0 = 1,51$<br>$A_0(0) = 0,56$ $a_0 = -0,13$ $b_0 = -0,46$<br>$A_1(0) = 0,65$ $a_0 = -1,36$ $b_0 = -0,31$<br>$A_2(0) = 0,85$ $a_0 = -4,50$ $b_0 = 5,55$<br>$m_A = m_V = m_{D_s} = 1,9685$ |
| Gitter-QCD<br>[9]              | Pole Fit                    | $V(0) = 1,059$ $A_2(0) = 0,457$<br>$A_0(0) = 0,706$ $m_V = m_{D_s^*} = 2,112$<br>$A_1(0) = 0,615$ $m_A = m_{D_{s1}} = 2,459$                                                                                           |
| QCD-Summenregeln<br>[30]       | Pole Fit                    | $V(0) = 1,21$ $A_2(0) = 0,59$<br>$A_0(0) = 0,42$ $m_V = 2,08$<br>$A_1(0) = 0,55$ $m_A = 1,9$                                                                                                                           |
| Light-Front Quarkmodell<br>[5] | Pole Fit                    | $V(0) = 0,91$ $a_0 = -1,15$ $b_0 = 0,39$<br>$A_0(0) = 0,62$ $a_0 = -1,02$ $b_0 = 0,45$<br>$A_1(0) = 0,61$ $a_0 = -0,48$ $b_0 = 0,02$<br>$A_2(0) = 0,58$ $a_0 = -0,98$ $b_0 = 0,27$<br>$m_A = m_V = m_{D_s} = 1,9685$   |

**Tabelle 4.12:** Formfaktorparametrisierungen für den Zerfall  $D_s^+ \rightarrow \phi(1020) l^+ \nu_l$



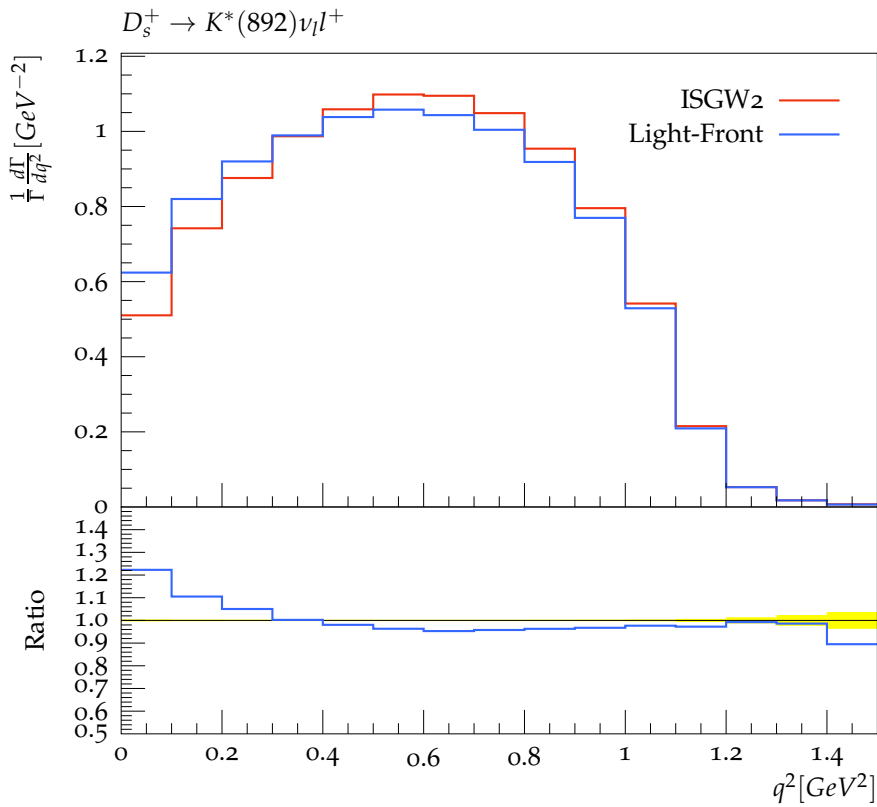
| Modell                      | $\chi^2$ |
|-----------------------------|----------|
| ISGW2                       | 13,3881  |
| Lichtkegel-<br>summenregeln | 34,7433  |
| Gitter-QCD                  | 14,2387  |
| QCD-Summen-<br>regeln       | 11,3700  |
| Light-Front                 | 19,4898  |

**Tabelle 4.13:**  
Ergebnisse des  
 $\chi^2$ -Tests

**Abbildung 4.16:** Vergleich verschiedener Formfaktorparametrisierungen mit den experimentellen Daten

#### 4.2.6 $D_s^+ \rightarrow K^*(892)^0 \nu_l l^+$

Der Zerfall  $D_s^+ \rightarrow K^*(892)^0 \nu_l l^+$  ist mit einem Verzweungsverhältnis von 0,18% der seltenste semileptonische des  $D_s$ -Mesons. Dieser wurde neu hinzugefügt und es konnten äquivalent zum Zerfall  $D_s^+ \rightarrow K^0 \nu_l l^+$  bereits implementierte ISGW2-Modell Parameter genutzt werden. Weiterhin wurde ein Pole Fit, dessen Parameter mittels des Light-Front-Quarkmodells bestimmt wurden, ergänzt [5]. Diese sind in Tabelle 4.14 aufgelistet. Abbildung 4.17 zeigt den Vergleich der  $q^2$ -Abhängigkeit beider Modelle. Äquivalent zum  $D_s^+ \rightarrow K^0 \nu_l l^+$ -Zerfall sind noch keine experimentellen Ergebnisse vorhanden, weshalb die von SHERPA berechnete Zerfallsbreite als Vergleichskriterium dient. Dabei liefert der Pole Fit des Light-Front Quarkmodells mit  $BR = 0,165\%$  einen besseren Wert als das ISGW2-Modell, für welches sich ein Verzweungsverhältnis von 0,143% ergibt. Dementsprechend sollte dieses zukünftig dem ISGW2-Modell vorgezogen werden.



**Abbildung 4.17:** Vergleich der verschiedenen Formfaktorparametrisierungen

| F              | F(0)           | a <sub>0</sub> |
|----------------|----------------|----------------|
| V              | 0,79           | -1,24          |
| A <sub>0</sub> | 0,54           | -1,03          |
| A <sub>1</sub> | 0,53           | -0,53          |
| A <sub>2</sub> | 0,49           | -1,03          |
| F              | b <sub>0</sub> | m <sub>0</sub> |
| V              | 0,50           | 1,9685         |
| A <sub>0</sub> | 0,62           | 1,9685         |
| A <sub>1</sub> | 0,03           | 1,9685         |
| A <sub>2</sub> | 0,34           | 1,9685         |

**Tabelle 4.14:**  
Parameter der Pole Fit Parametrisierung des Light-Front Quarkmodells



## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Zur Verbesserung der Simulation des Ereignisgenerators **SHERPA** wurden die Verzweigungsverhältnisse der  $D_s$ -Zerfälle aktualisiert und neue Zerfallskanäle hinzugefügt. Darüber hinaus konnten zahlreiche Formfaktorparametrisierungen für die semileptonischen Zerfälle auf Grundlage verschiedenster theoretischer Modelle implementiert und gegenübergestellt werden. Eine Überprüfung der inklusiven Zerfallsmoden hat gezeigt, dass die Aktualisierung zu besseren Simulationsergebnissen gegenüber den alten in **SHERPA** implementierten Werten geführt hat. Als Vergleichskriterium dienten die Daten der PDG. Allerdings wurde ersichtlich, dass in Zukunft weitere Aktualisierungen der Zerfallstabellen anderer Teilchen nötig sind, um noch bessere Resultate in der Simulation zu erreichen.

Die implementierten Parametrisierungen der Formfaktoren semileptonischer  $D_s^+$ -Zerfälle wurden auf Grundlage der mittels **SHERPA** berechneten Partialbreite gegenübergestellt. Für die Zerfälle  $D_s^+ \rightarrow f_0(980)\nu_l l^+$  und  $D_s^+ \rightarrow \phi(1020)\nu_l l^+$  konnten die generierten Daten ebenfalls mit experimentellen Ergebnissen verglichen werden. Auch hier zeigten sich durch die Implementation neuer Parametrisierungen Verbesserungen in der Simulation.

Da  $D$ -Mesonen besonders auf Grund des charm taggings von aktuellem Interesse in der Forschung sind, wird in Zukunft die Datenlage zu bisher wenig untersuchten semileptonischen Zerfällen des  $D_s$  zunehmen und ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen möglich sein. Des Weiteren könnte zukünftig über die Implementation von Parametrisierungen hadronischer Zerfälle nachgedacht werden. Diese sind komplizierter als die semileptonischen und würden zu einer nützlichen Erweiterung der Simulation mittels **SHERPA** führen.



# A Anhang

## A.1 Zerfallstabelle des $D_s$ -Mesons

| Zerfall $D_s^+ \rightarrow$     | Alter Wert | Neuer Wert | $\Delta\text{BR}$ |
|---------------------------------|------------|------------|-------------------|
| $\nu_\mu \mu^+$                 | 0,616%     | 0,556%     | -0,06%            |
| $\nu_\tau \tau^+$               | 6,4%       | 5,55%      | -0,85%            |
| $\phi(1020)\nu_e e^+$           | 2,42%      | 2,39%      | -0,03%            |
| $\phi(1020)\nu_\mu \mu^+$       | 2,42%      | 2,39%      | -0,03%            |
| $\eta\nu_e e^+$                 | 3,07%      | 2,28%      | -0,79%            |
| $\eta\nu_\mu \mu^+$             | 3,07%      | 2,28%      | -0,79%            |
| $\eta'(958)\nu_e e^+$           | 1,06%      | 0,68%      | -0,38%            |
| $\eta'(958)\nu_\mu \mu^+$       | 1,06%      | 0,68%      | -0,38%            |
| $\bar{K}^0\nu_e e^+$            | 0,27%      | -          | -0,27%            |
| $\bar{K}^0\nu_\mu \mu^+$        | 0,27%      | -          | -0,27%            |
| $\bar{K}^*(892)^0\nu_e e^+$     | 0,1%       | -          | -0,1%             |
| $\bar{K}^*(892)^0\nu_\mu \mu^+$ | 0,1%       | -          | -0,1%             |
| $K^0\nu_e e^+$                  | -          | 0,39%      | +0,39%            |
| $K^0\nu_\mu \mu^+$              | -          | 0,39%      | +0,39%            |
| $K^*(892)^0\nu_e e^+$           | -          | 0,18%      | +0,18%            |
| $K^*(892)^0\nu_\mu \mu^+$       | -          | 0,18%      | +0,18%            |
| $f_0(980)\nu_e e^+$             | -          | 0,197%     | +0,197%           |
| $f_0(980)\nu_\mu \mu^+$         | -          | 0,197%     | +0,197%           |
| $\Sigma$                        | 20,856%    | 18,34%     | -2,516%           |

**Tabelle A.1:** Leptonische und semileptonische Zerfallskanäle des  $D_s^+$

| Zerfall $D_s^+ \rightarrow$ | Alter Wert | Neuer Wert | $\Delta\text{BR}$ |
|-----------------------------|------------|------------|-------------------|
| $K^+ \bar{K}^0$             | 4,4%       | 2,95%      | -1,45%            |
| $\phi(1020)\pi^+$           | 4,4%       | 4,5%       | +0,1%             |
| $K^+ \bar{K}^*(892)^0$      | 4%         | 3,922%     | -0,078%           |
| $f_0(980)\pi^+$             | 1%         | -          | -1%               |

|                                   |        |         |          |
|-----------------------------------|--------|---------|----------|
| $\bar{K}^*(892)^+\bar{K}^0$       | 5,3%   | 5,4%    | +0,1%    |
| $\phi(1020)\pi^+\pi^0$            | 1%     | -       | -1%      |
| $\phi(1020)\rho(770)^+$           | 8,2%   | 8,4%    | +0,2%    |
| $K^+\bar{K}^0\pi^+\pi^-$          | 0,1%   | -       | -0,1%    |
| $K^*(892)^+\bar{K}^*(892)^0$      | 7%     | 7,2%    | +0,2%    |
| $\phi(1020)\pi^+\pi^+\pi^-$       | 0,8%   | 1,21%   | +0,41%   |
| $K^+K^-\pi^+\pi^+\pi^-$           | 0,43%  | 0,09%   | -0,34%   |
| $\pi^+\pi^+\pi^-$                 | 0,005% | 0,96%   | +0,955%  |
| $\eta\pi^+$                       | 2,1%   | 1,7%    | -0,4%    |
| $\omega(782)\pi^+$                | 0,34%  | 0,24%   | -0,1%    |
| $\eta\rho(770)^+$                 | 13,1%  | 8,9%    | -4,2%    |
| $\eta'(958)\pi^+$                 | 4,7%   | 3,94%   | -0,76%   |
| $\eta'(958)\rho(770)^+$           | 12,2%  | 5,8%    | -6,4%    |
| $K^+\rho(770)^0$                  | 0,15%  | 0,25%   | +0,1%    |
| $K^*(892)^0\pi^+$                 | 0,79%  | 0,2135% | -0,5765% |
| $K^+K^+K^-$                       | 0,02%  | 0,0219% | +0,0019% |
| $\pi^+\rho(770)^0$                | 0,04%  | 0,02%   | -0,02%   |
| $\rho(770)^+\pi^0$                | 0,04%  | -       | -0,04%   |
| $\pi^+\pi^0$                      | 0,1%   | <0,035% | -0,1%    |
| $f_2(1270)\pi^+$                  | 0,23%  | 0,1945% | -0,0355% |
| $\pi^+\pi^0\pi^0$                 | 0,005% | 0,65%   | +0,645%  |
| $\eta\pi^+\pi^0$                  | 1,5%   | 0,304%  | -1,196%  |
| $\eta'(958)\pi^+\pi^0$            | 1,5%   | <0,051% | -1,5%    |
| $\phi(1020)\pi^+\pi^0\pi^0$       | 0,5%   | -       | -0,5%    |
| $\eta\pi^+\pi^+\pi^-$             | 0,5%   | -       | -0,5%    |
| $\eta\pi^+\pi^0\pi^0$             | 0,5%   | -       | -0,5%    |
| $K^+\bar{K}^0\pi^0$               | 0,3%   | -       | -0,3%    |
| $K^+\bar{K}^*(892)^0\pi^0$        | 0,12%  | -       | -0,12%   |
| $K^*(892)^+\bar{K}^0\pi^0$        | 0,12%  | -       | -0,12%   |
| $K^*(892)^+\bar{K}^*(892)^0\pi^0$ | 0,4%   | -       | -0,4%    |
| $K^+K^-\pi^+$                     | 1,1%   | -       | -1,1%    |
| $K^+\bar{K}^0\pi^0\pi^0$          | 0,1%   | -       | -0,1%    |
| $\phi(1020)K^+$                   | 0,03%  | 0,0182% | -0,0118% |
| $K^+\eta$                         | 0,02%  | 0,177%  | +0,157%  |
| $\eta'(958)K^+$                   | 0,02%  | 0,18%   | +0,16%   |
| $K^+\eta\pi^0$                    | 0,02%  | -       | -0,02%   |
| $K^+\eta\pi^+\pi^-$               | 0,02%  | -       | -0,02%   |

|                                  |        |          |           |
|----------------------------------|--------|----------|-----------|
| $\eta'(958)K^+\pi^0$             | 0,02%  | -        | -0,02%    |
| $\eta'(958)K^+\pi^+\pi^-$        | 0,02%  | -        | -0,02%    |
| $K^0\pi^+$                       | 0,4%   | 0,061%   | -0,339%   |
| $K^0\rho(770)^+$                 | 0,15%  | -        | -0,15%    |
| $K^0\pi^+\pi^0$                  | 0,1%   | 0,1%     | $\pm 0\%$ |
| $a_1(1260)^+K^0$                 | 0,25%  | -        | -0,25%    |
| $K^*(892)^0\rho(770)^+$          | 0,5%   | -        | -0,5%     |
| $K^*(892)^0\pi^+\pi^0$           | 0,5%   | -        | -0,5%     |
| $K^+K_S^0$                       | -      | 1,5%     | +1,5%     |
| $K^+\bar{K}^*(1430)^0$           | -      | 0,284%   | +0,284%   |
| $K^+K_S^0\pi^0$                  | -      | 0,215%   | +0,215%   |
| $K_S^0K_S^0\pi^+$                | -      | 0,77%    | +0,77%    |
| $K^+K^-\pi^+\pi^0$               | -      | 2,195%   | +2,195%   |
| $K_S^0K^-\pi^+\pi^+$             | -      | 0,754%   | +0,754%   |
| $K^+K_S^0\pi^+\pi^-$             | -      | 1,03%    | +1,03%    |
| $\phi\rho^0\pi^+$                | -      | 2,83%    | +2,83%    |
| $K_S^0K_S^0\pi^+\pi^+\pi^-$      | -      | 0,09%    | +0,09%    |
| $\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$      | -      | 0,08%    | +0,08%    |
| $\omega\pi^+\pi^0$               | -      | 2,8%     | +2,8%     |
| $\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$ | -      | 3,315%   | +3,315%   |
| $\omega(782)\pi^+\pi^+\pi^-$     | -      | 1,6%     | +1,6%     |
| $K^+\pi^0$                       | -      | 0,063%   | +0,063%   |
| $K^+\pi^+\pi^-$                  | -      | 0,228%   | +0,228%   |
| $K^+\rho(1450)^0$                | -      | 0,417%   | +0,417%   |
| $K^*(1410)^0\pi^+$               | -      | 0,075%   | +0,075%   |
| $K_S\pi^+\pi^+\pi^-$             | -      | 0,3%     | +0,3%     |
| $K^+K^+\pi^-$                    | -      | 0,067%   | +0,067%   |
| $K^+K^*(892)^0$                  | -      | 0,009%   | +0,009%   |
| $p\bar{n}$                       | -      | 0,13%    | +0,13%    |
| $\Sigma$                         | 79,14% | 76,1541% | -2,9859%  |

**Tabelle A.2:** Hadronische Zerfallskanäle des  $D_s^+$



# Literaturverzeichnis

- [1] M. Thomson, *Modern Particle Physics*, Cambridge University Press, (2013).
- [2] <http://pdg.lbl.gov/2016/reviews/rpp2016-rev-ckm-matrix.pdf>
- [3] <http://pdg.lbl.gov/2016/tables/rpp2016-tab-mesons-charm.pdf>
- [4] <http://pdg.lbl.gov/2016/tables/rpp2016-tab-mesons-charm-strange.pdf>
- [5] Wang, Wei and Shen, Yue-Long, Phys. Rev. D.78.054002 (2008)  
doi:10.1103/PhysRevD.78.054002  
<https://journals.aps.org/prd/pdf/10.1103/PhysRevD.78.054002>
- [6] S. Iwamoto, G. Lee, Y. Shadmi and Y. Weiss, arXiv:1703.05748 [hep-ph].  
<https://arxiv.org/pdf/1703.05748.pdf>
- [7] G. S. Bali, S. Collins, S. Dürr and I. Kanamori, Phys. Rev. D **91** (2015) no.1, 014503  
doi:10.1103/PhysRevD.91.014503 [arXiv:1406.5449 [hep-lat]].  
<https://arxiv.org/pdf/1406.5449.pdf>
- [8] S. Fajfer and J. F. Kamenik, Phys. Rev. D **71** (2005) 014020  
doi:10.1103/PhysRevD.71.014020 [hep-ph/0412140].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0412140.pdf>
- [9] G. C. Donald *et al.* [HPQCD Collaboration], Phys. Rev. D **90** (2014) no.7, 074506  
doi:10.1103/PhysRevD.90.074506 [arXiv:1311.6669 [hep-lat]].  
<https://arxiv.org/pdf/1311.6669.pdf>
- [10] D. Cote, S. Brunet, P. Taras and B. Viaud, Eur. Phys. J. C **38** (2004) 105  
doi:10.1140/epjc/s2004-02018-9 [hep-ex/0409046].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ex/0409046.pdf>
- [11] D. Scora and N. Isgur, Phys. Rev. D **52** (1995) 2783 doi:10.1103/PhysRevD.52.2783 [hep-ph/9503486].  
<https://journals.aps.org/prd/pdf/10.1103/PhysRevD.52.2783>

- 
- [12] P. Colangelo and A. Khodjamirian, In \*Shifman, M. (ed.): At the frontier of particle physics, vol. 3\* 1495-1576 doi:10.1142/9789812810458\_0033 [hep-ph/0010175].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0010175.pdf>
- [13] C. Q. Geng, C. W. Hwang, C. C. Lih and W. M. Zhang, Phys. Rev. D **64** (2001) 114024 doi:10.1103/PhysRevD.64.114024 [hep-ph/0107012].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0107012.pdf>
- [14] A. Buckley, J. Butterworth, L. Lonnblad, D. Grellscheid, H. Hoeth, J. Monk, H. Schulz and F. Siegert, Comput. Phys. Commun. **184** (2013) 2803 doi:10.1016/j.cpc.2013.05.021 [arXiv:1003.0694 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1003.0694.pdf>
- [15] T. Gleisberg, S. Hoeche, F. Krauss, M. Schonherr, S. Schumann, F. Siegert and J. Winter, JHEP **0902** (2009) 007 doi:10.1088/1126-6708/2009/02/007 [arXiv:0811.4622 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/0811.4622.pdf>
- [16] J. Hietala, D. Cronin-Hennessy, T. Pedlar and I. Shipsey, Phys. Rev. D **92** (2015) no.1, 012009 doi:10.1103/PhysRevD.92.012009 [arXiv:1505.04205 [hep-ex]].  
<https://arxiv.org/pdf/1505.04205.pdf>
- [17] <http://pdg.lbl.gov/2016/tables/rpp2016-sum-mesons.pdf>
- [18] A. Khodjamirian, C. Klein, T. Mannel and N. Offen, Phys. Rev. D **80** (2009) 114005 doi:10.1103/PhysRevD.80.114005 [arXiv:0907.2842 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/0907.2842.pdf>
- [19] K. Azizi, R. Khosravi and F. Falahati, J. Phys. G **38** (2011) 095001 doi:10.1088/0954-3899/38/9/095001 [arXiv:1011.6046 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1011.6046.pdf>
- [20] G. Ricciardi, Phys. Rev. D **86** (2012) 117505 doi:10.1103/PhysRevD.86.117505 [arXiv:1209.3386 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1209.3386.pdf>
- [21] N. Offen, F. A. Porkert and A. Schäfer, Phys. Rev. D **88** (2013) no.3, 034023 doi:10.1103/PhysRevD.88.034023 [arXiv:1307.2797 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1307.2797.pdf>
- [22] P. Colangelo and F. De Fazio, Phys. Lett. B **520** (2001) 78 doi:10.1016/S0370-2693(01)01112-1 [hep-ph/0107137].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0107137.pdf>

- 
- [23] T. Sekihara and E. Oset, Phys. Rev. D **92** (2015) no.5, 054038 doi:10.1103/PhysRevD.92.054038 [arXiv:1507.02026 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1507.02026.pdf>
- [24] T. M. Aliev and M. Savci, Europhys. Lett. **90** (2010) 61001 doi:10.1209/0295-5075/90/61001 [hep-ph/0701108].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0701108.pdf>
- [25] <http://iopscience.iop.org/article/10.1209/0295-5075/90/61001/fulltext/>
- [26] H. Y. Cheng and C. W. Chiang, Phys. Rev. D **81** (2010) 074031 doi:10.1103/PhysRevD.81.074031 [arXiv:1002.2466 [hep-ph]].  
<https://arxiv.org/pdf/1002.2466.pdf>
- [27] I. Bediaga and M. Nielsen, Phys. Rev. D **68** (2003) 036001 doi:10.1103/PhysRevD.68.036001 [hep-ph/0304193].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0304193.pdf>
- [28] K. M. Ecklund *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. D **80** (2009) 052009 doi:10.1103/PhysRevD.80.052009 [arXiv:0907.3201 [hep-ex]].  
<https://arxiv.org/pdf/0907.3201.pdf>
- [29] T. M. Aliev, A. Ozpineci and M. Savci, hep-ph/0401181.  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0401181.pdf>
- [30] D. S. Du, J. W. Li and M. Z. Yang, Eur. Phys. J. C **37** (2004) no.2, 173 doi:10.1140/epjc/s2004-01979-9 [hep-ph/0308259].  
<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0308259.pdf>

## **Erklärung**

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit im Rahmen der Betreuung am Institut für Kern- und Teilchenphysik ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst und alle Quellen als solche gekennzeichnet habe.

Katharina Danziger  
Dresden, Mai 2017